

P249. 1.

(1). 是格, 任意两元素有上确界和下确界

(2). 不是格, 如  $\{6, 8\}$  无上确界

(3). 不是格, 如  $\{7, 9\}$  无上确界

5. 11)  $a \leq a \oplus c$

$b \leq b \oplus d$

$a * b \leq (a \oplus c) * (b \oplus d)$

$c \leq a \oplus c$

$d \leq b \oplus d$

$c * d \leq (a \oplus c) * (b \oplus d)$

$(a * b) \oplus (c * d) \leq (a \oplus c) * (b \oplus d)$

9. 11)

元素 a b c d e f g h i

补元: i 无 f 无 无 c 无 无 a

(2) 不是每个元素都有补元, 不是补格

④ B1. 不是

~~$d \oplus (f * g) = d \oplus i$~~

$d * (f \oplus g) = d * b = d$

$(d * f) \oplus (d * g) = f \oplus b = f$

$d * (f \oplus g) \neq (d * f) \oplus (d * g)$



10. (1). 若  $x \neq 0$  或  $y \neq 0$

$\therefore 0$  为下界

$$\therefore 0 \leq x$$

$$\therefore \cancel{x \oplus y} \quad x \leq x \oplus y \text{ 且 } x \oplus y \neq 0$$

与且

$$x \leq x \oplus y = 0$$

$$0 \leq x (0 \text{ 为下界}) \Rightarrow x = 0$$

同理  $y = 0$

$$\therefore x \oplus y = 0 \Rightarrow x = 0 \wedge y = 0$$

(2).  $x * y = 1$

$$x \geq x * y = 1$$

$$1 \geq x (\text{上界为 } 1) \Rightarrow x = 1$$

同理  $y = 1$

$$\therefore x * y = 1 \Rightarrow x = 1 \wedge y = 1$$

11. 设  $1$  的补元为  $x$

$$\text{则 } 1 * x = 0$$

$$x \leq 1 (1 \text{ 为上界})$$

$$1 * x = x = 0$$

$$\therefore x = 0$$

$\therefore 0$  是  $1$  唯一的补元

设  $0$  的补元为  $y$

$$0 \oplus y = 1$$

$$0 \leq y$$

$\therefore 0 \oplus y = y = 1$  同理,  $1$  是  $0$  唯一的补元



12. 没有在  $a \in L$  以自己为补元

$$\therefore a * a = 0, a \oplus a = 1$$

$$\therefore a = 0 \wedge a = 1$$

只有  $a$  一个元素,  $14 = 1$

与  $11172$  矛盾

$\therefore$  不存在以自己为补元的元素

