

DM n°4

Exercice 2: Particule dans une chambre à bulles

Pour toute la suite de l'exercice, on se place dans un référentiel terrestre supposé galiléen

N°1.

On a:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \text{ et } \vec{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$$

Ainsi:

$$F_m = q\vec{v} \wedge \vec{B} = qB \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Alors par la seconde loi de Newton:

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = qB \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \frac{qB}{m} \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \\ 0 \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Donc $\begin{cases} \ddot{x} = \omega \dot{y} \\ \ddot{y} = -\omega \dot{x} \end{cases}$

N.B. Le mouvement selon \ddot{z} est nul donc on a $\dot{z} = 0$ (selon les conditions initiales)
donc le mouvement se fait dans un plan et donc on ne le prend plus en compte
pour la suite des calculs

N°2.

Selon la question précédente:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \omega \dot{y} \\ \ddot{y} = -\omega \dot{x} \end{cases}$$

Donc

$$\begin{cases} \int_0^t \ddot{x} dt = \omega \int_0^t \dot{y} dt \\ \int_0^t \ddot{y} dt = -\omega \int_0^t \dot{x} dt \end{cases} = \begin{cases} \dot{x} = \omega y \\ \dot{y} = -\omega x + v_0 \end{cases}$$

Ainsi en remplaçant \dot{x} et \dot{y} dans la première équation on trouve:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\omega^2 x + \frac{v_0}{\omega} \omega^2 \\ \ddot{y} = -\omega^2 y \end{cases}$$

Ainsi

$$\begin{cases} x(t) = A_x \cos(\omega t) + B_x \sin(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \\ y(t) = A_y \cos(\omega t) - B_y \sin(\omega t) \end{cases}$$

Grâce aux conditions initiales on trouve $A_x = -\frac{v_0}{\omega}$; $B_x = 0$; $A_y = 0$ et $B_y = -\frac{v_0}{\omega}$, ainsi :

$$\begin{cases} x(t) = -\frac{v_0}{\omega} \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \\ y(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) \end{cases}$$

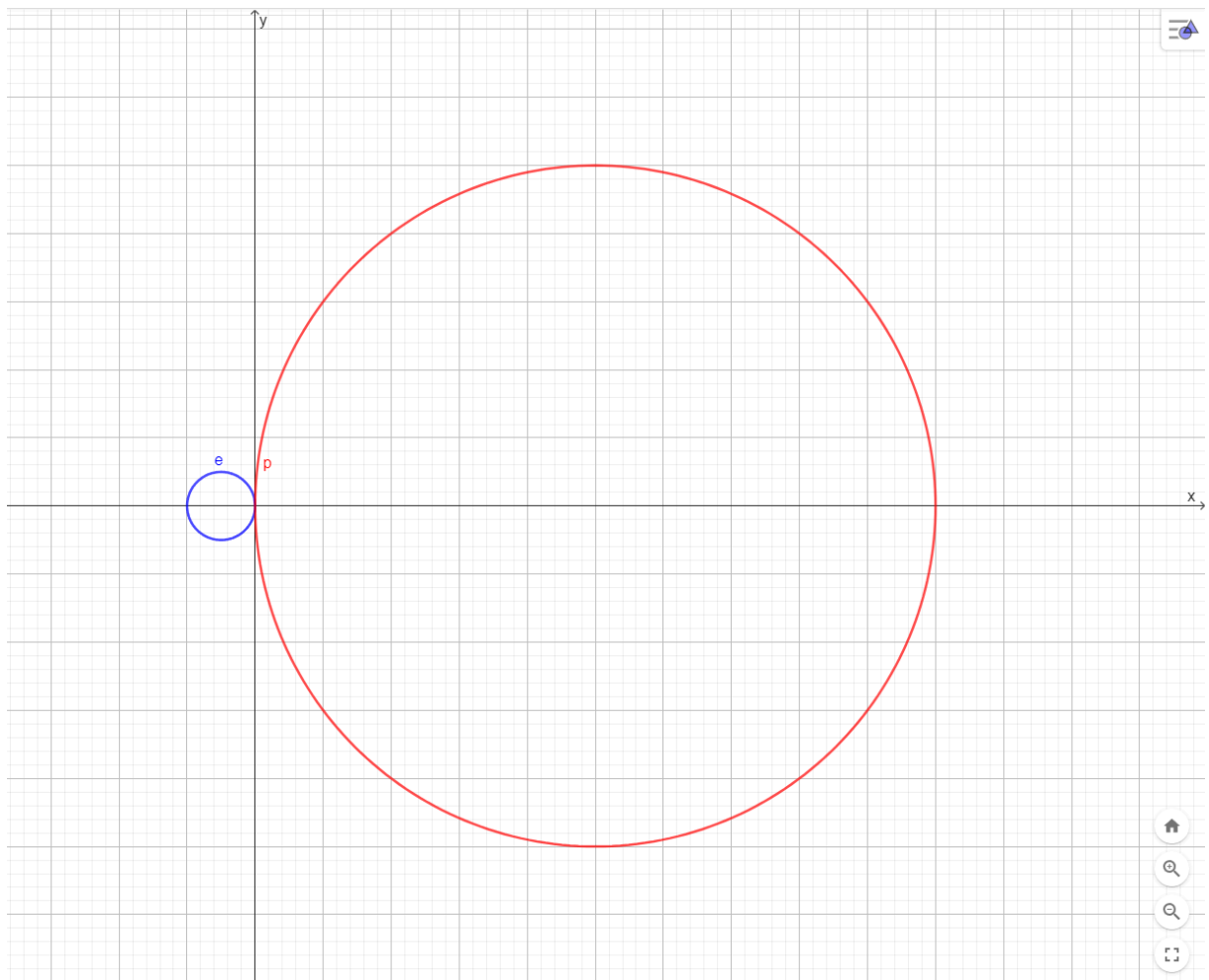


Figure 1: trajectoire d'un proton (rouge) et d'un électron (bleu) dans la chambre a bulle en négligeant les frottement

N°3.

Par la seconde loi de Newton, on a:

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = qB \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \\ 0 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \frac{qB}{m} \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{\lambda}{m} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \\ 0 \end{pmatrix} - \alpha \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

On a donc $\ddot{z} = -\alpha\dot{z}$, donc en intégrant $\dot{z} = -\alpha z$ Or $\dot{z} = 0$ alors $-\alpha z = 0 \Leftrightarrow z = 0$ car $\alpha \neq 0$

Donc $z = 0$ et donc le mouvement se fait sur le plan (xOy)

De plus:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \omega\dot{y} - \alpha\dot{x} \\ \ddot{y} = -\omega\dot{x} - \alpha\dot{y} \end{cases}$$