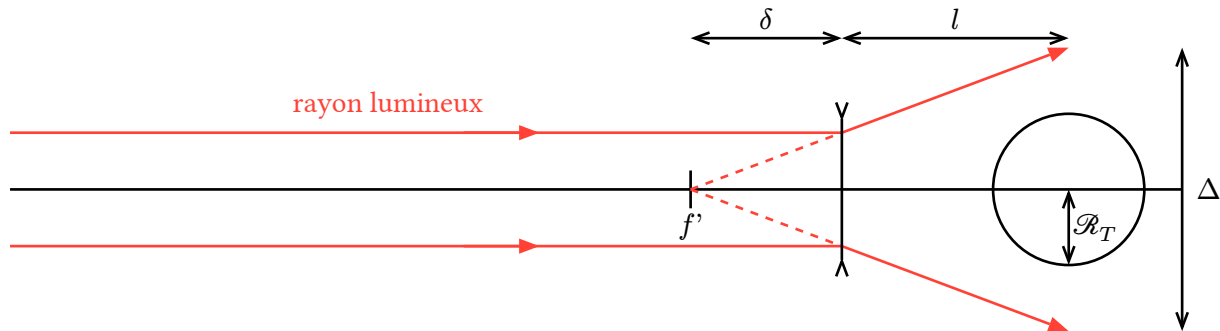


## Physique : DM6

### Installer un écran solaire dans l'espace

#### A – Préliminaires



Ici on cherche  $\delta$  pour le quel  $R_T = \mu\Delta$ , de plus par le théorème de Thalès on a  $\frac{\delta}{l} = 2\frac{R_T}{\Delta}$  avec ici  $2R_T$  la longueur de la lentille.

Ainsi la distance focale de la lentille est :  $\delta = 2l\mu = 2 \times 0,018 \times 1,5 \cdot 10^9 = 54 \cdot 10^3 km$

Tout d'abord les symétries et les invariances du champ  $\vec{\mathcal{E}}$ , nous permettent de déduire que le champ  $\vec{\mathcal{E}}$  est radial.

Pour  $r > R_T$ , le théorème de Gauss sur une sphère de rayon  $r$ , nous donne :

$$-4\pi GM = \oiint_s \vec{\mathcal{E}}(r) \cdot d\vec{S} = \mathcal{E}(r)4\pi r^2$$

Ainsi on a :

$$\vec{\mathcal{E}}(r) = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r$$

De plus comme  $\vec{\mathcal{E}} = -\frac{\partial V}{\partial t}\vec{u}_r$ , donc  $V = G\frac{M}{r}$

Par la 3<sup>ième</sup> loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Or  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , d'où :

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$$

#### Partie I.B – Les points de Lagrange

**A.F.L.**

Pour vérifier que l'équation (I.1) est symétrique par rapport à l'axe  $(Ax)$ , on remplace  $y$  par  $-y$ , ainsi :

$$\begin{cases} -\frac{a(x-(1-a)D)}{((x-(1-a)D)^2+(-y)^2)^{3/2}} - \frac{(1-a)(x+aD)}{((x+aD)^2+(-y)^2)^{3/2}} + \frac{x}{D^3} = 0 \\ -\frac{a(-y)}{((x-(1-a)D)^2+(-y)^2)^{3/2}} - \frac{(1-a)(-y)}{((x+aD)^2+(-y)^2)^{3/2}} + \frac{-y}{D^3} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -\frac{a(x-(1-a)D)}{((x-(1-a)D)^2+y^2)^{3/2}} - \frac{(1-a)(x+aD)}{((x+aD)^2+y^2)^{3/2}} + \frac{x}{D^3} = 0 \\ -\frac{ay}{((x-(1-a)D)^2+y^2)^{3/2}} - \frac{(1-a)y}{((x+aD)^2+y^2)^{3/2}} + \frac{y}{D^3} = 0 \end{cases}$$

## Partie I.C – Dynamique des flyers au voisinage de $L_1$

### Partie I.C 1) – Position de $L_1$

AN:

$$a = \frac{M_T}{M} = \frac{6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 10^{30} + 6 \cdot 10^{24}} \approx 3 \cdot 10^{-6}$$

De plus pour  $a = 0$  :

$$0 = \frac{1}{(D-\varepsilon)^2} - \frac{1}{D^2} + \frac{\varepsilon}{D^3} = \frac{D^3 - (D-\varepsilon)^3}{D^3(D-\varepsilon)^2}$$

$$\text{Donc } \cancel{D^3} - \cancel{D^3} + 3D^2\varepsilon - 3\varepsilon^2D + \varepsilon^3 = \underbrace{\varepsilon(\varepsilon^2 - 3D\varepsilon + 3D^2)}_{\Delta = -3D^2 < 0} = 0$$

Donc  $\varepsilon = 0$ , ainsi la terre et  $L_1$  sont confondus, donc on ne peut pas prendre  $a = 0$

Pour  $\varepsilon \ll D$ , alors

$$\frac{1-a}{D^2(1-\frac{\varepsilon}{D})^2} - \frac{a}{\varepsilon^2} - \frac{1-a}{D^2} + \underbrace{\left(\frac{\varepsilon}{D^3}\right)}_{=0, \text{ car } \varepsilon \ll D} = 0$$

$$\frac{1-a}{D^2} \left( \cancel{1} + \frac{2\varepsilon}{D} \right) - \frac{\cancel{1-a}}{D^2} = \frac{a}{\varepsilon^2}$$

$$2\varepsilon \frac{1-a}{D^3} = \frac{a}{\varepsilon^2}$$

$$\frac{\varepsilon^3}{D^3} = \frac{a}{2(1-a)}$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \sqrt[3]{\frac{a}{2(1-a)}} \approx \sqrt[3]{\frac{a}{2}}$$

$$\text{car } a \ll 1$$

$$\text{AN: } \frac{\varepsilon}{D} \approx \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 10^{-6}}{2}} \approx 1.1 \cdot 10^{-2}$$

On peut lire sur la figure 2 que  $\frac{\epsilon}{D} \approx 1 \cdot 10^{-2}$   
 Ce qui est très proche de la valeur calculée précédemment

## Partie I.C 2) – Dynamique des flyers au voisinage de $L_1$

$$\underbrace{\frac{d^2u}{d\tau^2}}_{\substack{\text{viens de} \\ \text{la seconde loi de Newton}}} = \underbrace{4\pi \frac{dv}{d\tau}}_{\substack{\text{dû à} \\ \text{la force centrifuge}}} + \underbrace{\pi^2 \left( 1 + \frac{2a}{\epsilon^2} + \frac{2(1-a)}{(1-\epsilon)^3} \right)}_{\substack{\text{dû à} \\ \text{l'influence gravitationnelle} \\ \text{des autres astres}}} u$$

Posons  $\beta = 4\pi^2 \left( \frac{a}{\epsilon^3} + \frac{1-a}{(1-\epsilon)^3} \right)$ , ainsi

$$\frac{d^2w}{d\tau^2} + \beta w = 0$$

On reconais une équation différentielle du second ordre homogène, dont le polynome caractéristique  $X^2 + \beta = 0$ , a pour racine:  $\pm i\sqrt{\beta}$ .

Ainsi le mouvement du flyer suivant  $z$  est périodique, de pulsation  $\omega_0 = \sqrt{\beta}$

Le système (I.3) devient :

$$\begin{cases} \frac{du_p}{d\tau} = 4\pi v_p + 4\pi^2 A u \\ \frac{dv_p}{d\tau} = -4\pi u_p + 4\pi^2 B v \\ \frac{dw_p}{d\tau} = -4\pi^2 C w \end{cases}$$

**A.F.L.**