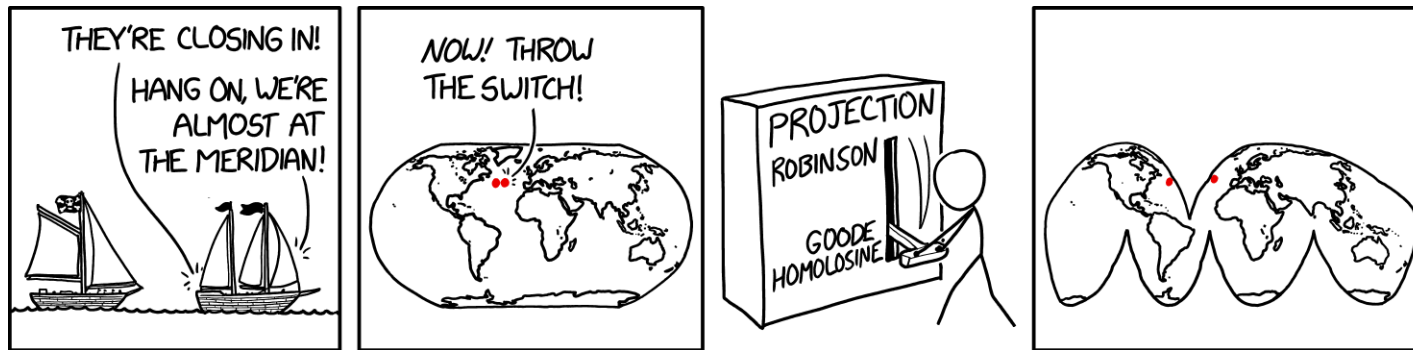


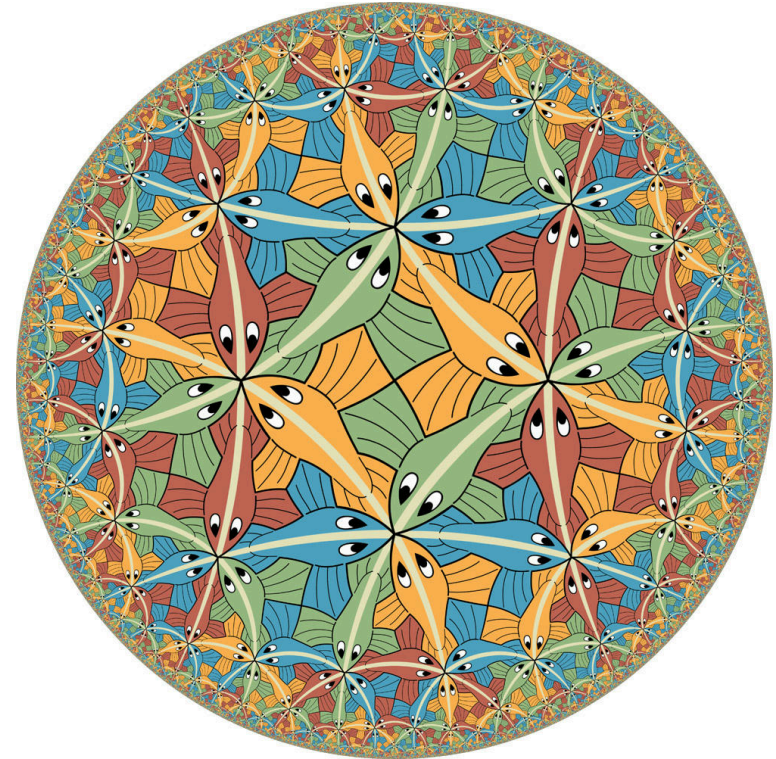
Projection cartographique de la Pseudosphère sur le plan

Gaspar Daguet, n=° XXXXXXXX

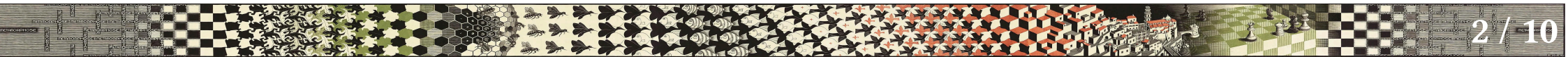


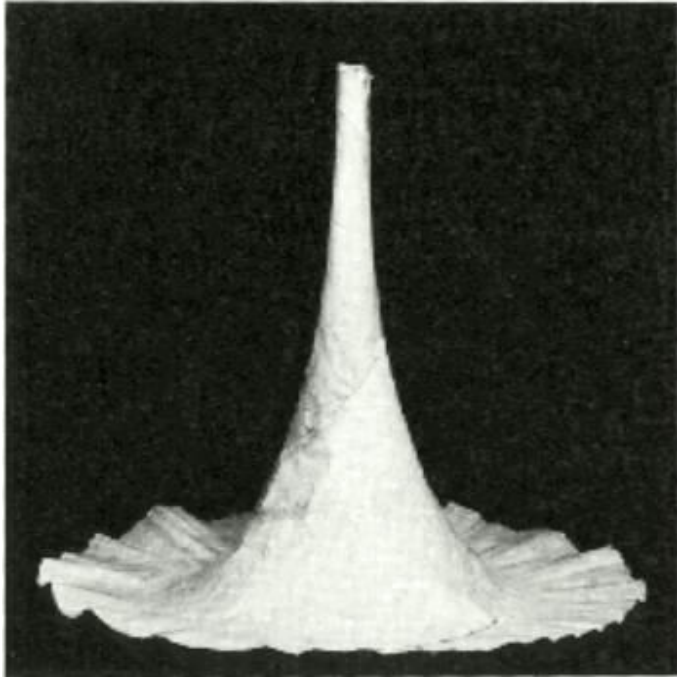
Sea Chase - Xkcd

- 1) La pseudosphère
- 2) La projection
- 3) projeté des droites et (des cercles ?)
- 4) non conservation des longueurs
- 5) conservation des angles



Cercle Limite III — M. C. Escher





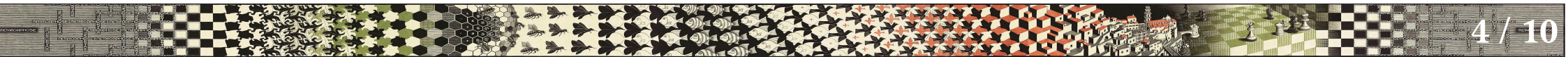
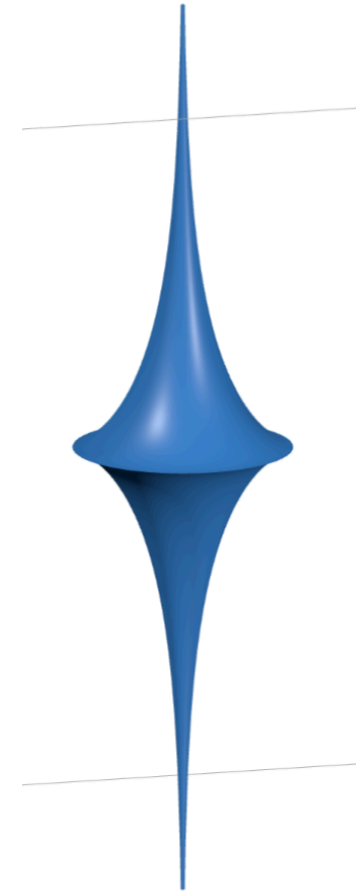
1) La Pseudosphère



1) La Pseudosphère

Gaspar Daguet, n=°XXXXXXX

$$P : \begin{cases} [0; 2\pi] \times \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) \longmapsto \begin{pmatrix} \frac{\cos(u)}{\operatorname{ch}(v)} \\ \frac{\sin(u)}{\operatorname{ch}(v)} \\ v - \operatorname{th}(v) \end{pmatrix} \end{cases}$$



L'application Normale :

$$N : [0; 2\pi] \times \mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(u, v) \longmapsto \frac{P_u \wedge P_v}{\|P_u \wedge P_v\|}$$

$$E(u, v) = \|f_u\|^2$$

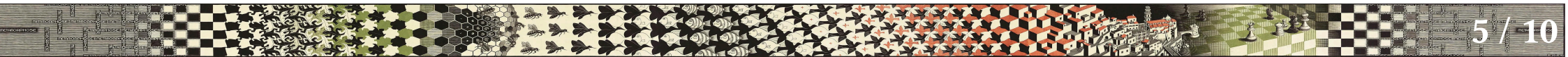
$$F(u, v) = \langle f_u \mid f_v \rangle$$

$$G(u, v) = \|f_v\|^2$$

$$\mathcal{L}(u, v) = - \langle N_u \mid f_u \rangle$$

$$\mathcal{M}(u, v) = - \langle N_v \mid f_u \rangle$$

$$\mathcal{N}(u, v) = - \langle N_v \mid f_v \rangle$$



La courbure en $p \in [0; 2\pi] \times \mathbb{R}_+$

$$K(p) = \frac{\mathcal{L}(p)\mathcal{N}(p) - \mathcal{M}(p)^2}{E(p)G(p) - F^2}$$

Pour la pseudosphère :

$$F = \mathcal{M} = 0 \quad \mathcal{L} = -\mathcal{N} = \frac{\text{sh}(v)}{\text{ch}(v)}$$

$$\forall p \in [0; 2\pi] \times \mathbb{R}_+, K(p) = -1$$

$$E = \frac{1}{\text{ch}(v)} \quad G = \frac{\text{sh}^2(v)}{\text{ch}^2(v)}$$

Donc surface hyperbolique



2) La projection

Gaspar Daguet, n=°XXXXXXX

projection de mercator, même idée : on présèreve les surface élémentaire

dèf surface élémentaire

les calcules !



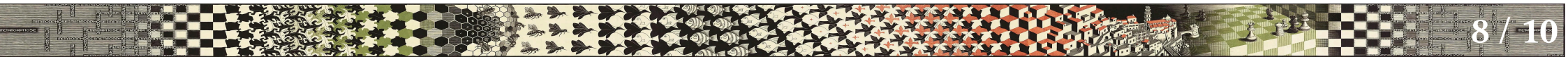
3) projeté des droites et des sphère

Gaspar Daguet, n=°XXXXXXX

déf droites et cercle

calcule par la projection

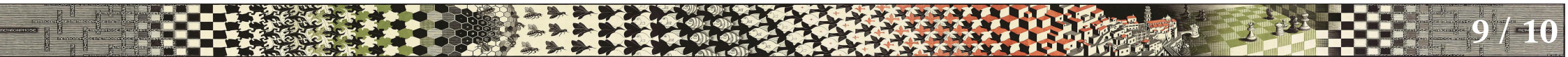
joli dessin



4) non conservation des longueurs

Gaspar Daguet, n=°XXXXXXX

calcul de la distance sur S et sur P voir que diff



5) conservation des angles

Gaspar Daguet, n=°XXXXXXX

faut que je travaille

