

CHUYÊN ĐỀ 3_GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. Cách tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$

- **Bước 1:** Hàm số đã cho $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$.
Tìm các điểm x_1, x_2, \dots, x_n trên khoảng $(a; b)$, tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.
- **Bước 2:** Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)$.
- **Bước 3:** Khi đó:

$$\max_{[a,b]} f(x) = \max \{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)\}.$$

$$\min_{[a,b]} f(x) = \min \{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)\}.$$

2. Định lý:

- ♦ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{[a,b]} f(x) = f(b); \min_{[a,b]} f(x) = f(a)$
- ♦ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì $\max_{[a,b]} f(x) = f(a); \min_{[a,b]} f(x) = f(b)$

3. Xác định giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(a; b)$

- **Bước 1:** Tính đạo hàm $f'(x)$.
- **Bước 2:** Tìm tất cả các nghiệm $x_i \in (a; b)$ của phương trình $f'(x) = 0$ và tất cả các điểm $\alpha_i \in (a; b)$ làm cho $f'(x)$ không xác định.
- **Bước 3.** Tính $A = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$, $B = \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)$, $f(x_i)$, $f(\alpha_i)$.
- **Bước 4.** So sánh các giá trị tính được và kết luận $M = \max_{(a;b)} f(x)$, $m = \min_{(a;b)} f(x)$.

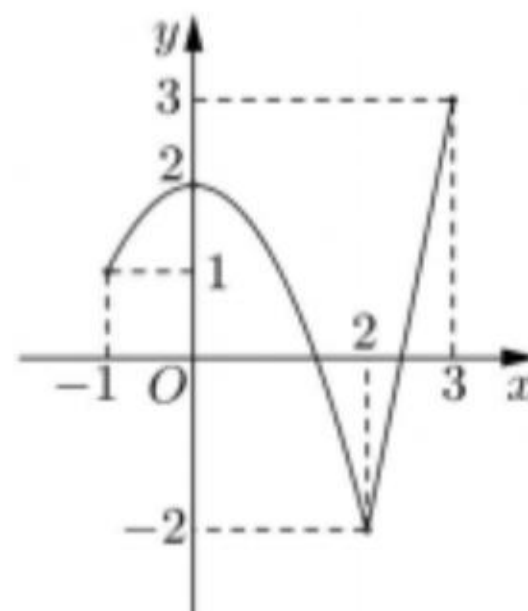
Nếu giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) là A hoặc B thì ta kết luận không có giá trị lớn nhất (nhỏ nhất).

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Nếu giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) là A hoặc B thì ta kết luận không có giá trị lớn nhất (nhỏ nhất).

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



A. 1

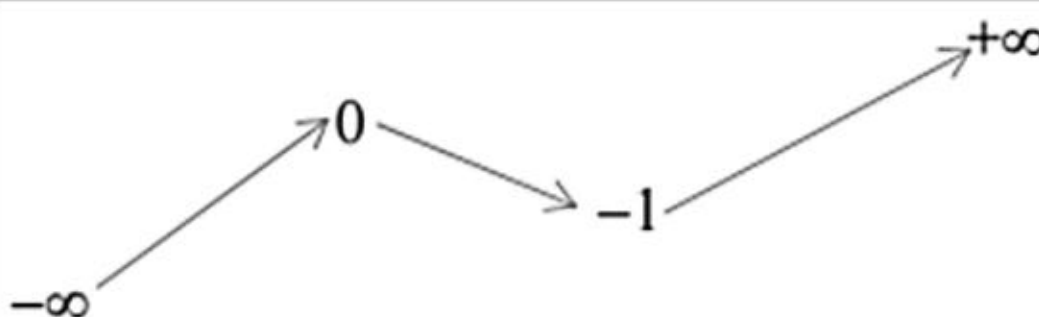
B. 4

C. 5

D. 0

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên:

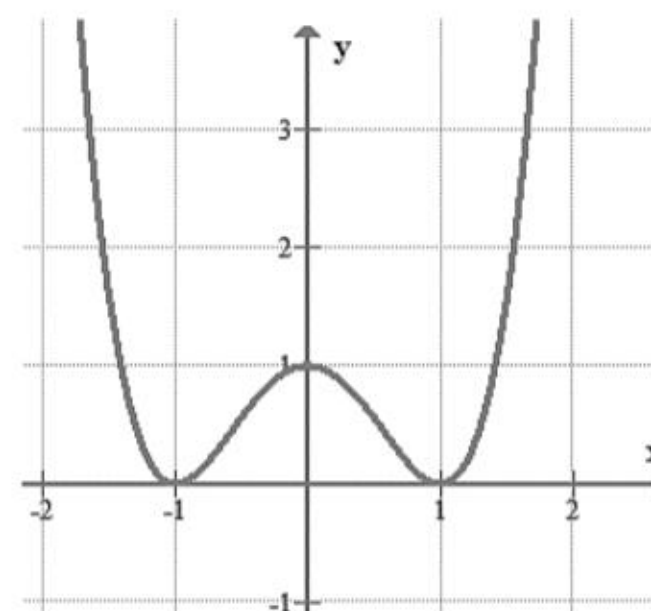
x	$-\infty$	1	/	8	0	—	\oplus	+	$+\infty$
y'		+			—	0	+		

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	\parallel	$-$	0	$+$
y					

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- C.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- D.** Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

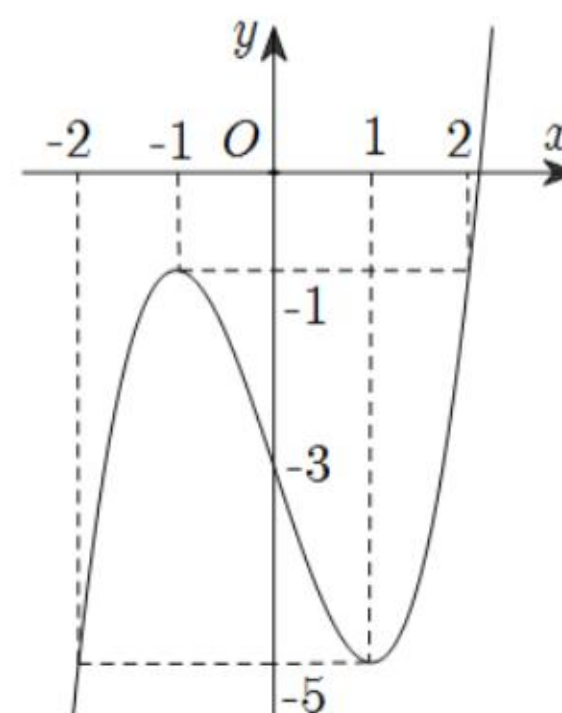
A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



A. $m = -5; M = -1$.

B. $m = -2; M = 2$.

C. $m = -1; M = 0$.

D. $m = -5; M = 0$.

Câu 6: Xét hàm số $y = f(x)$ với $x \in [-1; 5]$ có bảng biến thiên như sau:

x	-1	0	2	5
y'	Trang 2 / 8	0	0	+
y	3	4	0	$+\infty$

y'		+	0	-	0	+	
y	3		4		0		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng

- A. Hàm số đã cho không tồn tại GTLN trên đoạn $[-1; 5]$
- B. Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = -1$ và $x = 2$ trên đoạn $[-1; 5]$
- C. Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = -1$ và đạt GTLN tại $x = 5$ trên đoạn $[-1; 5]$
- D. Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = 0$ trên đoạn $[-1; 5]$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , có bảng biến thiên như hình sau:

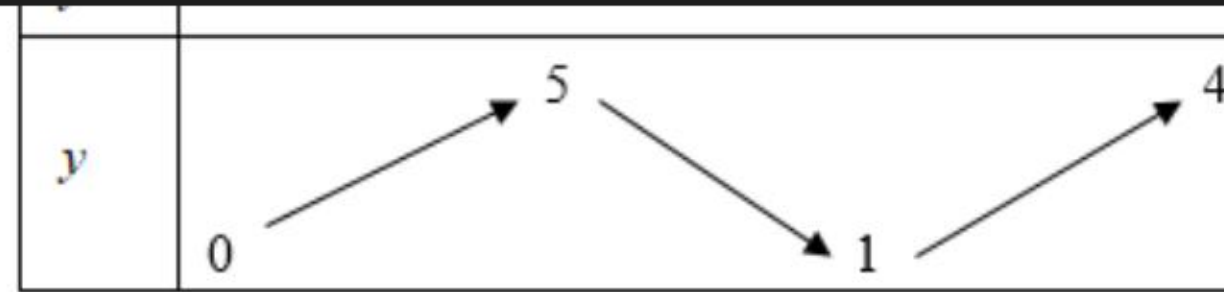
x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		-		+	0	+		-	
y	$+\infty$						2		

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *sai*?

- A. Hàm số có hai điểm cực trị.
- B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.
- C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.
- D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(2; +\infty)$.

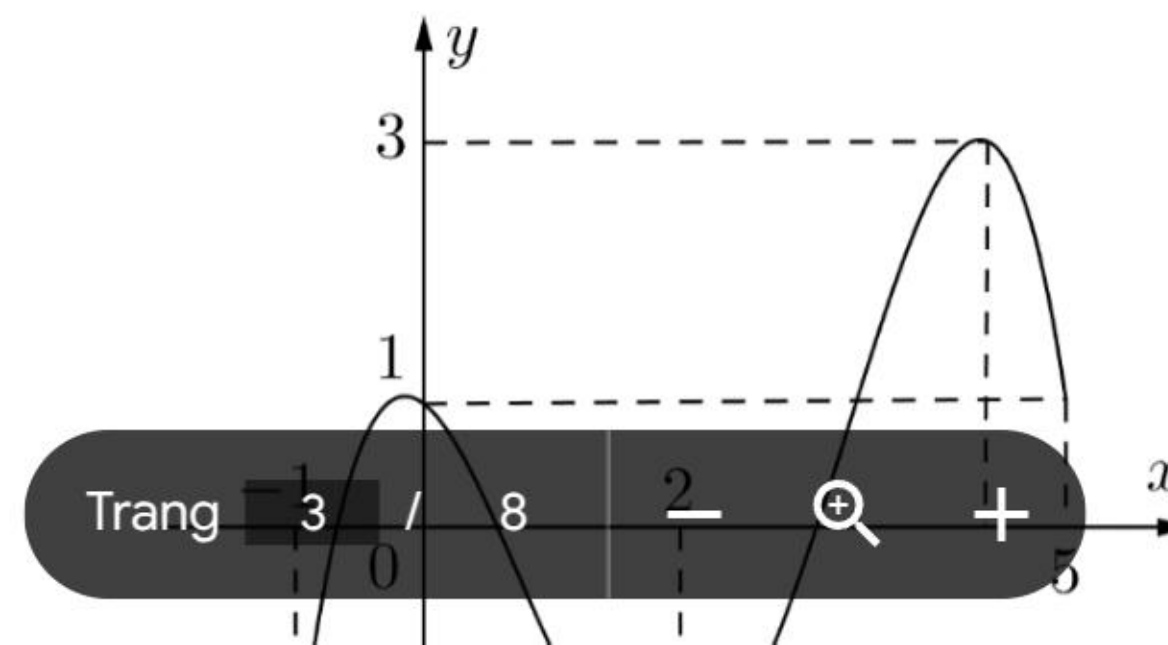
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

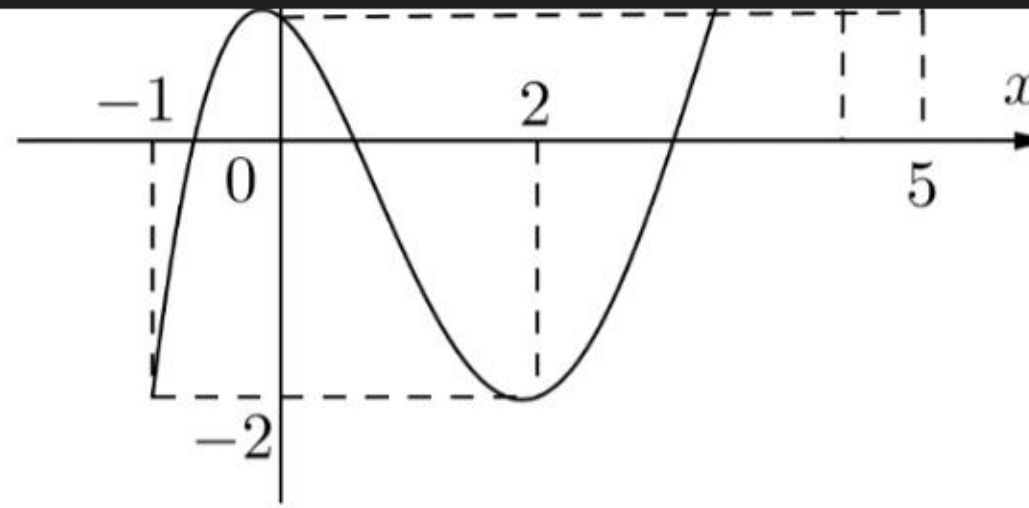
x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	5	8	1	4	



- A.** $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.
B. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.
C. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$.
D. $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng





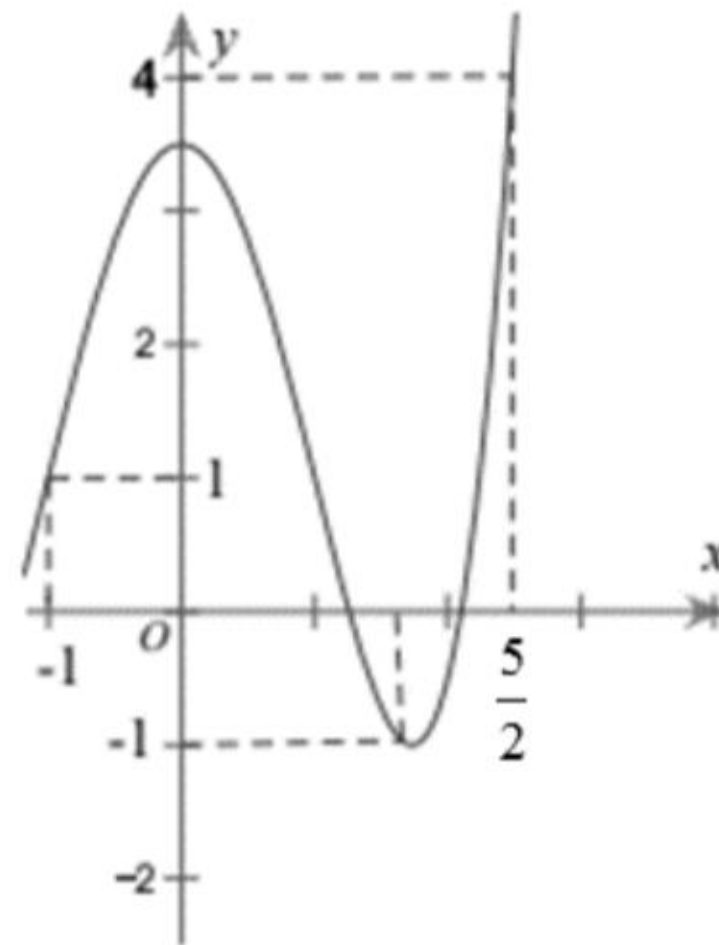
A. -1

B. 4

C. 1

D. 2

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là:

$M = 4, m = 1$

$M = 4, m = -1$

$M = \frac{7}{2}, m = -1$

$M = \frac{7}{2}, m = 1$

A.

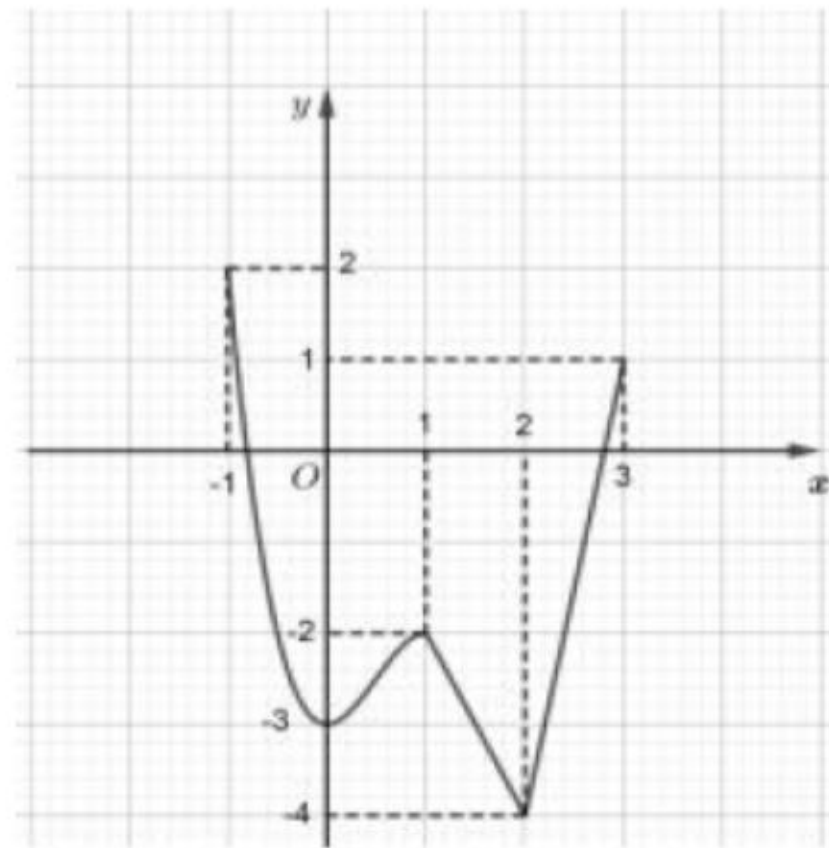
B.

C.

D.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là

lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M + m$ là



A. 2

B. -6

C. -5

D. -2

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5		1		7
y'		-	0	+	
y	6				9

\swarrow 2 \nearrow

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min_{[-5;7)} f(x) = 6$

B. $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$

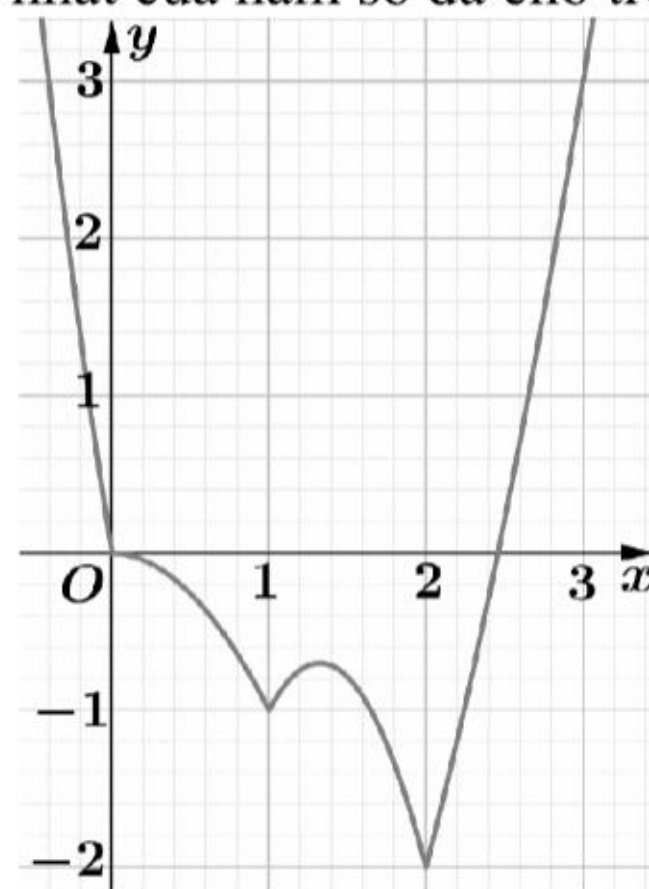
C. $\max_{[-5;7)} f(x) = 9$

D. $\max_{[-5;7)} f(x) = 6$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

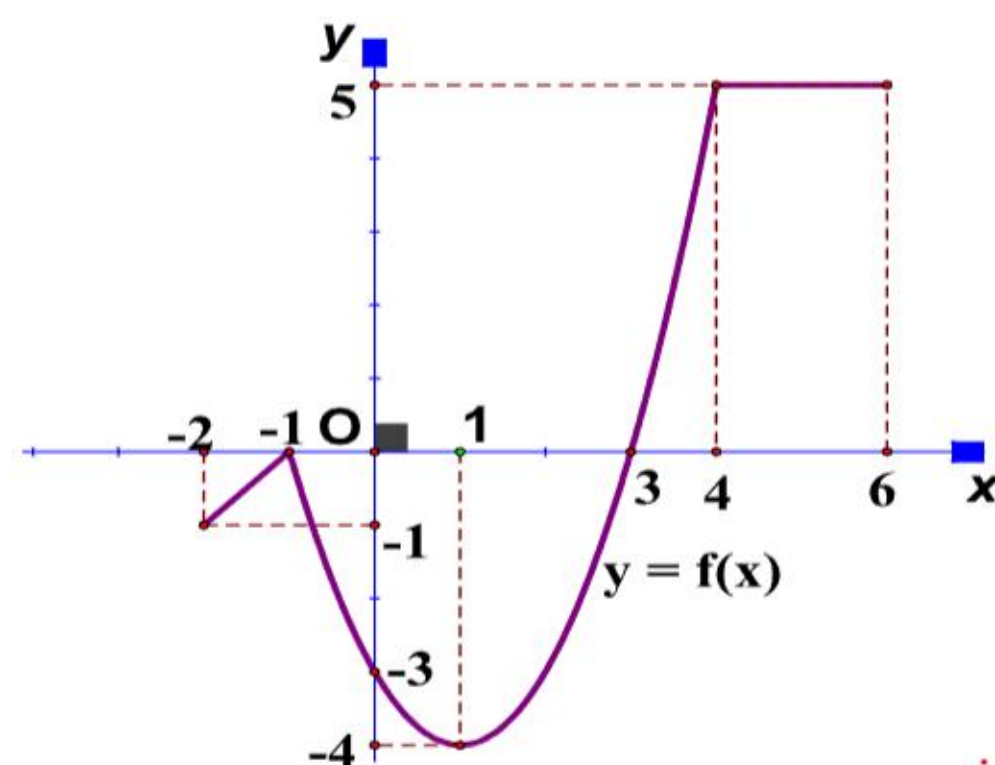
- A. $\min_{[-5;7)} f(x) = 6$ B. $\min_{[-5;7)} f(x) = 2$ C. $\max_{[-5;7)} f(x) = 9$ D. $\max_{[-5;7)} f(x) = 6$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;3]$. Giá trị của $M + m$ bằng?



- A. 5. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;6]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;6]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 9 B. -8 C. -9 D. 8

Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 6]$. Giá trị của $M - m$ bằng

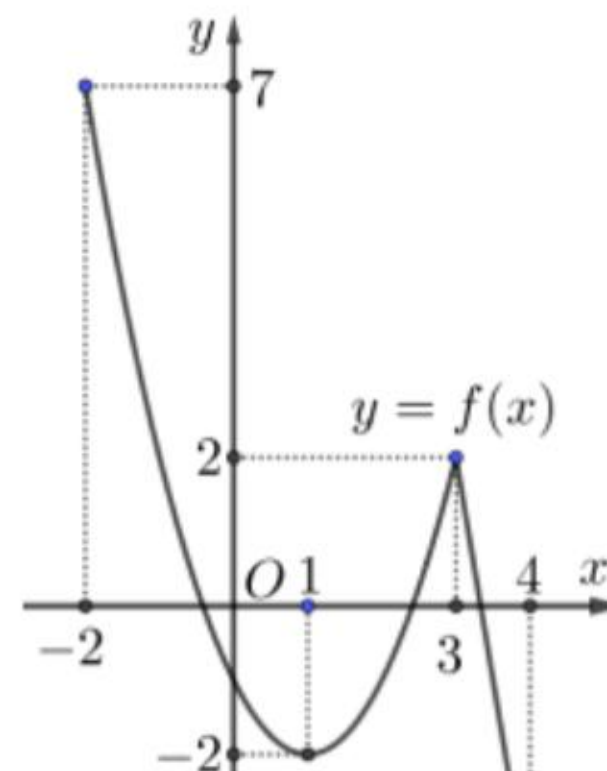
A. 9.

B. -8.

C. -9.

D. 8.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng



A. 5

B. 3

C. 0

D. -2



A. 5

B. 3

C. 0

D. -2

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		-	-	0	+	0	-

Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$

B. $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$

C. $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$

D. $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$

Câu 17: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$.

B. -40.

C. $-32\sqrt{2}$.

D. -45.

Câu 18: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$ trên $[0;9]$ bằng

A. -28.

B. -4.

C. -13.

D. -29.

Câu 19: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min_{[2;4]} y = -3$

B. $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$

C. $\min_{[2;4]} y = 6$

D. $\min_{[2;4]} y = -2$

Câu 20: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

A. $m = 5$

B. $m = 3$

C. $m = \frac{17}{4}$

D. $m = 10$

Câu 21: Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$

A. $T = [1; 9]$.

B. $T = [2\sqrt{2}; 4]$.

C. $T = (1; 9)$.

D. $T = [0; 2\sqrt{2}]$.

Câu 22: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

15

5

29

3

- Câu 22:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng
- A. $\frac{15}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{29}{3}$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 23:** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$
- A. $M = \frac{1}{3}$. B. $M = -\frac{1}{3}$. C. $M = 5$. D. $M = -5$.
- Câu 24:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ là

- A. 2. B. 0. C. 4. D. 1.
- Câu 25:** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4 \sin x - 5$.
- A. -20. B. -8. C. -9. D. 0.
- Câu 26:** Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tính tổng $S = 2m + 3M$.
- A. $S = -\frac{7}{2}$. B. $S = -\frac{3}{2}$. C. $S = -3$. D. $S = 4$.
- Câu 27:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sin x + \cos 2x$ trên $[0; \pi]$ là
- A. $\frac{9}{8}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 28:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2\cos x - \frac{4}{3}\cos^3 x$ trên $[0; \pi]$ là

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 \cos x - \frac{4}{3} \cos^3 x$ trên $[0; \pi]$.

A. $\max_{[0; \pi]} y = \frac{2}{3}$. B. $\max_{[0; \pi]} y = \frac{10}{3}$. C. $\max_{[0; \pi]} y = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\max_{[0; \pi]} y = 0$.

Câu 29: Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $\min_{(0; +\infty)} y = \frac{33}{5}$ B. $\min_{(0; +\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$ C. $\min_{(0; +\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$ D. $\min_{(0; +\infty)} y = 7$

Câu 30: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 1 + \frac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Tìm m ?

A. $m = 5$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 31: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

A. 0 B. -1 C. -3 D. -2

Câu 32: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm m .

A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.

Câu 33: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[2; +\infty)$ là:

A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 0 D. $\frac{7}{2}$

Câu 34: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm m .

A. $m = 3$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{3}$ trên tập xác định của nó là

A. $2 + \sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 0. D. $\sqrt{3}$.

Câu 36: Với giá trị nào của x thì hàm số $y = x^2 + \frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $2 + \sqrt{3}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. ∞ .

D. $\sqrt{3}$.

Câu 36: Với giá trị nào của x thì hàm số $y = x^2 + \frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 37: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{2}{x} - (1 + \sqrt{2})^2$ trên khoảng $(0; +\infty)$

A. không tồn tại.

B. -3 .

C. $-1 + \sqrt{2}$.

D. 0 .

Câu 38: Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 2}$ với x thuộc $D = (-\infty; -1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\max_D f(x) = 0; \min_D f(x) = -\sqrt{5}$.

B. $\max_D f(x) = 0$; không tồn tại $\min_D f(x)$.

C. $\max_D f(x) = 0; \min_D f(x) = -1$.

D. $\min_D f(x) = 0$; không tồn tại $\max_D f(x)$.

Câu 39: Mệnh đề nào sau đây là đúng về hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+5}}$ trên tập xác định của nó.

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

B. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

