Gaspar Daguet

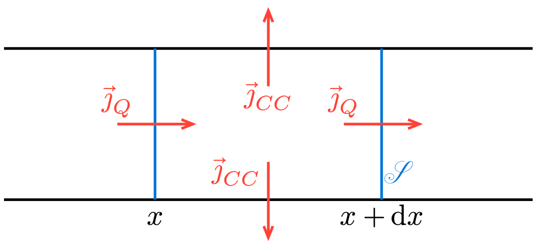
Physique : DM6

I Refroidir les centres de données, quelques solutions techniques contemporaines

N=° 1.

La loi de Fourier : $\vec{j} = -\lambda \vec{\nabla} T(x)$

N=° 2.



Par le premier principe $\mathrm{d}U = \delta Q$, Et comme :

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}U = 0 \text{ car } T \text{ ne dépend pas du temps} \\ &\text{ et} \\ &\delta Q = j_Q(x,t)\ \mathscr{S}\,\mathrm{d}t - j_Q(x+\mathrm{d}x,t)\ \mathscr{S}\,\mathrm{d}t - j_{CC}(x,t) \times 2\pi a^2\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t \\ &\quad = j_Q(x,t)\ \mathscr{S}\,\mathrm{d}t - j_Q(x+\mathrm{d}x,t)\ \mathscr{S}\,\mathrm{d}t - h\ \mathscr{S}(T(x) - T_a)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t \end{aligned}$$

D'où :

$$j_Q(x,t)\pi a^2\,\mathrm{d}t - j_Q(x+\mathrm{d}x,t)\pi a^2\,\mathrm{d}t - 2\pi a h(T(x) - T_a)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}t = 0$$

$$\text{Donc } -a\frac{\partial j_Q}{\partial x} = 2hT(x) - hT_a$$

$$\text{Or } j_Q = -\lambda\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}$$

$$\text{Donc } \frac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}x^2} - 2\frac{h}{\lambda a}T(x) = -\frac{2}{\lambda a}T_a$$

$$\underline{\frac{\mathrm{d}^2T}{\mathrm{d}x^2} - \frac{1}{\delta^2}\ \mathrm{T}(x) = -\frac{1}{\delta^2}\ T_a}$$

Avec $\delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}$

N=° 3.

Par l'équation précédente on a que $[\delta] = L$, or :

$$[\delta] = \left[\frac{\lambda a}{h}\right]^{\frac{1}{2}} = (WTL^{-1}LW^{-1}T^{-1}L^2)^{\frac{1}{2}} = L$$

<u>AN :</u>

$$\delta \approx \sqrt{\frac{148 \times 1.10^{-3}}{2 \times 30}} \approx 1,6 \text{ cm}$$

N=° 4.

comme T est continue et que $\delta \approx 1,6$ cm : $T(0) = T_d$ et $T(b) = T_a$

N=° 5.

On a $T_h(x) = Ae^{\frac{x}{\delta}} + Be^{-\frac{x}{\delta}}$ et $T_p(x) = T_a$
D'où $T(x) = Ae^{\frac{x}{\delta}} + Be^{-\frac{x}{\delta}} + T_a$
Or par la question précédente :

$$\begin{cases} A + B + T_a = T(0) = T_d \\ Ae^{\frac{b}{\delta}} + \underbrace{e^{-\frac{b}{\delta}}}_{=0 \text{ car } b \gg \delta} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = T_d - T_a \\ A = 0 \end{cases}$$

<u>Donc $T(x) = (T_d - T_a)e^{-\frac{x}{\delta}} + T_a$</u>
ce qui correspond au graphe précédent

N=° 6.

À partir d'un certain b, il existe un $c \in [0; b]$ tel que toute la partie supérieure à c soit à la température T_a, et donc ne participe en rien à la diffusion de la chaleur, d'où l'existence d'un R_{th} limite

On a que, pour $\mathscr{C}$ la surface du cylindre :

$$\begin{aligned} \Phi &= \iint_{\mathscr{C}} \vec{\jmath}_{CC} . \overrightarrow{dS} \\ &= h \int_0^b (T(x) - T_a) \times 2\pi a \, \mathrm{d}x \\ &= 2\pi a h \int_0^b (T_d - T_a) e^{-\frac{x}{\delta}} \, \mathrm{d}x \\ &= 2\pi a h \delta (T_d - T_a) \left(1 - e^{-\frac{b}{\delta}}\right) \end{aligned}$$

Donc pour $b \ll \delta$

$$\begin{aligned} R_{\text{th}} &= \frac{T_d - T_a}{\Phi} = \frac{1}{2\pi a h \delta \left(1 - e^{-\frac{b}{\delta}}\right)} \\ &\approx \frac{\delta}{2\pi a h \left(1 - \left(1 - \frac{b}{\delta}\right)\right)} \approx \frac{1}{2\pi a b h} \end{aligned}$$

N=° 7.

D'après les calculs précédents

$$\begin{aligned} R_{\text{th}} &= \frac{1}{2\pi a h \delta \left(1 - \underbrace{e^{-\frac{b}{\delta}}}_{\approx 0 \text{ , pour } b \gg \delta}\right)} \\ &\approx \frac{1}{2\pi a h \delta} \end{aligned}$$

N=° 8.

Les ailettes sont le plus efficace pour $\frac{b}{\delta} \approx 1$, donc pour $b \approx \delta \approx 1,6$ cm

A.F.L.

N=° 9.

$$\text{énergie consommée : } \frac{100}{3} \text{ kW} \cdot h$$

$$\text{cout : } 0,17 \times \frac{100}{3} \approx 5,67€ \cdot h^{-1} \Rightarrow 24 \times 5,67 \approx 136 \text{ €/Jour}$$

N=° 10.

Comme l'aire est un gaz parfait, alors : $PV = RnT$, de plus $n = \dfrac{m}{M}$
D'où $V = \dfrac{RmT}{PM}$
Ainsi :

$$\rho = \frac{m}{V} = \cancel{m} \cdot \frac{PM}{R\cancel{m}T} = \frac{PM}{RT}$$

Donc

$$D_m = \rho D_v$$

<u>AN :</u>

$$\rho \approx \frac{1.10^5 \times 2(0,3 \times 16 + 0,7 \times 14)}{8,3 \times (35 + 273,15)} \approx 1,2 \text{ kg} \cdot m^{-1}$$

Et

$$D_m \approx 1,2 \times 830 \approx 958,5 \text{ kg} \cdot h^{-1} \approx 0,266 \text{ kg} \cdot s^{-1}$$

N=° 11.

A.F.L.