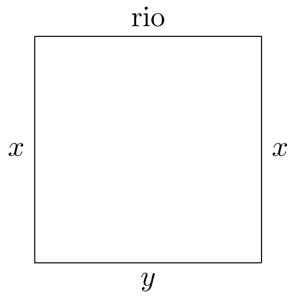
P3 Parcial 4 Calculo

Un terreno rectangular se encuentra en la orilla de un rio y se desea delimitar de modo que no se utilice cerca a lo largo de la orilla. si el material para la cerca de los lados cuesta \$12 por metro colocado y \$18 por metro colocado para el lad paralelo al rio, determine las dimensiones de terreno de mayor area posible que pueda limitarse con \$5400 de presupuesto.



$$\begin{aligned} \max_{A} \quad & A = xy \\ \text{s.a.} \quad & 12x + 12x + 18y \leq 5400 \end{aligned}$$

vamos a despejar y para dejar la maximizacion en terminos de x, como sabemos que para maximizar es ilogico tener presupuesto sin utilizar podemos dejar la restriccion como una igualdad

$$24x + 18y = 5400 \rightarrow 18y = 5400 - 24x \rightarrow y = \frac{5400 - 24x}{18} \rightarrow y = 300 - \frac{12}{9}x$$

ahora sustituimos y en el area, teniendo que nuestro problema de maximizacion sea:

$$\max_{A} \quad A = x * \left(300 - \frac{12}{9}x\right) \rightarrow \quad \max_{A} \quad A = 300x - \frac{12}{9}x^2$$

con la funcion en una unica variable podemos derivar el area con respecto a x e igualar a cero para encontrar el x con el que se maximiza el area

$$\frac{dA}{dx} = 300 - 2 * \frac{12}{9}x = 0 \rightarrow 300 - \frac{8}{3}x = 0 \rightarrow x = \frac{300 * 3}{8} \rightarrow x = 112.5$$

ya que tenemos el valor de x podemos sustituirlo en la ecuacion de y para encontrar su valor

$$y = 300 - \frac{12}{9}(112.5) \rightarrow y = 150$$

ahora que tenemos los valores de x y y podemos sustituirlos en el area para encontrar el area maxima a este presupuesto y costes.

$$A_{\max} = 112.5 * 150 \rightarrow A_{\max} = 16875$$