

## CHUYÊN ĐỀ 21\_PƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

### A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

#### 1. Xác định tâm và bán kính mặt cầu.

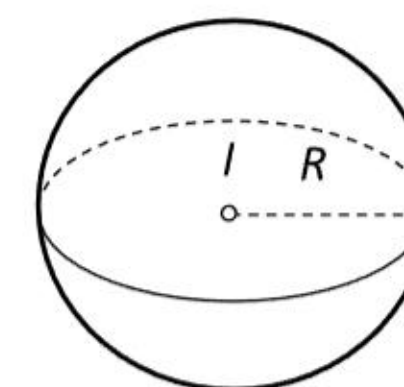
Mặt cầu tâm  $I(a;b;c)$  và có bán kính  $R$  có phương trình  $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ .

Phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  với  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

là phương trình của mặt cầu có tâm  $I(a;b;c)$  và bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$ .

Để một phương trình là một phương trình mặt cầu, cần thỏa mãn hai điều kiện:

**Nhận xét:** Hệ số trước  $x^2, y^2, z^2$  phải bằng nhau và  $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ .



#### 2. Viết phương trình mặt cầu khi cho các dữ kiện đơn giản

① **Dạng 1. Cơ bản**  $(S): \begin{cases} \text{Tâm } I(a;b;c) \\ \text{BK: } R \end{cases} \Rightarrow (S): \boxed{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2}$ .

② **Dạng 2. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và đi qua điểm  $A$ .**

Phương pháp:  $(S): \begin{cases} \text{Tâm } I \\ \text{BK: } R = IA \end{cases}$

③ **Dạng 3. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có đường kính  $AB$ , với  $A, B$  cho trước.**

Phương pháp:  $(S): \begin{cases} \text{Tâm } I \text{ là trung điểm của } AB. \\ \text{BK: } R = \frac{1}{2} AB \end{cases}$

④ **Dạng 4. Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc với các trục và mp tọa độ.**



Phương pháp:

④ **Dạng 4.** Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc với các trục và mp tọa độ.

Phương pháp:  $(S): \begin{cases} \text{Tâm } I \\ BK: R = IM \end{cases}$  với  $M$  là hình chiếu của  $I$  lên trục hoặc mp tọa độ.

⑤ **Dạng 5.** Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$ .

Phương pháp:  $(S): \begin{cases} \text{Tâm } I \\ BK: R = d[I; (P)] \end{cases}$

## B. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$ . Bán kính của  $(S)$  là:

A. 32

B. 8

C. 4

D. 16

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$  <sup>B</sup> Bán kính  $R = \sqrt{16} = 4$

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

A.  $(-1; 2; -3)$ .

B.  $(2; -4; 6)$ . 8

C.  $(1; -2; 3)$

D.  $(-2; 4; -6)$ .

Trang

1

/

8

Lời giải





A.  $(-1; 2; -3)$ .

B.  $(2; -4; 6)$ .

C.  $(1; -2; 3)$ .

D.  $(-2; 4; -6)$ .

Lời giải

Chọn A

Tâm mặt cầu  $(S)$  có tọa độ là  $(-1; 2; -3)$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A.  $\sqrt{7}$ .

B. 9.

C.  $\sqrt{15}$ .

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$$

Vậy bán kính của mặt cầu bằng 3.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai điểm  $I(1;1;1)$  và  $A(1;2;3)$ . Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A.  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$

B.  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$

C.  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$

D.  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$

lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$$

vậy phương trình mặt cầu tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

$$(x-x_I)^2 + (y-y_I)^2 + (z-z_I)^2 = R^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$$



vậy phương trình mặt của tâm  $I$  và đi qua điểm  $A$  có phương trình là

$$(x - x_I)^2 + (y - y_I)^2 + (z - z_I)^2 = R^2 \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$$

**Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hỏi trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình của mặt cầu?

**A.**  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$

**B.**  $x^2 + z^2 + 3x - 2y + 4z - 1 = 0$

**C.**  $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y + 4z - 1 = 0$

**D.**  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 8 = 0$

**Lời giải**

**Chọn A**

Đáp án B vì không có số hạng  $y^2$ . Đáp án C loại vì có số hạng  $2xy$ . Đáp án D loại vì  $a^2 + b^2 + c^2 - d = 1 + 1 + 4 - 8 = -2 < 0$ .

Đáp án A thỏa mãn vì  $a^2 + b^2 + c^2 - d = 1 + 0 + 4 + 1 = 6 > 0$ .

**Câu 6:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -1; -3)$ ;  $B(0; 3; -1)$ . Phương trình của mặt cầu đường kính  $AB$  là:

**A.**  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 6$

**B.**  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 24$

**C.**  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = 24$

**D.**  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 6$

**Lời giải**

**Chọn D**

Trang 2 / 8



Tâm  $I$  mặt cầu là trung điểm của  $AB$



**Chọn D**

Tâm  $I$  mặt cầu là trung điểm của  $AB$

$$I(1;1;-2) \quad \text{bán kính} \quad R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{4+16+4} = \frac{1}{2}\sqrt{24}$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 6$$

**Câu 7:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;3)$ ,  $B(5;4;-1)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

**A.**  $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 36$ .

**B.**  $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$ .

**C.**  $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 6$ .

**D.**  $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 9$ .

**Lời giải****Chọn B**

Tọa độ tâm mặt cầu là  $I(3;3;1)$ , bán kính  $R = IA = 3$ .

**Câu 8:** Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu  $(S)$  tâm  $A(2;1;0)$ , đi qua điểm  $B(0;1;2)$ ?

**A.**  $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$ .

**B.**  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$ .

**C.**  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 64$ .

**D.**  $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$ .

**Lời giải****Chọn B**

Vì mặt cầu  $(S)$  có tâm  $A(2;1;0)$ , đi qua điểm  $B(0;1;2)$  nên mặt cầu  $(S)$  có tâm  $A(2;1;0)$  và nhận độ dài đoạn thẳng  $AB$  là bán kính.

Ta có:  $\vec{AB} = (-2;0;2)$  Trang 3 /  $\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$  Suy ra:  $R = 2\sqrt{2}$ .

nhận độ dài đoạn thẳng  $AB$  là bán kính.

Ta có:  $\vec{AB} = (-2; 0; 2)$ .  $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ . Suy ra:  $R = 2\sqrt{2}$ .

Vậy:  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$ .

**Câu 9:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(5; 4; -1)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

**A.**  $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$ .

**B.**  $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 6$ .

**C.**  $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 9$ .

**D.**  $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 36$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

+ Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow I(3; 3; 1)$ .

$\vec{AB}(4; 2; -4) \Rightarrow AB = \sqrt{16 + 4 + 16} = 6$

+ Mặt cầu đường kính  $AB$  có tâm  $I(3; 3; 1)$ , bán kính  $R = \frac{AB}{2} = 3$  có phương trình là:  
 $(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(7; -2; 2)$  và  $B(1; 2; 4)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính  $AB$ ?

**A.**  $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$

**B.**  $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{14}$



**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -2; 2)$  và  $B(1; 2; 4)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đường kính  $AB$ ?

**A.**  $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$ .

**B.**  $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 2\sqrt{14}$ .

**C.**  $(x-7)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 14$ .

**D.**  $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt cầu nhận  $AB$  làm đường kính, do đó mặt cầu nhận trung điểm  $I(4; 0; 3)$  của  $AB$  làm tâm và có bán kính  $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{56}$ .

Suy ra phương trình mặt cầu cần tìm là  $(x-4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 56$ .

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , có tất cả bao nhiêu giá nguyên của  $m$  để

$x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$  là phương trình một mặt cầu?

**A.** 4

**B.** 6

**C.** 5

**D.** 7

**Lời giải**

**Chọn D**

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$(m+2)^2 + (m-1)^2 - 3m^2 + 5 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 10 < 0$$

$$\Leftrightarrow -1 - \sqrt{11} < m < 1 + \sqrt{11}$$

Theo bài ra  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$  có 7 giá trị của  $m$  nguyên thỏa mãn bài toán.

**Câu 12:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình

$x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$  là phương trình mặt cầu

Theo bài ra ta có giá trị của nguyên thỏa mãn bài toán.

**Câu 12:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$  là phương trình mặt cầu.

- A.**  $1 < m < 2$ .      **B.**  $m < 1$  hoặc  $m > 2$ .      **C.**  $-2 \leq m \leq 1$ .      **D.**  $m < -2$  hoặc  $m > 1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$  là phương trình mặt cầu là:  $(m+2)^2 + 4m^2 - 19m + 6 > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 1$  hoặc  $m > 2$ .

**Câu 13:** Trong không gian  $Oxyz$ , xét mặt cầu  $(S)$  có phương trình dạng  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2az + 10a = 0$ . Tập hợp các giá trị thực của  $a$  để  $(S)$  có chu vi đường tròn lớn bằng  $8\pi$  là

- A.**  $\{1; 10\}$ .      **B.**  $\{2; -10\}$ .      **C.**  $\{-1; 11\}$ .      **D.**  $\{1; -11\}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đường tròn lớn có chu vi bằng  $8\pi$  nên bán kính của  $(S)$  là  $\frac{8\pi}{2\pi} = 4$ .

Từ phương trình của  $(S)$  suy ra bán kính của  $(S)$  là  $\sqrt{2^2 + 1^2 + a^2 - 10a}$ .

Do đó:  $\sqrt{2^2 + 1^2 + a^2 - 10a} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ a = 11 \end{cases}$



Từ phương trình của (\*) suy ra bán kính của (\*) là  $\sqrt{2^2+1^2+a^2-10a}$ .

$$\text{Do đó: } \sqrt{2^2+1^2+a^2-10a} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 11 \end{cases}.$$

**Câu 14:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;-2;3)$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$ . Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu tâm  $I$  bán kính  $IM$ ?

- A.  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$ .      B.  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$ .  
C.  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$ .      D.  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Với điểm  $M(1;-2;3)$  thì hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$  là  $I(1;0;0)$

Có  $IM = \sqrt{13}$  vậy phương trình mặt cầu tâm  $I(1;0;0)$  bán kính  $IM$  là:  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

**Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính  $R = 2$ ?

- A.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ .      B.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$ .  
C.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$ .      D.  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$  có bán kính là  $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{4} = 2$$

Trong đáp án C ta có:

Trang

5

/ 8

—



+

Trong đáp án C ta có:  $\begin{cases} c = -1 \\ d = 2 \end{cases}$ .

**Câu 16:** Một vệ tinh quay quanh Trái Đất với độ cao so với mặt đất là 18900 km. Ta xét trong không gian  $Oxyz$  với tâm  $O$  là tâm Trái Đất, 1 đơn vị dài trong không gian  $Oxyz$  tương ứng với 6300 km trên thực tế. Biết bán kính Trái Đất khoảng 6300 km. Phương trình biểu diễn quỹ đạo chuyển động của vệ tinh đó là

**A.**  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ .      **B.**  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ .      **C.**  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ .      **D.**  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Khoảng cách từ tâm Trái Đất đến vệ tinh là  $18900 + 6300 = 25200$  tương ứng bằng 4 đơn vị.

Ta thấy quỹ đạo chuyển động của vệ tinh quanh Trái Đất là một mặt cầu có tâm là tâm Trái Đất có tọa độ là  $O(0;0;0)$  và bán kính  $R = 4$ .

Do đó phương trình mặt cầu là:  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ .

**Câu 17:** Một máy Radar có tầm hoạt động với bán kính tối đa là 20 km. Ta xét trong không gian  $Oxyz$  với tâm  $O$  là vị trí máy Radar, 1 đơn vị dài trong không gian  $Oxyz$  tương ứng với 10 km trên thực tế. Hỏi trong không gian  $Oxyz$  trên, vật thể có tọa độ tương ứng với đáp án nào dưới đây sẽ bị Radar phát hiện?

**A.**  $M(1;0;2)$ .      **B.**  $N(2;-1;1)$ .      **C.**  $P(1;1;\sqrt{2})$ .      **D.**  $Q(3;0;0)$ .

**Chọn C**



A.  $(-1; 1; 1)$ . B.  $(-1; 1; -1)$ . C.  $(1; 1; 1)$ . D.  $(1; 1; -1)$ .

Lời giải

Chọn C

Ta thấy quỹ đạo của Radar là một khối cầu giới hạn bởi mặt cầu  $(S)$  có tâm là vị trí máy Radar có tọa độ là  $O(0; 0; 0)$  và bán kính  $R = 2$ .

Do đó ta có phương trình mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$ .

Vật thể bắt đầu bị phát hiện khi nó nằm trong hoặc trên mặt cầu  $(S)$ .

Trong 4 đáp án trên ta thấy có đáp án C thỏa mãn phương trình mặt cầu  $(S)$  các đáp án còn lại đều nằm ngoài  $(S)$ .

**Câu 18:** Trong không gian  $Oxyz$ , một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm  $I(-6; -1; 4)$ . Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là  $2\text{ km}$ . Người sử dụng điện thoại đứng ở điểm nào sau đây thì sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?

A.  $A(-4; 0; 2)$  B.  $B(-5; -2; 5)$  C.  $C(-6; 2; 2)$  D.  $D(0; -1; 4)$

Lời giải

Chọn B

Ta có  $IA = 3 > 2$ ;  $IB = \sqrt{3} < 2$ ;  $IC = \sqrt{13} > 2$ ;  $ID = 6 > 2$ .

Vậy người đứng tại điểm B nằm trong mặt cầu nên sẽ sử dụng được dịch vụ của trạm thu phát sóng điện thoại di động.

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí  $A(3; 0; 0)$ . Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 5. Hỏi vị trí của điểm nào sau đây không thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên?

A.  $M(5; 0; 0)$  B.  $N(3; 2; -1)$  C.  $P(-1; 3; 1)$  D.  $Q(0; -2; 0)$

thiết bị có bán kính bằng 5. Hỏi vị trí của điểm nào sau đây không thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên?

- A.**  $M(5;0;0)$ .      **B.**  $N(3;2;-1)$ .      **C.**  $P(-1;3;1)$ .      **D.**  $Q(0;-2;0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $AM = 2 < R$  nên điểm  $M$  thuộc vùng phủ sóng.

Ta có  $AN = \sqrt{5} < R$  nên điểm  $N$  thuộc vùng phủ sóng.

Ta có  $AP = \sqrt{26} > R$  nên điểm  $P$  không thuộc vùng phủ sóng.

Ta có  $AQ = \sqrt{13} < R$  nên điểm  $Q$  thuộc vùng phủ sóng.

**Câu 20:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, người ta đặt một trạm thu phát sóng điện thoại được đặt ở vị trí  $A(-1;2;-3)$ . Biết rằng trạm thu phát sóng được thiết kế với bán kính là 4 km, viết phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian?

- A.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16$       **B.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$   
**C.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$       **D.**  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là:



### Chọn B

Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là:

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$$

**Câu 21:** Trong không gian hệ trục tọa độ  $Oxyz$  một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Viettel được đặt ở vị trí  $I(-1;2;3)$  và được thiết kế bán kính phủ sóng là  $5000m$ . Phương trình mặt cầu biểu diễn ranh giới vùng phủ sóng là:

**A.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ .

**B.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ .

**C.**  $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25.000.000$ .

**D.**  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25.000.000$ .

Lời giải

### Chọn A

Tâm mặt cầu có tọa độ  $I(-1;2;3)$

Bán kính mặt cầu  $R = 5000(m) = 5(km)$ .

Vậy phương trình mặt cầu mô tả vùng phủ sóng của trạm phát sóng là:

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25.$$

**Câu 22:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt sàn nhà đa năng thuộc mặt phẳng  $Oxy$ . Một quả cầu bằng nhựa nằm trên mặt sàn nhà đa năng và có tâm  $I(12;20;50)$ . Khi đó, mặt ngoài của quả cầu nhựa  $(S)$  có phương trình là

**A.**  $(x-12)^2 + (y-20)^2 + (z-50)^2 = 12^2$ .

**B.**  $(x+12)^2 + (y+20)^2 + (z+50)^2 = 12^2$ .

**C.**  $(x-12)^2 + (y-20)^2 + (z-50)^2 = 20^2$ .

**D.**  $(x-12)^2 + (y-20)^2 + (z-50)^2 = 50^2$ .

### Chọn D

**Lời giải**

**Chọn D**

Do quả cầu nằm trên mặt sàn nhà đa năng nên mặt ngoài của quả cầu tiếp xúc với mặt phẳng Oxy

Ta có:  $d(I, (Oxy)) = R = 50$

Vậy mặt ngoài của quả cầu  $(S)$  có phương trình là  $(x-12)^2 + (y-20)^2 + (z-50)^2 = 50^2$

**Câu 23:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí  $I(1;5;5)$  như hình vẽ. Ngọn hải đăng được thiết kế với bán kính phủ sáng là 5 km.



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Một người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí  $I(1;5;5)$  đến vị trí  $A(7;14;11)$ . Điểm nào sau đây mà người đi biển đi qua và vẫn thuộc vùng phủ sáng của ngọn hải đăng?

**A.**  $M(3;8;7)$ .

**B.**  $N(0;4;8)$ .

**C.**  $P(7;3;0)$ .

**D.**  $Q(7;11;3)$ .

**Chọn A**



A.  $M(3;8;7)$ .

B.  $N(0;4;8)$ .

C.  $P(7;3;0)$ .

D.  $Q(7;11;3)$ .

Lời giải

**Chọn A**

Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là:

$$(x-1)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 25$$

Ta có  $\vec{IM}(2;3;2)$ ;  $\vec{IA}=(6;9;6)=3\vec{IM}$  và  $IM = \sqrt{(3-1)^2 + (8-5)^2 + (7-5)^2} = \sqrt{17} < 5$  nên điểm  $M$  nằm trong mặt cầu. Vậy người đi biển đi qua điểm  $M$  mà vẫn thuộc vùng phủ sóng.

Ta có  $IM(2;3;2)$ ;  $IA=(6;9;6)=3IM$  và  $IM=\sqrt{(3-1)^2+(8-5)^2+(7-5)^2}=\sqrt{17}<5$  nên điểm  $M$  nằm trong mặt cầu. Vậy người đi biển đi qua điểm  $M$  mà vẫn thuộc vùng phủ sóng.