

CHUYÊN ĐỀ 4_TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$

2. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$$

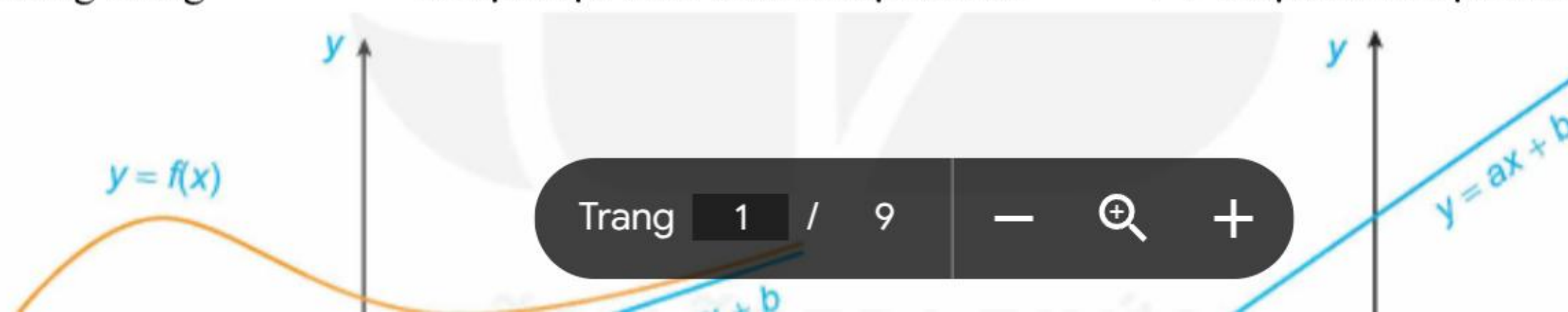
Lưu ý: Với đồ thị hàm phân thức dạng $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$; $ad - bc \neq 0$) luôn có tiệm cận ngang là

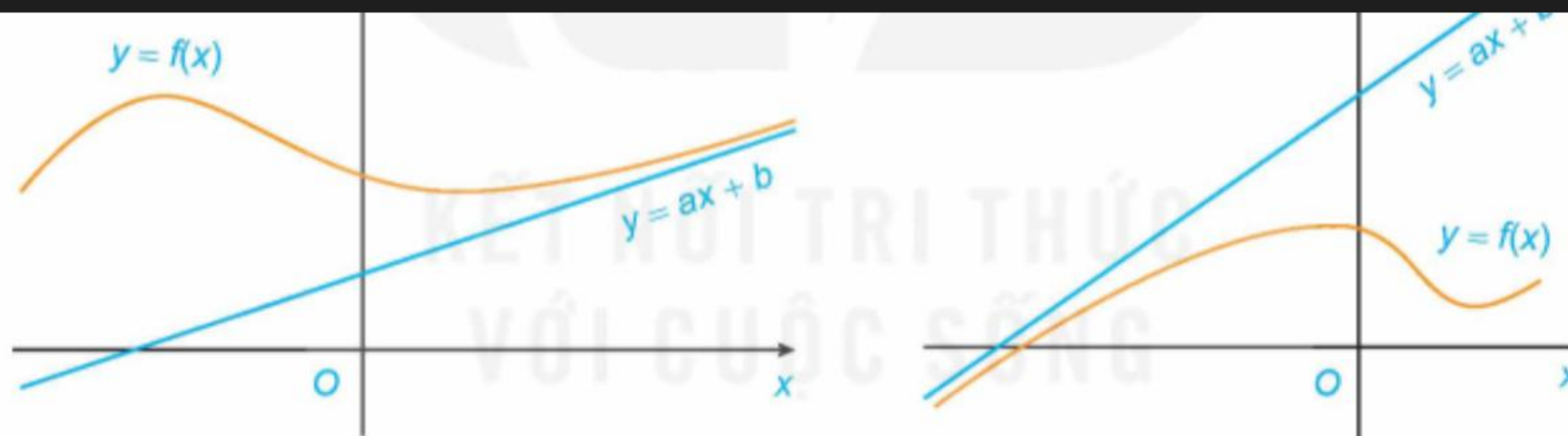
$$y = \frac{a}{c} \text{ và tiệm cận đứng } x = -\frac{d}{c}.$$

3. Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b$ được gọi là một đường **tiệm cận xiên** (hay **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ được minh họa như sau





Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow +\infty$).

Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow -\infty$).

Để tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số ta cần tính hệ số a, b trong phương trình của đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ theo công thức như sau

$$+ \quad a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] \quad \text{hoặc} \quad a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax]$$

+ Khi $a = 0$ thì đồ thị của hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = b$.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 2: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là
A. $y = -2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ là:
A. $y = \frac{1}{3}$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 1$.

Câu 4: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là
A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là
A. $x = -3$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là
A. $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

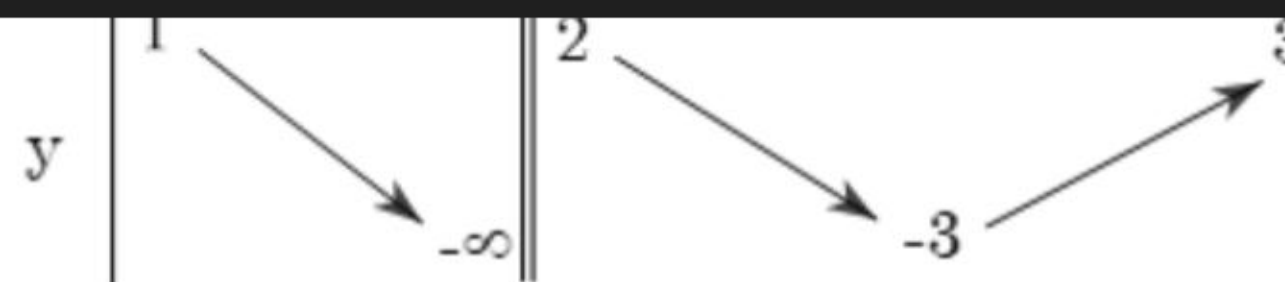
Câu 7: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+3}$ là
A. $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 3$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| | | | | |
|----|-----------|---|---|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | 3 | $+\infty$ |
| y' | - | - | 0 | + |
| | 1 | 2 | | 3 |
| y | $-\infty$ | 2 | 9 | $+\infty$ |

Trang 2 / 9

- ⊕ +



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| | | | | |
|------|-----------|-----|------|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | 1 | $+\infty$ |
| y' | | - | 0 | |
| y | 0 | 2 | -2 | $+\infty$ |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1.

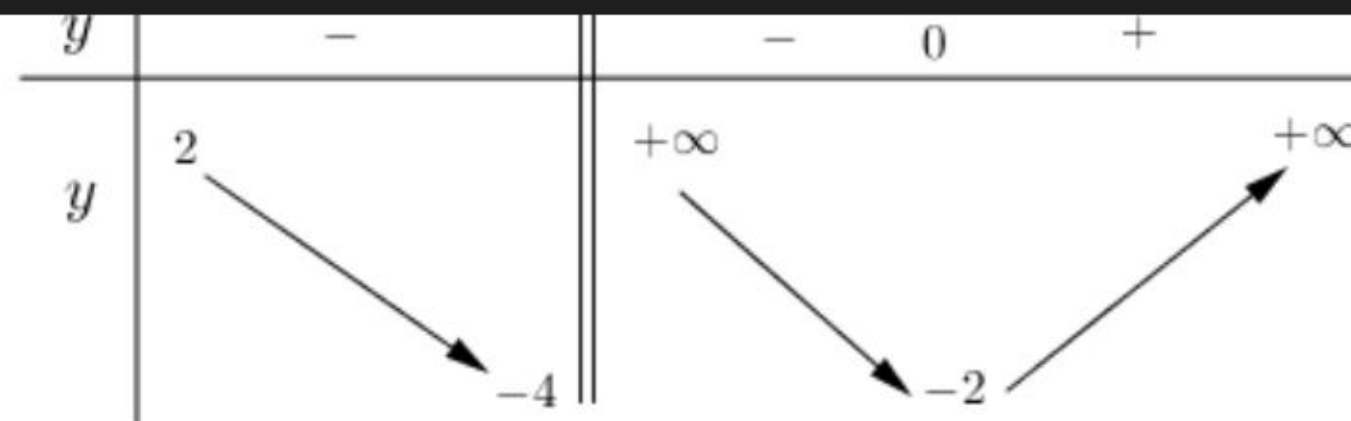
B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| | | | | | |
|------|-----------|-----|-----|-----------|---|
| x | $-\infty$ | 0 | 1 | $+\infty$ | |
| y' | | - | - | 0 | + |
| y | | | | | |



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
|-----|-----------|-----------|-----------|
| y | 2 | $+\infty$ | 5 |

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 12: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
|------|-----------|-----------|---|-----------|-----------|
| y' | + | + | - | + | |
| y | -4 | $+\infty$ | 2 | $-\infty$ | -1 |

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

| | | | | | | |
|------|-----------|------|-----------|------------|-----------|------------|
| x | $-\infty$ | -2 | | 0 | | $+\infty$ |
| y' | | | + | | | |
| y | | | $-\infty$ | \nearrow | $+\infty$ | \searrow |
| | | | | | 1 | 0 |

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| | | | | | | | |
|------|-----------|---|-----------|---|-----|---|-----------|
| x | $-\infty$ | | 0 | | 3 | | $+\infty$ |
| y' | | - | | - | 0 | + | |
| y | 0 | | $+\infty$ | | | | 3 |



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| x | $-\infty$ | -2 | $+\infty$ |
|--------|-----------|-----------|-----------|
| $f(x)$ | $-\infty$ | $+\infty$ | 3 |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

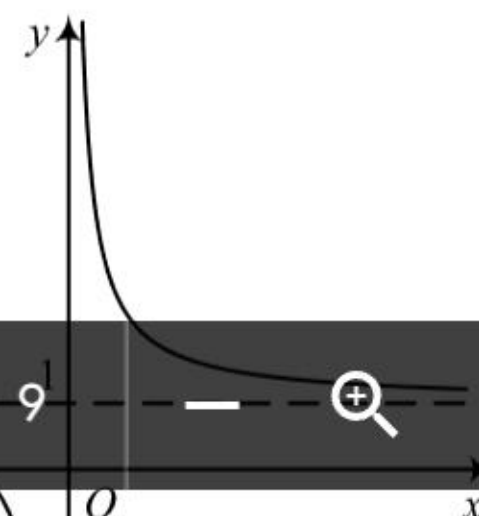
Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

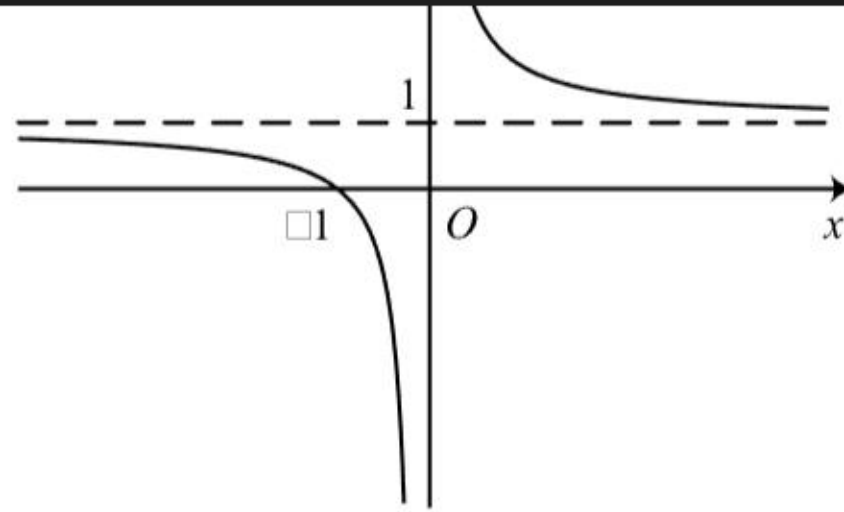
| x | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
|--------|-----------|-----------|-----------|
| $f(x)$ | -5 | $-\infty$ | -5 |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** 4 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1

Câu 17: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?





- A.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$.
- B.** Hàm số có hai cực trị.
- C.** Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
- D.** Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| | | | | |
|------|-----------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | 1 | $+\infty$ |
| y' | $+$ | 0 | $-$ | $+$ |
| y | 0 | 2 | 3 | 5 |

Arrows indicate the path of the function: from $(-\infty, 0)$ to $(0, 2)$, then down to $-\infty$, then up from 3 to $(+\infty, 5)$.

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

Trang 4 / 9
B. 1.

C. 3.

D. 2.

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| | | | |
|------|-----------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ |
| y' | + | | + |
| y | 2 | $+\infty$ | 2 |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| | | | | |
|------|-----------|------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 0 | $+\infty$ |
| y' | - | + | - | |
| y | $+\infty$ | 1 | $+\infty$ | 0 |

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

| | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 1 | $+\infty$ |
| y' | - | 0 | + | + |
| y | $+\infty$ | 5 | 9 | $+\infty$ |

| | | | | |
|------|-----------------|-------------|-----------|-----------|
| y' | - 0 + | | | + |
| y | 1 | $-\sqrt{2}$ | $+\infty$ | $-\infty$ |
| | | | | -1 |

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

| | | | | | | | |
|------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|---|-----------|
| x | $-\infty$ | | -3 | | 3 | | $+\infty$ |
| y' | | + | | + | | + | |
| y | 0 | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | 0 | |

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

A. 3

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| | | | | |
|---------|-----------|----|---|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | - | + | - | + |

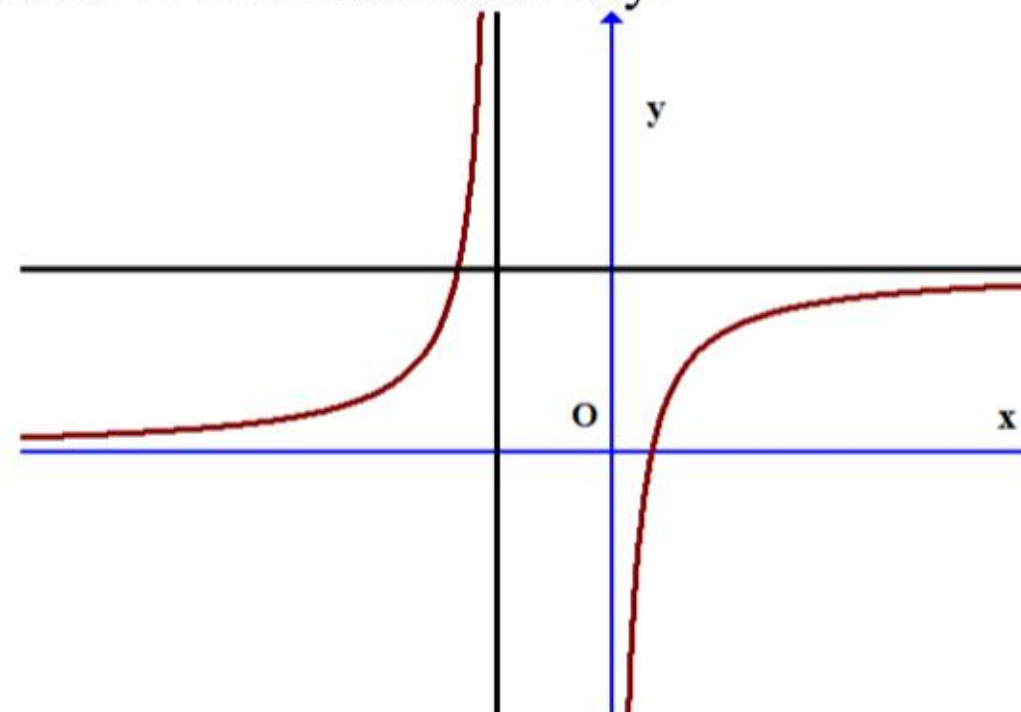
Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| x | $-\infty$ | -2 | 2 | $+\infty$ |
|---------|--------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $f'(x)$ | - | - | - | - |
| $f(x)$ | 0 \nearrow $-\infty$ | $+\infty$ \searrow $-\infty$ | $+\infty$ \searrow $-\infty$ | $+\infty$ \searrow $-\infty$ |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

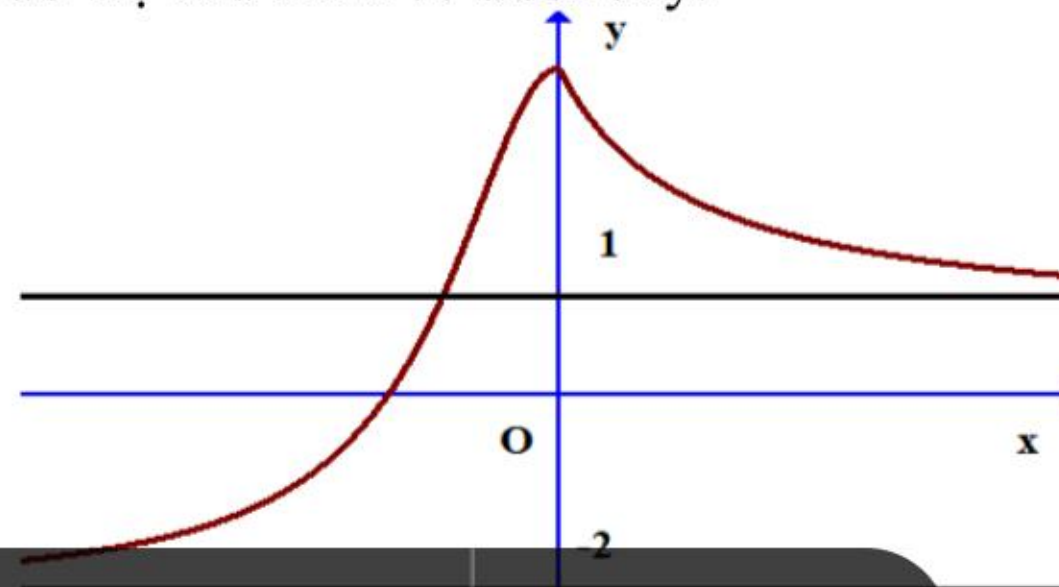
Câu 24: Cho đồ thị một hàm số có hình vẽ như hình dưới đây.

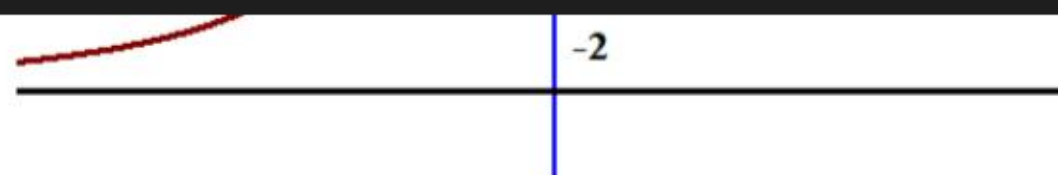


Hỏi đồ thị trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 4. **B.** Không có tiệm cận. **C.** 2. **D.** 3

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.





Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có tiệm cận ngang là?

- A.** $y = 1$ và $y = -2$. **B.** $y = -1$ và $y = -2$. **C.** $y = 1$ và $y = 2$. **D.** $y = 2$.

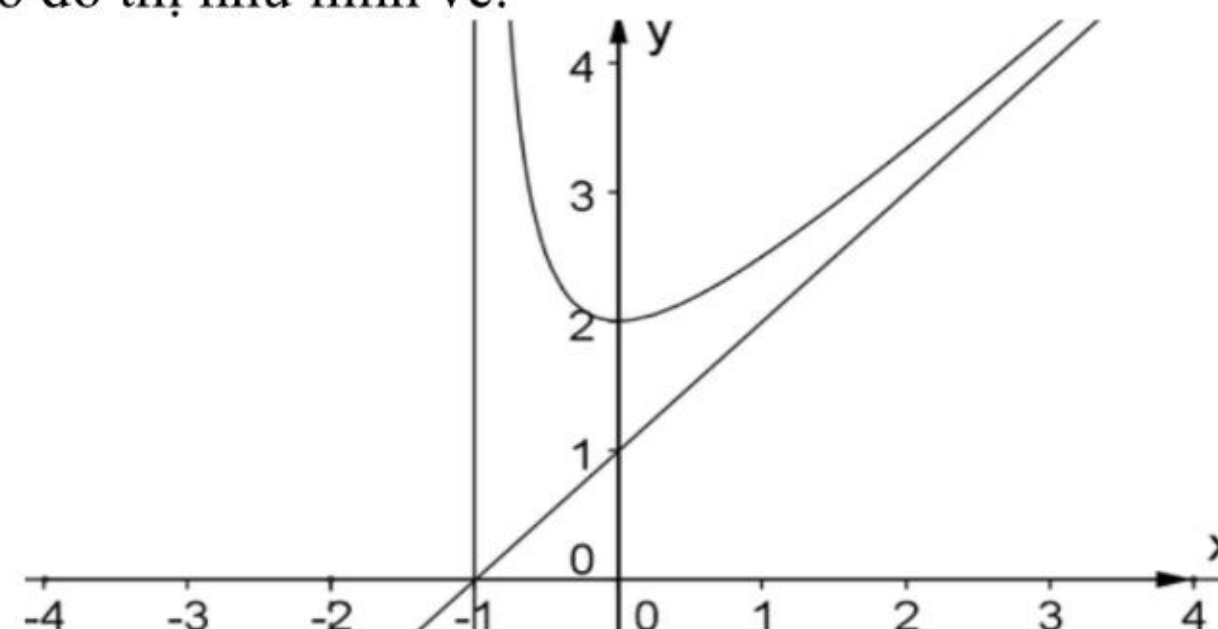
Câu 26: Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{1}{x - 2}$. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

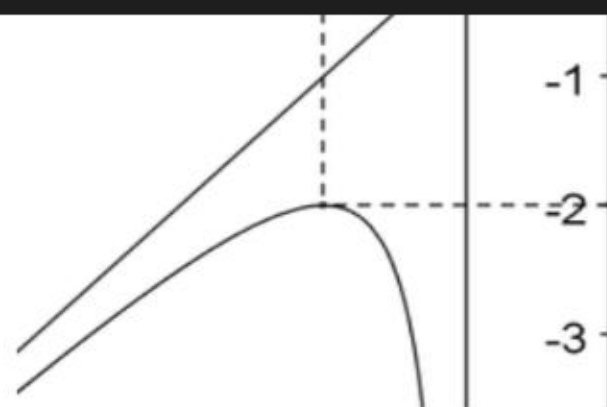
- A.** $x = 2$. **B.** $y = x - 2$. **C.** $y = x - 1$. **D.** $y = 2x - 1$

Câu 27: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng:

- A.** $y = x$. **B.** $y = x - 1$. **C.** $y = 2x - 1$ **D.** $y = x + 1$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.





Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

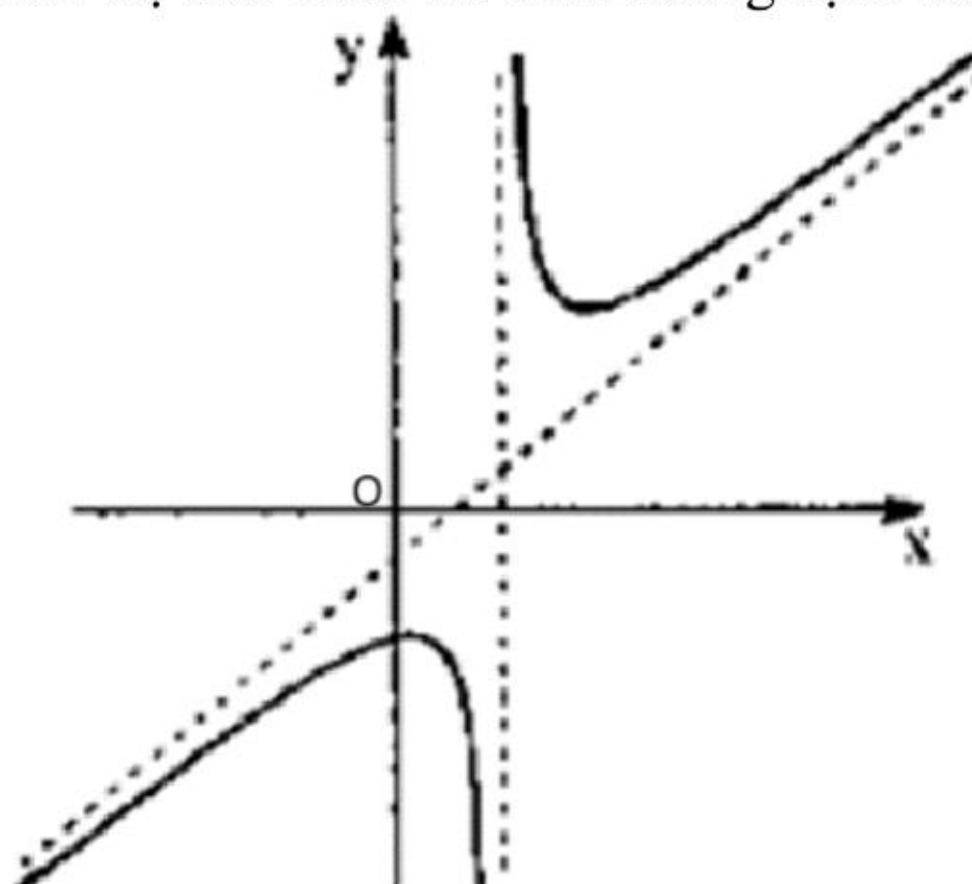
A. $x = 2$.

B. $y = x - 2$.

C. $y = x - 1$.

D. $y = x + 1$

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?



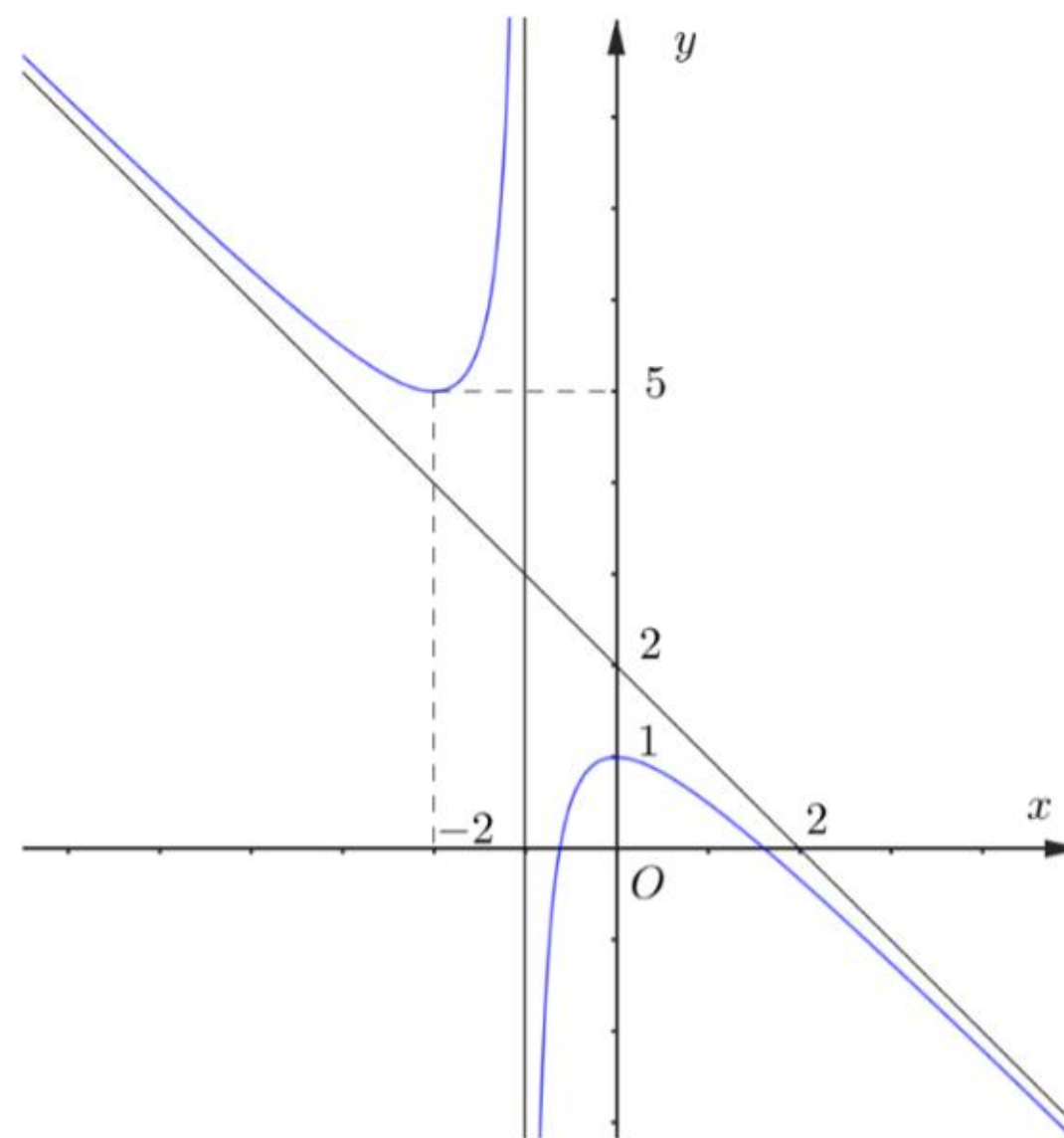
A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận xiên và một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai tiệm cận xiên.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x = 1$.

B. $y = -x + 2$.

C. $y = x - 2$.

D. $y = x + 2$

Câu 21: Cho hàm số $y = x - 2 + \frac{1}{x+1}$. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

A. $x = 1$.

B. $y = -x + 2$.

C. $y = x - 2$.

D. $y = x + 2$.

Câu 31: Cho hàm số $y = x - 2 + \frac{1}{x+1}$. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho?

A. $y = x - 2$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = x$.

D. $y = 1$.

Câu 32: Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận xiên?

A. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$.

B. $y = x^2 + 3$.

C. $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.

D. $y = \frac{1}{x}$.

Câu 33: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 2}$.

A. $y = x$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = x + 2$.

D. $y = x + 3$.

Câu 34: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 - 2x + 5}{x + 2}$.

A. $y = -x$.

B. $y = -x + 1$.

C. $y = -x + 2$.

D. $y = -x + 3$.

Câu 35: Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x + 1}$ là:

A. $y = x - 1$.

B. $y = x - 4$.

C. $y = x - 3$.

D. $y = x - 4$.

Câu 36: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x}{x + 3}$ là

A. $y = x - 2$.

B. $y = x - 1$.

C. $y = x$.

D. $y = x + 1$.

Câu 37: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + x + 3}{1 - x}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1; 2)$.

B. $N(2; 1)$.

C. $P(2; -2)$.

D. $Q(1; 1)$.

Câu 38: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 6}{x - 1}$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. $I(1; 2)$.

B. $I(2; 1)$.

C. $I(2; 2)$.

D. $I(1; 1)$.

Câu 39: Xác định tọa độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

$y = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

A. $I(1,2)$.

B. $I(2,1)$.

C. $I(2,2)$.

D. $I(1,1)$.

Câu 39: Xác định tọa độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$$

A. $(1;2)$.

B. $(1;1)$.

C. $(1;-1)$.

D. $(1;0)$.

