

**Lista de exercícios nº2 - Métodos diretos e autovalores**

1) Seja:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 7 \\ 12 & -3 & 16 \\ -4 & 17 & -31 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcule os autovalores de A;
- (b) Verifique se A satisfaz as condições da decomposição LU;
- (c) Decomponha A em LU;
- (d) Calcule o determinante de A usando a decomposição LU;
- (e) Resolva o sistema linear  $Ax = b$ , onde  $b = (21, 54, -63)^T$ , usando a decomposição LU.

2) Seja:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -4 \\ 2 & 10 & 4 \\ -4 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

- (a) Verificar se A satisfaz as condições do método de Cholesky;
- (b) Decompor A usando o método de Cholesky;
- (c) Calcule o determinante de A usando a decomposição anterior;
- (d) Resolver o sistema linear  $Ax = b$ , onde  $b = (0, 6, 5)^T$ , usando o método de Cholesky.
- (e) Calcule os autovalores da matriz A.

3) Considere o sistema linear:

$$\begin{cases} -4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 6 \\ x_1 - 5x_2 + x_3 = 3 \\ -3x_1 + x_2 + 7x_3 = 11 \end{cases}$$

- (a) Resolva-o usando o método de Eliminação de Gauss;
- (b) Determine a decomposição LU da matriz A usando a Eliminação de Gauss.

4) Resolva o sistema linear abaixo utilizando o método de eliminação de Gauss com pivoteamento parcial:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$$

5) Dada a matriz abaixo, Calcule a decomposição PA = LU;

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 6 \\ 1 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6) Dada as matrizes abaixo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- (a) Qual delas é uma matriz diagonalizável?
- (b) Quais são os autovalores de A, B e C?
- (c) Seja  $P_{2 \times 2}$  uma matriz invertível tal que  $D = P^{-1}CP$ , calcule os valores de P para a matriz C.

7) Seja:

$$J = \begin{pmatrix} 11 & -8 & 4 \\ -8 & -1 & -2 \\ 4 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

Responda:

- (a) Quais são os autovalores de J?
- (b) J é uma matriz diagonalizável?