
Exercices d'Adaptation aux QCUs des Concours Série 1 - Omar Tsouli

Exercice 1. Calculer les limites suivantes en utilisant la règle de l'hôpital :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$, (Même si vous la connaissez essayer de montrer le résultat conformément à ce qui est demandé.)
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x}{x^3}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x - \sin(x)}{x^2 + \sin(3x)}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{x^2}$
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3^x - 3^{-x}}{3x}$

Exercice 2. Calculer les limites suivantes en utilisant le développement limité :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\sin(x)^2}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\cos(x)-1} - e^{\sin(x)}}{\tan(x)}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left[\left(1 + \ln \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) \right) \right]$

Attention Les expressions des développements limités ne sont valables que quand $x \rightarrow 0$, donc des changements de variables peuvent être nécessaires.

Exercice 3. Résoudre les Équations différentielles du 1^{er} ordre Suivantes :

1. $(E_1) : y' - \frac{1}{t}y = t^2$ sur \mathbb{R}_+^*
2. $(E_2) : y' + 2y = t^2$ sur \mathbb{R}
3. $(E_3) : 2y' - 8y = 10$ avec $y(0) = 1$ sur \mathbb{R}
4. $(E_4) : y' + \cos(t)y = 0$ sur \mathbb{R}

Exercice 4. En appliquant les astuces de résolution des integrales Calculer ce qui suit :

1. $\int_0^1 \frac{3x+6}{5x+4} dx$
2. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} e^{3t} \sin(4t) + e^{2t} \cos(3t) dt$
3. $\int_2^x \frac{1}{t \ln(t)} dt$, avec $x > 2$
4. $\int_0^x \arctan(u) du$

Exercice 5. On définit la suite $v_n = \frac{1}{n} \prod_{k=1}^n (k+n)^{\frac{1}{n}}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$:

1. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$. (Concours UM6P-CC 2024)
2. En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sum_{k=1}^n v_k}{n}$.

Exercice 6.

Calcul de quelques Sommes/Produits intéressant(e)s :

1. $\sum_{k=0}^n C_n^k = ?$
2. $\prod_{k=1}^n e^{k^2}$
3. $\sum_{k=1}^n \frac{k\pi^2}{n^2} \cos\left(\frac{k\pi}{n}\right)$

Note. En cas de difficultés ou en cas d'erreurs dans les énoncés n'hésitez pas à me contacter sur : tsouliomar2006@gmail.com. Bon Courage!

Fin.