

## BÀI TẬP BẮT BUỘC CHƯƠNG I

Câu 1. Tìm nghiệm tổng quát của hệ phương trình tuyến tính có ma trận bổ sung được cho trong các bài tập sau.

$$1. \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & -3 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 & -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 9 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$4. \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 & -6 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -6 & -3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Câu 2. Giải các hệ phương trình sau:

$$1. \begin{aligned} x_1 - 3x_3 &= 8 \\ 2x_1 + 2x_2 + 9x_3 &= 7 \\ x_2 + 5x_3 &= -2 \end{aligned}$$

$$2. \begin{aligned} x_1 - 3x_2 &= 5 \\ -x_1 + x_2 + 5x_3 &= 2 \\ x_2 + x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$3. \begin{aligned} x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\ -4x_1 - 9x_2 + 2x_3 &= -1 \\ -3x_2 - 6x_3 &= -3 \end{aligned}$$

$$4. \begin{aligned} x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= 4 \\ x_1 + 4x_2 - 8x_3 &= 7 \\ -3x_1 - 7x_2 + 9x_3 &= -6 \end{aligned}$$

Câu 3. Ba mặt phẳng  $x_1 + 2x_2 + x_3 = 4$ ,  $x_2 - x_3 = 1$ , và  $x_1 + 3x_2 = 0$  có ít nhất một điểm chung không? Hãy giải thích.

Câu 4. Trong các bài tập sau, hãy xác định giá trị của  $h$  sao cho ma trận sau là ma trận bổ sung của một hệ phương trình tuyến tính tương thích.

$$1. \begin{bmatrix} 1 & h & 4 \\ 3 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} 1 & h & -3 \\ -2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -4 & h & 8 \end{bmatrix}$$

$$4. \begin{bmatrix} 2 & -3 & h \\ -6 & 9 & 5 \end{bmatrix}$$

$$5. \begin{bmatrix} 2 & 3 & h \\ 4 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$6. \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 5 & h & -7 \end{bmatrix}$$

Câu 5. Cho  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 3 & -2 \\ -2 & 6 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}$ . Ký hiệu các cột của  $A$  là  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$  và đặt

$$W = \text{Span}\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}.$$

a.  $\mathbf{b}$  có thuộc  $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}$  không? Có bao nhiêu vectơ trong  $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}$ ?

b.  $\mathbf{b}$  có thuộc  $W$  không? Có bao nhiêu vectơ trong  $W$ ?

c. Chỉ ra  $\mathbf{a}_1$  thuộc  $W$ .

**Câu 6.** Trong các bài tập sau, các cột của ma trận có sinh ra  $\mathbb{R}^4$  không?

1.  $\begin{bmatrix} 7 & 2 & -5 & 8 \\ -5 & -3 & 4 & -9 \\ 6 & 10 & -2 & 7 \\ -7 & 9 & 2 & 15 \end{bmatrix}$       2.  $\begin{bmatrix} 5 & -7 & -4 & 9 \\ 6 & -8 & -7 & 5 \\ 4 & -4 & -9 & -9 \\ -9 & 11 & 16 & 7 \end{bmatrix}$

3.  $\begin{bmatrix} 12 & -7 & 11 & -9 & 5 \\ -9 & 4 & -8 & 7 & -3 \\ -6 & 11 & -7 & 3 & -9 \\ 4 & -6 & 10 & -5 & 12 \end{bmatrix}$       4.  $\begin{bmatrix} 8 & 11 & -6 & -7 & 13 \\ -7 & -8 & 5 & 6 & -9 \\ 11 & 7 & -7 & -9 & -6 \\ -2 & 4 & 1 & 8 & 7 \end{bmatrix}$

**Câu 7.** Ma trận  $A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 5 & -5 \\ -9 & 7 & -8 & 0 \\ -6 & 4 & 5 & 3 \\ 5 & -3 & 8 & -4 \end{bmatrix}$  xác định một phép biến đổi tuyến tính  $T$ .

a. Tìm  $\mathbf{x}$  sao cho  $T(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ .

b. Vectơ  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 9 \\ 7 \end{bmatrix}$  có thuộc miền xác định của phép biến đổi  $\mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$  không? Nếu có, tìm  $\mathbf{x}$

mà ảnh của nó qua phép biến đổi này là  $\mathbf{b}$ .