

Otimização Inteira

Trabalho - Etapa 1

O trabalho deve ser realizado em grupos de **duas até quatro pessoas**.

1 Descrição do Problema e Modelagem Matemática

O problema de cobertura é um problema clássico de otimização que pode ser modelado como um problema de otimização linear inteira como descrito por (1) – (3).

$$\text{minimize } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1 \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

Em que:

m : é o número de linhas a serem cobertas;

n : é o número de colunas disponíveis para cobertura;

c_j : é o custo de selecionar a coluna j para a cobertura;

a_{ij} : é igual a 1 se a linha i é coberta pela coluna j e igual a 0 caso contrário;

x_j : é uma variável binária que assume o valor 1 se a coluna j é escolhida para cobrir o conjunto de linhas, e assume o valor 0 caso contrário.

A função objetivo (1) visa minimizar a soma dos valores das colunas escolhidas para cobrir todas as linhas. As restrições (2) garantem que cada uma das colunas é coberta por pelo menos uma linha. As restrições (3) definem o domínio das variáveis.

2 Etapa 1

Na Etapa 1 do trabalho, devem ser cumpridas as seguintes tarefas:

Tarefa 1: Pesquise uma aplicação do problema de cobertura. Obs. Não podem ser utilizados os exemplos apresentados em aula. Descreva a aplicação, explicando o que representam as linhas e as colunas do problema. Além disso, explique os custos associados ao problema.

Tarefa 2: Escreva o modelo de cobertura em linguagem de modelagem.

Tarefa 3: Elabore um problema exemplo (*toy problem*), descreva-o matematicamente utilizando o modelo (1) – (3) e resolva-o utilizando um dos *solvers* não-comercial **CBC** ou **SCIP** e o *solver* comercial **GUROBI** (com a licença acadêmica). Este exemplo deve ser pequeno em relação a sua dimensão. Ele deve ser utilizado para facilitar a compreensão do problema, do modelo e de suas restrições.

3 Objetivos da Etapa 1

O objetivo central desta etapa é entender o problema proposto e a forma como ele foi modelado. Além disso, outro objetivo é aprender a escrever um modelo utilizando linguagem de modelagem e resolvê-lo utilizando *solvers* de otimização.

4 O que deve ser entregue, e quando

Deve ser entregue um relatório reportando o que foi feito, os códigos gerados e os dados do *toy problem* até o dia **03/05/2023** às 23h59min (via e-Disciplinas). O conteúdo do relatório da primeira etapa deve conter:

- Nome, número USP e e-mail de cada integrante do grupo.
- Definição/descrição do problema, de seus parâmetros, suas variáveis, restrições e função objetivo do modelo usado.
- Descrição da aplicação do problema de cobertura escolhida pelo grupo. Obs. Veja os detalhes na Tarefa 1.

- Um problema exemplo (*toy problem*) ilustrado no relatório e descrito em um arquivo no formato descrito na Figura 1. No arquivo, m corresponde ao número de linhas e n ao número de colunas. Em seguida, são apresentados os custos de cada coluna ($c_1 c_2 \dots c_n$). Para cada linha, primeiro é apresentado o número de não zeros que ela tem (nz_i), ou seja, quantas colunas cobrem esta linha. Em seguida, são descritas quais as colunas que cobrem esta linha ($l_{i1} \dots l_{i,nz_i}$). Por exemplo, se a linha 1 for coberta pelas colunas 3, 4, 7 e 20, temos $nz_1 = 4$, e os valores de l_{1j} são: 3 4 7 20.
- Este arquivo deve ser lido pelo programa desenvolvido. Este exemplo deve ser pequeno e detalhado. Cada grupo deve criar seu exemplo.
- A solução obtida para o *toy problem* utilizando os *solver* indicados acima. Se possível a solução do exemplo deve ser ilustrada com uma ou mais figuras.

Figura 1: Formato do arquivo do *toy problem*.

```

m n
c1 c2 c3 ... cn
nz1
l11 l12 ... l1,nz1
nz2
l21 l22 ... l2,nz2
....
nzm
lm1 lm2 ... lm,nzm

```

5 Critérios de avaliação

Para a avaliação dos relatórios/códigos serão considerados os seguintes pontos:

- completude: o relatório contempla todos os itens pedidos?
- corretude: os conceitos envolvidos foram apresentados de forma correta?

- escrita (clareza e concisão): o conteúdo do relatório é relevante para a sua completude e está apresentado de forma clara?

O trabalho valerá até 10 pontos no total, divididos da seguinte forma:

- Etapa 1: 2 pontos.
- Etapa 2: 5 pontos.
- Apresentação: 3 pontos.