# Astuces et Méthodes Pour réussir aux concours !

Omar Tsouli

31 May 2025

# Table des matières

# Chapitre 1

# Introduction

## 1.1 Motivation

La réussite des concours d'admission aux écoles supérieurs Marocaines est une étape cruciale dans la vie de tous les étudiants ayant obtenuent leur BAC. C'est le premier pas vers l'accomplissement de nos objectifs professionnels. Alors, choisir la bonne approche de révision et de preparation est primordiale afin de réaliser cela. Ce PDF est conçu exactement pour cette raison ; vous aider à réussir ces concours et triompher d'avantages dans vos études Poste-BAC.

Commme vous avez déja vu dans le preambule on va couvrir quelques astuces mathématiques qui faciliterons la tâche inshae Lah.

# Chapitre 2

# Astuces et Méthodes

## 2.1 Résultats Classiques

Plusieurs concours tel que : ENSA,ENSAM ou Médecine posent des questions dont les résultats sont classifiés comme : "Classiques" qu'il faut absolument connaitre par coeur dans ce qui suit je vais vous donner les plus donnés :

$=>$ La série *Harmonique* :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} = +\infty}$$

On peut utiliser le fait que cette dernière diverge vers $+\infty$ quand $n \to +\infty$.

$=>$ La série de Bâle :

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}}$$

$=>$ L'integrale de $GAUSS$ :

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \int_{-x}^{x} e^{-t^2} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}}$$

$=>$ L'integrale de $Wallis$ : Le résultat fournit est à utiliser lors des QCUs concernant les integrales du type suivant :

$$\boxed{W_{2n} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^{2n}(x)\ dx\ = \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\frac{\pi}{2}}$$

$$\boxed{W_{2n+1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^{2n+1}(x)\ dx\ = \frac{(n)!^2 2^{2n}}{(2n+1)!}}$$

**Note :**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} sin^n(x)\ dx\ = \int_0^{\frac{\pi}{2}} cos^n(x)\ dx$$

Il suffit de remarquer le changement de variable suivant :

$$x \to \frac{\pi}{2} - t$$

À faire comme petit exo d'échauffe :)

=> Le Binôme de *Newton* :

$$\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^k b^{n-k}}$$

=> Identités Usuelles :

$$\boxed{x^n - 1 = (x-1)\sum_{k=0}^{n-1} x^k}$$

=> Sommes Usuelles :

$$\boxed{\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}}$$

$$\boxed{\sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$$

$$\boxed{\sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}}$$

© 2025 Omar Tsouli. Tous droits réservés.

=> Sommes Télescopiques :
Soit $(u_n)$ une suite réelle :

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n}(u_k - u_{k-1}) = u_n - u_0}$$

Soit $(v_n)$ une suite réelle non nulle :

$$\boxed{\prod_{k=1}^{n}\frac{v_k}{v_{k-1}} = \frac{v_n}{v_0}}$$

=> Somme de Césaro :
Soit $(w_n)$ une suite réelle, avec $w_n \to \alpha \; si \; n \to +\infty$ $(\alpha \in \mathbb{R})$ :
Donc la limite du rapport suivant est :

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty}\frac{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}{n} = \alpha}$$

## 2.2 Méthodes de Calculs des Limites

=> Les question qui requièrent un calcule de limite constituent une grande partie des questions de Concours, alors je vous donne deux méthodes :

### 2.2.1 Développements Limités Usuels

=> Le calcul des limites en utilisant les developpements limités n'est pas inclus dans le programe du BAC mais c'est un atoux qui facilite les calculs :

— $\ln(x+1) \underset{x\to 0}{=} x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots$ || le nième terme est de la forme : $\frac{x^n(-1)^n}{n}$

— $\ln(1-x) \underset{x\to 0}{=} x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \cdots$ || le nième terme est de la forme : $\frac{-x^n}{n}$

— $e^x \underset{x\to 0}{=} 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \cdots$ || le nième terme est de la forme : $\frac{x^n}{n!}$

— $\cos(x) \underset{x\to 0}{=} 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \cdots$ || le nième terme est de la forme : $\frac{x^{2n}(-1)^n}{(2n)!}$

— $\sin(x) \underset{x\to 0}{=} x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \cdots$ || le nième terme est de la forme : $\frac{x^{2n+1}(-1)^n}{(2n+1)!}$

**Remarque :** Il faut toujours noter que parfois il est indispensable d'effectuer des changements de variables en quelques sorte afin d'utiliser ces developpements limités.

© 2025 Omar Tsouli. Tous droits réservés.

### 2.2.2 Méthode de l'hôpital

La méthode de l'hôpital est une notion introduite à la première année d'un cycle préparatoire, mais un élève qui va passer les concours doit la connaître à tout prix puisqu'elle simplifie le calcul des limites :

**Énoncé :** Soient $f$ et $g$ deux fonctions dérivables autour d'un point $a$ adhérant à $\mathbb{R}$ (i.e. $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$). En général on cherche à trouver la limite :

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

**Conditions :**

— Cette limite donne une forme indéterminée de la forme : $\frac{0}{0}$ *ou* $\frac{\infty}{\infty}$.

— Il faut que : $g'(x) \not\to_{x \to a} 0$

**Alors :**

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

**Note :** Si cette limite des dérivées donne la même forme indéterminée en réitère de la même manière.

**Exemples.** *Un exemple classique, qu'on peut prouver grâce à cette méthode est comme suit :*

$$\boxed{\lim_{x \to 0} \frac{sin(x)}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{cos(x)}{1} = 1, \ avec\ (sin(x))' = cos(x)\ et\ x' = 1}$$

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \frac{ln(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = 0, \ avec\ (ln(x))' = \frac{1}{x}\ et\ x' = 1}$$

© 2025 Omar Tsouli. Tous droits réservés.

## 2.3 Méthodes de Calculs d'integrales

### 2.3.1 Integrales et fractions rationnels simples :

**Méthode :** Soient $a, b, cetd$ des réels avec $(a, c) \neq (0, 0)$.
=> Les integrales de la forme

$$\int \frac{ax+b}{cx+d} = \int \alpha + \beta \frac{(cx+d)'}{cx+d} dx = [\alpha x + \beta \ln |cx+d|]$$

avec

$$(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}$$

**Bonnus :** Les expressions de $\alpha$ et $\beta$ sont obtenus après un calcul de simplification, le mien a donné :

$$\boxed{\alpha = \frac{a}{c}\ ,\ \beta = \frac{bc - ad}{c^2}}$$

**Attention :** Le calcul fournit est à vérifier !

### 2.3.2 Intégrales et Trigonométrie :

**Énoncé :** Les integrales du type $\int e^{ax} cos(bx)$ ou $\int e^{ax} sin(bx)$ avec $a$ et $b$ deux réels non nuls sont pas mal posés dans les énoncés des QCUs, donc il est indispensable de connaître la méthode de résolution de ces derniers.

**Méthode :** Soient $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$, on peut ainsi considérer les bornes $\alpha$ et $\beta$ qui peuvent être variables :

$$\boxed{\int_\alpha^\beta e^{ax} cos(bx) dx = \frac{[e^{ax}[acos(bx) + bsin(bx)]]_\alpha^\beta}{a^2 + b^2}}$$

$$\boxed{\int_\alpha^\beta e^{ax} sin(bx) dx = \frac{[e^{ax}[acos(bx) - bsin(bx)]]_\alpha^\beta}{a^2 + b^2}}$$

**Provenance :** Il suffit d'effectuer l'integration par parties (IPP) 2 fois et vous allez aboutir au même résultat.

© 2025 Omar Tsouli. Tous droits réservés.

## 2.4 Les Nombres Complexes

### 2.4.1 Formules d'Euler

=> Soient $\alpha$ et $\beta$ deux réels, les formules d'Euler sont indispensables lors des manipulations des nombres complexes :

$$\boxed{e^{i\alpha} + e^{i\beta} = e^{\frac{i(\alpha+\beta)}{2}} \underbrace{[e^{\frac{i(\alpha-\beta)}{2}} + e^{\frac{-(\alpha-\beta)}{2}}]}_{2cos(\frac{\alpha-\beta}{2})}}$$

$$\boxed{e^{i\alpha} - e^{i\beta} = e^{\frac{i(\alpha+\beta)}{2}} \underbrace{[e^{\frac{i(\alpha-\beta)}{2}} - e^{\frac{-(\alpha-\beta)}{2}}]}_{2isin(\frac{\alpha-\beta}{2})}}$$

### 2.4.2 Enssemble des points

=> Soit A et M deux points du plan complexe d'affixs respectifs $Z_a$ et $Z_m$, et soit $r \in \mathbb{R}$ : si on a :

$$AM = r$$

**Signification Algébrique :**

$$\boxed{\Longrightarrow |Z_a - Z_m| = r}$$

**Signification Géométrique :**

$$\boxed{M(Z_m) \in \mathbf{C}(A, r)}$$

Le point M appartient au Cercle de centre A et de rayon r.

=> Soit A, M et B des points du plan complexe d'affixs respectifs $Z_a$ ,$Z_m$ et $Z_b$ : si on a :

$$AM = BM$$

**Signification Algébrique :**

$$\boxed{\Longrightarrow |Z_a - Z_m| = |Z_m - Z_b|}$$

**Signification Géométrique :**

Le point M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$. Ainsi, on peut déduire que $(ABM)$ est un triangle isocèle en $M$.

**Attention :** Le contenu de cette partie n'est pas suffisant pour finaliser la révision des nombres complexes pour les concours, if faut solidifer vos révisions avec la maitrise du cours en plus de ces astuces.

© 2025 Omar Tsouli. Tous droits réservés.

## 2.5 Équations Différentielles

Les équations différentielles sont pas mals donnés en tant que QCUs dans les concours, donc je vais essayer de vous donner des méthodes pour bien les maitriser, malgres le fait que plusieurs élèves les négligent dans leur preparation.

© 2025 Omar Tsouli. Tous droits réservés.

### 2.5.1 Les equas-Diffs du premier ordre

**Énoncé** Soient $a$ et $b$ deux fonctions continues d'un intervalle $I \to \mathbb{R}$ :
On considère les deux équations suivantes :

$$(E) : y' + a(t)y = b(t)$$

$$(E_H) : y' + a(t)y = 0$$

1. La première equation est appelé équation différentielle du 1er ordre.
2. La deuxième equation est appelé équation différentielle homogène associée à (E).

**Solution :** On note $S_E$ l'enssemble des solutions de $(E)$ :

$$S_E = \{y \ / \ y = y_p + y_H\}$$

avec $y_p$ est une solution particulière de E, et $y_H$ est la solution de l'equation homogène.

**Résolution :** La solution de $(E_H)$ est donnée par la formule ci-dessous :

$$\boxed{y_H = \lambda e^{-A(t)}}$$

avec $\lambda \in \mathbb{R}$ et $A(t)$ est UNE primitive de a(t).

En ce qui concerne la solution particulière $y_p$.On utilise l'identification avec le second membre $b(t)$ (i.e si le second membre est un pôlynome du 1er degrés donc de la forme : $cx + d$, On pose $y_p = \alpha x + \beta$ avec $c, d, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ et on identifie les termes.)

Cela peut vous parraitre subtile mais je vous assure quelques exemples de pratique, et c'est vous le maitriser !

**Exemple :** Faites cet exemple pour pratiquer cette démarche

$$(E) : y' + y = 2x + 1$$

$$\boxed{y_H = ce^{-x}, \ c \in \mathbb{R}}$$

En posons $y_p = ax + b, \ a, b \in \mathbb{R}$ et en identifiant les termes, On trouve :

$$\boxed{y_p = 2x - 1}$$

Donc $S_E = \{y \ / \ y = 2x - 1 + ce^{-x}, c \in \mathbb{R}\}$

© 2025 Omar Tsouli. Tous droits réservés.

# Chapitre 3

# Conseils

## 3.1 Équations Différentielles

Pour réussir à répondre aux QCUs sur les equa diffs, il faut adopter l'approche suivante :

1. Procéder par élimination en remplaçant les options données et éliminant celles qui ne verifient pas l'équation.
2. Parfois l'énoncé vous donne des conditions initiales que doit vérifier la solution de l'équation différentielle (e.g : $y(0) = 1$ ou $y'(0) = 0$), donc vous verifiez cela et éliminer les options invalides.
3. Une combinaision des deux.
4. Beaucoup de pratique.

## 3.2 Calculs d'Integrales

Pour réussir à répondre aux QCUs portant sur le calcul d'integrales, il faut toujours penser aux méthodes classiques telles que :

1. Le changement de variable.
2. L'itegration par parties.
3. Les formules Trigonométriques si vous faites faces aux $cos, sin, tan$.
4. Utiliser les astuces de la partie du calcul des integrales.
5. Connaître les primitives usuelles par coeur.
6. Beaucoup de pratique.

## 3.3 Calculs de Limites

Pour réussir à répondre aux QCUs portant sur le calcul des limites :

1. Toutes les astuces que vous allez utiliser sont donnees dans la partie consacrées à ceci.
2. Beaucoup de pratique.

## 3.4 Conclusion

Personne ne peut nier que la préparation des concours est une période difficile et exhaustive, mais il faut que vous perseveriez à tous prix afin d'accéder à vos Universités désirées. Travaillez et soyez consistants, et vous allez y arriver inshae Lah !

# Fin

© 2025 Omar Tsouli. Tous droits réservés.