Gaspar Daguet

Physique : DM5

Une atmosphère électrique

N=° 13.

$$\left\| \frac{\vec{v}_- \wedge \vec{B}}{\vec{E}} \right\| = \frac{\left\| \vec{v}_- \wedge \left(\frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega}\right)\right\|}{E} = \frac{v_- \frac{k}{\omega} E}{E} = v_- \frac{k}{\omega} \approx \frac{v_-}{c} \ll 1 \text{ car non relativiste}$$

donc la compossante magnétique est négliqeable face à la compossante éléctrique

N=° 14.

Dans le plasma on a : $\vec{\jmath} = q_+ n' \vec{v}_+ - en\vec{v}_-$
avec q_+ la charge des ions, n' la distribution des ions et $\vec{v}_+$ leur vitesse

Par la seconde loi de Newton appliquée aux éléctrons dans le système du plasma supossé galiléen :

$$m_e \frac{\mathrm{d}\vec{v}_-}{\mathrm{d}t} = \vec{F}_{\text{lorentz}} = -e\underline{\vec{E}}$$

$$\text{Donc par intégration}$$

$$\vec{v}_- = -\frac{e\underline{\vec{E}}}{i\omega m_e}$$

De même on trouve que : $\vec{v}_+ = \dfrac{e\underline{\vec{E}}}{i\omega M}$
Donc

$$\left\| \frac{\vec{v}_+}{\vec{v}_-} \right\| = \frac{\frac{eE}{i\omega M}}{\frac{eE}{i\omega m_e}} = \frac{m_e}{M} \approx 1.10^{-3} \ll 1$$

Donc $\vec{v}_+$ est négliqeable devant $\vec{v}_-$, ainsi

$$\vec{\jmath} \approx -ne\vec{v}_- = \underbrace{\frac{ne^2}{i\omega m_e}}_{=\underline{\gamma}_p} \underline{\vec{E}}$$

Analyse energétique :

$$< \underline{\vec{\jmath}}.\underline{\vec{E}} >= \frac{1}{2}\Re\left(\underline{\vec{\jmath}}\underline{\vec{E}}^*\right) = \frac{1}{2}\Re\left(\frac{ne^2}{i\omega m_e}\underline{\vec{E}}\underline{\vec{E}}^*\right) = \frac{1}{2}\Re\underbrace{\left(\frac{ne^2}{i\omega m_e}\left\|\vec{E}\right\|\right)}_{\text{imaginaire pure}} = 0$$

Donc aucune énérgie est transphérée dans le plasma, donc soit l'onde le traverse sans l'influancer, soit elle rebondit dessus.

N=° 15.

d'après les équations de Maxwell,

$$\underbrace{\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right)}_{=0 \text{ car } \rho_0=0} - \vec{\Delta}\vec{E} = \vec{\nabla} \wedge \left(\vec{\nabla} \wedge \vec{E}\right) = -\vec{\nabla} \wedge \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{Donc } \square\ \vec{E} = -\ \mu_0\ \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}$$

avec $\square$ l'oprérateur d'alembertien

Or $\dfrac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \gamma_p \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$\text{Donc } \vec{\Delta}\vec{E} = \left(\frac{\mu_0}{i\omega}\gamma_p + \frac{1}{c^2}\right)\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{Donc } -k^2\vec{E} = -\left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\mu_0 n e^2}{m_e}\right)\vec{E}$$

$$\text{Donc } k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \underbrace{\frac{ne^2}{m_e \varepsilon_o}}_{=\omega_p^2}\frac{1}{c^2}$$

$$= \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$$

N=° 16.

Le cas limite arrive lorsque $\omega_p = \omega$, ainsi :

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2} = 0$$

$$\text{Donc } \omega_p^2 = \frac{ne^2}{m_e \varepsilon_o}$$

$$\text{Donc } 2\pi f_p = e\sqrt{\frac{n}{m_e \varepsilon_o}}$$

$$\text{Donc } f_p = \frac{e}{2\pi}\sqrt{\frac{n}{m_e \varepsilon_0}}$$

AN :

$$f_p = \frac{1,6.10^{-19}}{2 \times 3,14}\sqrt{\frac{10^{-11}}{9.10^{-31} \times 8,8.10^{-12}}} \approx 2,8 \text{ MHz}$$