测控站与卫星或飞船运行轨道共面情况下的测控站建立数量分析

1. 问题分析：

本问题研究测控站与卫星或飞船运行轨道始终共面的情况下需建立多少个测控站才能保证能始终对卫星或飞船保持实时监测。本问题可基于两个模型分析：

模型一：地球是球体，卫星轨道是以地球球心为圆心的圆轨道；

模型二：地球是球体，卫星轨道是以地球球心为一个焦点的椭圆轨道。

1. 模型假设：

1、澳洲瓢虫与介壳虫的数量满足Lotka-Volterra模型。

2、澳洲瓢虫只以介壳虫为食。

3、澳洲瓢虫不以被农药杀死的介壳虫为食、

4、澳洲瓢虫，介壳虫染上农药后会立刻死亡。

5、澳洲瓢虫，介壳虫中不存在对农药有抗药性的个体。

6、假设忽略种群内部的密度制约关系。

7、假设当地气候稳定，昆虫数量符合自然增长分布。

三、名词解释和符号说明

|  |  |
| --- | --- |
| x(t) | 时刻t时介壳虫剩余数量 |
| y(t) | 时刻t时澳洲瓢虫剩余数量 |
| α | 被捕食者的自然增长率 |
| β | 瓢虫的自然死亡率 |
| b | 瓢虫的捕杀能力 |
| c | 被捕食者能够为捕食者供养的能力 |
| k | 微分方程解的任意常数 |
| Θ | 杀死的昆虫总数量比例Θ |
|  | 一个周期T内介壳虫种群数量的平均值 |
|  | 一个周期T内澳洲瓢虫种群数量的平均值 |

四、模型建立与求解

根据以上分析，我们分别用x(t)和y(t)表示t时刻介壳虫（被捕食者）和澳洲瓢虫（捕食者）的数量。设α为被捕食者的自然增长率，β为瓢虫的自然死亡率，b为瓢虫的捕杀能力，c为被捕食者能够为捕食者供养的能力。

由此我们可以列出以下方程:

①被捕食者的数量增长快慢：

...(1)

②捕食者的数量增长快慢：

...(2)

联立（1）（2）两式得到：

...(3)

进一步积分，设其中一常数为k,则原方程为：

...(4)

对于不同的k值，对应不同的曲线，昆虫数量变化具有周期性，故只需研究一个周期内的平均值分布，判断均值的相对大小。

积分后得到：

...(5)

故当使用杀虫剂后，设杀死的昆虫总数量比例为Θ，则由（1）（2）（5）可得

...(6)

其中Θ>0,故分析可知，在限定周期内，即使使用了DDT杀虫剂,介壳虫的数量将仍会增加，而澳洲瓢虫的数量将会减少。

* 1. 误差分析与模型总结

模型总结：本题模型是一个简单的常微分方程模型，通过对过程分类讨论并求解常常微分方程即可得到结论。

本题根据问题所给的假设求解，在实际问题中仍然需要考虑当地生态环境的影响，因此本模型是一个理想的生态系统模型。

在模型中常数k的取值是没有实际含义的，因此具有一定的偶然性，因此需要引入更多的数据来修正k的取值范围从而更加准确的推算种群数量。