第八章、

8-4、

若集合中有n个元素，每个元素有两种情况

①：被划到A中

②：被划到$\bar{A}$中(未被划到A中)

有2^n种情况，无法保证在多项式时间内求得解。

对于给出的一个解，很容易在$O(n)$时间内验证该解是否正确。　　已知子集和问题是一个NPC问题

下证子集和问题可归约到划分问题：

已知S_1是子集和问题的一个Yes实例，$S_1=\{x_1,x_2\cdots x_n\}$

$\exists I\subseteq S_1$，$\sum\limits_{x_i\in I}x_i=t$

取$m_1=2\sum\limits_{i=1}^{n}x_i$，$m_2=\sum\limits_{i=1}^{n}x_i+2t$

产生一个新的集合 $S=S_1\cup\{m_1\}\cup\{m_2\}$

对S作出以下划分：$A=\{m_1\}\cup I$

$$\bar{A}=S/A$$

A中所有元素之和：$2\sum\limits_{i=1}^{n}x_i+t$

$\bar{A}$中所有元素之和：$\sum\limits_{i=1}^{n}x_i+2t+(\sum\limits_{i=1}^{n}x_i-t)=2\sum\limits_{i=1}^{n}x_i+t$

$|A|=|\bar{A}|$

∴ S是划分问题的一个Yes实例。

反之，已知S是划分问题的一个Yes实例，存在一种划分A和$\bar{A}$

则 m_1、m_2分别各属于A或$\bar{A}$

假设 $m_1\subseteq A$，$m_2\subseteq\bar{A}$

$$2\sum_{i=1}^{n}x_i+\sum_{x_i\in I}x_i=\sum_{i=1}^{n}x_i+2t+(\sum_{i=1}^{n}x_i-\sum_{x_i\in I}x_i)$$

$$2\sum_{x_i\in I}x_i=2t$$

$$\sum_{x_i\in I}x_i=t$$

故S_1是子集合问题的一个Yes实例。

综上，划分问题是一个NPC问题