

1 Privire de ansamblu

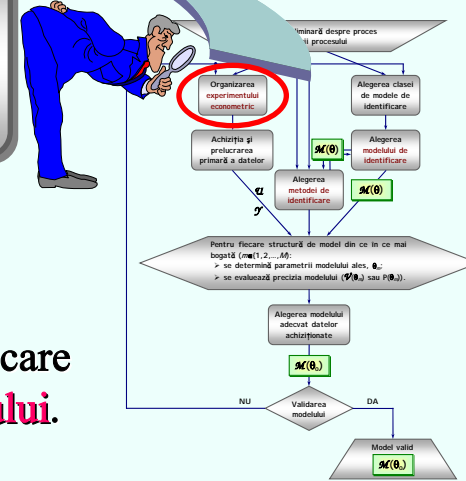
Experiment de identificare (continuare)

Etapele unui experiment econometric

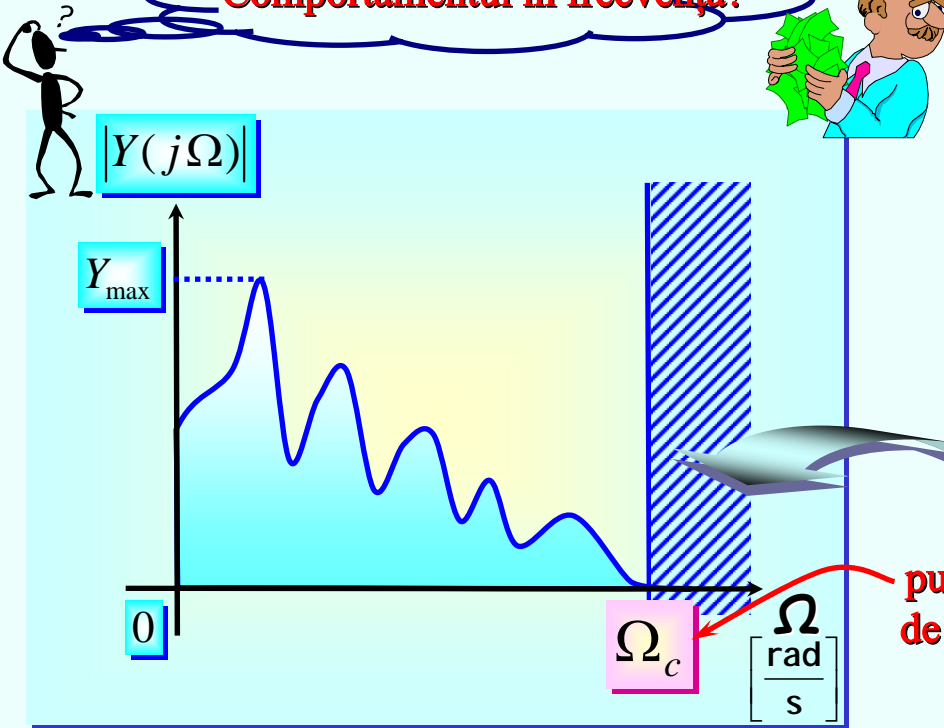
➔ Alegerea soluției de eșantionare.

- Perioada/Frecvența de eșantionare trebuie aleasă astfel încât informația transportată de datele rezultate **să exprime cât mai bine caracteristicile entității care le-a generat** (în speță, ale procesului).
- O indicație referitoare la perioada/frecvența de eșantionare limită cu care se poate opera este oferită de **comportamentul în frecvență al procesului**.

Organizarea experimentului econometric



Comportamentul în frecvență?



Termen care se referă la **Transformata Fourier (TF)** a datelor de ieșire.

funcție complexă care va fi definită mai târziu

Spectrul procesului

Modulul TF a ieșirii

- Majoritatea covârșitoare a proceselor uzuale sunt **de bandă limitată**.

$$F_c = \frac{\Omega_c}{2\pi}$$

cut
frecvență de tăiere

① Privire de ansamblu

Experiment de identificare (continuare)

Etapele unui experiment econometric

➔ Alegerea soluției de eșantionare.

Organizarea
experimentului
econometric

Ce legătură există între comportamentul în frecvență al unui proces și perioada/frecvența de eșantionare?

Legătura este relevantă de o serie de rezultate matematice numite **Teoreme de eșantionare**.

1908

☞ Primul rezultat de eșantionare-interpolare: **C. J. de la Vallée-Poussin**

1933

☞ Teorema de eșantionare a lui **V. A. Kotel'nikov**

1940

☞ Teorema de eșantionare a lui **C. E. Shannon**

Așadar

Dacă frecvența de tăiere a procesului este cunoscută, frecvența de eșantionare trebuie stabilită la o valoare **de cel puțin 2 ori mai mare**.

☞ Nerespectarea acestei reguli antrenează fie pierderea, fie distorsionarea informației din cauza fenomenului de **aliere în frecvență**.

aliasing

Teorema (Regula) de Eșantionare (Kotel'nikov-Shannon-Nyquist)

Frecvența de eșantionare minimă este egală cu dublul frecvenței de tăiere:

$$F_s = \frac{1}{T_s} \geq F_{NYQ} = 2F_c = \frac{\Omega_c}{\pi}$$

Frecvența critică a lui Nyquist

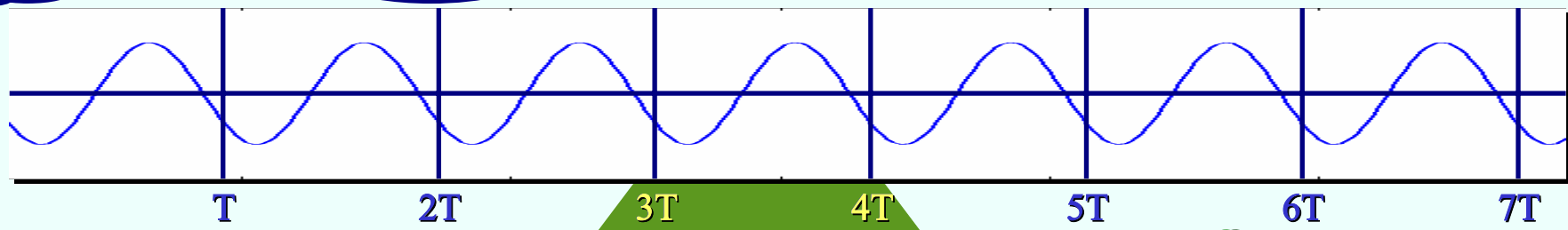
1 Privire de ansamblu



Cum poate fi eșantionată o armonică elementară fără a pierde informație?

Cazul $\frac{T_s}{T} \in \mathbb{Q}$

Cazul irațional este neinteresant practic.

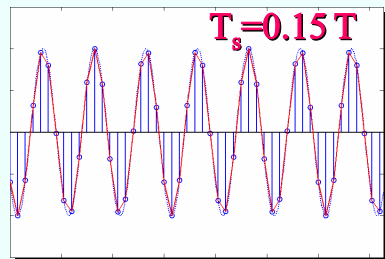
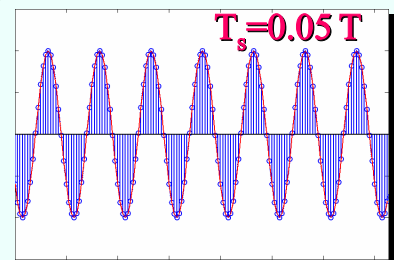
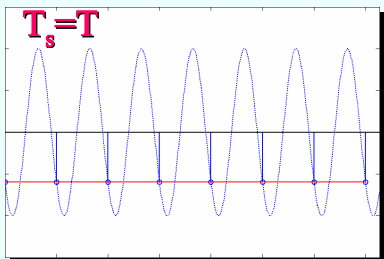
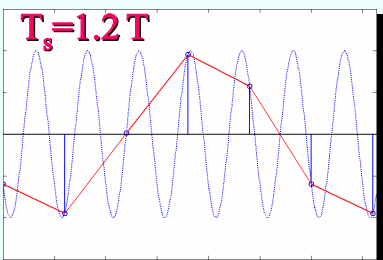


3 cazuri de bază

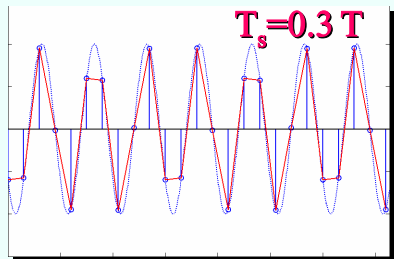
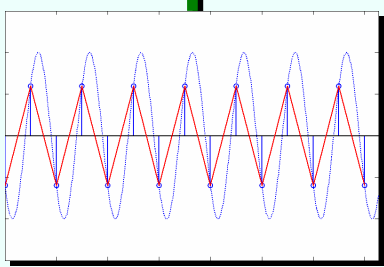
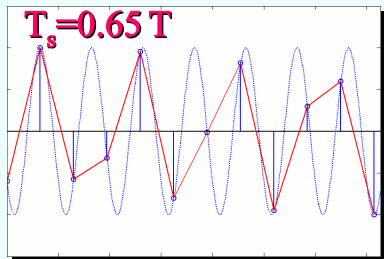
$T_s > \frac{T}{2}$

$T_s < \frac{T}{2}$

$T_s = \frac{T}{2}$



Semnalul eșantionat este întotdeauna periodic.



Perioada?
Exercițiu

1 Privire de ansamblu

Experiment de identificare (continuare)

Etapele unui experiment econometric

→ Alegerea soluției de eșantionare.

Aliere în frecvență?



Fenomen prin care datele achiziționate sunt **perturbate** (**distorsionate**) de către un **zgomot de eșantionare de frecvență înaltă** cu atât mai important cu cât frecvența de eșantionare este mai mică decât frecvența critică.

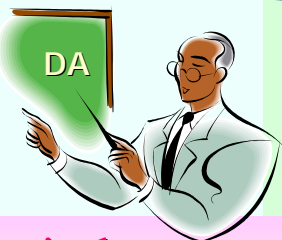
- Alierea în frecvență **poate fi evitată** dacă utilizatorul dispune de informația preliminară necesară pentru **evaluarea (fie și grosieră) a frecvenței de tăiere a procesului**.



⊗ În general, această informație este **inaccesibilă** fără a supune procesul la o serie de teste suplimentare, înainte de a declanșa achiziția datelor în vederea identificării.

Se poate evita această complicație?

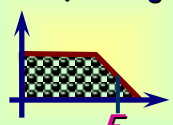
O schemă de filtrare primară analogică



Proces continuu
 \mathcal{P}

$y(t)$

FTJ (analogic)

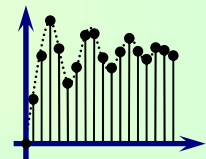
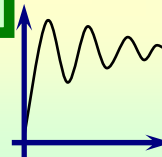
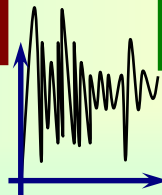


$y_f(t)$

Eșantionor

$$F_s = 2F_c$$

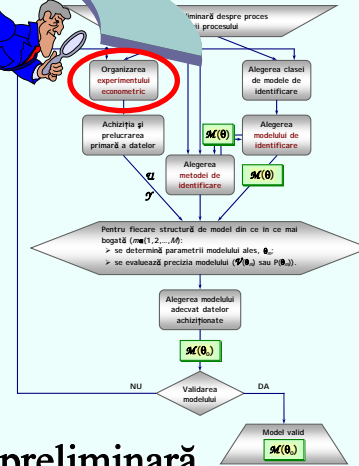
$y[n] = y_f(n/F_s)$



👉 Cu pierdere eventuală a informației de frecvență înaltă.

☺ În acest fel, frecvența de eșantionare este **forțată** la o anumită valoare.

Organizarea
experimentului
econometric



1 Privire de ansamblu

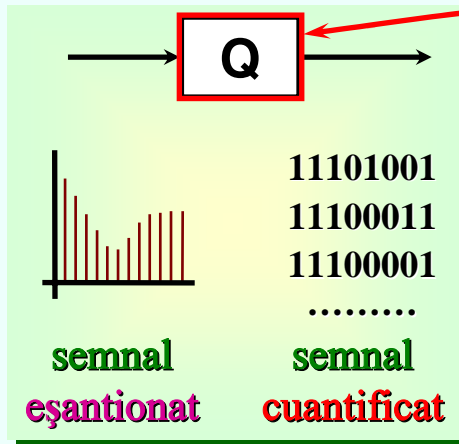
Experiment de identificare (continuare)

Etapele unui experiment econometric

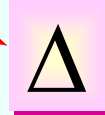
➔ Alegerea soluției de eşantionare.

- Datele pot fi distorsionate și prin operația de cuantificare.

reprezentarea valorilor numerice cu ajutorul unui număr finit de biți, fiecărui bit revenindu-i o anumită cuantă a plajei de valori acoperite de setul de date



Cuantificator



👉 Valoarea nulă este reprezentată de întregul interval $(-\Delta/2, +\Delta/2)$.

Exemplu

Plaja de valori: $[-5, +7]$.

Numărul de biți de reprezentare: 12.

(1 bit de semn)

$$\Delta = \frac{12}{2^{11} - 1} \approx 0.0059$$

numărul de cuante

Zgomot mic de cuantificare.

Neuniform

- Utilizat pentru a ridica precizia de reprezentare în anumite intervale.

👉 Poate fi scump.

Număr **MARE** de biți.

Uniform

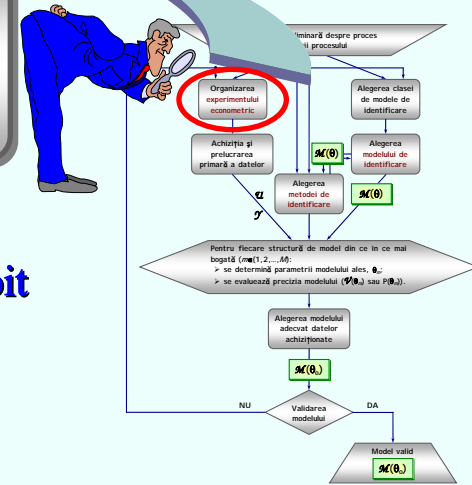
👉 Cel mai utilizat în aplicații.

$(-0.00885, -0.00295]$	-1
$(-0.00295, +0.00295)$	0
$[+0.00295, +0.00885)$	+1
$[+0.00885, +0.01475)$	+2

.....

34

Organizarea experimentului econometric



① Privire de ansamblu

Experiment de identificare (continuare)

Etapele unui experiment econometric

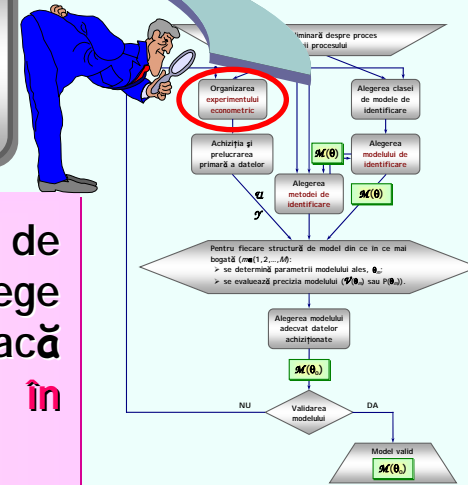
➔ Alegerea semnalelor de stimul.

Principiul general de alegere a intrărilor

a. Dacă există informații preliminare despre clasele de semnale de stimul acceptate de către proces, fie se alege **semnalul cu plaja de frecvențe cea mai bogată**, fie, dacă nu se poate altfel, se alege **semnalul utilizat în exploatarea efectivă a procesului**.

b. Dacă informațiile despre intrările admisibile ale procesului lipsesc, atunci se încearcă stimularea acestuia cu **semnale cât mai „persistente”**.

Organizarea experimentului econometric



Proprietate care se referă la capacitatea unui semnal de stimul de a conduce la determinarea unui număr dorit de valori ale secvenței pondere pentru un sistem liniar sau, echivalent, de a stimula sistemul (procesul) pe un număr dorit de frecvențe.

➔ Alegerea și amplasarea senzorilor.

- Este de dorit ca senzorii să aibă caracteristici care să afecteze cât mai puțin datele măsurate: **lege de conversie cât mai liniară**, **masă cât mai mică**, **viteză de comutație cât mai mare**, etc.

👉 Cea mai importantă caracteristică.

- Adesea, se acceptă alegerea unor senzori cu caracteristici **doar local liniare**, în jurul unor valori precizate, pentru a **minimiza costurile**.

① Privire de ansamblu

Experiment de identificare (continuare)

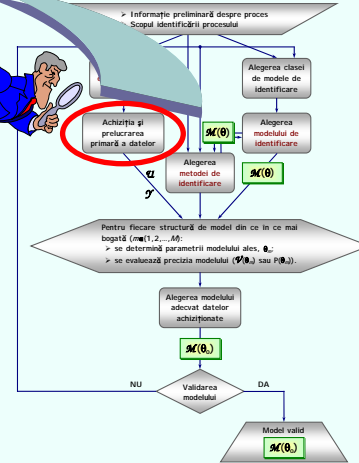
Achiziție de date

Operație de inițiere a unui experiment econometric în vederea colectării datelor.

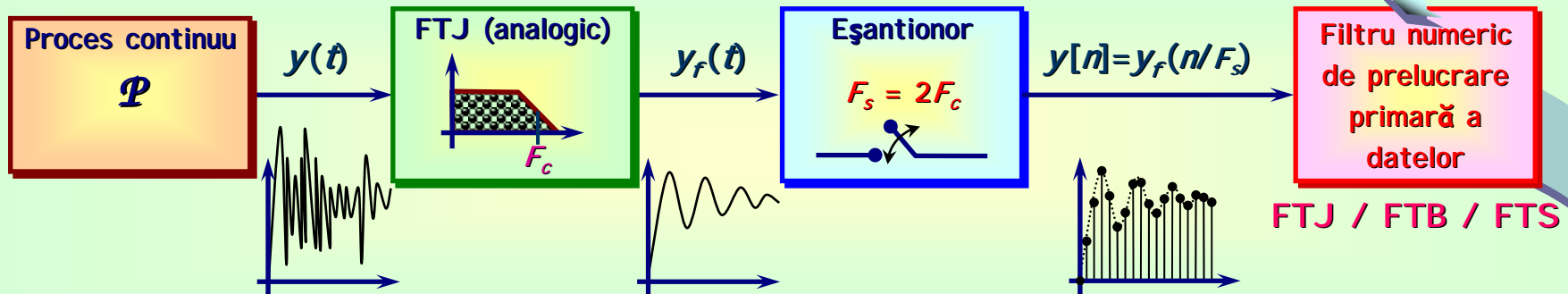
Achiziția și prelucrarea primară a datelor

- Industria oferă soluții integrate sub forma unor **plăci de achiziție** direct conectabile la un mijloc automat de calcul, **cu diferite performanțe și costuri.**

Sisteme hardware (în general de complexitate ridicată), care, pe lângă **Convertoare Analog-Numerice (CAN)**, **Convertoare Numeric-Analogice (CNA)**, **cuantificatoare**, etc., includ și o serie de **filtre auxiliare** (analogice și numerice) necesare **prelucrării primare a datelor.**



O schemă de filtrare primară analogică ...



Prelucrare primară a datelor

Operație de extragere a informației utile din date corupte de zgomot.

Problemă dificilă pentru SNR mic!

Date deparazitate

① Privire de ansamblu

Experiment de identificare (continuare)

Clasa uzuală de modele de identificare

ARMAX

Auto-Regresive, de Medie Alunecătoare, avînd control eXogen

- Alegerea unui tip de model particular din clasa precizată se realizează ținînd cont de două **proprietăți dezirabile**:



Precizie (acuratețe)

- apropiată de ecuațiile rezultate prin aplicarea legilor fizico-chimice care descriu funcționarea procesului (dacă aceste ecuații sunt disponibile)



Parsimonie (simplitate)

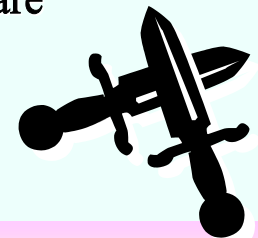
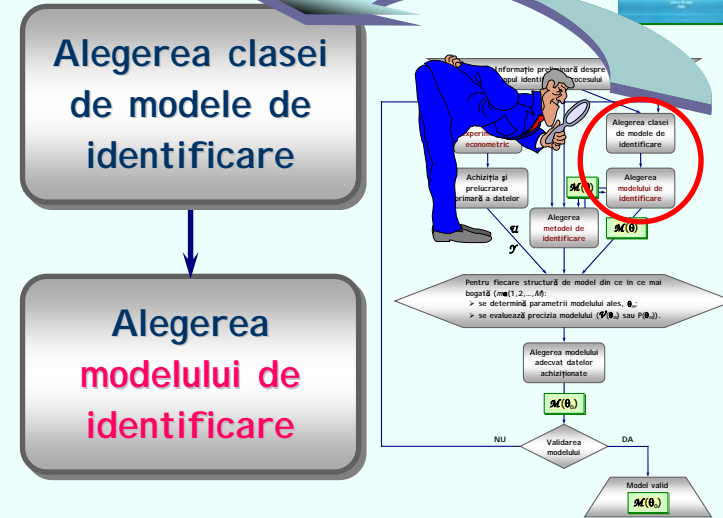
- cu un grad minim de complexitate algoritmică implicată de metodele necesare pentru determinarea sa

Principiul parsimoniei

☹ **Cele două proprietăți sunt opuse!**

Dintre toate modelele de identificare adecvate și valide, vor fi preferate cele care asigură un **compromis cît mai bun între precizie și parsimonie**.

👉 În IS, este **sacrificată** acuratețea modelului în favoarea implementabilității sale sau a metodei de identificare.



1 Privire de ansamblu

Experiment de identificare (continuare)

- Modelul matematic determină **metoda pentru determinarea parametrilor săi**, după cum metoda, prin complexitatea ei, poate forța alegerea unui **alt model matematic, mai ușor de determinat**.

Exemplu

Aplicație de comandă numerică

Model: **ARX**

Auto-Regresiv, cu control eXogen

Metodă: **MCMMP** sau **MVI**

Metoda Variabilelor Instrumentale
Metoda Celor Mai Mici Pătrate

- Modelul ARX **nu este** neapărat **cel mai potrivit pentru această aplicație**, dar metoda de identificare este **eficientă**.
- Modele** din clasa ARMAX **care corespund mai bine aplicației**:

OE

→ **Output Error** (eroare de ieșire)

FIFN

→ **Filtered Input Filtered Noise** (cu intrări și perturbații filtrate independent)

- Acestea se pot determina cu ajutorul **metodelor**:

MCMMP

→ **Metoda Celor Mai Mici Pătrate Extinsă**

MMEP

→ **Metoda Minimizării Erorii de Predicție**

MMEI

→ **Metoda Minimizării Erorii de Ieșire**

☹ Care au un grad de complexitate ridicat!

