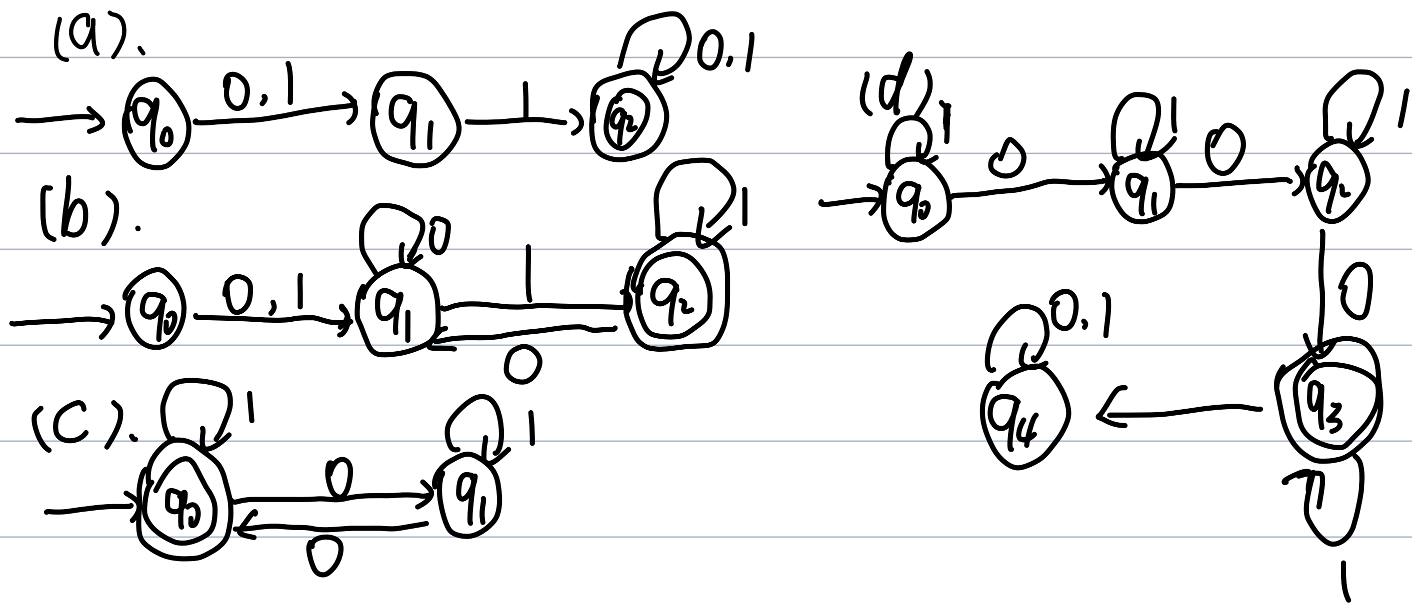
2.1



2.2：已知对任何输入符号a, $V(q,a)=q$

∴对单个符号a. $\hat{V}(q,a)=V(q,a)=q$

假设对输入串长度为k的任意字符串$\vec{x}$都满足

$\hat{V}(q,\vec{x})=q$，显然，当k=1时. 假设成立

则对任意长度为k+1的输入串$\vec{y}$都可表示为$\vec{x}a$

$$\hat{V}(q,\vec{y})=\hat{V}(q,\vec{x}a)=V(\hat{V}(q,\vec{x}),a)$$

$$=V(q,a)=q$$

∴对长度为k+1的输入串成立

∴对所有输入串W.都有$\hat{V}(q,W)=q$

2.3 .(a). 由定义易知:

对$\forall q$，$V(q,\varepsilon)=q$

∴当$n=0$时. $\hat{V}(q,a^0)=q$ 成立

当$n=1$时. $\hat{V}(q,a^1)=V(q,a)=q$ 成立

假设当$n=k$时，对任意q. $\hat{V}(q,\vec{a}^k)=q$

则当$n=k+1$时:

$\hat{V}(q, \vec{a}^{k+1}) = V(\hat{V}(q, \vec{a}^{k}), a)$

$\because \hat{V}(q, a^k) = q$

$\therefore V(\hat{V}(q, a^k), a)$

$= V(q, a) = q$

$\therefore$ 当 $n=k+1$ 时成立

$\because$ 当 $n=0, 1$ 时成立

$\therefore$ 对所有 $n \geq 0$，$\hat{V}(q, \vec{a}^n) = q$

(b). 由(a)可知，对 $\forall x \in \{a\}^*$

$\hat{V}(q, \vec{x}) = q$

对于DFA A，$\hat{V}(q_0, \vec{x}) = q_0$，$\vec{x} \in \{a\}^*$

则当 q_0 为接收状态

则 $\{a\}^* \subseteq L(A)$

当 q_0 不为接收状态

则 $\{a\}^* \cap L(A) = \emptyset$

2.4：语言 $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid 1$ 的个数为奇数个$\}$.

证明如下：

$\because V(A, 0) = A$，$V(B, 0) = B$

$\therefore$ 输入串中的0字符不会对状态发生改变

$\therefore$ 对任意输入串 w_1，$\exists w_2$，对于 $\forall q \in \{A, B\}$

$\hat{V}(q, \vec{w_1}) = \hat{V}(q, \vec{w_2})$

其中 $\vec{w_2}$ 为 $\vec{w_1}$ 去除所有输入字符0.

$\because V(A, 1) = B$，$V(B, 1) = A$

$\because \hat{V}(A, 11) = A, \quad \hat{V}(B, B) = B$

$\therefore$ 对任意输入串W，当其中含有奇数个1时，

W等价于去除掉其中所有0之后的输入串 W_1

$\hat{V}(q_0, \vec{W}) = \hat{V}(A, \vec{W}) = \hat{V}(A, \vec{W_1}) = V(\hat{V}(A, \underbrace{1111\cdots1}_{偶数个1}), 1)$

易知 $\hat{V}(A, \underbrace{111\cdots1}_{偶数个1})$

$= \hat{V}(\cdots\hat{V}(\hat{V}(A, 11), 11)\cdots\cdots 11)$

$= A$

$\because V(q_0, \vec{W})$ ($\vec{W}$中含奇数个1)

$= V(\hat{V}(A, \underbrace{1111\cdots1}_{偶数个1}), 1)$

$= V(A, 1)$

$= B$

$\therefore$ 奇数个1的输入串被接收

同理，当输入串中含偶数个1时

$\hat{V}(A, \vec{W}) = \hat{V}(A, \underbrace{11111\cdots1}_{偶数个1}) = A$，不被接收

$\therefore L = \{W \in \{0,1\}^* \mid W中含有奇数个1\}$

2.5

	0	1
$\to\{S\}$	$\{S\}$	$\{S, q\}$
$\{S, q\}$	$\{S, P\}$	$\{S, q, P\}$
$\{S, P\}$	$\{S\}$	$\{S, q, r\}$

即

	0	1
$\to q_0$	q_0	q_1
q_1	q_2	q_3
q_2	q_0	q_4

$\{s,q,p\}$	$\{s,p\}$	$\{s,q,p,r\}$	q_3	q_2	q_5
$*\{s,q,r\}$	$\{s,p\}$	$\{s,q,p,r\}$	$*q_4$	q_2	q_5
$*\{s,q,p,r\}$	$\{s,p\}$	$\{s,q,p,r\}$	$*q_5$	q_3	q_5

2.6 (a). q的ε—闭包: $\{q,r\}$

p的ε—闭包: $\{p\}$

r的ε—闭包: $\{q,r\}$

(b). 长度为0: ε, $v(q,\varepsilon)=\{q,r\}$, 接受

长度为1: b

长度为2: $\bar{v}(q,ba)=v(\{q,r\},a)=\{p\}$, 不接受

$\bar{v}(q,bb)=\{q,r\}$, 接受

$\bar{v}(q,bc)=\{p\}$ 不接受 , ba与bc相同

长度为3: $\hat{v}(q,baa)=\{q,r\}$ 接收

$\hat{v}(q,bab)=\{p\}$ 不接受

$\hat{v}(q,bac)=\{q,r\}$ 接受

$\hat{v}(q,bba)=\{p\}$ 不接受

$\hat{v}(q,bbb)=\{q,r\}$ ✓

$\hat{v}(q,bbc)=\{p\}$ 不接受

同理 bca 和 bcc 接收

∴ 接受的长度不大于3的串有:

ε, b, bb, baa, bac, bbb, bca, bcc

$\{xyz \mid x,y,z$中有2个a或2个c或$1a1c$或没有a和c, x, y, z可以取{a, b, c, ε}

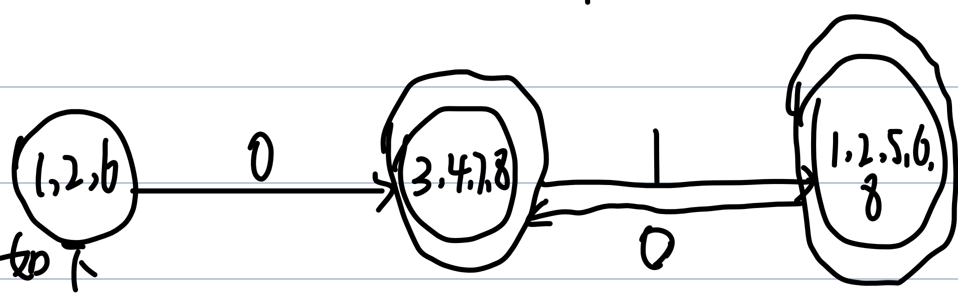
(c) 原NFA带空转移闭包:

	ECLOSE
→ q	{q, r}
p	{p}
r	{q, r}

DFA:	a	b	c
→* {q, r}	{p}	{q, r}	{p}
{p}	{q, r}	{p}	{q, r}

2.7. (a). {1, 2, 5, 6, 8}　　W(5) = {2, 8, 1, 6, 5}

(b)



画出图如下

接受以0开头且0、1不重复出现的串

(c)	0	1
→ {1, 2, 6}	{3, 4, 7, 8}	$\varnothing$
* {3, 4, 7, 8}	$\varnothing$	{1, 2, 5, 6, 8}
* {1, 2, 5, 6, 8}	{3, 4, 7, 8}	$\varnothing$