电

E

电磁学

© LePtC （萌狸）
笔记项目主页：http://leptc.github.io/lenote

精

赵凯华. 电磁学（第三版）. 高等教育出版社
└ 或: 赵凯华. 新概念物理教程—电磁学（第二版）. 高等教育出版社 (上面那本的精简版)
Purcell. Electricity and magnetism (2nd ed). McGraw-Hili (高斯单位制的)
└ 中译: 南开大学物理系. 电磁学. 科学出版社

参

Feynman. Feynman's Lectures on Physics - Volume 2
└ 中译: 桑兹. 费曼物理学讲义—第二卷. 上海科学技术出版社

Last compiled on 2015/07/28 at 22:24:00

静电

triboelectrification vitreous positive resinous negative repel attract

摩擦起电 丝绸摩擦过的光滑玻璃棒带正电荷, 毛皮摩擦过的橡胶棒带负电荷,同性相斥,异性相吸

(正负的区别就是负数的平方是与之反号的正数, 但电荷之积不是电荷, 故对电荷正负的命名是任意的)

electrostatic induction neutralize

静电感应 用带电体感应起电, 金属棒先接触后分开, 带等量异号的电 **中和** 正负电荷完全抵消

conductor insulator breakdown

导体 电荷能迅速传导, **绝缘体** 电荷束缚在产生的地方, 绝缘体可被 **击穿** 成导体 (空气 $\approx 3\times10^6$ V/m)

charge coulomb elementary charge Millikan oil-drop experiment

电荷量 q, 单位 C(库仑) **元电荷** $e\approx1.602\times10^{-19}$ C (密立根油滴实验 1909) (电子电荷量记为 $-e$)

charge conservation law

电荷守恒定律 孤立系统的总电荷量不变 (正负电荷总成对产灭) (电荷量是洛伦兹不变量)

action at a distance action through medium ether field

电磁力非 **超距作用** (不需要媒介或时间) 也非 **近距作用** (接触作用, 弹性媒质以太), 是通过 **场** 来作用的, **电磁场** 可以脱离电荷和电流独立存在, 和物质一样具有能量, 动量等属性 ⟨场论⟩

静源动电荷 施力电荷 q_1 相对观察者静止, 则 q_2 受力 F_2 可用库仑定律 (F_1,F_2 非作用和反作用力)

Coulomb's law

库仑定律 (1785) 真空中静源 q_1 给 q_2 的力 $\vec{F_2}=k_e\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{e}_{r_{21}}$, 库仑常数 $k_e=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\approx8.99\times10^9$ $\mathrm{Nm^2/C^2}$

($\vec{r_{21}}\equiv\vec{r_2}-\vec{r_1}$ 从 1 指向 2) (电荷自己产生的场不能对自己有作用, 否则违背牛三)

库仑平方反比精确成立 ⇔ 光子静质量严格为零 ⇔ 光在真空无色散 ⇔ 光速不变 ⟨电动⟩

场强

point charge test charge

点电荷 带电体间距离远大于其尺寸, 其形状大小可忽略 **试探电荷** 电量和线度足够小, 不影响原在电场

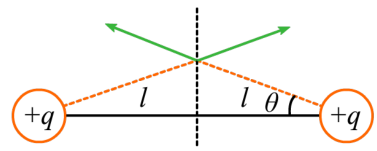
electric field intensity

对于电场中的固定点, 试探电荷受力与电荷量的比值不变 → **电场强度** $\vec{E}\equiv\frac{\vec{F}}{q}$, 单位 N/C=V/m

superposition principle compensation method

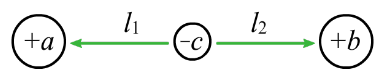
场强叠加原理 各电荷同时存在产生的场强, 等于单独存在时的场强的矢量叠加 → **虚构补偿法**

点电荷 $\vec{E}=k_e\frac{q}{r^2}\vec{e_r}$ **例** 两同号电荷在中垂线上 $E=\frac{2k_eq}{(l/\cos\theta)^2}\sin\theta$



$\cos^2\theta\sin\theta$ 在 $\tan\theta=\frac{\sqrt2}{2}$, $\theta\approx35.3°$ 时取最大值 $\frac{2}{3\sqrt3}\approx0.385$

例 三体平衡 「$\frac{b}{(l_1+l_2)^2}=\frac{c}{l_1^2}$, $\frac{a}{(l_1+l_2)^2}=\frac{c}{l_2^2}$」 $a:c:b=l_2^{-2}:(l_1+l_2)^{-2}:l_1^{-2}$



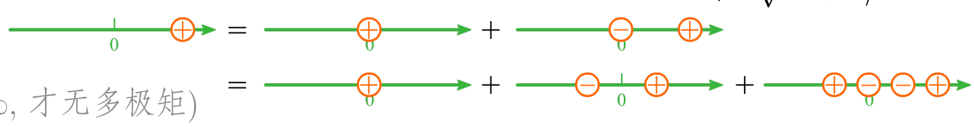
electric dipole electric dipole moment

电偶极子 等量异号电荷 $\pm q$ 相距 l, $\vec{l}$ 由负指向正 **电偶极矩** $\vec{p}\equiv q\vec{l}$ → 力偶矩 $\vec{L}=\vec{p}\times\vec{E}$ ⟨静电能⟩

场点 $r\gg l$, 延长线上 $E=k_eq\left[\left(r-\frac{l}{2}\right)^{-2}-\left(r+\frac{l}{2}\right)^{-2}\right]\approx k_e\frac{2p}{r^3}$, 中垂线上 $E=2k_e\frac{q}{r^2+l^2/4}\frac{l/2}{\sqrt{r^2+l^2/4}}\approx k_e\frac{p}{r^3}$

multipole expansion

电多极展开 ⟨电动⟩



(纯的电偶极子应使 $l\to0,q\to\infty$, 才无多极矩)

electric quadrupole

「$\vec{p}$ 可矢量叠加」 **电四极子** 偶极矩为零 ⟨电动⟩

共线型, 延长线上 $E=k_e\frac{6ql^2}{r^4}$, 正方型, $E=k_e\frac{3ql^2}{r^4}$

静电场

(矢量场图是在每个点处画有大小和方向的小箭头, 场线图只能从疏密反映场强大小)

electric field line

电场线 曲线每一点的切线方向和该点场强方向一致, 任一点电场线的数密度与该点场强大小成正比

静电场的电场线起自正电荷或无穷远, 结束于负电荷或无穷远, 不会在没有电荷处中断, 不会相交或闭合

electric flux

电通量 $\Phi_E=\vec{E}\cdot\vec{S}$ 对于闭合曲面, 取外法线矢量方向为正 「1. 库仑定律算包围点电荷同心球面 2. 球面通量等于同立体角任意曲面 3. 不包围电荷通量为零 4. 场强叠加原理」→

Gauss theorem
电场高斯定理 通过任意闭合曲面 $\Phi_E=\oiint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q_{(S内)}}{\varepsilon}$ (适用于任何平方反比场) (适用于运动电荷)

Earnshaw's theorem
$\to$ 恩绍定理 (1842) 点电荷集合不可能只靠静电力保持稳定力学平衡 (亦适用于硬磁铁〈静磁〉)

(宏观上可视电荷为连续分布)

linear charge density
电荷线密度 η_e, 线元 $\vec{l}$

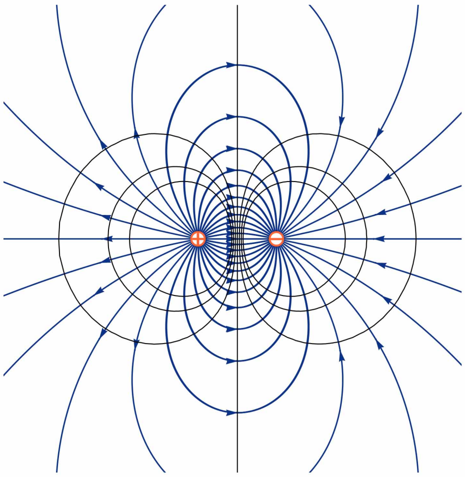
surface
面密度 σ_e, 面元 $\vec{S}=S\vec{e_n}$

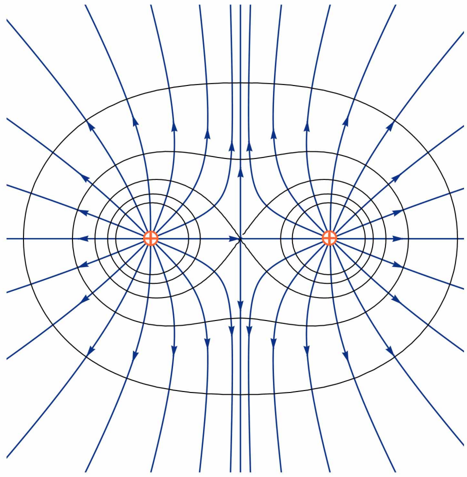
volume
体密度 ρ_e, 体积元 V

例 无限大平板 $E=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$

例 均匀带电球壳, 内部 $E=0$, 外部 $\equiv$ 点电荷 $\to$

均匀带电球体 $E_内=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r}{R^3}$





注 面电荷元受其它部分的力用 $\frac{1}{2}(E_外+E_内)$ 求 例 球面元受排斥力 $\mathrm{d}F=\frac{1}{2}(\sigma_e/\varepsilon_0+0)\mathrm{d}q=\frac{\varepsilon_0}{2}\sigma_e^2\mathrm{d}S$ 向外

「可等效为圆弧」 无限长均匀带电细棒 $E=\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 r}$ (同二维空间), 有限长细棒中垂面 $E=\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\frac{l}{r\sqrt{r^2+l^2}}$

注 没有一定对称性, 就无法只靠高斯定理得出场强分布 (高斯定理对静电场的描述不完备)

电势

circuital theorem of electrostatic field
静电场力做功与路径无关 (保守力场) $\Leftrightarrow$ 静电场环路定理 沿任意闭合环路 $\oint_L \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$

electric potential energy
电势能 试探电荷从 $\vec{r_1}$ 到 $\vec{r_2}$, 静电场力做功 $W_{12}=q\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=$ 电势能减少, 电势差 $U_{12}\equiv\frac{W_{12}}{q}$

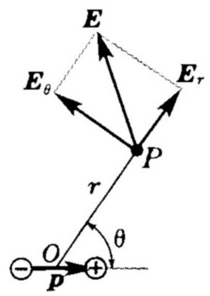
volt　electric potential
$=\varphi_1-\varphi_2$ (绝对), 单位 V(伏特)=J/C　取无穷远电势为零 $\to$ 电势 $\varphi\equiv U_{r\infty}=\int_r^\infty\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ (相对)

(零势点不能选在电荷上, 分布于无穷远的净电荷为零才能选无穷远为零势点, 如单根无限长带电直线, 零势点不能取在直线上也不能取在无穷远, 一对无限长异号带电直线, 零势点可取在中垂面或无穷远)

例 点电荷 $\varphi=k_e\frac{q}{r}$, 无限长带电细棒 $\varphi=\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{1}{r}\right)+$常数 (同二维空间点电荷)

superposition principle of electric potential
电势叠加原理 各电荷同时存在产生的电势, 等于单独存在时的电势的代数和

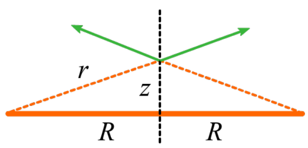
equipotential surface
等势面 和电场线处处正交, 疏密反映场强大小, $\vec{E}=-\nabla\varphi$, 任意方向上 $E_l=-\partial_l\varphi$



例 电偶极子 $r\gg l$, $\varphi\approx k_eq\left(\frac{1}{r-\frac{l}{2}\cos\theta}-\frac{1}{r+\frac{l}{2}\cos\theta}\right)\approx k_eq\frac{l\cos\theta}{r^2-(\frac{l}{2}\cos\theta)^2}\approx k_e\frac{p\cos\theta}{r^2}$

$$E_r=-\partial_r\varphi=k_e\frac{2p\cos\theta}{r^3},\ E_\theta=-\frac{1}{r}\partial_\theta\varphi=k_e\frac{p\sin\theta}{r^3},\ E_\phi=-\frac{1}{r\sin\theta}\partial_\phi\varphi=0$$

例 带电圆环轴线上 $\varphi=\frac{\eta_e}{2\varepsilon_0}\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$ (标量和), $E_z=\frac{\eta_e}{2\varepsilon_0}\frac{Rz}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$ (矢量加)



圆盘(无限薄电荷层) $\varphi_z=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}(\sqrt{R^2+z^2}-z)$, $E_z=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$

dipole layer
电偶极层 厚度为 l 的均匀曲面, 两面带相反电荷 $\pm\sigma_e$

「 $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_S\sigma_e\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)\mathrm{d}S, r_2\approx r_1+\cos\theta,\ \frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\approx-\frac{l\cos\theta}{r^2},\ \frac{\cos\theta\,\mathrm{d}S}{r^2}=$立体角 $\mathrm{d}\Omega$, 两侧立体角跃变 4π」

$\varphi=-\frac{\sigma_e l}{4\pi\varepsilon_0}\Omega, \vec{E}=\frac{\sigma_e l}{4\pi\varepsilon_0}\nabla\Omega$, 电偶极层的 E 和 φ 只和它对场点所张立体角有关, 两侧有电势跃变 $\frac{\sigma_e l}{\varepsilon_0}$

静电能

electrostatic energy
静电能 W_e 把带电体系拆成无限分散的状态静电力做的总功 (与次序或路径无关)

例 两个点电荷 $W_{互}=k_e\frac{q_1q_2}{r_{12}}$, n 个点电荷: 所有配对求和 $W_{互}=k_e\sum_{i\neq j}^{C_n^2}\frac{q_iq_j}{r_{ij}}=\frac{k_e}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i}^{n}\frac{q_iq_j}{r_{ij}}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\varphi_iq_i$

其中 φ_i 是除 q_i 之外其余电荷在 q_i 的位置产生的电势〈固体〉

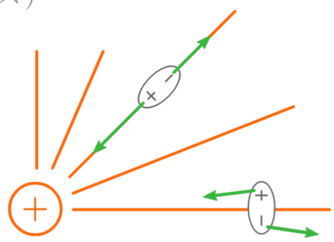
self energy　mutual energy

→ 对于多个带电体, W_e 等于各带电体的 自能 (聚成单个带电体) 加带电体间的 互能 (移带电体整体)

对于连续分布 $W_e=\frac{1}{2}\iiint_V\varphi\rho_e\,\mathrm{d}V$ 例 均匀带电球壳 $W_{自}=k_e\frac{q^2}{2R}$, 球体 $W_{自}=k_e\frac{3q^2}{5R}$ (用〈电容〉算更简便)

electron classical radius

把电子设想为带电球, 取 $m_ec^2=k_e\frac{e^2}{r_c}$, 得 $r_c\approx2.8$ fm 称为 电子经典半径 (别当真)



例 电偶极子在匀强电场中 $W_e=-\vec{p}\cdot\vec{E}$, 受力矩 $L_\theta=-\partial_\theta W=pE\sin\theta$

在非均匀电场中, 受力 $\vec{F}=-\nabla W=\nabla(\vec{p}\cdot\vec{E})\xlongequal{p\text{不变}}(\vec{p}\cdot\nabla)\vec{E}$

(这种记法的含义是 $F_x=\vec{p}\cdot\nabla E_x$, y,z 分量同理)

→ 摩擦起电后, 碎片被极化, 电场力沿梯度方向, 拉向电场较强区域

电容

Isolated conductor　capacitance　farad

① 孤立导体, 电势随电量等比增加, 电容 $C\equiv\frac{q}{\varphi}$, 单位 F(法拉)=C/V 例 孤立导体球(壳) $C=4\pi\varepsilon_0R$

capacitor　plate

② 两靠近的导体, 表面各带电 $\pm q$ (自由电荷), 定义电容 $C\equiv\frac{q}{U}$, 两导体叫做 电容器 的 极板

例 平行板电容器 (忽略边缘效应) $C=\frac{\varepsilon S}{d}$ 「$\frac{\sigma_eS}{Ed}$」 注 充介质后 $C=\varepsilon_rC_0$, 导体相当于 $\varepsilon=\infty$〈电介质〉

→ 串联电容「相当于合 d」 $C^{-1}=C_1^{-1}+C_2^{-1}$, 并联电容「相当于合 S」 $C=C_1+C_2$〈电路〉

同轴圆柱 $C=\frac{2\pi\varepsilon l}{\ln R_2-\ln R_1}$ 「$\frac{\eta_el}{\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon}\int\frac{1}{r}}$」 同心球 $C=4\pi\varepsilon\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$ 「$\frac{1}{k_e\Delta\frac{1}{r}}$」

公式 电容器储静电能 $W_e=\int_0^q\frac{q}{C}\mathrm{d}q=\frac{q^2}{2C}=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}Uq=\frac{1}{2}Ed\sigma_eS=\frac{1}{2}ED_nV=\frac{1}{2}\varepsilon E^2V$〈电介质〉

electric field energy　electric energy density

电场能 占有体积的电场储藏着电能 (不依赖于电荷) 电能密度 $\omega_e=\frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}V}=\frac{1}{2}\varepsilon E^2$, 体积分得电场能

注 对于各向异性 $\vec{E},\vec{D}$ 不平行的情况, 一般形式为 $w_e=\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}$〈电动〉

电场能与静电能一致 例 导体球(壳) $W_e=\frac{\varepsilon_0}{2}\int_R^\infty\left(k_e\frac{q}{r^2}\right)^24\pi r^2\,\mathrm{d}r=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0R}=\frac{q^2}{2C}$

收缩带电球壳做功 $\mathrm{d}W=\left(\frac{\varepsilon_0}{2}\sigma_e^2\right)\mathrm{d}S\,\mathrm{d}r$ 等于新增电场的电能 $\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\right)^2\mathrm{d}V$

例 均匀带电球体, 同理 $\frac{\varepsilon_0}{2}k_e^2\left[\int_0^R\left(\frac{qr}{R^3}\right)^2+\int_R^\infty\left(\frac{q}{r^2}\right)^2\right]4\pi r^2\,\mathrm{d}r$, 第一项是第二项的 $\frac{1}{5}$ → 球壳乘 $\frac{6}{5}$ 即可

静电平衡

electrostatic equilibrium

静电平衡 自由电荷静止, 电场分布不随时间变化 「必要性: 反证法, 充分性: 唯一性定理」〈电动〉

均匀(质料, 温度等) 导体 静电平衡条件 $\vec{E}_{内}\equiv0$ ⇔ 感应电荷产生的电场 $\vec{E}'=-\vec{E}_0$ $\overset{高斯}{\Leftrightarrow}$ $q_{内}\equiv0$ ⇔ $\vec{E}=\frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}\vec{e}_n$

(电场线垂直于表面) ⇔ 平方反比精确成立 结论 导体是等势体, 表面是等势面, 电荷只分布于导体表面

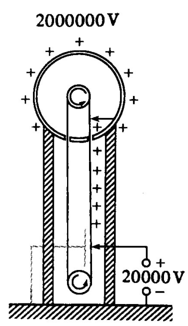
electrostatic screening / shielding

静电屏蔽 ① 导体壳内部区域不受外界电场影响 (无论导体是否带电或接地)

② 内部带电体位置不影响腔外 (电量会感应到外表面), 若外壳接地则完全不影响腔外

Van de Graaff generator

范德格拉夫起电机 电势低的导体可不断接触高电势导体壳内部使其电势不断升高



point discharge

导体表面尖端(曲率较大) 处 σ_e 较大, 凹处(曲率为负) σ_e 更小 → 尖端放电

electric wind

电风 尖端的强电场电离空气, 吸引同号离子中和, 异号离子受排斥远离

corona

电晕 离子与空气分子碰撞产生光辐射, 浪费电能(高压电线不能细, 高压电极要极光滑)

lightning rod

避雷针 在建筑物上安装尖端导体并良好接地, 带电云层接近时通过避雷针持续放电

电流

current　　charge carrier

电流 电荷 (载流子) 的定向运动, 规定为正电荷移动方向, 导体中电流方向同电场方向, 高电势向低电势 (电子平均漂移速率 $\approx\times10^{-5}$ m/s, 电子热运动速率 $\approx\times10^{5}$ m/s, 电场传播速率为光速 $\approx3\times10^{8}$ m/s)

current intensity　　ampere

电流强度 (线密度) 单位时间通过导体任一横截面的电荷量 $I\equiv\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ A(安培)=C/s, 标量 〈电路〉

current density　　surface current density

电流密度 (体密度) $\vec{j}\equiv\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S}=nq\vec{v}$ A/m^2, 电流场是矢量场, I 是其通量 面电流密度 $\vec{i}\equiv\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}l}$

equation of continuity

电流连续方程 ⇔ 电荷守恒定律 $\oiint_S\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, 流出闭合面的通量等于电荷减少

criterion of steadiness　　voltage

电流恒定条件 ⇔ 环路定理 $\oiint_S\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$, 电流线不会中断, 恒定电路必然闭合 → 故可引入电压 U

Ohm law

欧姆定律 (1827) $I=\dfrac{U}{R}=\dfrac{El}{\rho l/S}\rightarrow\vec{j}=\sigma\vec{E}$ (载流子速度和力正比, 说明存在阻力)

resistance　ohm　conductance　siemens　resistivity　conductivity

电阻 $R\equiv\dfrac{U}{I}$ Ω(欧姆) 电导 $G\equiv\dfrac{1}{R}$ S(西门子) 电阻率 (恒温) $R=\rho\dfrac{l}{S}$ Ω·m 电导率 $\sigma\equiv\dfrac{1}{\rho}$ S/m

→ 串联电阻「相当于合 l」$R=R_1+R_2$, 并联电阻「相当于合 S」$R^{-1}=R_1^{-1}+R_2^{-1}$ 〈电路〉

volt-ampere characteristics　nonlinear

伏安特性 (曲线) I- U 图 非线性元件 伏安特性不为线性 电阻温度系数 $\rho=\rho_0(1+\alpha t)$, 纯金属 $\alpha\approx0.004$

electric power　thermal power

电功率 电场单位时间做功 $P=UI\geqslant P_{热}$ 热功率 $P_{热}=I^2R=\dfrac{U^2}{R}=\sigma E^2\Delta V$

thermal power density　Joule's laws

热功率密度 单位体积热功率 $p=\vec{j}\cdot\vec{E}$ ⇔ 焦耳定律 $p=\dfrac{j^2}{\sigma}=\sigma E^2$

电源

non-electrostatic force

电场力沿闭合回路做功为零, 只有静电场不能维持恒定电流 (除了超导体) → 必须有非静电力 出功

power source　cathode　anode

电源 提供非静电力的装置, 记单位正电荷上的非静电力为 $\vec{K}$, $\vec{K}$ 由负极 (低电势) 指向正极 (高电势)

Electro**M**otive **F**orce

电动势 把单位正电荷从负极通过电源内部移到正极, 非静电力做的功 $\mathscr{E}=\oint\vec{K}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ (V) (标量)

对于闭合电路, 电源外部 $\vec{K}=0$, 公式可写成 $\mathscr{E}=\underset{(电源内)}{\int_-^+}\vec{K}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$,

欧姆定律改写为 $\vec{j}=\sigma(\vec{K}+\vec{E})$

internal resistance　terminal voltage

实际电源有内阻 r, 路端电压 $U=\mathscr{E}\mp Ir$, 放电取减充电取加

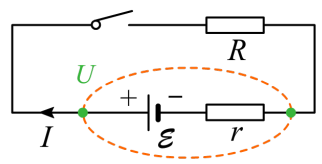
$P_{总}=\mathscr{E}I\overset{纯电阻}{=\!=\!=}I^2(R+r)=\dfrac{\mathscr{E}^2}{R+r}$, 电源内消耗 $P_{内}=I^2r$

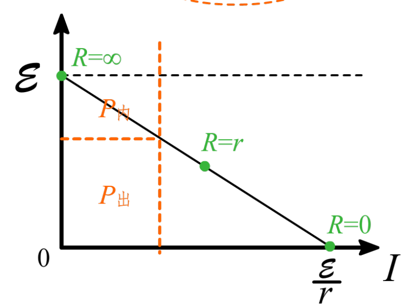
输出功率 $P_{出}=UI=(\mathscr{E}-Ir)I\overset{纯电阻}{=\!=\!=}I^2R=\dfrac{\mathscr{E}^2R}{(R+r)^2}=\dfrac{\mathscr{E}^2}{R+2r+\frac{r^2}{R}}$

impedance matching

阻抗匹配 当 $R=r$ 时电源输出功率最大 $P_{max}=\dfrac{\mathscr{E}^2}{4r}$

电流源等见〈电路〉





效应

Thomson effect

汤姆孙效应 金属棒两端温度不等, 加电流时除了产生焦耳热外, 冷 $\underset{吸热}{\xrightarrow{I}}$ 热, 热 $\underset{放热}{\xrightarrow{I}}$ 冷,

Thomson e.m.f.

汤姆孙电动势 记汤姆孙系数 $\sigma(T)$, 热扩散非静电力 $\vec{K}=\sigma(T)\dfrac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}l}$, $\mathscr{E}(T_1,T_2)=\int_{T_1}^{T_2}\sigma(T)\,\mathrm{d}T$

Peltier effect

佩尔捷效应 外加电流通过不同金属接触面时, $\vec{K}I$ 同向吸热, 反向放热, 电动势 $\Pi_{AB}(T)$, 半导体较强

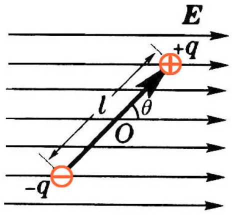
thermoelectric effect　thermocouple

温差电效应 (塞贝克 1821) 同时存在温度和电子数密度梯度, 故不违反热二 温差电偶 用电势测温度

静磁

north pole　south pole
称小磁针指北一端为 北极 N, 指南为 南极 S (故地磁 N 极位于地理南极附近) 铁磁性〈凝态〉

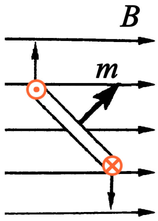
magnetic charge　monopole
历史上先以为有 磁荷 (磁单极子) $F=\dfrac{1}{4\pi\mu_0}\dfrac{q_{m1}q_{m2}}{r^2}$, 后面和电场同理



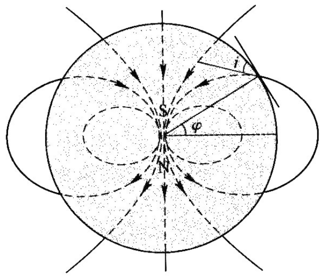
magnetic field intensity　oersted　magnetic scalar pot
定义 磁场强度 $\vec{H}=\dfrac{\vec{F}}{q_m}=-\nabla\varphi_m$ A/m$=4\pi\times10^{-3}$Oe(奥斯特), 引入 磁标势 的前提:
只能在没有自由电流分布的单连通区域内定义 (否则势函数不单值)

例 分子电流可以, 永磁体全空间都可以

magnetic dipole
磁偶极子 $\vec{p}_m=q_m\vec{l}$ (S 指向 N) 磁偶极子受力矩 $\vec{L}=\vec{p}_m\times\vec{H}$, 磁偶极层 $\vec{H}=\dfrac{\sigma_m l}{4\pi\mu_0}\nabla\Omega$



magnetic moment
电流环受力矩 $\vec{L}=\vec{m}\times\vec{B}$, 磁矩 $\vec{m}\equiv IS\vec{e}_n$ (故小磁针 $\vec{m}$ 总要转向 $\vec{B}$ 的方向)
「安培力」任意形状载流线圈在均匀磁场中受力矩 $\vec{L}=IS(\vec{e}_n\times\vec{B})$, $\vec{e}_n$ 为右手定则法向
电流环磁场公式 $\vec{B}=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\nabla\Omega$, Ω 为线圈对场点所张立体角
「使磁偶极层和电流环等价」→ $\vec{B}=\mu_0\vec{H}$, $\vec{p}_m=\mu_0\vec{m}$〈磁介质〉

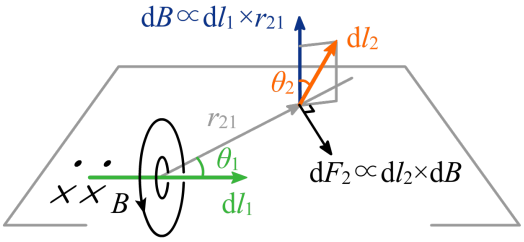


geomagnetic field
地磁场 来源于地核外核铁镍流体的涡电流, 强度约 0.25~0.65 Gs
可近似看作位于地心磁偶极子产生的 →
磁倾角和地磁纬度的关系为 $\tan i=\left\lceil\dfrac{-H_r}{H_\theta}=\dfrac{-k_m 2p_m\cos(\pi/2+\varphi)/r^3}{k_m p_m\sin(\pi/2+\varphi)/r^3}=\right\rfloor 2\tan\varphi$
已知纬度 45° 的地磁水平分量约 0.23 Oe
「$H_\theta=k_m\dfrac{p_m\sin\theta}{r^3}=\dfrac{1}{4\pi}\dfrac{m\sin\theta}{r^3}$」→ 地球的磁矩约 8.4×10^{22} Am^2 (相当于赤道上 6.6×10^8 A 电流)

感强

Oersted experiment
奥斯特实验 (1820.07) 载流导线能偏转小磁针 → 电荷总有库仑作用, 但只有运动电荷才有磁相互作用
(安培 1820.09) 同向载流导线相吸引, 反向载流导线相排斥 (故有转到同向趋势), 插金属板不能屏蔽

Ampère law
安培定律 (1820.12) 电流元 I_1 给 I_2 的力



$\mathrm{d}\vec{F}_2=k_m\dfrac{I_2\,\mathrm{d}\vec{l}_2\times(I_1\,\mathrm{d}\vec{l}_1\times\vec{e}_{r_{21}})}{r^2}$, 大小 $=k_m\dfrac{I_1\,\mathrm{d}l_1\sin\theta_1 I_2\,\mathrm{d}l_2\sin\theta_2}{r^2}$
$k_m=\dfrac{\mu_0}{4\pi}$, 取 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$〈磁介质〉, 后定义 A〈实验〉
(不满足牛三, 闭合回路积分才满足) 「安培定律拆开」→

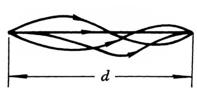
Ampère force　Biot-Savart law
安培力 $\mathrm{d}\vec{F}_2=I_2\,\mathrm{d}\vec{l}_2\times\mathrm{d}\vec{B}$ 毕奥萨伐尔定律 (1820.10) $\mathrm{d}\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$ ($I\,\mathrm{d}\vec{l}=\vec{j}\,\mathrm{d}V$)
(均匀磁场中, 安培力只与起点终点有关) **推论** 安培力冲量 $m\Delta v=F\Delta t=BIl\Delta t=Bl\Delta q$

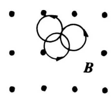
magnetic induction　tesla
($\vec{e}_r$ 由电流元指向场点) 磁感应强度 $\vec{B}=\oint_L\mathrm{d}\vec{B}$ T(特斯拉)=Wb/m^2=N/(Am)=10^4Gs(高斯)

例 运动电荷磁场 $\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\vec{v}\times\vec{e}_r}{r^2}=\mu_0\varepsilon_0\vec{v}\times\dfrac{k_e q\vec{e}_r}{r^2}=\dfrac{1}{c^2}\vec{v}\times\vec{E}$〈狭相〉

Lorentz force
「$I\,\mathrm{d}\vec{l}\to q\vec{v}$」洛伦兹力 $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$ (总与带电粒子速度方向垂直, 故不对粒子做功)
(洛伦兹力的作用是传递, 宏观导体上的安培力可以做功, 原因是自由电子的冲量传递给了金属晶格)

Larmor radius　magnetic lens
拉莫尔半径 $r=\dfrac{mv_\perp}{Bq}$, 回旋周期 $T=\dfrac{2\pi m}{Bq}$ 与 v, r 无关 → 磁透镜 磁聚焦

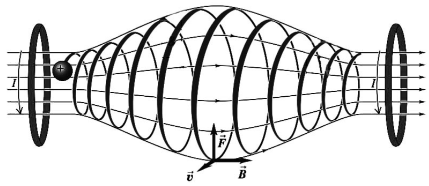




velocity selector　MagnetoHyDrodynamic generator
速度选择器 $Eq=qvB$ → 磁流体发电机 $\mathscr{E}=Bvd$ 〈固体〉霍尔效应与载流子的电性有关

mass spectrometer
质谱仪 先平衡后断电，由回旋半径得荷质比 $\dfrac{q}{m}=\dfrac{E_{选}}{rB_{选}B_{偏}}$ (非相对论)

cyclotron
回旋加速器 每圈的半径 $\propto\sqrt{n}$，$v_{\max}=\dfrac{rBq}{m}$ (会受相对论的影响)

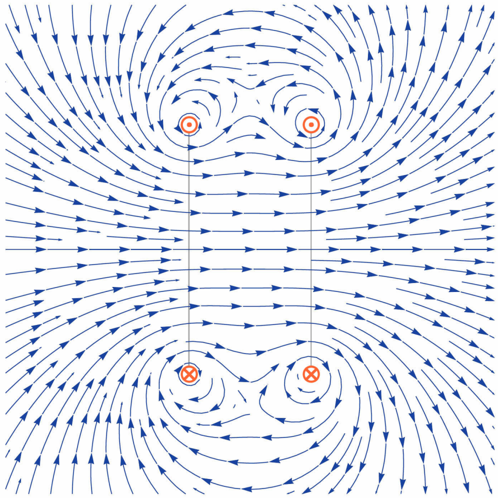


磁场越强半径越小，磁矩不变 $|\vec{m}|=IS=\dfrac{q}{T}\pi r^2=\dfrac{mv_\perp^2}{2B}=\dfrac{E_{k\perp}}{B}$ →

magnetic mirror
磁镜 带电粒子由弱磁场向强磁场运动，$v_\perp$ 增加导致 $v_{/\!/}$ 减小乃至反弹

Van Allen radiation belts
例 两个同向载流线圈 → 托卡马克装置〈核物〉地磁场约束形成**范艾伦辐射带**

静磁场



line of magnetic induction
磁感线 磁铁外部从 N 走向 S，磁铁内部从 S 走回 N，不相交

前提：电流恒定 (故电流应闭合或为无限场) (永磁体满足)

Ampère circuital theorem
恒磁场安培环路定理 通过任意闭合环路 $\oint_L \vec{B}\,\mathrm{d}\,\vec{l}=\mu_0 I_{(L内)}$

穿过回路面的电流与回路右手定则方向同向为正，反向为负

($\vec{B}$ 为全空间电流产生的磁场，不通过 L 的电流的环路积分为零)

例 有限长载流直导线，$l=R\cot\theta$，$\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}\theta}=\dfrac{R}{\sin^2\theta}$，

$B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\displaystyle\int_{\theta_1}^{\theta_2}\dfrac{\mathrm{d}l\sin\theta}{(R/\sin\theta)^2}=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$，$\xrightarrow{无限长}\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$，右手螺旋

例 无限大载流平面，两侧 $B=\frac{1}{2}\mu_0 i$，方向相反(右手定则)

均匀带电球面自转，「$\mathrm{d}I=\dfrac{q}{T}=\sigma_e R\omega\,\mathrm{d}x$」转轴上，球内 $B_z=\frac{2}{3}\mu_0\sigma_e\omega R$ (匀强)，外 $B_z=\frac{2}{3}\mu_0\sigma_e\omega\dfrac{R^4}{x^3}$ (偶极)

载流圆线圈在轴线，记 $r=\sqrt{R^2+x^2}$，$B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}l}{r^2}\dfrac{R}{r}=\dfrac{\mu_0 IR^2}{2r^3}$，$\xrightarrow{x=0}B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$，$\xrightarrow{x\gg R}\vec{B}=\dfrac{\mu_0\vec{m}}{2\pi x^3}$

Helmholtz coils
亥姆霍兹线圈 间距等于半径的一对共轴载流圆线圈，中点处 $\frac{\mathrm{d}^2B}{\mathrm{d}x^2}=0$ (由于偶函数，奇次导亦都为零)

solenoid
载流**螺线管**在轴线 $B=\mu_0 nI\dfrac{\cos\theta_2-\cos\theta_1}{2}$，方向右手螺旋，$n$ 为单位长度匝数

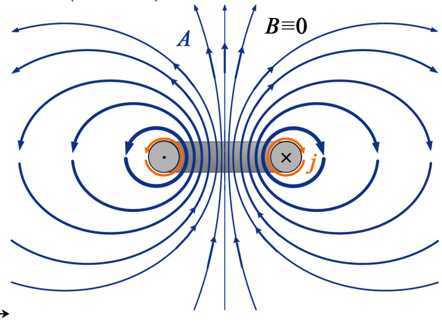
torus
无限长密绕螺线管在轴线 $B=\dfrac{\mu_0 IR^2}{2}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\dfrac{n\,\mathrm{d}x}{r^3}=\mu_0 nI$ **螺绕环** $B=\dfrac{\mu_0 NI}{2\pi R}$

性质 整个螺线管内部磁场都是均匀的「矩形安培环路，另一边在无限远」，管外 $B=0$

磁矢势

magnetic flux — weber — Gauss theorem of magnetic field
磁通量 $\Phi_B=\vec{B}\cdot\vec{S}$ Wb(韦伯)=Vs=CΩ **磁场高斯定理** 通过任意闭合曲面 $\Phi_B=\oiint_S\vec{B}\,\mathrm{d}\,\vec{S}=0$

〈矢分〉无旋场是某标量场的梯度 $\nabla\times(\nabla\varphi)=0$，无散场是某矢量场的旋度 $\nabla\cdot(\nabla\times\vec{A})=0$



magnetic vector potential
磁矢势 $\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$，即 $\oiint_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\Phi_B=\oint_L\vec{A}\cdot\mathrm{d}\,\vec{l}$

例 对于匀强磁场 $\vec{B}=B\vec{e}_z$「$B\pi r^2=2\pi rA$」$\vec{A}=\frac{1}{2}\vec{B}\times\vec{r}$

$\vec{A}\cdot\vec{p}=$「$\frac{1}{2}(\vec{B}\times\vec{r})\cdot\vec{p}=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot(\vec{r}\times\vec{p})=$」$\frac{1}{2}BL_z$

例 无限长载流直导线，$\vec{A}$ 与导线平行，「取长为 l 的矩形环路，

$\Delta A_z l=\Phi_B=l\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}r}{r}$」$A_z(r)=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\dfrac{1}{r}+$常数 (零势点不能取无穷远)

公式 对一般的载流回路 L，取无穷远矢势为零，产生的矢势为 $\dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\displaystyle\oint_L\dfrac{\mathrm{d}\,\vec{l}}{r}$ (表达式不唯一)

例 无限长密绕螺线管，矢势和电流同向，只有 A_φ 分量，$A_\varphi(r)=\mu_0 nI\dfrac{r}{2}\,(r<R)$，$=\mu_0 nI\dfrac{R^2}{2r}\,(r>R)$

($\nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{j}$ 和 $\nabla\times\vec{A}=\vec{B}$ 很像，故磁场 $\vec{B}$ 生成的 $\vec{A}$ 很像 $\mu_0\vec{j}$ 生成的 $\vec{B}$ 场线)〈量子，AB 效应〉

Faraday's law of electromagnetic induction　　flux linkage

$\boxed{\text{法拉第电磁感应定律}}$ (法拉第 1831 实验发现, 诺依曼 1845 给出公式) $\mathscr{E}=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$ $\boxed{\text{磁通链}}$ $\Psi=N\Phi$

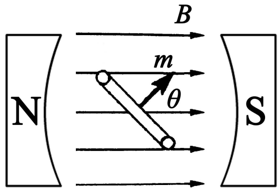
(标量的正负是相对于某一标定方向而言的, 若 Φ_B 与 $\vec{e_n}$ 同向并增大, 则感应电动势逆着右手定则方向)

Lenz's law

$\boxed{\text{楞次定律}}$ (1834) 感应电流的效果总是反抗激发感应电流的原因 (产生焦耳热要付出功, 符合能量守恒)

例 用感应电动势驱动有负载的回路, $\Delta\Phi=\mathscr{E}\Delta t=\dfrac{I\Delta t}{R}=\Delta qR$

例 均匀磁场中的滑动矩形导线框 $\mathscr{E}=Blv$, 绕一端旋转的棒 $\mathscr{E}=\frac{1}{2}Bl^2\omega$



motional e.m.f.

$\left[\vec{K}=\frac{\vec{F}_{\text{洛}}}{-e}=\vec{v}\times\vec{B}\right]$ $\boxed{\text{动生电动势}}$ 导体切割磁感线 $\mathscr{E}_{12}=\int_1^2\vec{v}\times\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=U_{12}$

alternating current generator (alternator)

$\boxed{\text{交流发电机}}$ $\mathscr{E}=2Blv\sin\theta\overset{\text{或}}{=\!=}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(BS\cos\omega t)=BS\omega\sin\omega t$

induced e.m.f.

实验发现$\boxed{\text{感生电动势}}$与导体的性质无关 $\left[\mathscr{E}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oiint\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oint\vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\oint\partial_t\vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{l}\to\vec{K}=-\partial_t\vec{A}\right]$

vortex electric field

$\to$ 即使不存在导体, 变化的磁场也会激发出 $\boxed{\text{涡旋电场}}$, 电场线闭合, 无源有旋场,

$\vec{E}_{\text{旋}}\equiv-\partial_t\vec{A}\to\nabla\times\vec{E}=-\partial_t\vec{B}$, 总电场 $\vec{E}=-\nabla\varphi-\partial_t\vec{A}$ ($\vec{l}$ 与 $\vec{S}$ 以右手定则为正)

eddy current

$\boxed{\text{涡流}}$ 金属内部的感应涡电流, $\to$ 高频交流电可用于冶炼金属, 变压器采用多片与磁感线平行的硅钢片

electromagnetic damping

$\boxed{\text{电磁阻尼}}$阻碍相对运动, 可用于让电磁仪表指针快速稳定, 亦可用于驱动, 如转速表, 感应式异步电机

$\boxed{\text{费曼圆盘佯谬}}$ 悬空圆盘上固定有通电线圈和带电小球, 则断电时涡旋电场会驱动小球让盘转起来

$\to$ 电磁场具有角动量 $\to$ 类似 $q\varphi$ 存储电势能, $q\vec{A}$ 相当于磁势动量〈电动〉

① 若只有 $E_{\text{势}}$, 有能量守恒 $H=\frac{1}{2}mv^2+q\varphi=$常数

canonical momentum

② 若只有 $E_{\text{旋}}$, 有 $\boxed{\text{正则动量}}$ 守恒 $\left[\dfrac{\mathrm{d}(mv)}{\mathrm{d}t}=qE_{\text{旋}}=-q\dfrac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}\right]$ $\vec{p}\equiv m\vec{v}+q\vec{A}=$常数

kinematical momentum

以前的 $m\vec{v}$ 改叫作 $\boxed{\text{动力学动量}}$ $\vec{\Pi}=\vec{p}-q\vec{A}\to$ 哈氏量 $H=\dfrac{\Pi^2}{2m}+q\varphi$

电感

inductance　　henry　self-induction e.m.f.

$\boxed{\text{电感}}$ $L=\frac{\Psi}{I}$ H(亨利) $\boxed{\text{自感电动势}}$ $\mathscr{E}=-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$ (负号表示反抗电流变化) (若有铁芯,L 会和 I 有关)

例 螺线管或螺绕环 $B=\mu_0nI$, $L=NBS/I=\mu_0n^2V$, 其中 $V=lS$ **注** 充介质后 $L=\mu_rL_0$,

公式 电感储静磁能 $W_m=\frac{1}{2}\mu n^2VI^2=\frac{1}{2}BH_tV=\frac{1}{2}\mu H^2V$, 一般形式为 $w_m=\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}$〈电动〉

mutual inductance　　mutual induction e.m.f.

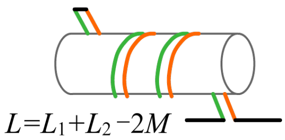
$\boxed{\text{互感}}$ $\Psi_{12}=M_{12}I_1$, $\Psi_{21}=M_{21}I_2$, 可以证明 $M_{12}=M_{21}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\oint_{L_1}\oint_{L_2}\dfrac{\mathrm{d}\vec{l}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}_2}{r_{12}}\equiv M$ $\boxed{\text{互感电动势}}$ $\mathscr{E}_2=-M_{12}\dfrac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$

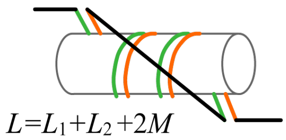
$\left[M=\dfrac{N_2\Phi_1}{I_1}=\dfrac{N_1\Phi_2}{I_2}\right]$ $M\leqslant\sqrt{L_1L_2}$, 无漏磁时取等号 **例** 嵌套螺线管 $B=\mu_0\dfrac{N_1I_1}{l}$, $M=\dfrac{\Psi_{12}}{I_1}=\mu_0\dfrac{N_1N_2S}{l}$

串联电感的自感, 顺接取加反接取减　**例** $\to$

自感磁能 $W_L=\int_0^I LI\,\mathrm{d}I=\frac{1}{2}LI^2$, 互感磁能 $W_{12}=M_{12}I_1I_2$

总磁能 $W_m=\frac{1}{2}\sum_i L_iI_i^2+\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}M_{ij}I_iI_j$





用 w_m 计算两线圈总磁能: $w_m=\frac{1}{2}(\vec{B}_1+\vec{B}_2)\cdot(\vec{H}_1+\vec{H}_2)=\frac{1}{2}\mu(H_1^2+H_2^2+2\vec{H}_1\cdot\vec{H}_2)\to w_{\text{自}}\geqslant0$, $w_{\text{互}}$ 可正可负

例 反向平行载流直导线, 粗细为 r, 相距为 $d\gg r$, 则单位长度 l 的自感为 $L=\dfrac{\mu_0l}{\pi}\ln\dfrac{d}{r}$

$\left[\Phi=\int Bl\,\mathrm{d}r=\int_r^{d-r}\dfrac{\mu_0I}{2\pi}\left[\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{d-r}\right]l\,\mathrm{d}r=\dfrac{\mu_0Il}{2\pi}\left[\ln r-\ln(d-r)\right]\Big|_r^{d-r}\approx\left(\dfrac{\mu_0l}{\pi}\ln\dfrac{d}{r}\right)I\right]$

将导线拉远磁能增加, 它加上磁场做的功(导线相斥), 等于电源维持电流恒定做的功(感应电流反抗)

magnetic circuit

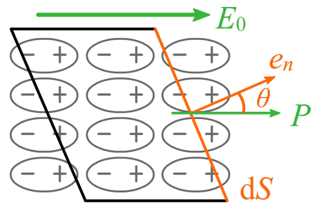
$\boxed{\text{磁路}}$ 由铁芯构成磁感应管可类比电路, $I\to\Phi_B$, $\sigma\to\mu$, $\mathscr{E}\to\mathscr{E}_m=NI_0$, $R\to R_m=\dfrac{l}{\mu S}$

空气高磁阻 $\to$ 在铁芯上开一条缝, 电感大幅下降, 但可提高 Q 值〈电路〉

dielectric 电介质 绝缘介质, 无自由电荷, 但有 bound electric charge 束缚电荷, 可被 polarization 极化 (有一定屏蔽作用, 但不能完全抵消外电场)

无极性分子为电子的 displacement polarization 位移极化, 极性分子还有 orientation polarization 取向极化, 比前者强一个量级 (但高频下仅前者能跟上)

定义 electric polarization intensity 电极化强度 $\vec{P}\equiv\dfrac{\sum\vec{p}_{分子}}{\Delta V}=nq\vec{l}$ $\mathrm{C/m^2}$, 分子数体密度 $n=\dfrac{N}{V}$ 「$Q_{剩}=qnl\,\mathrm{d}S\cos\theta=\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$」



均匀电介质, 体内极化电荷抵消, 表面内外剩余电荷相等 $\oiint_S\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-q'_{(S内)}$

(仅存在于界面或自由电荷附近) polarization charge density 极化电荷密度 $\rho_p=-\nabla\cdot\vec{P}$「高斯」

极化电荷面密度 $\sigma'_e=\dfrac{Q_{剩}}{\mathrm{d}S}=\vec{P}\cdot\vec{e}_n\equiv P_n$ depolarization field 退极化场 σ'_e 产生的 E', 总 $\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$

(注: 对一般形状, $\vec{E}'$ 不一定总严格和 $\vec{E}_0$ 反向, 即使介质和 E_0 都均匀)

例 平行板电介质, 均匀极化 $\vec{P}$, 则 $\pm\sigma'_e=\pm P$, $E'=P/\varepsilon_0$ 方向与 P 相反

实验得出对各向同性线性介质 $\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$ (不是 $\vec{E}_0$) $\vec{E}_0\to\vec{P}\to\sigma'_e\to\vec{E}'\to\vec{E}\to\vec{P}$ 相互制约

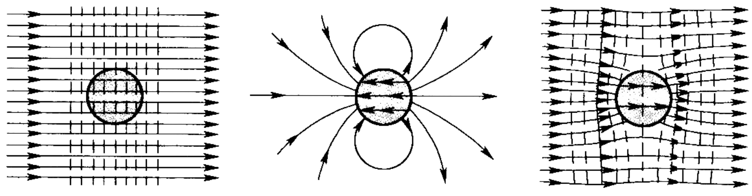
electric susceptibility 电极化率 χ_e 量纲 1, 对各向异性材料(如晶体) 是二阶张量, 高强度光场下出现非线性〈现代光学〉

例 电介质球, 已知 $\vec{P}$ 均匀, 则表面 $\sigma'_e=P\cos\theta$

「可视为两个带正负电球错开 l」 $\vec{P}=\rho_e\vec{l}$,

$Q=\dfrac{4}{3}\pi R^3\rho_e$, $E_{内}=k_e\dfrac{Qr}{R^3}$, $E'=\dfrac{\rho_e}{3\varepsilon_0}(-l)=-\dfrac{P}{3\varepsilon_0}$

$\vec{E}=\vec{E}_0-\dfrac{\chi_e}{3}\vec{E}\to\vec{E}=\left(1+\dfrac{\chi_e}{3}\right)^{-1}\vec{E}_0$



外电场 $\boldsymbol{E}_0$　　极化电荷的附加场 $\boldsymbol{E}'$　　总电场 $\boldsymbol{E}$

$E'_{外}$ 一直到球表面都和球心偶极子的外电场完全相同, 边界上 E_n 突变 P_n/ε_0, E_t 连续〈边界条件〉

「$\oiint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}(q_0+q')_{(S内)}$, 联立 $\vec{P}$ 的高斯定理消去 q'」$\to\oiint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=q_{0(S内)}$ (不含 σ'_e 更易计算)

引入 electric displacement 电位移矢量 / 电感应强度 $\vec{D}\equiv\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E}\equiv\varepsilon\vec{E}$, 介质的 dielectric constant / electric permittivity 介电常量 / 电容率 $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$

vacuum 真空介电常量 $\varepsilon_0=(\mu_0c^2)^{-1}\approx8.85\times10^{-12}$ $\mathrm{F/m}$ relative 相对介电常量 $\varepsilon_r=1+\chi_e$, $\varepsilon_{r,空气}\approx1.0005$, $\varepsilon_{r,水}\approx78$

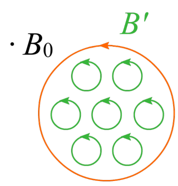
「$\oiint\vec{E}_0\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}q_0$ 和 $\vec{D}$ 的高斯定理形式相同」 **常用** $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}_0$, $\vec{E}=\vec{E}_0/\varepsilon_r$, $C=\varepsilon_rC_0$

注 不能认为 $\vec{D}$ 和 q' 无关, 上式成立的条件: 均匀电介质充满电场所在空间, 或表面沿等势面填充

微分形式 $\nabla\cdot\vec{E}=\dfrac{\rho_0+\rho'}{\varepsilon_0}=\dfrac{\rho_0}{\varepsilon}$ $\to$〈麦方程〉

磁介质

Ampère molecular current hypothesis 安培分子电流假说 分子环流定向排列形成宏观 magnetization current 磁化电流 / 束缚电流 (无热效应)

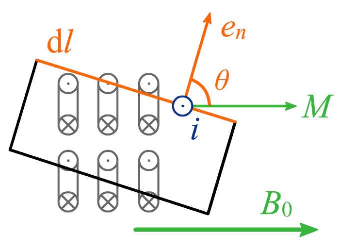


外加 magnetizing current 励磁电流 产生 magnetizing field 磁化场 $\vec{B}_0$ 将 magnetic medium 磁介质 (如铁芯) 磁化

被磁化后 $\vec{B}'$ 与 $\vec{B}_0$ 同向, 故铁芯能使线圈的磁通增加

① 环流观点: 定义 magnetization 磁化强度 $\vec{M}\equiv\dfrac{\sum\vec{m}_{分子}}{\Delta V}=nI\vec{S}$ $\mathrm{A/m}$, 环流体密度 $n=\dfrac{N}{V}$ 「$I_{剩}=InS\,\mathrm{d}l\sin\theta=\vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$」

取如图回路, 面内环流穿入又穿出抵消, 剩余电流仅在边界 $\oint_L\vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=I'_{(L内)}$



magnetization current density 磁化电流密度 「斯托」$\vec{J}_m=\nabla\times\vec{M}$, $\partial_t\vec{P}=\vec{J}_P$

面磁化电流密度 $\vec{i}'=\frac{I_{剩}}{\mathrm{d}l}=\vec{M}\times\vec{e}_n\equiv M_t$, 总 $\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'$

「$\oint_L\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0(I_0+I')_{(L内)}$, 联立 $\vec{M}$ 的环路定理消去 I'」$\to\oint_L\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=I_{0(L内)}$

辅助矢量 磁场强度 $\vec{H}\equiv\mu_0^{-1}\vec{B}-\vec{M}$ vacuum permeability 真空磁导率 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ $\mathrm{N/A^2=H/m}$

「$\oint\vec{B}_0\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0I_0$ 和 $\vec{H}$ 的环路定理形式相同」 **常用** 若充满磁介质, $\vec{H}=\mu_0^{-1}\vec{B}_0$, $\vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M})=B_0+\mu_0M$

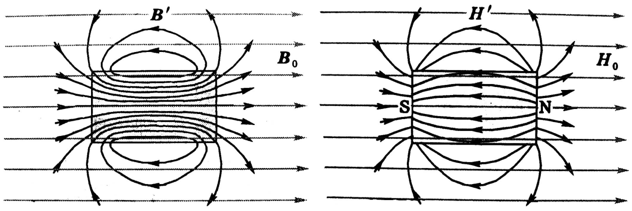
magnetic polarization intensity

② 磁荷观点：定义 磁极化强度 $\vec{P}_m \equiv \dfrac{\sum \vec{p}_{m分子}}{\Delta V}$ Wb/m^2

demagnetization field

退磁场 σ_m' 产生的 H'，总 $\vec{H}=\vec{H}_0-\vec{H}'$，$\vec{P}_m=\chi_m\mu_0\vec{H}$

辅助矢量 磁感应强度 $\vec{B}=\mu_0\vec{H}+\vec{P}_m=\mu_0(1+\chi_m)\vec{H}\equiv\mu\vec{H}$



magnetic permeability　relative permeability

介质的 磁导率 $\mu=\mu_r\mu_0$ 相对磁导率 $\mu_r=1+\chi_m$，$\chi_{m,铁}\approx10^5$，$\chi_{m,铝}\approx10^{-5}$，$\chi_{m,铜}\approx-10^{-6}$

③ 两种观点计算结果相同，联系 $\vec{P}_m=\mu_0\vec{M}$，$\vec{M}=\chi_m\vec{H}$

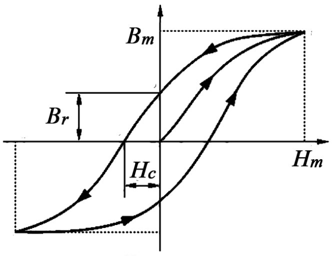
效应

paramagnetic substance　diamagnetic substance

弱磁质 $B'\ll B_0$，同向为 顺磁质 (空气 $\chi_m\approx3\times10^{-4}$)，反向为 抗磁质 (氢气 $\chi_m\approx-2.5\times10^{-5}$)〈原子〉

ferromagnetic substance　hysteresis loop

强磁质 $B'\gg B_0$，自旋平行为 铁磁质，存在 磁滞回线 $\vec{M}\not\propto\vec{H}$〈电路〉



hysteresis loss

磁滞损耗 因磁滞消耗的能量，单位体积 $W=\oint H\,\mathrm{d}B=$ 磁滞回线包围面积

coercive force　soft magnetic material

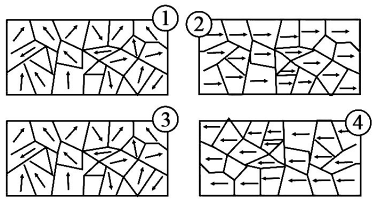
矫顽力 H_C 使介质完全退磁所需反向磁化场大小，小的叫 软磁材料 (纯铁，铁氧体 ~1 A/m)

hard magnetic material

大的叫 硬磁材料，即永磁体 (钕铁硼合金 ~$10^{4\sim6}$ A/m)

magnetic domain

磁畴 无外磁场铁磁质中，自旋磁矩的小范围自发磁化区(μm ~ mm)



Curie point

居里点 高于此温度，磁畴瓦解，铁磁变顺磁

antiferromagnetism　ferrimagnetisium

自旋反平行，且磁矩等强为 反铁磁性 (FeO)，不等强为 亚铁磁性 (Fe_3O_4)〈固体〉

magnetic material with rectangular hysteresis loop　gyromagnetic material

矩磁材料 磁滞回线接近矩形，适合做信息存取 旋磁材料 微波技术中用于抑制反射波

magnetostriction

磁致伸缩 铁磁质磁畴磁化方向改变引起晶格间距改变 (~10^{-5})

magnetostatic shielding

静磁屏蔽 用高磁导率的铁磁材料做成屏蔽罩以屏蔽外磁场 (效果不如静电屏蔽，可采用多层铁壳屏蔽)

或利用超导体的 完全抗磁性 $\chi_m=-1$〈凝态〉

ferroelectrics

铁电体 $\vec{P},\vec{E}$ 间有电滞效应，类似磁滞，有很强的极化和压电效应(如石英，酒石酸钾钠，钛酸钡)

electret

驻极体 在极化后能将极化冻结起来，类似永磁体 (如石蜡)

piezoelectric effect

压电效应 晶体发生机械形变时会极化，在相对两面产生异号极化电荷 → 话筒，晶体振荡器

逆压电效应 晶体上加电场会发生机械形变 → 耳机，超声波发生

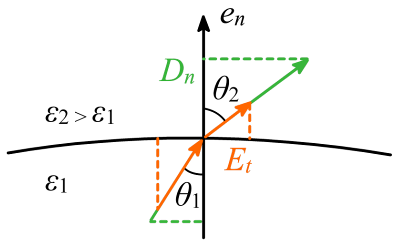
边界条件

在介质分界面上各分量的连续性：

若无自由电荷，$\oiint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=(\vec{D}_2-\vec{D}_1)\cdot\vec{e}_n=0$，$\oint_L\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=(\vec{E}_2-\vec{E}_1)\times\vec{e}_n=0$

若无传导电流，$\oiint_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=(\vec{B}_2-\vec{B}_1)\cdot\vec{e}_n=0$，$\oint_L\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=(\vec{H}_2-\vec{H}_1)\times\vec{e}_n=0$

$D=\varepsilon E\rightarrow$ 电场线折射 $\dfrac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}=\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$，$B=\mu H\rightarrow$ 磁感应线折射 $\dfrac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}=\dfrac{\mu_1}{\mu_2}$



全电流

(麦克斯韦 1861) 在非恒定情况下(如电容充放电电路) 安培环路 $\oint_L\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=I_0=\iint_S\vec{j}_0\cdot\mathrm{d}\vec{S}$ 不适用

$\oiint_S\vec{j}_0\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}q_0\overset{高斯}{=\!=}-\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oiint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\oiint_S\partial_t\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}\rightarrow\oint_L\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=I_0+I_D=I_0+\varepsilon_0\iint_S\partial_t\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}+I_P$

conducting current　displacement current　total current

传导电流 $I_0=\iint_S\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$ 加 位移电流 $I_D=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi_D=\iint_S\partial_t\vec{D}\,\mathrm{d}\vec{S}$ 为 全电流，在非恒定情况下也连续

电位移通量 $\Phi_D=\iint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\varepsilon_0\iint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}+\iint_S\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$，真空中 $\vec{P}=0$，位移电流实际上是电场变化率

麦方程

Linear Isotropic Homogeneous

对于 线性各向同性均匀介质, 结构方程 $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$, $\vec{B}=\mu\vec{H}$, 欧姆定律 $\vec{j}_0=\sigma\vec{E}$

麦方程组	积分形式	微分形式	推论	边界条件
电高斯	$\oiint_S \vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=q_0$	$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_0$	静 $\vec{E}=-\nabla\varphi$	$\Delta D_n=\sigma_f$
非静电环路	$\oint_L \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\iint \partial_t\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$	$\nabla\times\vec{E}=-\partial_t\vec{B}-\vec{j}_m$	静 $\vec{H}=-\nabla\varphi_m$	$\Delta E_t=0$
磁高斯	$\oiint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$	$\nabla\cdot\vec{B}=0+\rho_m$	$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$	$\Delta B_n=0$
非恒磁环路	$\oint_L \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=I_0+\iint \partial_t\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$	$\nabla\times\vec{H}=\partial_t\vec{D}+\vec{j}_0$	和第一条自洽	$\Delta H_t=\vec{i}_f$

Maxwell equations

麦克斯韦方程组 (1864) (绿色为若存在磁单极子), 以及洛伦兹力公式 $\vec{F}=q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$, 和电荷守恒/电流连续性方程 $\nabla\cdot\vec{j}=-\partial_t\rho_e$ 构成电动力学基本方程, 加上牛二律, 构成完整的带电粒子和电磁场相互作用的经典描述

电磁波

在 ρ_e 和 $\vec{j}=0$ 的空间, 电磁波能够独立存在, 并以 v_p 传播 (赫兹 1888 实验证实)

对 $\nabla\times\vec{E}=-\partial_t\vec{B}$ 两边取 $\nabla\times$, 左边 $\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}=-\nabla^2\vec{E}$, 右边 $-\partial_t(\nabla\times\vec{B})=-\mu\varepsilon\,\partial_t^2\vec{E}$

得波动方程 $\nabla^2\vec{E}=v_p^{-2}\,\partial_t^2\vec{E}$, 对 $\vec{H}$ 相同, 基本解是 $\omega\equiv\dfrac{2\pi}{T}$, $k\equiv\dfrac{2\pi}{\lambda}$ 的平面波, 则相速 $v_p=\dfrac{\lambda}{T}=\dfrac{\omega}{k}=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$

电磁波是横波, 假定 $E_z,H_z=0$, 〈光学〉设线偏振 $E_y=0$,

得 $\partial_t H_x,\partial_z H_x=0$, 故只剩 H_y, 有 $\partial_z E_x=-\mu\,\partial_t H_y$, $\partial_z H_y=-\varepsilon\,\partial_t E_x$

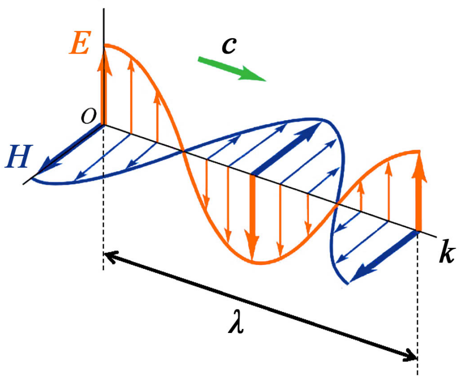
解可写作 $E_x(z,t)=E_0\cos(kz-\omega t+\theta)$, $H_y(z,t)=H_0\cos(kz-\omega t+\theta)$

结论 $\vec{E}\vec{H}\vec{k}$ 右手正交, 电场磁场同相位, $\sqrt{\mu}H_0=\sqrt{\varepsilon}E_0\to E_0=ZH_0$

由折射率定义 $n=\dfrac{c}{v_p}$ 知 $n=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}\overset{\text{非铁磁}}{\approx}\sqrt{\varepsilon_r}$ (需测光频下的 ε)

wave impedance　　characteristic impedance of vacuum

波阻抗 $Z\equiv\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}$, 自由空间的 真空特征阻抗 $Z_0\approx Z\,|n|\approx377\ \Omega$



能流

energy-flux density

记电磁场 能量密度 为 $w=w_e+w_m=\frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D}+\vec{H}\cdot\vec{B})$, 记电磁 能流密度 矢量为 $\vec{S}=w\vec{v}_p$

电磁场总能量 $W=\frac{1}{2}\iiint_\infty(\vec{E}\cdot\vec{D}+\vec{H}\cdot\vec{B})\,\mathrm{d}V=\frac{1}{2}\iiint_\infty(\rho\varphi+\vec{j}\cdot\vec{A})\,\mathrm{d}V$ (只是结果等于, 后者并非能量密度)

记电磁场的 功率密度 为 $W_P=\vec{f}\cdot\vec{v}$, 其中 洛伦兹力密度 $\vec{f}=\rho_e\vec{E}+\vec{j}\times\vec{B}$

则我们应推出形如 $W_P=-\nabla\cdot\vec{S}-\partial_t w$ 的能量守恒公式 且表达式为 $\vec{E},\vec{H}$ 的函数而不含 $\rho_e,\vec{j}$

① 磁力不做功, $W_P=\dfrac{q\vec{E}\cdot\Delta\vec{l}}{V\Delta t}=\rho_e\vec{E}\cdot\vec{v}=\vec{E}\cdot\vec{j}$ ② 用非恒磁环路换掉 $\vec{j}$ 得 $W_P=\vec{E}\cdot\nabla\times\vec{H}-\vec{E}\cdot\partial_t\vec{D}$

③ 矢量分析公式 $\vec{E}\cdot\nabla\times\vec{H}=-\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})+\vec{H}\cdot(\nabla\times\vec{E})$, 再用非静电环路换 $\nabla\times\vec{E}=-\partial_t\vec{B}$

④ 最终得 $W_P=-\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})-\frac{1}{2}\partial_t(\vec{E}\cdot\vec{D}+\vec{H}\cdot\vec{B})$

Poynting vector

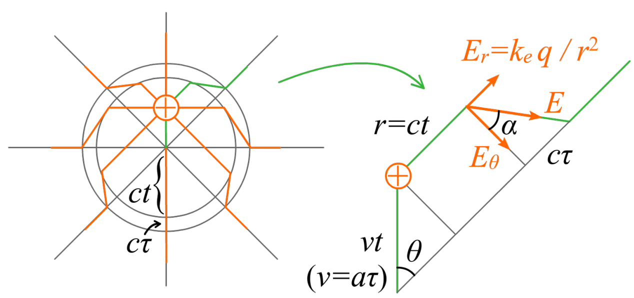
坡印廷矢量 $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$, 其大小 $S=\frac{1}{Z}E^2$ $\mathrm{W/m^2}$

light intensity

光强 $\bar{I}\equiv\frac{1}{t}\int_t\vec{S}(t)dt$, $(t\gg T)$ 对于单色平面波 $I=\frac{1}{2Z}E_0^2$

例 非相对论带电粒子加速的辐射 (匀速不发射电磁波)

$\left\lceil\ \tan\alpha=\dfrac{c\tau}{vt\sin\theta}=\dfrac{c}{at\sin\theta}\ \right\rfloor$ $E_\theta=k_e\dfrac{qa\sin\theta}{c^2r}\to S\propto\dfrac{a^2}{r^2}\sin^2\theta$



momentum density　　light pressure

〈狭相〉$w=mc^2\to$ 电磁波的 动量密度 $\vec{g}=mv_p=\vec{S}/c^2\to$ 光压 (列别捷夫 1900 实验证实)

其它

电路见〈电路〉〈模电〉〈数电〉 电表见〈实验〉 凶残的数理方法见〈电动〉 相对论见〈狭相〉