商品问题

1. 问题分析：

本题是在销售速度受已销售总量（人们拥有量）、广告宣传对市场未饱和量影响的情况下，已知销售量下降速度与销售量成正比、销售量增长速度与广告费成正比且广告费为常数，求解销售量关于时间的变化函数。广告宣传对于销售量的影响仅存在于市场未饱和时，所以我们求解过程中对饱和度进行分类讨论，以求解销售量关于时间变化得函数。

1. 模型假设：
2. 假设销售量S随时间t(≧0)连续变化（可导），时间取值非离散值。
3. 假设市场对于该商品的未饱和部分不因除该商品已销售总量之外的其他因素而变化。
4. 广告宣传开始时销售量未达到饱和。
5. 商品不易损坏且使用年限长，在题目给定的时间内可忽略商品的损坏。
6. 名词解释和符号说明：

|  |  |
| --- | --- |
| Q | 市场对该商品的总需求量 |
| n0 | 人们对商品的初始拥有量 |
| n | 商品市场饱和度（商品已销售总量） |
| S0 | 商品初始销售量 |
| S1 | 市场饱和时的销售量 |
| S | 销售量 |
| k1 | 销售量下降速度关于销售量的正比例系数 |
| k2 | 销售量增长速度关于广告费的正比例系数 |
| a | 广告费用（常数） |
| t | 时间 |
| t1 | 广告持续时间 |

1. 模型建立与求解

根据以上分析，我们取加入广告时为时间零点。初始时拥有量为，销售量为。根据题目假设，市场饱和度为：

1. 求解未饱和时的

根据题目中所给定的关系，我们可得出方程：

···（1）

对上式求微分得：

···（2）

对（2）求解，分以下情况讨论

解得:

···（3）

其中

解得：

···（4）

解得：

···（5）

其中

1. 求解饱和时得S：

此时的微分方程退化为：

设达到饱和时刻为，达到饱和时的销售量为，可由i)中情况达到饱和时的临界解得到，则微分方程解为：

···（6）

* 1. 误差分析与模型总结

模型总结：本题模型是一个简单的常微分方程模型，通过对过程分类讨论并求解常常微分方程即可得到结论。

本题根据问题所给的假设求解，但在实际过程中，商品具有一定的损坏率和使用寿命，所以市场饱和程度应该小于销售量对时间得积分，本题假设商品使用年限长且不易损坏，所以t在小于商品平均使用年限时，该模型较为准确。如果t过大则需修正。