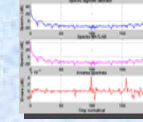
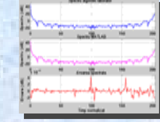


Sumar

- ✓ **Bibliografie**
- ✓ ❶ Notaţii şi convenţii
- ✓ ❷ Obiectivul lucrărilor de laborator
- ✓ ❸ Algoritmul lui Goertzel
- ✓ ❹ Algoritmul FFT bazat pe segmentarea semnalului în timp
- ☞ ❺ Algoritmul FFT bazat pe segmentarea semnalului în frecvenţă
- ❻ Date de intrare, prezentarea rezultatelor şi punctaje



❺ Algoritmul FFT bazat pe segmentarea în frecvență

❺.❶ Principiul segmentării în frecvență

$$X[k] \overset{def}{=} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] w_N^{nk}, \quad \forall k \in \overline{0, N-1}$$

Segment cu eșantioane de ordin *0-(M-1)*

Segment cu eșantioane de ordin *M-(2M-1)*

- Exprimare echivalentă a TFD, pentru $N = 2M$

$$X[k] = \sum_{m=0}^{M-1} x[m] w_{2M}^{mk} + \sum_{m=M}^{2M-1} x[m] w_{2M}^{mk} \qquad \forall k \in \overline{0, N-1}$$

$$X[k] = \sum_{m=0}^{M-1} x[m] w_{2M}^{mk} + \sum_{m=0}^{M-1} x[M+m] w_{2M}^{(M+m)k} \qquad \forall k \in \overline{0, N-1}$$

$$w_{2M}^{Mk} = w_2^k = (-1)^k$$

$$X[k] = \sum_{m=0}^{M-1} \left(x[m] + (-1)^k x[M+m] \right) w_{2M}^{mk} \qquad \forall k \in \overline{0, N-1}$$

☝ Calculul TFD_{2M} se poate efectua folosind 2 semnale cu suporturi de lungime *M*.

$$\begin{cases} g[m] \overset{def}{=} x[m] + x[M+m], & \text{pentru } k = \text{par} \\ h[m] \overset{def}{=} x[m] - x[M+m], & \text{pentru } k = \text{impar} \end{cases} \qquad \forall m \in \overline{0, M-1}$$

$$\begin{cases} X[2k] = \sum_{m=0}^{M-1} g[m] w_M^{mk} \\ X[2k+1] = \sum_{m=0}^{M-1} w_{2M}^{m} h[m] w_M^{mk} \end{cases} \qquad \forall k \in \overline{0, N-1}$$

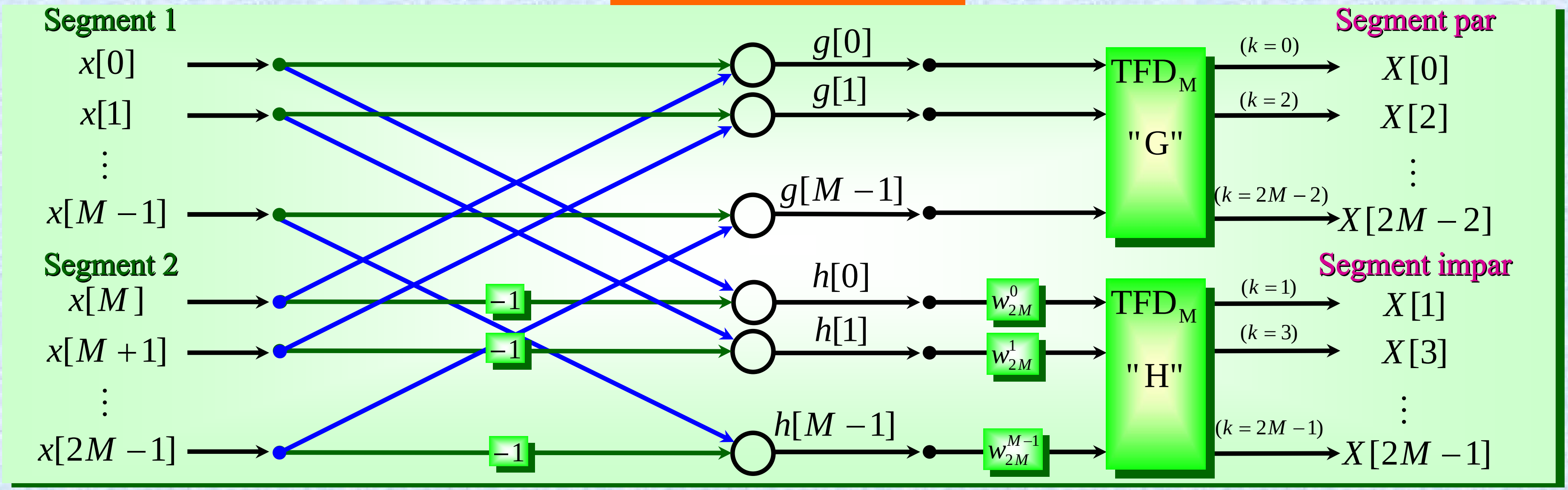
$$w_{\cancel{2}M}^{\cancel{2}mk} = w_M^{mk}$$

☝ În calculul TFD_{2M} se poate utiliza o pereche de TFD_M aplicate semnalelor g și $w_{2M}^{\bullet} h$.

❺ Algoritmul FFT bazat pe segmentarea în frecvenţă

❺.❶ Principul segmentării în frecvenţă

Schema de calcul



- Dacă $N = 4M$, semnalul poate fi partajat în 4 segmente (fiecare segment din perechea anterioară este împărţită într-o nouă pereche de segmente, mai scurte). Rezultă că TFD_{4M} poate fi evaluată cu ajutorul a 4 TFD_{M}.

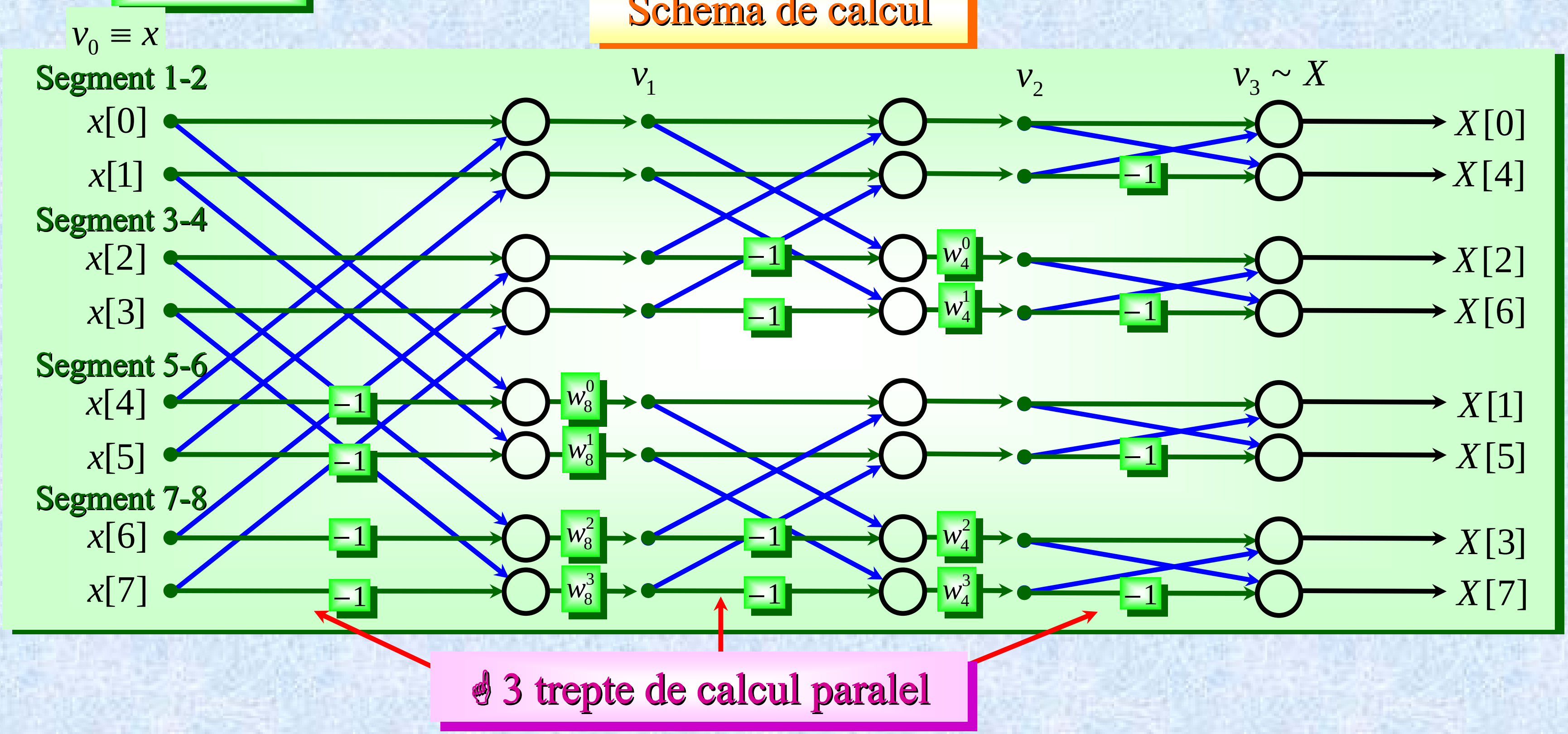
- În general, dacă $N = 2^L$, semnalul poate fi partajat în 2^{L-1} segmente (fiecare segment avînd doar 2 eşantioane). Rezultă că TFD_{N} poate fi evaluată cu ajutorul a (L-1) TFD_{2}.

❺ Algoritmul FFT bazat pe segmentarea în frecvenţă

❺.❶ Principul segmentării în frecvenţă

Exemplu $N = 8 = 2^3$

Schema de calcul



- Această schemă poate fi obţinută din cea aferentă Algoritmului FFT cu segmentarea semnalului în timp şi celulele elementare de calcul de tip "fluture" *(butterfly)*, aplicînd 2 operaţii: intrările se inversează cu ieşirile; toate arcele îşi schimbă sensurile.

Aranjarea semnalelor în vectorii v_0 şi v_3 este similară algoritmului precedent.

❺ Algoritmul FFT bazat pe segmentarea în frecvenţă

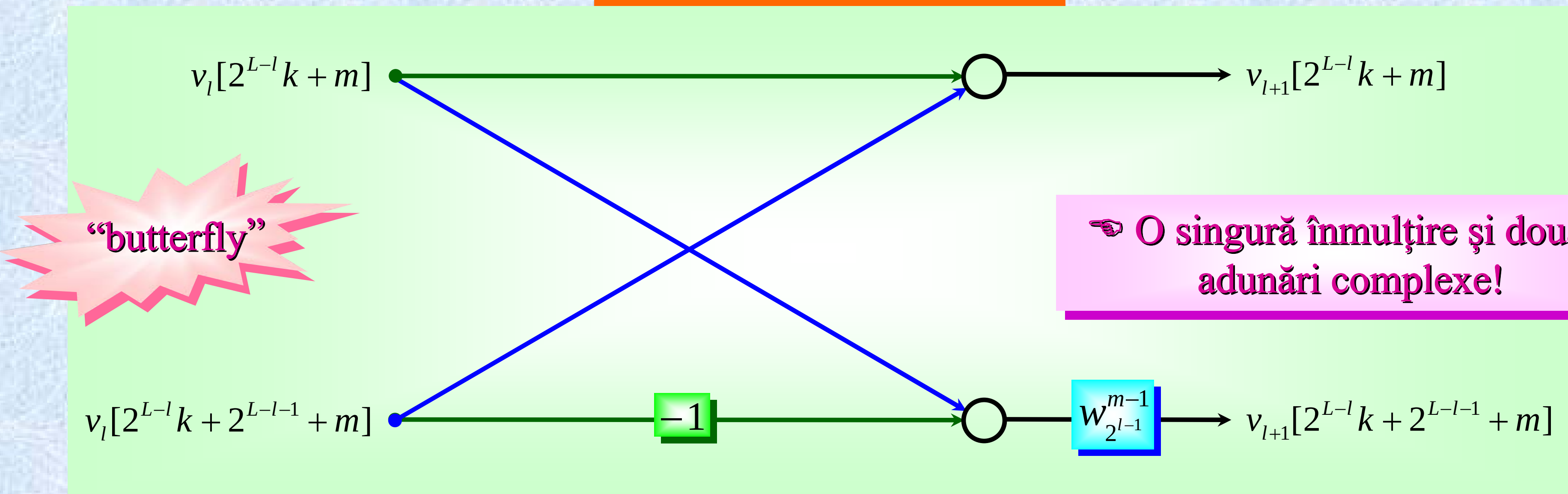
❺.❷ Varianta eficientă de calcul

- **Relaţiile de calcul între semnalele intermediare succesive:**

$$\begin{cases} v_{l+1}\left[2^{L-l}k+m\right]=v_l\left[2^{L-l}k+m\right]+v_l\left[2^{L-l}k+2^{L-l-1}+m\right] \\ v_{l+1}\left[2^{L-l}k+2^{L-l-1}+m\right]=w_{2^{l-1}}^{m-1}\left(v_l\left[2^{L-l}k+m\right]-v_l\left[2^{L-l}k+2^{L-l-1}+m\right]\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \forall l\in\overline{0,L-1} \\ \forall m\in\overline{1,2^{L-l-1}} \\ \forall k\in\overline{0,2^{l}-1} \end{cases}$$

Schema generică de calcul



☜ O singură înmulţire şi două adunări complexe!

Număr de operaţii

- **DFT :** $\mathcal{O}_0[N]=\left[4N^2\right]_{\bullet}+\left[2N(2N-1)\right]_{+}\sim 4N^2$
- **FFT-f :** $\mathcal{O}_2[N]=\left[2N\log_2 N\right]_{\bullet}+\left[2N\log_2 N\right]_{+}\sim 2N\log_2 N$ ☜ Acelaşi.

☝ Se recomandă totuşi implementarea bazată pe o funcţie auto-recursivă.