Def : Pour un corps $\mathbb{K}$ commutatif où l'exponentiation est définis et pour $\mathbb{L}$ un sous corps de $\mathbb{K}$, on définis pour n in $\mathbb{N}$:

$$(\mathbb{K}, \mathbb{L})_n[X] = \left\{ \sum_{k=0}^{n} \alpha_k X^{\beta_k}, \forall i > n, \alpha_i = 0, (\alpha_n) \in \mathbb{K}^{\mathbb{N}}, (\beta_n) \in \mathbb{L}^{\mathbb{N}} \right\}$$

Def : Pour $P, Q \in (\mathbb{K}, \mathbb{L})_n[X]$, avec $P = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i X^{\beta_i}$ et $Q = \sum_{i=0}^{n} a_i X^{\beta_i}$

- Si $\mathbb{L}$ possède un ordre totale, alors on appelle deg $P = \max_{k \in \mathbb{N}} \{\beta_k, \alpha_k \neq 0\}$
- on appelle magnitude, et note mag$P$ = $\underset{k \in \mathbb{K}}{\operatorname{card}} \{\alpha_k, \alpha_k \neq 0\}$
- $P = Q$ ssi $\{(\alpha_n, \beta_n), n \in \mathbb{N}\} = \{(a_n, \beta_n), n \in \mathbb{N}\}$
- $\forall \lambda \in \mathbb{L}, \lambda P = \sum_n \lambda \alpha_n X^{\beta_n}$
- $PQ = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i Q^n$
- $((\mathbb{K}, \mathbb{L}), +, *)$ est un anneaux sans diviseur de zéro

Def : On dit qu'un polynôme $P \in (\mathbb{K}, \mathbb{L})_n[X]$, de magnitude m, est condensé ssi $\forall i \in [\![0; m]\!], \alpha_i \neq 0$

Théorème 1 : Pour tout polynôme $P = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i X^{\beta_i}$ de magnitude m, il existe un unique polynôme condensé $\tilde{P}$, tel que $P = \tilde{P}$

Preuve :
Soit $\varphi \in \mathfrak{S}$ tq $\forall i \in [\![0; m]\!], \alpha_{\varphi(i)} \neq 0$,
Posons $\tilde{P} = \sum_{i=0}^{n} \alpha_{\varphi(i)} X^{\beta_{\varphi(i)}}$
Alors nous avons bien $\{(\alpha_n, \beta_n), n \in \mathbb{N}\} = \left\{ \left(\alpha_{\varphi(i)}, \beta_{\varphi(i)} \right), i \in \mathbb{N} \right\}$ car un ensemble est invariant par permutation, donc $P = \tilde{P}$
De plus $\tilde{P}$ est bien condensé par définition de φ **Q.E.D.**

Def : On définis la dérivé d'un polynôme $P \in (\mathbb{K}, \mathbb{L})_n[X]$ par :

$$P' = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i \beta_i X^{\beta_i - 1}$$

Prop :