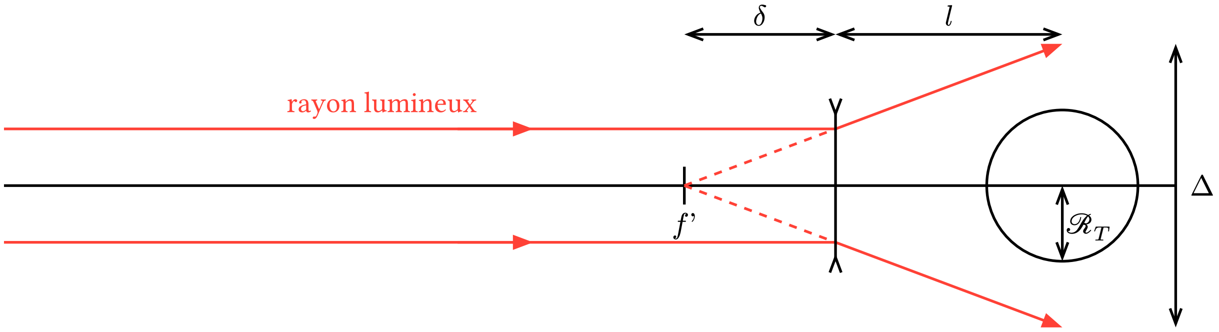
Gaspar Daguet

Physique : DM6

Installer un écran solaire dans l'espace

Partie I. A — Préliminaires

N=° 1.



Ici on cherche δ pour le quel $\mathscr{R}_T = \mu\Delta$, de plus par le théorme de Thalès on a $\frac{\delta}{l} = 2\frac{\mathscr{R}_T}{\Delta}$ avec ici $2\mathscr{R}_T$ la longueur de la lentille.

Ainsi la distance focale de la lentille est : $\delta = 2l\mu = 2 \times 0,018 \times 1,5 \cdot 10^9 = 54 \cdot 10^3 km$

N=° 2.

Tout d'abord les symétries et les invariances du champ $\vec{\mathscr{G}}$, nous permettent de déduire que le champ $\vec{\mathscr{G}}$ est radial.

Pour $r > \mathscr{R}_T$, le théorème de Gauss sur une sphère de rayon r, nous donne :

$$-4\pi GM = \oiint_{\mathscr{S}} \vec{\mathscr{G}}(r) \cdot \overrightarrow{dS} = \mathscr{G}(r)4\pi r^2$$

Ainsi on a :

$$\vec{\mathscr{G}}(r) = -G\frac{M}{r^2}\vec{u_r}$$

De plus comme $\vec{\mathscr{G}} = -\frac{\partial V}{\partial t}\vec{u_r}$, donc $V = G\frac{M}{r}$

N=° 3.

Par la 3ième loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Or $T = \frac{2\pi}{\omega}$, d'où :

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

Partie I.B — Les points de Lagrange

N=° 4.

Si l'on ne considère que les champs de gravité de la terre et du soleil, alors

$$\vec{\mathscr{G}} = \vec{\mathscr{G}}_T(r_t) + \vec{\mathscr{G}}_S(r_s) = 0$$

avec r_t et r_s les rayons des orbites depuis la terre et le soleil.
Or :

$$r_s = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$r_t = \sqrt{(D - x)^2 + y^2}$$

Ainsi :

$$\vec{\mathscr{G}}_T(r_t) = -\frac{G(aM)}{r_t^2}\vec{u_r} = -G\frac{aM}{(D-x)^2 + y^2}\vec{u_r}$$
$$\vec{\mathscr{G}}_S(r_s) = -G\frac{(1-a)M}{r_s^2}\vec{u_r} = -G\frac{(1-a)M}{x^2 + y^2}\vec{u_r}$$

Donc :

$$\vec{\mathscr{G}} = -GM\left(\frac{a}{(D-x)^2 + y^2} + \frac{(1-a)}{x^2 + y^2}\right)\vec{u_r} = 0$$