Gaspar Daguet

Physique : DM1

Un modèle simplifié de génératrice linéaire : le rail de Laplace

Partie I. Présentation du système

N=° 1.

Par la règle de la main droite, on a que le champs magnétique va renforcer la force déjà présente mais celle-ci va être de plus en plus petite, donc notre tige métalique devrais accélérer de plus en plus jusqu'à atteindre une vitesse maximal.

N=° 2.

On a :

$$F_l = i\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B} = i\begin{vmatrix} 0 \\ l \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ B_e \end{vmatrix} = ilB_e$$

N=° 3.

L.A.F.

Partie II. Étude temporelle

N=° 4.

Calculons d'abord le flux magnétique :

$$\Phi = \iint \vec{B}\overrightarrow{dS} \text{ Or comme } \overrightarrow{dS} = dS\vec{u_z} \text{ et } \vec{B} = B\vec{u_z}$$
$$= \iint BdS = B \iint dS = BLx$$

Ainsi :

$$\underline{e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -BL\dot{x}}$$

N=° 5.

Par la loi des mailles : $e = Ri$ (i)

N=° 6.

Par la seconde lois de Newton : $\ddot{x} = \sum \frac{F_{\text{ext}}}{m} = \frac{F_l}{m} + \frac{F}{m} = i\frac{LB}{m} + \frac{F}{m}$ (ii)

N=° 7.

Par (i), $i = -\frac{BL}{R}\dot{x}$
en réinjectant dans (ii)

$$\underline{\ddot{x} + \frac{B^2L^2}{mR}\dot{x} = \frac{F}{m} \quad (iii)}$$

N=° 8.

Par (iii), on sait que $[\ddot{x}] = \left[\frac{B^2L^2}{mR}\dot{x}\right]$
D'où

$$\left[\frac{mR}{B^2L^2}\right] = \left[\frac{\dot{x}}{\ddot{x}}\right] = m \cdot s^{-2} \cdot m^{-1} \cdot s = s^{-1}$$

Donc $\left[\frac{mR}{B^2L^2}\right] = s^{-1}$

N=° 9.

En résolvant (iii), on trouve : On poseras $\tau = \frac{mR}{B^2L^2}$

$$\dot{x} = Ke^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{FR}{B^2L^2}$$

Or on sait que pour $t = 0, \dot{x} = 0$, d'où $K = -\frac{FR}{B^2L^2}$ D'où :

$$\dot{x}(t) = \frac{FR}{B^2L^2}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$