Taller-parcial Complementario

Augusto Rico
arico@unal.edu.co

6 de mayo de 2023

1. Punto 1

1.1. monopolio discriminador de grado 3

sabemos que la condicion de maximizacion para un monopolio es:

$$MR_i = MC \rightarrow A_i - 2B_iQ_i = \frac{A_1 + A_2}{2}$$
$$2A_i - 4B_iQ_i = A_1 + A_2$$
$$Q_i = \frac{A_1 + A_2 - 2A_i}{-4B_i}$$

para el consumidor tipo 1:

$$Q_1^m = \frac{A_1 + A_2 - 2A_1}{-4B_1} \rightarrow -\frac{A_2 - A_1}{4B_1}$$
$$P_1^m = A_1 - B_1\left(-\frac{A_2 - A_1}{4B_1}\right)$$
$$P_1^m = A_1 + \frac{A_2 - A_1}{4} \rightarrow \frac{3A_1 + A_2}{4}$$

para el consumidor tipo 2:

$$Q_2^m = \frac{A_1 + A_2 - 2A_2}{-4B_2} \rightarrow -\frac{A_1 - A_2}{4B_2}$$
$$P_2^m = A_2 - B_2\left(-\frac{A_1 - A_2}{4B_2}\right)$$
$$P_2^m = A_2 + \frac{A_1 - A_2}{4} \rightarrow \frac{3A_2 + A_1}{4}$$

1.2. monopolio sin capacidad de discriminar

$$P = P_1 + P_2 \rightarrow A_1 - B_1Q_1 + A_2 - B_2Q_2 \rightarrow \underbrace{\sum A_i}_{A} - \underbrace{\sum B_iQ_i}_{BQ} \rightarrow P = A - BQ$$

con la ecuacion de demanda, aplicamos la derivada a la utilidad del monopolista y obtenemos las cantidades optimas:

$$
\begin{aligned}
MR = MC \rightarrow A - 2BQ &= \frac{A}{2} \\
2A - 4BQ &= A \\
Q^m &= \frac{A}{4B}
\end{aligned}
$$

cantidades que generan un precio:

$$
\begin{aligned}
P^m &= A - B\left(\frac{A}{4B}\right) \\
P^m &= A - \frac{A}{4} \rightarrow \frac{3A}{4}
\end{aligned}
$$

2. Punto 2

2.1. monopolio discriminador de grado 3

$$
\begin{aligned}
MR_i = MC \rightarrow A_i - 2B_iQ_i &= \frac{A_1 - A_2}{2} \\
2A_i - 4B_iQ_i &= A_1 - A_2 \\
Q_i &= \frac{A_1 - A_2 - 2A_i}{-4B_i}
\end{aligned}
$$

para el consumidor tipo 1:

$$
\begin{aligned}
Q_1^m = \frac{A_1 - A_2 - 2A_1}{-4B_1} &\rightarrow -\frac{-A_1 - A_2}{4B_1} \\
P_1^m = A_1 - B_1 &\left(-\frac{-A_1 - A_2}{4B_1}\right) \\
P_1^m = A_1 + \frac{-A_1 - A_2}{4} &\rightarrow \frac{3A_1 - A_2}{4}
\end{aligned}
$$

para el consumidor tipo 2:

$$
\begin{aligned}
Q_2^m = \frac{A_1 - A_2 - 2A_2}{-4B_2} &\rightarrow -\frac{A_1 - 3A_2}{4B_2} \\
P_2^m = A_2 - B_2 &\left(-\frac{A_1 - 3A_2}{4B_2}\right) \\
P_2^m = A_2 + \frac{A_1 - 3A_2}{4} &\rightarrow \frac{5A_1 - 3A_2}{4}
\end{aligned}
$$

2.2. monopolio sin capacidad de discriminar

$$P = P_1 + P_2 \rightarrow A_1 - B_1Q_1 + A_2 - B_2Q_2 \rightarrow \underbrace{\sum A_i}_{A} - \underbrace{\sum B_iQ_i}_{BQ} \rightarrow P = A - BQ$$

con la ecuacion de demanda, aplicamos la derivada a la utilidad del monopolista y obtenemos las cantidades optimas:

$$\begin{aligned}
&MR = MC \rightarrow A - 2BQ = \frac{A_1 - A_2}{2} \\
&2A - 4BQ = A_1 - A_2 \\
&Q^m = \frac{A_1 - A_2 - 2A}{-4B} \rightarrow \frac{A_1 - A_2 - 2A_1 - 2A_2}{-4B} \rightarrow \frac{A_1 + 3A_2}{4B}
\end{aligned}$$

cantidades que generan un precio:

$$\begin{aligned}
&P^m = A - B\left(\frac{A_1 + 3A_2}{4B}\right) \\
&P^m = A - \frac{A_1 + 3A_2}{4} \\
&P^m = \frac{4A - A_1 - 3A_2}{4} \rightarrow \frac{4A_1 + 4A_2 - A_1 - 3A_2}{4} \\
&P^m = \frac{3A_1 + A_2}{4}
\end{aligned}$$

2.3. comparacion

dado que en el caso 2 el monopolista tiene menores costos marginales de produccion, sus soluciones se dan por mayor cantidad de cantidades producidad en todos los casos, y por ende, menores precios para los consumidores.

3. Punto 3

4. Punto 4

el problema que busca resolver un monopolista legal siempre sera el de obtener las cantidades optimas donde logre maximizar su beneficio, para ello, el monopolista entonces debera resolver:

$$\max_q \pi(q) = p(q)q - c(q)$$

no obstante, para que este pueda obtener una solucion derivando se debe satisfacer que, $\pi''(q) < 0$, que esto se puede satisfacer si $c(\cdot)$ es convexa y el ingreso marginal tiene pendiente negativa, bajo estas condiciones, y como tenemos demandas lineales podemos derivar e igualar a cero y se deberia obtener un maximo.

$$\pi'(q) = p'(q)q + p(q) - c'(q) = 0$$

despejando obtenemos que:

$$\underbrace{p'(q)q + p(q)}_{MR} = \underbrace{c'(q)}_{MC}$$

factorizando $p(q)$ en la parte derecha podemos obtener que:

$$p(q)\left[1 + \frac{qp'(q)}{p(q)}\right] = c'(q)$$

$p'(q)$ puede representarse tambien como $\frac{dp(q)}{dq}$, por lo que podemos reescribir la ecuacion como:

$$p(q)\left[1 + \frac{q}{p(q)}\frac{dp(q)}{dq}\right] = c'(q)$$

sabemos que $\epsilon = \frac{p(q)}{q}\frac{dq}{dp(q)}$ por lo que podemos reescribir nuestra ecuacion como:

$$p(q)\left[1 + \frac{1}{\epsilon}\right] = c'(q)$$

no obstante, en equilibrio $-1 < \epsilon < 0$ por lo que $MR < 0$, y dado que $c(\cdot)$ es convexa, $MC > 0$, por lo que no se podria satisfacer la solucion, por esto el monopolista debe trabajar en la parte elastica de la curva de demanda.