

$$5.1 \text{ (a). } S \rightarrow S_1 | S_2$$

$$S_1 \rightarrow T_1 C | T_2 C$$

$$C \rightarrow cC | \varepsilon$$

$$T_1 \rightarrow aT_1 b | aT_1 | a$$

$$T_2 \rightarrow aT_2 b | T_2 b | b$$

$$S_2 \rightarrow AT_3 | AT_4$$

$$A \rightarrow a | aA$$

$$T_3 \rightarrow bT_3 c | bT_3 | b$$

$$T_4 \rightarrow bT_4 c | T_4 c | c$$

$$(b). S \rightarrow O | E$$

$$O \rightarrow COC | a | b$$

$$C \rightarrow a | b$$

$$E \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow CAC | a$$

$$B \rightarrow CBC | b$$

110000

$$(c). S \rightarrow 001S | 00S1 | 0S01 | S001 | \\ 010S | 01S0 | 0S10 | S010 | \\ 100S | 10S0 | 1S00 | S100 | \varepsilon$$

$$5.3. (a). \text{ 设串的长度为 } n \quad S \rightarrow aS | Sb | a | b$$

当  $n=1$ ,  $L(G)=\{a, b\}$  当  $n=2$ ,  $L(G)=\{aa, bb, ab\}$

假设当  $n=k$  时, 不含  $ba$  这个子串, 已知当  $n=1$  时, 可表示为  $a^i b^{k-i}$   
把产生长度为  $k$  串时最后一步的  $S \rightarrow a$  改为  $S \rightarrow aS$  或  $S \rightarrow b$  改为  $S \rightarrow Sb$

则  $S \xrightarrow{*} a^i S b^{k-i}$  ( $i=0, 1, 2, 3, \dots, k$ )

$S \rightarrow aS \mid Sb \mid a \mid b$

$a^i S b^{k-i} \xrightarrow{S \rightarrow a} a^{i+1} b^{k-i}$

$a^i S b^{k-i} \xrightarrow{S \rightarrow b} a^i b^{k-i+1}$

不含  $ba$  子串

且  $a^i S b^{k-i} \xrightarrow{S \rightarrow aS \mid Sb} a^{i+1} S b^{k-i} \mid a^i S b^{k-i+1}$

$\therefore$  当长度为  $k$  的串不含  $ba$  时, 长度为  $k+1$  的子串也不含  $ba$

当长度为  $k$  的串可以替换为  $a^i S b^j$  ( $i+j=k$ ) 时,

长度为  $k+1$  的串也可以替换为  $a^i S b^j$  ( $i+j=k+1$ )

$n=1, 2$  时不含  $ba$  子串

$\therefore$  任何长度的  $L(G)$  都不含  $ba$  子串.

(b). 描述了任意个  $a$  在任意个  $b$  前的串的集合