农药（DDT）作用下澳洲瓢虫与介壳虫的数量分析

1. 问题分析：

本问研究捕食者与被捕食者之间种群数量的相互作用的关系，主要分为以下两个问题。

问题一，针对自然条件下的捕食者与被捕食者之间的关系建立模型，这种情况下澳洲瓢虫与介壳虫的数量满足Lotka-Volterra模型。

问题二，在使用杀虫剂的情况下，引入杀虫剂变量，对问题一的模型进行修正，解释出现使用杀虫剂后介壳虫数量增加而澳洲瓢虫数量减少的原因。

1. 模型假设：

1、澳洲瓢虫与介壳虫的数量满足Lotka-Volterra模型。

2、澳洲瓢虫只以介壳虫为食。

3、澳洲瓢虫不以被农药杀死的介壳虫为食、

4、澳洲瓢虫，介壳虫染上农药后会立刻死亡。

5、澳洲瓢虫，介壳虫中不存在对农药有抗药性的个体。

6、假设忽略种群内部的密度制约关系。

7、假设当地气候稳定，昆虫数量符合自然增长分布。

三、名词解释和符号说明

|  |  |
| --- | --- |
| x(t) | 时刻t时介壳虫剩余数量 |
| y(t) | 时刻t时澳洲瓢虫剩余数量 |
| α | 被捕食者的自然增长率 |
| β | 瓢虫的自然死亡率 |
| b | 瓢虫的捕杀能力 |
| c | 被捕食者能够为捕食者供养的能力 |
| k | 微分方程解的任意常数 |
| Θ | 杀死的昆虫总数量比例Θ |
|  | 一个周期T内介壳虫种群数量的平均值 |
|  | 一个周期T内澳洲瓢虫种群数量的平均值 |

四、模型建立与求解

根据以上分析，我们分别用x(t)和y(t)表示t时刻介壳虫（被捕食者）和澳洲瓢虫（捕食者）的数量。设α为被捕食者的自然增长率，β为瓢虫的自然死亡率，b为瓢虫的捕杀能力，c为被捕食者能够为捕食者供养的能力。

由此我们可以列出以下方程:

①被捕食者的数量增长快慢：

...(1)

②捕食者的数量增长快慢：

...(2)

联立（1）（2）两式得到：

...(3)

进一步积分，设其中一常数为k,则原方程为：

...(4)

对于不同的k值，对应不同的曲线，昆虫数量变化具有周期性，故只需研究一个周期内的平均值分布，判断均值的相对大小。

积分后得到：

...(5)

故当使用杀虫剂后，设杀死的昆虫总数量比例为Θ，则由（1）（2）（5）可得

...(6)

其中Θ>0,故分析可知，在限定周期内，即使使用了DDT杀虫剂,介壳虫的数量将仍会增加，而澳洲瓢虫的数量将会减少。

* 1. 误差分析与模型总结

模型总结：本题模型是一个简单的常微分方程模型，通过对过程分类讨论并求解常常微分方程即可得到结论。

本题根据问题所给的假设求解，在实际问题中仍然需要考虑当地生态环境的影响，因此本模型是一个理想的生态系统模型。

在模型中常数k的取值是没有实际含义的，因此具有一定的偶然性，因此需要引入更多的数据来修正k的取值范围从而更加准确的推算种群数量。