CHUYÊN ĐỀ 22_GÓC TRONG KHÔNG GIAN (PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ)

(TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. Công thức tính góc giữa hai đường thẳng

Định Nghĩa:

Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ và Δ' tương ứng có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(a;b;c),\overrightarrow{u'}=(a';b';c')$.

Khi đó: $\cos(\Delta,\Delta')=\left|\cos\left(\overrightarrow{u},\overrightarrow{u'}\right)\right|=\dfrac{|aa'+bb'+cc'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$

2. Công thức tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Định Nghĩa:

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(a;b;c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}=(A;B;C)$.

Khi đó: $\sin(\Delta,(P))=\left|\cos\left(\overrightarrow{u},\overrightarrow{n}\right)\right|=\dfrac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

3. Công thức tính góc giữa hai mặt phẳng

Định Nghĩa:

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ tương ứng có các vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=(A;B;C),\overrightarrow{n'}=(A';B';C')$. Khi đó, góc giữa (P) và (Q), kí hiệu là $((P),(Q))$, được tinh theo công thức:

$$\cos((P),(Q))=\left|\cos\left(\overrightarrow{n},\overrightarrow{n'}\right)\right|=\frac{|AA'+BB'+CC'|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}$$

thức:

$$\cos((P),(Q)) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n},\overrightarrow{n'}\right)\right| = \frac{|AA' + BB' + CC'|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}$$

B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ và $d: \dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{2}$. Góc tạo bởi hai đường thẳng Δ và d gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. 71°. **B.** 70°. **C.** 73°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn A

Ta có các vecto chỉ phương của hai đường thẳng là $\vec{u}_\Delta = (1;-3;2)$, $\vec{u}_d = (-3;2;2)$.

Suy ra $\cos\alpha = \left|\cos\left(\vec{u}_\Delta;\vec{u}_d\right)\right| = \dfrac{|\vec{u}_\Delta.\vec{u}_d|}{|\vec{u}_\Delta|.|\vec{u}_d|} = \dfrac{|1.(-3)+(-3).2+2.2|}{\sqrt{1^2+(-3)^2+2^2}.\sqrt{(-3)^2+2^2+2^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{238}} \Rightarrow \alpha \approx 71^\circ$.

$Oxyz$

$d_1: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 + 4t \\ \ldots \end{cases}$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-1-t\\y=3+4t\\z=3+3t\end{cases}$ và $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+8}{-4}=\dfrac{z+3}{-3}$. Tính góc hợp bởi đường thẳng d_1 và d_2.

A. 0^0. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d_1:\begin{cases}x=-1-t\\y=3+4t\\z=3+3t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(-1;4;3)$ và $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+8}{-4}=\dfrac{z+3}{-3}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;-4;-3)$.

Vì $\overrightarrow{u_1}=(-1;4;3)$ và $\overrightarrow{u_2}=(1;-4;-3)$ cùng phương với nhau nên góc hợp bởi đường thẳng d_1 và d_2 là $0°$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x+8y+10z-1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-5}{5}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\overrightarrow{n}=(6;8;10)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u}=(3;4;5)$.

Ta có $\overrightarrow{n}=2\overrightarrow{u}\Rightarrow d\perp(P)$ nên góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $90°$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}=(3;4;5)$.

Ta có $\vec{n}=2\vec{u}\Rightarrow d\perp(P)$ nên góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là 90°.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=6+5t\\y=2+t\\z=1\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+1=0$. Tính góc hợp bởi đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=6+5t\\y=2+t\\z=1\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;0)$.

Mặt phẳng $(P):3x-2y+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-2;0)$.

Gọi α là góc hợp bởi đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Khi đó: $\sin\alpha=\frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\frac{|5.3+1.(-2)+0.0|}{\sqrt{5^2+1^2}.\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra: $\alpha=45^\circ$.

Trang 2 / 6

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-2y-z+2=0$, Khi đó: . Suy ra: .

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y-z+2=0$, $(Q): 2x-y+z+1=0$. Góc giữa (P) và (Q) là

A. $120°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D

$(P): x-2y-z+2=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;-1)$.

$(Q): 2x-y+z+1=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(2;-1;1)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q), ta có

$$\cos\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right)\right|=\frac{|1.2+(-2).(-1)+(-1).1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\varphi=60°.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$, mặt phẳng $(Q): x-3y+5z-2=0$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q) là

A. $\frac{\sqrt{35}}{7}$. **B.** $-\frac{\sqrt{35}}{7}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{-5}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{n_P}=(1;2;-2)$, $\overrightarrow{n_Q}=(1;-3;5)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q) ta có

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q) ta có

$$\cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|\left|\overrightarrow{n_Q}\right|} = \frac{|1.1+2.(-3)-2.5|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}\sqrt{1^2+(-3)^2+5^2}} = \frac{15}{3\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{35}}{7}.$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ bằng 120°. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 45°. **B.** 120°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right)=120^\circ \Rightarrow \left((P),(Q)\right)=60^\circ$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ pháp tuyến của (Oxy) và (Oyz) lần lượt là $\overline{k}$ và $\overline{i}$.

Vì $\overrightarrow{k}\perp\overline{i}$ nên $\left((Oxy);(Oyz)\right)=90^\circ$.

Ta có vectơ pháp tuyến của (Oxy) và (Oyz) lần lượt là $\vec{k}$ và $\vec{i}$.

Vì $\vec{k} \perp \vec{i}$ nên $\left((Oxy);(Oyz)\right) = 90^\circ$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P): x+y-z-11=0$ và $(P): 2x+2y-2z+7=0$ bằng

A. 0°. **B.** 45°. **C.** 180°. **D.** 90°

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{n_P} = (1;1;-1)$, $\overrightarrow{n_Q} = (2;2;-2) \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} = 2\overrightarrow{n_P}$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là 0°.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$ và $(Q): 2x+2y-z-3=0$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Tính $\cos\alpha$.

A. $-\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có vtpt $\overrightarrow{n_P} = (1;-2;2)$ và vtpt $\overrightarrow{n_Q} = (2;2;-1)$.

Suy ra $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_Q}\right|} = \dfrac{\left|1.2+(-2).2+2.(-1)\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}.\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} = \dfrac{4}{9}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y-z+2=0$ và $(Q): 2x-y-z+4=0$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{3}{4}$ **C.** $\cos\alpha = \frac{1}{6}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{1}{3}$

$(Q): 2x - y - z + 4 = 0$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\cos\alpha = \frac{2}{3}$. **B.** $\cos\alpha = \frac{3}{4}$. **C.** $\cos\alpha = \frac{1}{6}$. **D.** $\cos\alpha = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (1;2;-1)$.

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2} = (2;-1;-1)$.

Vậy $\cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{|2-2+1|}{\sqrt{6}.\sqrt{6}} = \frac{1}{6}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và $(P): x - y + 1 = 0$ bằng

A. $60°$. **B.** $135°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) là $\overrightarrow{j} = (0;1;0)$.

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x - y + 1 = 0$ là $\overrightarrow{n} = (1;-1;0)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và (P), ta có:

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng ... là ... .

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và (P), ta có:

$$\cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{n}.\overrightarrow{j}\right|}{\left|\overrightarrow{n}\right|.\left|\overrightarrow{j}\right|} = \frac{\left|1.0+1.(-1)+0.0\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}.\sqrt{0^2+1^2+0^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy $\alpha = 45°$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ và mặt phẳng : $x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng *d* và mặt phẳng .

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 120^o **D.** 45^0

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(-1;2;1)$

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=(1;-1;0)$

Gọi α là góc giữa Đường thẳng d và Mặt phẳng (P). Khi đó ta có

$$\sin\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{u}.\overrightarrow{n}\right|}{\left|\overrightarrow{u}\right|\left|\overrightarrow{n}\right|} = \frac{\left|-1.1+2.(-1)+1.0\right|}{\sqrt{(-1)^2+2^2+1^2}.\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Do đó $\alpha = 60^0$

Câu 14: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y-z+1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{4}=\frac{y-6}{3}=\frac{z+4}{1}$, sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

Câu 14: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y-z+1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-6}{3}=\dfrac{z+4}{1}$, sin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{5}{13}$. **B.** $\dfrac{8}{13}$. **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{12}{13}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): 4x+3y-z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n}=(4;3;-1)$.

Đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-6}{3}=\dfrac{z+1}{1}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(4;3;1)$.

Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Khi đó $\sin\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{n};\overrightarrow{u}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{n}.\overrightarrow{u}\right|}{\left|\overrightarrow{n}\right|\left|\overrightarrow{u}\right|}=\dfrac{\left|4.4+3.3+1(-1)\right|}{\sqrt{4^2+3^2+1^2}.\sqrt{4^2+3^2+(-1)^2}}=\dfrac{12}{13}$.