Def : Pour un corps $\mathbb{K}$ commutatif où l'exponentiation est définis et pour $\mathbb{L}$ un sous corps de $\mathbb{K}$, on définis pour n in $\mathbb{N}$:

$$(\mathbb{K}, \mathbb{L})_n[X] = \left\{ \sum_{k=0}^{n} \alpha_k X^{\beta_k}, \forall i > n, \alpha_i = 0, (\alpha_n) \in \mathbb{K}^{\mathbb{N}}, (\beta_n) \in \mathbb{L}^{\mathbb{N}} \right\}$$

Def : Pour $P, Q \in (\mathbb{K}, \mathbb{L})_n[X]$, avec $P = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i X^{\beta_i}$ et $Q = \sum_{i=0}^{n} a_i X^{\beta_i}$

- Si $\mathbb{L}$ possède un ordre totale, alors on appelle $\deg P = \max\limits_{k \in \mathbb{N}} \{\beta_k, \alpha_k \neq 0\}$
- on appelle magnitude, et note mag$P$ = $\operatorname*{card}\limits_{k \in \mathbb{K}} \{\alpha_k, \alpha_k \neq 0\}$
- $P = Q$ ssi $\{(\alpha_n, \beta_n), n \in \mathbb{N}\} = \{(a_n, \beta_n), n \in \mathbb{N}\}$
- $\forall \lambda \in \mathbb{L}, \lambda P = \sum_n \lambda \alpha_n X^{\beta_n}$
- $((\mathbb{K}, \mathbb{L}), +, *)$ est un anneaux sans diviseur de zéro

Def : On dit qu'un polynôme $P \in (\mathbb{K}, \mathbb{L})_n[X]$, de magnitude m, est condensé ssi $\forall i \in [\![0; m]\!], \alpha_i \neq 0$

Théorème 1 : Pour tout polynôme $P = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i X^{\beta_i}$ de magnitude m, il existe un unique polynôme condensé $\tilde{P}$, tel que $P = \tilde{P}$

Preuve :
Soit $\varphi \in \mathfrak{S}$ tq $\forall i \in [\![0; m]\!], \alpha_{\varphi(i)} \neq 0$,
Posons $\tilde{P} = \sum_{i=0}^{n} \alpha_{\varphi(i)} X^{\beta_{\varphi(i)}}$
Alors nous avons bien $\{(\alpha_n, \beta_n), n \in \mathbb{N}\} = \left\{ \left(\alpha_{\varphi(i)}, \beta_{\varphi(i)} \right), i \in \mathbb{N} \right\}$ car un ensemble est invariant par permutation, donc $P = \tilde{P}$
De plus $\tilde{P}$ est bien condensé par définition de φ **Q.E.D.**

Def : On définis la dérivé d'un polynôme $P \in (\mathbb{K}, \mathbb{L})_n[X]$ par :

$$P' = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i \beta_i X^{\beta_i - 1}$$

Prop : Soit $P, Q \in (\mathbb{K}, \mathbb{L})_n[X]$, alors pour $k \in [\![0, n]\!]$:

- $\deg P' = \deg P - 1$
- $\deg PQ = \deg P + \deg Q$
- $\deg P \circ Q = \deg P \times \deg Q$
- $\forall \lambda \in \mathbb{K}, \deg \lambda P = \deg P$
- $\deg(P + Q) = \max(\deg P, \deg Q)$
- magP' = mag$P - \text{card}\{\beta_k = 0\} + \text{card}(\{\alpha_k = 0\} \cap \{\beta_k = 0\})$, de plus si P est condensé : magP' = mag$P - \operatorname*{card}\limits_{i \in [\![0, \text{mag}P]\!]} \{\beta_i = 0\}$
- mag$P + Q$ = mag$P$ + mag$Q - \text{card}\{\beta_i = b_i, i \in [\![0; n]\!]\}$
- mag$PQ = \min(\text{mag}P, \text{mag}Q)$
- $\forall \lambda \in \mathbb{K}$, mag$\lambda P$ = mag$P$
- mag$P \circ Q = ?$

pour $k \in \mathbb{N}^*$ et $n \in [\![kp ; (k+1)p]\!]$

$$F_n^{(p)} = \sum_{i_1=1}^{n-kp} \sum_{i_2=1}^{i_1} \cdots \sum_{i_k=1}^{i_{k-1}} 1 + F_{kp}^{(p)}$$