

# Astuces et Méthodes Pour réussir aux concours !

Omar Tsouli

31 May 2025

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
1.1	Motivation . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Astuces et Méthodes</b>	<b>3</b>
2.1	Résultats Classiques . . . . .	3
2.2	Méthodes de Calculs des Limites . . . . .	5
2.2.1	Développements Limités Usuels . . . . .	5
2.2.2	Méthode de l'hôpital . . . . .	6
2.3	Méthodes de Calculs d'intégrales . . . . .	7
2.3.1	Intégrales et fractions rationnels simples : . . . . .	7
2.3.2	Intégrales et Trigonométrie : . . . . .	7
2.4	Les Nombres Complexes . . . . .	8
2.4.1	Formules d'Euler . . . . .	8
2.4.2	Ensemble des points . . . . .	8
2.5	Équations Différentielles . . . . .	9
2.5.1	Les equas-Diffs du premier ordre . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Conseils</b>	<b>11</b>
3.1	Équations Différentielles . . . . .	11
3.2	Calculs d'Intégrales . . . . .	11
3.3	Calculs de Limites . . . . .	12
3.4	Conclusion . . . . .	12

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Motivation

La réussite des concours d'admission aux écoles supérieures Marocaines est une étape cruciale dans la vie de tous les étudiants ayant obtenu leur BAC. C'est le premier pas vers l'accomplissement de nos objectifs professionnels. Alors, choisir la bonne approche de révision et de préparation est primordiale afin de réaliser cela. Ce PDF est conçu exactement pour cette raison ; vous aider à réussir ces concours et triompher d'avantages dans vos études Poste-BAC.

Comme vous avez déjà vu dans le préambule on va couvrir quelques astuces mathématiques qui faciliteront la tâche insha'Allah.

## Chapitre 2

# Astuces et Méthodes

### 2.1 Résultats Classiques

Plusieurs concours tel que : ENSA, ENSAM ou Médecine posent des questions dont les résultats sont classifiés comme : "Classiques" qu'il faut absolument connaître par coeur dans ce qui suit je vais vous donner les plus donnés :

=> La série *Harmonique* :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} = +\infty$$

On peut utiliser le fait que cette dernière diverge vers  $+\infty$  quand  $n \rightarrow +\infty$ .

=> La série de Bâle :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

=> L'intégrale de *GAUSS* :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_{-x}^x e^{-t^2} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$$

=> L'intégrale de *Wallis* : Le résultat fournit est à utiliser lors des QCU

---

concernant les integrales du type suivant :

$$W_{2n} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n}(x) dx = \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} \frac{\pi}{2}$$

$$W_{2n+1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n+1}(x) dx = \frac{(n)!^2 2^{2n}}{(2n+1)!}$$

**Note :**

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n(x) dx$$

Il suffit de remarquer le changement de variable suivant :

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2} - t$$

À faire comme petit exo d'échauffe :)

=> Le Binôme de *Newton* :

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$$

=> Identités Usuelles :

$$x^n - 1 = (x - 1) \sum_{k=0}^{n-1} x^k$$

=> Sommes Usuelles :

$$\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=0}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

---

=> Sommes Télescopiques :

Soit  $(u_n)$  une suite réelle :

$$\sum_{k=1}^n (u_k - u_{k-1}) = u_n - u_0$$

Soit  $(v_n)$  une suite réelle non nulle :

$$\prod_{k=1}^n \frac{v_k}{v_{k-1}} = \frac{v_n}{v_0}$$

=> Somme de Césaro :

Soit  $(w_n)$  une suite réelle, avec  $w_n \rightarrow \alpha$  si  $n \rightarrow +\infty$  ( $\alpha \in \mathbb{R}$ ) :

Donc la limite du rapport suivant est :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_n}{n} = \alpha$$

## 2.2 Méthodes de Calculs des Limites

=> Les questions qui requièrent un calcul de limite constituent une grande partie des questions de Concours, alors je vous donne deux méthodes :

### 2.2.1 Développements Limités Usuels

=> Le calcul des limites en utilisant les développements limités n'est pas inclus dans le programme du BAC mais c'est un atout qui facilite les calculs :

—  $\ln(x+1) \underset{x \rightarrow 0}{=} x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$  || le  $n$ ème terme est de la forme :  $\frac{x^n(-1)^n}{n}$

—  $\ln(1-x) \underset{x \rightarrow 0}{=} x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots$  || le  $n$ ème terme est de la forme :  $\frac{-x^n}{n}$

—  $e^x \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots$  || le  $n$ ème terme est de la forme :  $\frac{x^n}{n!}$

—  $\cos(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} + \dots$  || le  $n$ ème terme est de la forme :  $\frac{x^{2n}(-1)^n}{(2n)!}$

—  $\sin(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \dots$  || le  $n$ ème terme est de la forme :  $\frac{x^{2n+1}(-1)^n}{(2n+1)!}$

**Remarque :** Il faut toujours noter que parfois il est indispensable d'effectuer des changements de variables en quelques sorte afin d'utiliser ces développements limités.

---

### 2.2.2 Méthode de l'hôpital

La méthode de l'hôpital est une notion introduite à la première année d'un cycle préparatoire, mais un élève qui va passer les concours doit la connaître à tout prix puisqu'elle simplifie le calcul des limites :

**Énoncé :** Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions dérivables autour d'un point  $a$  adhérent à  $\mathbb{R}$  (i.e.  $a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ ). En général on cherche à trouver la limite :

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

**Conditions :**

- Cette limite donne une forme indéterminée de la forme :  $\frac{0}{0}$  ou  $\frac{\infty}{\infty}$ .
- Il faut que :  $g'(x) \not\rightarrow_{x \rightarrow a} 0$

**Alors :**

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

**Note :** Si cette limite des dérivées donne la même forme indéterminée en réitère de la même manière.

**Exemples.** *Un exemple classique, qu'on peut prouver grâce à cette méthode est comme suit :*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)}{1} = 1, \text{ avec } (\sin(x))' = \cos(x) \text{ et } x' = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = 0, \text{ avec } (\ln(x))' = \frac{1}{x} \text{ et } x' = 1$$

---

## 2.3 Méthodes de Calculs d'intégrales

### 2.3.1 Intégrales et fractions rationnelles simples :

**Méthode :** Soient  $a, b, c, d$  des réels avec  $(a, c) \neq (0, 0)$ .

=> Les intégrales de la forme

$$\int \frac{ax + b}{cx + d} = \int \alpha + \beta \frac{(cx + d)'}{cx + d} dx = [\alpha x + \beta \ln |cx + d|]$$

avec

$$(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}$$

**Bonus :** Les expressions de  $\alpha$  et  $\beta$  sont obtenus après un calcul de simplification, le mien a donné :

$$\alpha = \frac{a}{c}, \beta = \frac{bc - ad}{c^2}$$

**Attention :** Le calcul fournit est à vérifier !

### 2.3.2 Intégrales et Trigonométrie :

**Énoncé :** Les intégrales du type  $\int e^{ax} \cos(bx)$  ou  $\int e^{ax} \sin(bx)$  avec  $a$  et  $b$  deux réels non nuls sont pas mal posés dans les énoncés des QCU, donc il est indispensable de connaître la méthode de résolution de ces derniers.

**Méthode :** Soient  $a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$ , on peut ainsi considérer les bornes  $\alpha$  et  $\beta$  qui peuvent être variables :

$$\int_{\alpha}^{\beta} e^{ax} \cos(bx) dx = \frac{[e^{ax} [a \cos(bx) + b \sin(bx)]]_{\alpha}^{\beta}}{a^2 + b^2}$$

$$\int_{\alpha}^{\beta} e^{ax} \sin(bx) dx = \frac{[e^{ax} [a \sin(bx) - b \cos(bx)]]_{\alpha}^{\beta}}{a^2 + b^2}$$

**Provenance :** Il suffit d'effectuer l'intégration par parties (IPP) 2 fois et vous allez aboutir au même résultat.



---

## 2.4 Les Nombres Complexes

### 2.4.1 Formules d'Euler

=> Soient  $\alpha$  et  $\beta$  deux réels, les formules d'Euler sont indispensables lors des manipulations des nombres complexes :

$$e^{i\alpha} + e^{i\beta} = e^{\frac{i(\alpha+\beta)}{2}} \underbrace{\left[ e^{\frac{i(\alpha-\beta)}{2}} + e^{\frac{-i(\alpha-\beta)}{2}} \right]}_{2\cos(\frac{\alpha-\beta}{2})}$$

$$e^{i\alpha} - e^{i\beta} = e^{\frac{i(\alpha+\beta)}{2}} \underbrace{\left[ e^{\frac{i(\alpha-\beta)}{2}} - e^{\frac{-i(\alpha-\beta)}{2}} \right]}_{2i\sin(\frac{\alpha-\beta}{2})}$$

### 2.4.2 Ensemble des points

=> Soit A et M deux points du plan complexe d'affixes respectifs  $Z_a$  et  $Z_m$ , et soit  $r \in \mathbb{R}$  : si on a :

$$AM = r$$

**Signification Algébrique :**

$$\implies |Z_a - Z_m| = r$$

**Signification Géométrique :**

$$M(Z_m) \in \mathbf{C}(A, r)$$

Le point M appartient au Cercle de centre A et de rayon r.

=> Soit A, M et B des points du plan complexe d'affixes respectifs  $Z_a$ ,  $Z_m$  et  $Z_b$  : si on a :

$$AM = BM$$

**Signification Algébrique :**

$$\implies |Z_a - Z_m| = |Z_m - Z_b|$$

**Signification Géométrique :**

Le point M appartient à la médiatrice du segment  $[AB]$ . Ainsi, on peut déduire que  $(ABM)$  est un triangle isocèle en M.

**Attention :** Le contenu de cette partie n'est pas suffisant pour finaliser la révision des nombres complexes pour les concours, il faut solidifier vos révisions avec la maîtrise du cours en plus de ces astuces.

---

## 2.5 Équations Différentielles

Les équations différentielles sont pas mals donnés en tant que QCU dans les concours, donc je vais essayer de vous donner des méthodes pour bien les maitriser, malgres le fait que plusieurs élèves les négligent dans leur preparation.

---

### 2.5.1 Les equas-Diffs du premier ordre

**Énoncé** Soient  $a$  et  $b$  deux fonctions continues d'un intervalle  $I \rightarrow \mathbb{R}$  :  
On considère les deux équations suivantes :

$$(E) : y' + a(t)y = b(t)$$

$$(E_H) : y' + a(t)y = 0$$

1. La première equation est appelé équation différentielle du 1er ordre.
2. La deuxième equation est appelé équation différentielle homogène associée à (E).

**Solution :** On note  $S_E$  l'ensemble des solutions de (E) :

$$S_E = \{y / y = y_p + y_H\}$$

avec  $y_p$  est une solution particulière de E, et  $y_H$  est la solution de l'equation homogène.

**Résolution :** La solution de  $(E_H)$  est donnée par la formule ci-dessous :

$$y_H = \lambda e^{-A(t)}$$

avec  $\lambda \in \mathbb{R}$  et  $A(t)$  est UNE primitive de  $a(t)$ .

En ce qui concerne la solution particulière  $y_p$ . On utilise l'identification avec le second membre  $b(t)$  (i.e si le second membre est un pôleynome du 1er degrés donc de la forme :  $cx + d$ , On pose  $y_p = \alpha x + \beta$  avec  $c, d, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$  et on identifie les termes.)

Cela peut vous paraitre subtile mais je vous assure quelques exemples de pratique, et c'est vous le maitriser !

**Exemple :** Faites cet exemple pour pratiquer cette démarche

$$(E) : y' + y = 2x + 1$$

$$y_H = ce^{-x}, c \in \mathbb{R}$$

En posons  $y_p = ax + b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$  et en identifiant les termes, On trouve :

$$y_p = 2x - 1$$

Donc  $S_E = \{y / y = 2x - 1 + ce^{-x}, c \in \mathbb{R}\}$

## Chapitre 3

## Conseils

### 3.1 Équations Différentielles

Pour réussir à répondre aux QCU sur les equa diffs, il faut adopter l'approche suivante :

1. Procéder par élimination en remplaçant les options données et éliminant celles qui ne vérifient pas l'équation.
2. Parfois l'énoncé vous donne des conditions initiales que doit vérifier la solution de l'équation différentielle (e.g :  $y(0) = 1$  ou  $y'(0) = 0$ ), donc vous vérifiez cela et éliminer les options invalides.
3. Une combinaison des deux.
4. Beaucoup de pratique.

### 3.2 Calculs d'Intégrales

Pour réussir à répondre aux QCU portant sur le calcul d'intégrales, il faut toujours penser aux méthodes classiques telles que :

1. Le changement de variable.
2. L'intégration par parties.
3. Les formules Trigonométriques si vous faites faces aux *cos*, *sin*, *tan*.
4. Utiliser les astuces de la partie du calcul des intégrales.
5. Connaître les primitives usuelles par coeur.
6. Beaucoup de pratique.

---

### 3.3 Calculs de Limites

Pour réussir à répondre aux QCUs portant sur le calcul des limites :

1. Toutes les astuces que vous allez utiliser sont données dans la partie consacrées à ceci.
2. Beaucoup de pratique.

### 3.4 Conclusion

Personne ne peut nier que la préparation des concours est une période difficile et exhaustive, mais il faut que vous perseveriez à tous prix afin d'accéder à vos Universités désirées. Travaillez et soyez consistants, et vous allez y arriver inshae Lah !

# Fin