

**精**

赵凯华. 电磁学 (第三版). 高等教育出版社

└ 或: 赵凯华. 新概念物理教程—电磁学 (第二版). 高等教育出版社 (上面那本的精简版)

Purcell. Electricity and magnetism (2nd ed). McGraw-Hill (高斯单位制的)

└ 中译: 南开大学物理系. 电磁学. 科学出版社

**参**

Feynman. Feynman's Lectures on Physics - Volume 2

└ 中译: 桑兹. 费曼物理学讲义—第二卷. 上海科学技术出版社

## 静电

triboelectrification

vitreous positive

resinous

negative

repel

attract

**摩擦起电** 丝绸摩擦过的光滑玻璃棒带正电荷, 毛皮摩擦过的橡胶棒带负电荷, 同性相斥, 异性相吸

(正负的区别就是负数的平方是与之反号的正数, 但电荷之积不是电荷, 故对电荷正负的命名是任意的)

electrostatic induction

neutralize

**静电感应** 用带电体感应起电, 金属棒先接触后分开, 带等量异号的电 **中和** 正负电荷完全抵消

conductor

insulator

breakdown

**导体** 电荷能迅速传导, **绝缘体** 电荷束缚在产生的地方, 绝缘体可被 **击穿** 成导体 (空气  $\approx 3 \times 10^6 \text{ V/m}$ )

charge

coulomb

elementary charge

Millikan oil-drop experiment

**电荷量**  $q$ , 单位 **C(库仑)** **元电荷**  $e \approx 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$  (密立根油滴实验 1909) (电子电荷量记为  $-e$ )

charge conservation law

**电荷守恒定律** 孤立系统的总电荷量不变 (正负电荷总成对产灭) (电荷量是洛伦兹不变量)

action at a distance

action through medium

ether

field

电磁力非 **超距作用** (不需要媒介或时间) 也非 **近距作用** (接触作用, 弹性媒质以太), 是通过 **场** 来

作用的, **电磁场** 可以脱离电荷和电流独立存在, 和物质一样具有能量, 动量等属性 **场论**

**静源动电荷** 施力电荷  $q_1$  相对观察者静止, 则  $q_2$  受力  $F_2$  可用库仑定律 ( $F_1, F_2$  非作用和反作用力)

Coulomb's law

**库仑定律** (1785) 真空中静源  $q_1$  给  $q_2$  的力  $\vec{F}_2 = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{r_{21}}$ , 库仑常数  $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

( $\vec{r}_{21} \equiv \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  从 1 指向 2) (电荷自己产生的场不能对自己有作用, 否则违背牛三)

库仑平方反比精确成立  $\Leftrightarrow$  光子静质量严格为零  $\Leftrightarrow$  光在真空无色散  $\Leftrightarrow$  光速不变 **电动**

## 场强

point charge

test charge

**点电荷** 带电体间距离远大于其尺寸, 其形状大小可忽略 **试探电荷** 电量和线度足够小, 不影响原在电场

对于电场中的固定点, 试探电荷受力与电荷量的比值不变  $\rightarrow$  **电场强度**  $\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}}{q}$ , 单位  $\text{N/C} = \text{V/m}$

superposition principle

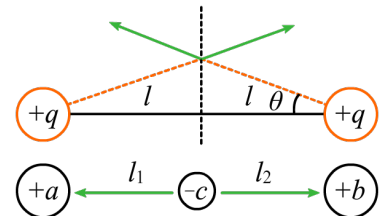
compensation method

**场强叠加原理** 各电荷同时存在产生的场强, 等于单独存在时的场强的 **矢量叠加**  $\rightarrow$  **虚构补偿法**

点电荷  $\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$  **例** 两同号电荷在中垂线上  $E = \frac{2k_e q}{(l/\cos\theta)^2} \sin\theta$

$\cos^2\theta \sin\theta$  在  $\tan\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\theta \approx 35.3^\circ$  时取最大值  $\frac{2}{3\sqrt{3}} \approx 0.385$

**例** 三体平衡  $\left[ \frac{b}{(l_1+l_2)^2} = \frac{c}{l_1^2}, \frac{a}{(l_1+l_2)^2} = \frac{c}{l_2^2} \right] a:c:b = l_2^{-2}:(l_1+l_2)^{-2}:l_1^{-2}$



electric dipole

electric dipole moment

**电偶极子** 等量异号电荷  $\pm q$  相距  $l$ ,  $\vec{l}$  由负指向正 **电偶极矩**  $\vec{p} \equiv q\vec{l} \rightarrow$  力偶矩  $\vec{L} = \vec{p} \times \vec{E}$  **静电能**

场点  $r \gg l$ , 延长线上  $E = k_e q \left[ \left( r - \frac{l}{2} \right)^{-2} - \left( r + \frac{l}{2} \right)^{-2} \right] \approx k_e \frac{2p}{r^3}$ , 中垂线上  $E = 2k_e \frac{q}{r^2 + l^2/4} \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + l^2/4}} \approx k_e \frac{p}{r^3}$

multipole expansion

**电多极展开** **电动**

(纯的电偶极子应使  $l \rightarrow 0, q \rightarrow \infty$ , 才无多极矩)

electric quadrupole

$[\vec{p}]$  可矢量叠加 **电四极子** 偶极矩为零 **电动**

共线型, 延长线上  $E = k_e \frac{6ql^2}{r^4}$ , 正方形,  $E = k_e \frac{3ql^2}{r^4}$



## 静电场

electric field line

(矢量场图是在每个点处画有大小和方向的小箭头, 场线图只能从疏密反映场强大小)

**电场线** 曲线每一点的切线方向和该点场强方向一致, 任一点电场线的数密度与该点场强大小成正比

静电场的电场线起自正电荷或无穷远, 结束于负电荷或无穷远, 不会在没有电荷处中断, 不会相交或闭合

electric flux

**电通量**  $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S}$  对于闭合曲面, 取外法线矢量方向为正 **1. 库仑定律算包围点电荷同心球面**

**2. 球面通量等于同立体角任意曲面 3. 不包围电荷通量为零 4. 场强叠加原理**  $\rightarrow$

## Gauss theorem

**电场高斯定理** 通过任意闭合曲面  $\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{(S内)}}{\epsilon}$  (适用于任何平方反比场) (适用于运动电荷)

## Earnshaw's theorem

→ **恩绍定理** (1842) 点电荷集合不可能只靠静电力保持稳定力学平衡 (亦适用于硬磁铁 < 静磁 >)

(宏观上可视电荷为连续分布)

## linear charge density

**电荷线密度**  $\eta_e$ , 线元  $\vec{l}$

## surface

**面密度**  $\sigma_e$ , 面元  $\vec{S} = S\vec{e}_n$

## volume

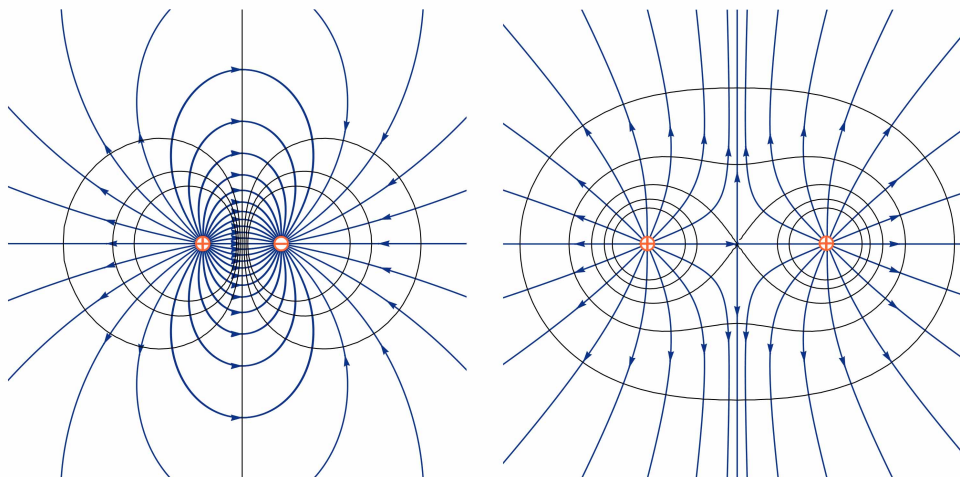
**体密度**  $\rho_e$ , 体积元  $V$

**例** 无限大平板  $E = \frac{\sigma_e}{2\epsilon_0}$

**例** 均匀带电球壳, 内部  $E=0$ ,

外部  $\equiv$  点电荷 →

均匀带电球体  $E_{内} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{R^3}$



**注** 面电荷元受其它部分的力用  $\frac{1}{2}(E_{外} + E_{内})$  求 **例** 球面元受排斥力  $dF = \frac{1}{2}(\sigma_e/\epsilon_0 + 0)dq = \frac{\epsilon_0}{2}\sigma_e^2 dS$  向外  
「可等效为圆弧」无限长均匀带电细棒  $E = \frac{\eta_e}{2\pi\epsilon_0 r}$  (同二维空间), 有限长细棒中垂面  $E = \frac{\eta_e}{2\pi\epsilon_0 r\sqrt{r^2 + l^2}}$

**注** 没有一定对称性, 就无法只靠高斯定理得出场强分布 (高斯定理对静电场的描述不完备)

## 电势

## circuital theorem of electrostatic field

静电场力做功与路径无关 (保守力场)  $\Leftrightarrow$  **静电场环路定理** 沿任意闭合环路  $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

## electric potential energy

**电势能** 试探电荷从  $\vec{r}_1$  到  $\vec{r}_2$ , 静电场力做功  $W_{12} = q \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$  = 电势能减少, **电势差**  $U_{12} \equiv \frac{W_{12}}{q}$

## volt

$= \varphi_1 - \varphi_2$  (绝对), 单位 **V(伏特) = J/C** 取无穷远电势为零 → **电势**  $\varphi \equiv U_{r\infty} = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{l}$  (相对)

## electric potential

(零势点不能选在电荷上, 分布于无穷远的净电荷为零才能选无穷远为零势点, 如单根无限长带电直线, 零势点不能取在直线上也不能取在无穷远, 一对无限长异号带电直线, 零势点可取在中垂面或无穷远)

**例** 点电荷  $\varphi = k_e \frac{q}{r}$ , 无限长带电细棒  $\varphi = \frac{\eta_e}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{1}{r}\right) + \text{常数}$  (同二维空间点电荷)

## superposition principle of electric potential

**电势叠加原理** 各电荷同时存在产生的电势, 等于单独存在时的电势的代数和

## equipotential surface

**等势面** 和电场线处处正交, 疏密反映场强大小,  $\vec{E} = -\nabla\varphi$ , 任意方向上  $E_l = -\partial_l\varphi$

**例** 电偶极子  $r \gg l$ ,  $\varphi \approx k_e q \left( \frac{1}{r - \frac{l}{2}\cos\theta} - \frac{1}{r + \frac{l}{2}\cos\theta} \right) \approx k_e q \frac{l\cos\theta}{r^2 - (\frac{l}{2}\cos\theta)^2} \approx k_e \frac{p\cos\theta}{r^2}$

$$E_r = -\partial_r\varphi = k_e \frac{2p\cos\theta}{r^3}, E_\theta = -\frac{1}{r}\partial_\theta\varphi = k_e \frac{p\sin\theta}{r^3}, E_\phi = -\frac{1}{r\sin\theta}\partial_\phi\varphi = 0$$

**例** 带电圆环轴线上  $\varphi = \frac{\eta_e}{2\epsilon_0} \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$  (标量和),  $E_z = \frac{\eta_e}{2\epsilon_0} \frac{Rz}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$  (矢量加)

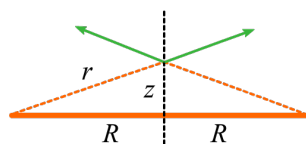
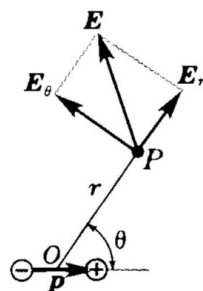
圆盘(无限薄电荷层)  $\varphi_z = \frac{\sigma_e}{2\epsilon_0} (\sqrt{R^2 + z^2} - z)$ ,  $E_z = \frac{\sigma_e}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$

## dipole layer

**电偶极层** 厚度为  $l$  的均匀曲面, 两面带相反电荷  $\pm\sigma_e$

「 $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_S \sigma_e \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) dS$ ,  $r_2 \approx r_1 + \cos\theta$ ,  $\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \approx -\frac{l\cos\theta}{r^2}$ ,  $\frac{\cos\theta dS}{r^2} = \text{立体角 } d\Omega$ , 两侧立体角跃变  $4\pi$ 」

$\varphi = -\frac{\sigma_e l}{4\pi\epsilon_0} \Omega$ ,  $\vec{E} = \frac{\sigma_e l}{4\pi\epsilon_0} \nabla\Omega$ , 电偶极层的  $E$  和  $\varphi$  只和它对场点所张立体角有关, 两侧有电势跃变  $\frac{\sigma_e l}{\epsilon_0}$



## 静电能

## electrostatic energy

**静电能**  $W_e$  把带电体系拆成无限分散的状态静电力做的总功 (与次序或路径无关)

**例** 两个点电荷  $W_{\bar{1}2}=k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$ ,  $n$  个点电荷: 所有配对求和  $W_{\bar{1}2}=k_e \sum_{i \neq j}^n \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{k_e}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \varphi_i q_i$

其中  $\varphi_i$  是除  $q_i$  之外其余电荷在  $q_i$  的位置产生的电势 (固体)

→ 对于多个带电体,  $W_e$  等于各带电体的 **自能** (聚成单个带电体) 加带电体间的 **互能** (移带电体整体)  
对于连续分布  $W_e = \frac{1}{2} \iiint_V \varphi \rho_e dV$  **例** 均匀带电球壳  $W_{\text{自}} = k_e \frac{q^2}{2R}$ , 球体  $W_{\text{自}} = k_e \frac{3q^2}{5R}$  (用 (电容) 算更简便)

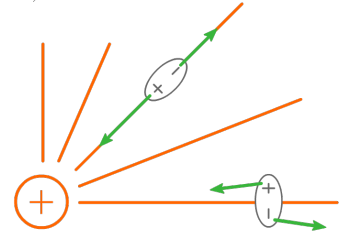
把电子设想为带电球, 取  $m_e c^2 = k_e \frac{e^2}{r_c}$ , 得  $r_c \approx 2.8 \text{ fm}$  称为 **电子经典半径** (别当真)

**例** 电偶极子在匀强电场中  $W_e = -\vec{p} \cdot \vec{E}$ , 受力矩  $L_\theta = -\partial_\theta W = pE \sin \theta$

在非均匀电场中, 受力  $\vec{F} = -\nabla W = \nabla(\vec{p} \cdot \vec{E}) \xrightarrow{p \text{ 不变}} (\vec{p} \cdot \nabla) \vec{E}$

(这种记法的含义是  $F_x = \vec{p} \cdot \nabla E_x$ ,  $y, z$  分量同理)

→ 摩擦起电后, 碎片被极化, 电场力沿梯度方向, 拉向电场较强区域



## 电容

**① 孤立导体**, 电势随电量等比增加, **电容**  $C \equiv \frac{q}{\varphi}$ , 单位 **F(法拉)** = C/V **例** 孤立导体球(壳)  $C = 4\pi\epsilon_0 R$

**②** 两靠近的导体, 表面各带电  $\pm q$  (自由电荷), 定义电容  $C \equiv \frac{q}{U}$ , 两导体叫做 **电容器** 的 **极板**

**例** 平行板电容器 (忽略边缘效应)  $C = \frac{\epsilon S}{d}$  「 $\frac{\sigma_e S}{Ed}$ 」 **注** 充介质后  $C = \epsilon_r C_0$ , 导体相当于  $\epsilon = \infty$  (电介质)

→ 串联电容 「相当于合  $d$ 」  $C^{-1} = C_1^{-1} + C_2^{-1}$ , 并联电容 「相当于合  $S$ 」  $C = C_1 + C_2$  (电路)

同轴圆柱  $C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln R_2 - \ln R_1}$  「 $\frac{\eta_e l}{2\pi\epsilon \int \frac{1}{r}}$ 」 同心球  $C = 4\pi\epsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$  「 $\frac{1}{k_e \Delta \frac{1}{r}}$ 」

**公式** 电容器储静电能  $W_e = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} Uq = \frac{1}{2} Ed\sigma_e S = \frac{1}{2} ED_n V = \frac{1}{2} \epsilon E^2 V$  (电介质)

**电势能** 占有体积的电场储藏着电能 (不依赖于电荷) **电能密度**  $\omega_e = \frac{dW_e}{dV} = \frac{1}{2} \epsilon E^2$ , 体积分得电场能

**注** 对于各向异性  $\vec{E}, \vec{D}$  不平行的情况, 一般形式为  $w_e = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$  (电动)

电场能与静电能一致 **例** 导体球(壳)  $W_e = \frac{\epsilon_0}{2} \int_R^\infty \left(k_e \frac{q}{r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{q^2}{2C}$

收缩带电球壳做功  $dW = \left(\frac{\epsilon_0}{2} \sigma_e^2\right) dS dr$  等于新增电场的电能  $\frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}\right)^2 dV$

**例** 均匀带电球体, 同理  $\frac{\epsilon_0}{2} k_e^2 \left[ \int_0^R \left(\frac{qr}{R^3}\right)^2 + \int_R^\infty \left(\frac{q}{r^2}\right)^2 \right] 4\pi r^2 dr$ , 第一项是第二项的  $\frac{1}{5}$  → 球壳乘  $\frac{6}{5}$  即可

## 静电平衡

electrostatic equilibrium

**静电平衡** 自由电荷静止, 电场分布不随时间变化 「必要性: 反证法, 充分性: 唯一性定理」 (电动)

均匀(质料, 温度等) 导体 **静电平衡条件**  $\vec{E}_{\text{内}} \equiv 0 \Leftrightarrow$  感应电荷产生的电场  $\vec{E}' = -\vec{E}_0 \xrightarrow{\text{高斯}} q_{\text{内}} \equiv 0 \Leftrightarrow \vec{E} = \frac{\sigma_e}{\epsilon_0} \vec{e}_n$

(电场线垂直于表面)  $\Leftrightarrow$  平方反比精确成立 **结论** 导体是等势体, 表面是等势面, 电荷只分布于导体表面

electrostatic screening / shielding

**静电屏蔽** ① 导体壳内部区域不受外界电场影响 (无论导体是否带电或接地)

② 内部带电体位置不影响腔外 (电量会感应到外表面), 若外壳接地则完全不影响腔外

Van de Graaff generator

**范德格拉夫起电机** 电势低的导体可不断接触高电势导体壳内部使其电势不断升高

导体表面尖端(曲率较大)处  $\sigma_e$  较大, 凹处(曲率为负)  $\sigma_e$  更小 → **尖端放电**

electric wind

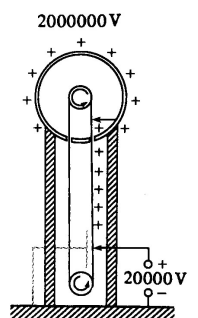
**电风** 尖端的强电场电离空气, 吸引同号离子中和, 异号离子受排斥远离

corona

**电晕** 离子与空气分子碰撞产生光辐射, 浪费电能(高压电线不能细, 高压电极要极光滑)

lightning rod

**避雷针** 在建筑物上安装尖端导体并良好接地, 带电云层接近时通过避雷针持续放电





## 电流

current charge carrier

**电流** 电荷(载流子)的定向运动, 规定为正电荷移动方向, 导体中电流方向同电场方向, 高电势向低电势 (电子平均漂移速率  $\approx 10^{-5}$  m/s, 电子热运动速率  $\approx 10^5$  m/s, 电场传播速率为光速  $\approx 3 \times 10^8$  m/s)

current intensity

**电流强度** (线密度) 单位时间通过导体任一横截面的电荷量  $I \equiv \frac{dq}{dt}$  A(安培)=C/s, 标量 < 电路 >

current density

**电流密度** (体密度)  $\vec{j} \equiv \frac{dI}{dS} = nq\vec{v}$  A/m<sup>2</sup>, 电流场是矢量场,  $I$  是其通量 **面电流密度**  $\vec{i} \equiv \frac{dI}{dl}$

equation of continuity

**电流连续方程**  $\Leftrightarrow$  电荷守恒定律  $\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}$ , 流出闭合面的通量等于电荷减少

criterion of steadiness

**电流恒定条件**  $\Leftrightarrow$  环路定理  $\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$ , 电流线不会中断, 恒定电路必然闭合  $\rightarrow$  故可引入 **电压**  $U$

Ohm law

**欧姆定律** (1827)  $I = \frac{U}{R} = \frac{El}{\rho l/S} \rightarrow \vec{j} = \sigma \vec{E}$  (载流子速度和力成正比, 说明存在阻力)

resistance

**电阻**  $R \equiv \frac{U}{I}$   $\Omega$ (欧姆) **电导**  $G \equiv \frac{1}{R}$  S(西门子) **电阻率** (恒温)  $R = \rho \frac{l}{S}$   $\Omega \cdot m$  **电导率**  $\sigma \equiv \frac{1}{\rho}$  S/m

$\rightarrow$  串联电阻 [相当于合  $I$ ]  $R = R_1 + R_2$ , 并联电阻 [相当于合  $S$ ]  $R^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1}$  < 电路 >

volt-ampere characteristics

nonlinear

**伏安特性(曲线)**  $I-U$  图 **非线性元件** 伏安特性不为线性 **电阻温度系数**  $\rho = \rho_0(1 + \alpha t)$ , 纯金属  $\alpha \approx 0.004$

electric power

**电功率** 电场单位时间做功  $P = UI \geq P_{\text{热}}$  **热功率**  $P_{\text{热}} = I^2 R = \frac{U^2}{R} = \sigma E^2 \Delta V$

thermal power density

**热功率密度** 单位体积热功率  $p = \vec{j} \cdot \vec{E} \Leftrightarrow$  **焦耳定律**  $p = \frac{j^2}{\sigma} = \sigma E^2$

## 电源

电场力沿闭合回路做功为零, 只有静电场不能维持恒定电流 (除了超导体)  $\rightarrow$  必须有 **非静电力** 做功

power source

**电源** 提供非静电力的装置, 记单位正电荷上的非静电力为  $\vec{K}$ ,  $\vec{K}$  由 **负极** (低电势) 指向 **正极** (高电势)

ElectroMotive Force

**电动势** 把单位正电荷从负极通过电源内部移到正极, 非静电力做的功  $\mathcal{E} = \oint \vec{K} \cdot d\vec{l}$  (V) (标量)

对于闭合电路, 电源外部  $\vec{K} = 0$ , 公式可写成  $\mathcal{E} = \int_{-}^{+} \vec{K} \cdot d\vec{l}$ , (电源内)

欧姆定律改写为  $\vec{j} = \sigma(\vec{K} + \vec{E})$

internal resistance terminal voltage

实际电源有 **内阻**  $r$ , **路端电压**  $U = \mathcal{E} - Ir$ , 放电取减充电取加

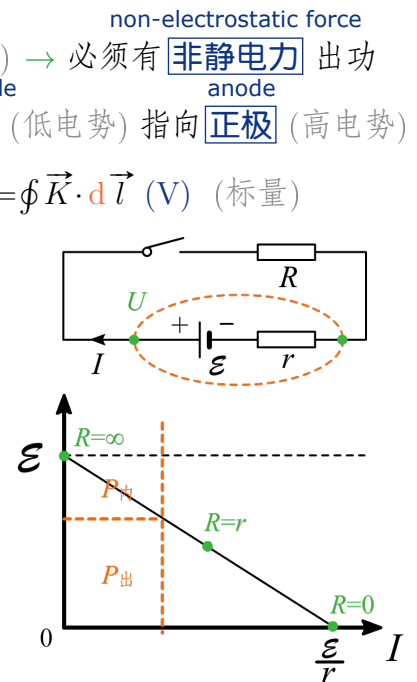
$P_{\text{总}} = \mathcal{E} I \xrightarrow{\text{纯电阻}} I^2(R+r) = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r}$ , 电源内消耗  $P_{\text{内}} = I^2 r$

输出功率  $P_{\text{出}} = UI = (\mathcal{E} - Ir) I \xrightarrow{\text{纯电阻}} I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{R+2r+\frac{r^2}{R}}$

impedance matching

**阻抗匹配** 当  $R=r$  时电源输出功率最大  $P_{\text{max}} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$

电流源等见 < 电路 >



## 效应

Thomson effect

**汤姆孙效应** 金属棒两端温度不等, 加电流时除了产生焦耳热外, 冷  $\xrightarrow{\text{吸热}}$  热, 热  $\xrightarrow{\text{放热}}$  冷,

Thomson e.m.f.

**汤姆孙电动势** 记汤姆孙系数  $\sigma(T)$ , 热扩散非静电力  $\vec{K} = \sigma(T) \frac{dT}{dl}$ ,  $\mathcal{E}(T_1, T_2) = \int_{T_1}^{T_2} \sigma(T) dT$

Peltier effect

**佩尔捷效应** 外加电流通过不同金属接触面时,  $\vec{K}I$  同向吸热, 反向放热, 电动势  $\Pi_{AB}(T)$ , 半导体较强

thermoelectric effect

thermocouple

**温差电效应** (塞贝克 1821) 同时存在温度和电子数密度梯度, 故不违反热二 **温差电偶** 用电势测温度

## 静磁

称小磁针指北一端为 **北极** N, 指南为 **南极** S (故地磁 N 极位于地理南极附近) 铁磁性 (凝态)

历史上先以为有 **磁荷** (磁单极子)  $F = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_{m1}q_{m2}}{r^2}$ , 后面和电场同理

定义 **磁场强度**  $\vec{H} = \frac{\vec{F}}{q_m} = -\nabla\varphi_m$  A/m =  $4\pi \times 10^{-3}$  Oe (奥斯特), 引入 **磁标势** 的前提:

只能在没有自由电流分布的单连通区域内定义 (否则势函数不单值)

**例** 分子电流可以, 永磁体全空间都可以

magnetic dipole

**磁偶极子**  $\vec{p}_m = q_m \vec{l}$  (S 指向 N) 磁偶极子受力矩  $\vec{L} = \vec{p}_m \times \vec{H}$ , 磁偶极层  $\vec{H} = \frac{\sigma_m l}{4\pi\mu_0} \nabla\Omega$

电流环受力矩  $\vec{L} = \vec{m} \times \vec{B}$ , **磁矩**  $\vec{m} \equiv IS\vec{e}_n$  (故小磁针  $\vec{m}$  总要转向  $\vec{B}$  的方向)

[安培力] 任意形状载流线圈在均匀磁场中受力矩  $\vec{L} = IS(\vec{e}_n \times \vec{B})$ ,  $\vec{e}_n$  为右手定则法向

电流环磁场公式  $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \nabla\Omega$ ,  $\Omega$  为线圈对场点所张立体角

[使磁偶极层和电流环等价]  $\rightarrow \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ ,  $\vec{p}_m = \mu_0 \vec{m}$  (磁介质)

geomagnetic field

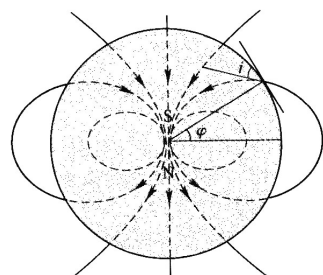
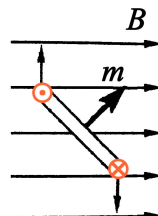
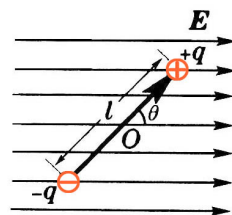
**地磁场** 来源于地核外核铁镍流体的涡电流, 强度约 0.25~0.65 Gs

可近似看作位于地心磁偶极子产生的  $\rightarrow$

磁倾角和地磁纬度的关系为  $\tan i = \left[ \frac{-H_r}{H_\theta} = \frac{-k_m 2p_m \cos(\pi/2 + \varphi)/r^3}{k_m p_m \sin(\pi/2 + \varphi)/r^3} \right] = 2 \tan \varphi$

已知纬度 45° 的地磁水平分量约 0.23 Oe

[ $H_\theta = k_m \frac{p_m \sin \theta}{r^3} = \frac{1}{4\pi} \frac{m \sin \theta}{r^3}$ ]  $\rightarrow$  地球的磁矩约  $8.4 \times 10^{22} \text{ Am}^2$  (相当于赤道上  $6.6 \times 10^8 \text{ A}$  电流)



## 感强

Oersted experiment

**奥斯特实验** (1820.07) 载流导线能偏转小磁针  $\rightarrow$  电荷总有库仑作用, 但只有运动电荷才有磁相互作用 (安培 1820.09) 同向载流导线相吸引, 反向载流导线相排斥 (故有转到同向趋势), 插金属板不能屏蔽

Ampère law

**安培定律** (1820.12) 电流元  $I_1$  给  $I_2$  的力

$d\vec{F}_2 = k_m \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{e}_{r_{21}})}{r^2}$ , 大小  $= k_m \frac{I_1 dl_1 \sin \theta_1 I_2 dl_2 \sin \theta_2}{r^2}$

$k_m = \frac{\mu_0}{4\pi}$ , 取  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  (磁介质), 后定义 A (实验)

(不满足牛三, 闭合回路积分才满足) [安培定律拆开]  $\rightarrow$

Ampère force

**安培力**  $d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{l}_2 \times d\vec{B}$  **毕奥萨伐尔定律** (1820.10)  $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{e}_r}{4\pi r^2}$  ( $I d\vec{l} = \vec{j} dV$ )

(均匀磁场中, 安培力只与起点终点有关) **推论** 安培力冲量  $m\Delta v = F\Delta t = BIl\Delta t = B\Delta q$

( $\vec{e}_r$  由电流元指向场点) **磁感应强度**  $\vec{B} = \oint_L d\vec{B}$  T (特斯拉) = Wb/m<sup>2</sup> = N/(Am) =  $10^4$  Gs (高斯)

**例** 运动电荷磁场  $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2} = \mu_0 \epsilon_0 \vec{v} \times \frac{k_e q \vec{e}_r}{r^2} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}$  (狭相)

Lorentz force

[ $I d\vec{l} \rightarrow q\vec{v}$ ] **洛伦兹力**  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$  (总与带电粒子速度方向垂直, 故不对粒子做功)

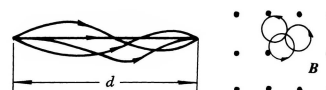
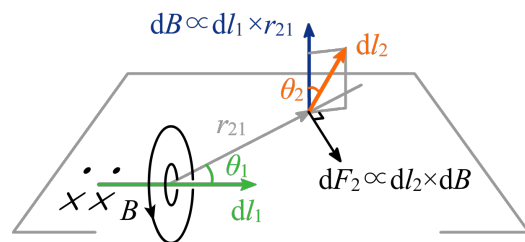
(洛伦兹力的作用是传递, 宏观导体上的安培力可以做功, 原因是自由电子的冲量传递给了金属晶格)

Larmor radius

**拉莫尔半径**  $r = \frac{mv_\perp}{Bq}$ , 回旋周期  $T = \frac{2\pi m}{Bq}$  与  $v$ ,  $r$  无关  $\rightarrow$  **磁透镜** 磁聚焦

velocity selector

**速度选择器**  $Eq = qvB \rightarrow$  **磁流体发电机**  $\mathcal{E} = Bvd$  (固体) 霍尔效应与载流子的电性有关



mass spectrometer

**质谱仪** 先平衡后断电, 由回旋半径得荷质比  $\frac{q}{m} = \frac{E_{\text{选}}}{r B_{\text{选}} B_{\text{偏}}}$  (非相对论)

cyclotron

**回旋加速器** 每圈的半径  $\propto \sqrt{n}$ ,  $v_{\text{max}} = \frac{r B q}{m}$  (会受相对论的影响)

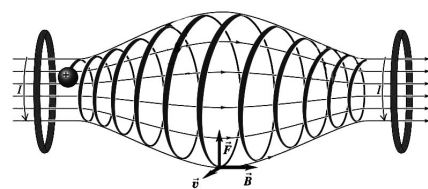
磁场越强半径越小, 磁矩不变  $|\vec{m}| = IS = \frac{q}{T} \pi r^2 = \frac{m v_{\perp}^2}{2B} = \frac{E_{k\perp}}{B} \rightarrow$

magnetic mirror

**磁镜** 带电粒子由弱磁场向强磁场运动,  $v_{\perp}$  增加导致  $v_{\parallel}$  减小乃至反弹

Van Allen radiation belts

**例** 两个同向载流线圈  $\rightarrow$  托卡马克装置 (核物) 地磁场约束形成 **范艾伦辐射带**



## 静磁场

line of magnetic induction

**磁感线** 磁铁外部从 N 走向 S, 磁铁内部从 S 走向 N, 不相交

前提: 电流恒定 (故电流应闭合或为无限场) (永磁体满足)

Ampère circuital theorem

**恒磁场安培环路定理** 通过任意闭合环路  $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{(L)}$

穿过回路面的电流与回路右手定则方向同向为正, 反向为负

( $\vec{B}$  为全空间电流产生的磁场, 不通过  $L$  的电流的环路积分为零)

**例** 有限长载流直导线,  $l = R \cot \theta$ ,  $\frac{dl}{d\theta} = \frac{R}{\sin^2 \theta}$ ,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{dl \sin \theta}{(R/\sin \theta)^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2), \xrightarrow{\text{无限长}} \frac{\mu_0 I}{2\pi R}, \text{右手螺旋}$$

**例** 无限大载流平面, 两侧  $B = \frac{1}{2} \mu_0 i$ , 方向相反 (右手定则)

均匀带电球面自转,  $[dI = \frac{q}{T} = \sigma_e R \omega dx]$  转轴上, 球内  $B_z = \frac{2}{3} \mu_0 \sigma_e \omega R$  (匀强), 外  $B_z = \frac{2}{3} \mu_0 \sigma_e \omega \frac{R^4}{x^3}$  (偶极)

载流圆线圈在轴线, 记  $r = \sqrt{R^2 + x^2}$ ,  $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl R}{r^2 r} = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3}$ ,  $x=0 \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ ,  $x \gg R \rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{m}}{2\pi x^3}$

Helmholtz coils

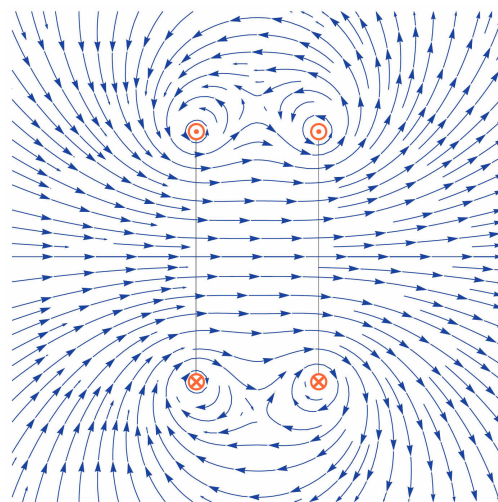
**亥姆霍兹线圈** 间距等于半径的一对共轴载流圆线圈, 中点处  $\frac{d^2 B}{dx^2} = 0$  (由于偶函数, 奇次导亦都为零)

solenoid

载流 **螺线管** 在轴线  $B = \mu_0 n I \frac{\cos \theta_2 - \cos \theta_1}{2}$ , 方向右手螺旋,  $n$  为单位长度匝数

无限长密绕螺线管在轴线  $B = \frac{\mu_0 I R^2}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n dx}{r^3} = \mu_0 n I$  **螺绕环**  $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R}$

**性质** 整个螺线管内部磁场都是均匀的 [矩形安培环路, 另一边在无限远], 管外  $B=0$



## 磁矢势

magnetic flux

weber

Gauss theorem of magnetic field

**磁通量**  $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S}$  Wb (韦伯) = Vs = CΩ **磁场高斯定理** 通过任意闭合曲面  $\Phi_B = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$

(矢分) 无旋场是某标量场的梯度  $\nabla \times (\nabla \varphi) = 0$ , 无散场是某矢量场的旋度  $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$

magnetic vector potential

**磁矢势**  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ , 即  $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \Phi_B = \oint_L \vec{A} \cdot d\vec{l}$

**例** 对于匀强磁场  $\vec{B} = B \vec{e}_z$   $[B \pi r^2 = 2\pi r A]$   $\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r}$

$$\vec{A} \cdot \vec{p} = [\frac{1}{2} (\vec{B} \times \vec{r})] \cdot \vec{p} = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot (\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{1}{2} B L_z$$

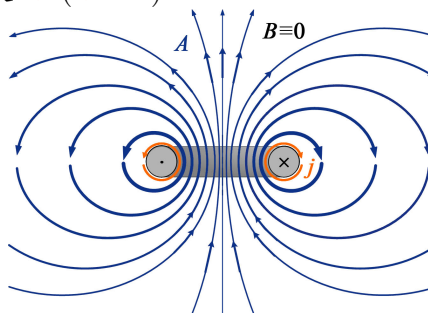
**例** 无限长载流直导线,  $\vec{A}$  与导线平行, [取长为  $l$  的矩形环路,

$$\Delta A_z l = \Phi_B = l \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int \frac{dr}{r}] A_z(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{1}{r} + \text{常数} \quad (\text{零势点不能取无穷远})$$

**公式** 对一般的载流回路  $L$ , 取无穷远矢势为零, 产生的矢势为  $\frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_L \frac{d\vec{l}}{r}$  (表达式不唯一)

**例** 无限长密绕螺线管, 矢势和电流同向, 只有  $A_{\varphi}$  分量,  $A_{\varphi}(r) = \mu_0 n I \frac{r}{2} (r < R), = \mu_0 n I \frac{R^2}{2r} (r > R)$

( $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$  和  $\nabla \times \vec{A} = \vec{B}$  很像, 故磁场  $\vec{B}$  生成的  $\vec{A}$  很像  $\mu_0 \vec{j}$  生成的  $\vec{B}$  场线) (量子, AB 效应)





# 电磁感应

Faraday's law of electromagnetic induction

**法拉第电磁感应定律** (法拉第 1831 实验发现, 诺埃曼 1845 给出公式)  $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$  **磁通链**  $\Psi = N\Phi$

(标量的正负是相对于某一标定方向而言的, 若  $\Phi_B$  与  $\vec{e}_n$  同向并增大, 则感应电动势逆着右手定则方向)

Lenz's law

**楞次定律** (1834) 感应电流的效果总是反抗激发感应电流的原因 (产生焦耳热要付出功, 符合能量守恒)

**例** 用感应电动势驱动有负载的回路,  $\Delta\Phi = \mathcal{E}\Delta t = \frac{I\Delta t}{R} = \Delta qR$

**例** 均匀磁场中的滑动矩形导线框  $\mathcal{E} = Blv$ , 绕一端旋转的棒  $\mathcal{E} = \frac{1}{2}Bl^2\omega$

**例**  $\vec{K} = \frac{\vec{F}_{\text{洛}}}{-e} = \vec{v} \times \vec{B}$  **动生电动势** 导体切割磁感线  $\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} = U_{12}$

alternating current generator (alternator)

**交流发电机**  $\mathcal{E} = 2Blv \sin\theta \xrightarrow{\text{或}} -\frac{d}{dt}(BS \cos\omega t) = BS\omega \sin\omega t$

induced e.m.f.

实验发现 **感生电动势** 与导体的性质无关  $[\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = -\oint \partial_t \vec{A} \cdot d\vec{l} \rightarrow \vec{K} = -\partial_t \vec{A}]$

vortex electric field

→ 即使不存在导体, 变化的磁场也会激发出 **涡旋电场**, 电场线闭合, 无源有旋场,

$\vec{E}_{\text{旋}} \equiv -\partial_t \vec{A} \rightarrow \nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}$ , 总电场  $\vec{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \vec{A}$  ( $\vec{l}$  与  $\vec{S}$  以右手定则为正)

eddy current

**涡流** 金属内部的感应涡电流, → 高频交流电可用于冶炼金属, 变压器采用多片与磁感线平行的硅钢片

electromagnetic damping

**电磁阻尼** 阻碍相对运动, 可用于让电磁仪表指针快速稳定, 亦可用于驱动, 如转速表, 感应式异步电机

**费曼圆盘悖论** 悬空圆盘上固定有通电线圈和带电小球, 则断电时涡旋电场会驱动小球让盘转起来

→ 电磁场具有角动量 → 类似  $q\varphi$  存储电势能,  $q\vec{A}$  相当于磁势动量 (电动)

① 若只有  $E_{\text{势}}$ , 有能量守恒  $H = \frac{1}{2}mv^2 + q\varphi = \text{常数}$

canonical momentum

② 若只有  $E_{\text{旋}}$ , 有 **正则动量** 守恒  $[\frac{d(mv)}{dt} = qE_{\text{旋}} = -q\frac{dA}{dt}] \vec{p} \equiv m\vec{v} + q\vec{A} = \text{常数}$

kinematical momentum

以前的  $m\vec{v}$  改叫作 **动力学动量**  $\vec{\Pi} = \vec{p} - q\vec{A} \rightarrow \text{哈氏量 } H = \frac{\Pi^2}{2m} + q\varphi$

## 电感

inductance

henry

self-induction e.m.f.

**电感**  $L = \frac{\Psi}{I}$  H(亨利) **自感电动势**  $\mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt}$  (负号表示反抗电流变化) (若有铁芯,  $L$  会和  $I$  有关)

**例** 螺线管或螺绕环  $B = \mu_0 nI$ ,  $L = NBS/I = \mu_0 n^2 V$ , 其中  $V = lS$  **注** 充介质后  $L = \mu_r L_0$ ,

**公式** 电感储静磁能  $W_m = \frac{1}{2}\mu n^2 V I^2 = \frac{1}{2}BH_t V = \frac{1}{2}\mu H^2 V$ , 一般形式为  $w_m = \frac{1}{2}\vec{H} \cdot \vec{B}$  (电动)

mutual inductance

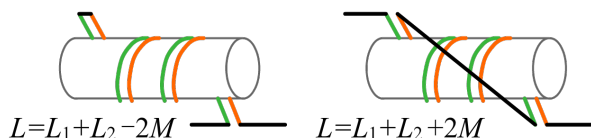
**互感**  $\Psi_{12} = M_{12}I_1$ ,  $\Psi_{21} = M_{21}I_2$ , 可以证明  $M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{L_1} \oint_{L_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{r_{12}} \equiv M$  **互感电动势**  $\mathcal{E}_2 = -M_{12} \frac{dI_1}{dt}$

$[M = \frac{N_2\Phi_1}{I_1} = \frac{N_1\Phi_2}{I_2}]$   $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$ , 无漏磁时取等号 **例** 嵌套螺线管  $B = \mu_0 \frac{N_1 I_1}{l}$ ,  $M = \frac{\Psi_{12}}{I_1} = \mu_0 \frac{N_1 N_2 S}{l}$

串联电感的自感, 顺接取加反接取减 **例** →

自感磁能  $W_L = \int_0^I LI dI = \frac{1}{2}LI^2$ , 互感磁能  $W_{12} = M_{12}I_1 I_2$

总磁能  $W_m = \frac{1}{2} \sum_i L_i I_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} M_{ij} I_i I_j$



用  $w_m$  计算两线圈总磁能:  $w_m = \frac{1}{2}(\vec{B}_1 + \vec{B}_2) \cdot (\vec{H}_1 + \vec{H}_2) = \frac{1}{2}\mu(H_1^2 + H_2^2 + 2\vec{H}_1 \cdot \vec{H}_2) \rightarrow w_{\text{自}} \geq 0$ ,  $w_{\text{互}}$  可正可负

**例** 反向平行载流直导线, 粗细为  $r$ , 相距为  $d \gg r$ , 则单位长度  $l$  的自感为  $L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d}{r}$

$[\Phi = \int B l dr = \int_r^{d-r} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[ \frac{1}{r} + \frac{1}{d-r} \right] l dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} [\ln r - \ln(d-r)] \Big|_r^{d-r} \approx \left( \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{d}{r} \right) I]$

将导线拉远磁能增加, 它加上磁场做的功(导线相斥), 等于电源维持电流恒定做的功(感应电流反抗)

magnetic circuit

**磁路** 由铁芯构成磁感应管可类比电路,  $I \rightarrow \Phi_B$ ,  $\sigma \rightarrow \mu$ ,  $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E}_m = NI_0$ ,  $R \rightarrow R_m = \frac{l}{\mu S}$

空气高磁阻 → 在铁芯上开一条缝, 电感大幅下降, 但可提高  $Q$  值 (电路)



## 电介质

dielectric

**电介质** 绝缘介质, 无自由电荷, 但有**束缚电荷**, 可被**极化** (有一定屏蔽作用, 但不能完全抵消外电场)

bound electric charge

polarization

displacement polarization

orientation polarization

无极性分子为电子的**位移极化**, 极性分子还有**取向极化**, 比前者强一个量级 (但高频下仅前者能跟上)

electric polarization intensity

定义 **电极化强度**  $\vec{P} \equiv \frac{\sum \vec{p}_{\text{分子}}}{\Delta V} = nq\vec{l}$  C/m<sup>2</sup>, 分子数体密度  $n = \frac{N}{V}$   $[Q_{\text{剩}} = qnl \, dS \cos \theta = \vec{P} \cdot d\vec{S}]$

均匀电介质, 体内极化电荷抵消, 表面内外剩余电荷相等  $\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -q'_{(S\text{内})}$

polarization charge density

(仅存在于界面或自由电荷附近) **极化电荷密度**  $\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P}$  [高斯]

depolarization field

极化电荷面密度  $\sigma'_e = \frac{Q_{\text{剩}}}{dS} = \vec{P} \cdot \vec{e}_n \equiv P_n$  **退极化场**  $\sigma'_e$  产生的  $E'$ , 总  $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$

(注: 对一般形状,  $\vec{E}'$  不一定总严格和  $\vec{E}_0$  反向, 即使介质和  $E_0$  都均匀)

**例** 平行板电介质, 均匀极化  $\vec{P}$ , 则  $\pm \sigma'_e = \pm P$ ,  $E' = P/\epsilon_0$  方向与  $P$  相反

实验得出对各向同性线性介质  $\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$  (不是  $\vec{E}_0$ )  $\vec{E}_0 \rightarrow \vec{P} \rightarrow \sigma'_e \rightarrow \vec{E}' \rightarrow \vec{E} \rightarrow \vec{P}$  相互制约

electric susceptibility

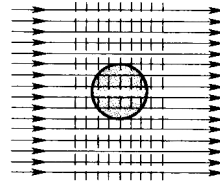
**电极化率**  $\chi_e$  量纲 1, 对各向异性材料(如晶体) 是二阶张量, 高强度光场下出现非线性 (现代光学)

**例** 电介质球, 已知  $\vec{P}$  均匀, 则表面  $\sigma'_e = P \cos \theta$

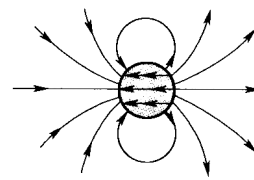
[可视为两个带正负电荷球错开  $l$ ]  $\vec{P} = \rho_e \vec{l}$ ,

$Q = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_e$ ,  $E_{\text{内}} = k_e \frac{Qr}{R^3}$ ,  $E' = \frac{\rho_e}{3\epsilon_0} (-l) = -\frac{P}{3\epsilon_0}$

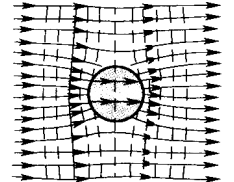
$\vec{E} = \vec{E}_0 - \frac{\chi_e}{3} \vec{E} \rightarrow \vec{E} = \left(1 + \frac{\chi_e}{3}\right)^{-1} \vec{E}_0$



外电场  $E_0$



极化电荷的附加场  $E'$



总电场  $E$

$E'_{\text{外}}$  一直到球表面都和球心偶极子的外电场完全相同, 边界上  $E_n$  突变  $P_n/\epsilon_0$ ,  $E_t$  连续 (边界条件)

[ $\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} (q_0 + q')_{(S\text{内})}$ , 联立  $\vec{P}$  的高斯定理消去  $q'$ ]  $\rightarrow \oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{0(S\text{内})}$  (不含  $\sigma'_e$  更易计算)

electric displacement

dielectric constant / electric permittivity

引入 **电位移矢量 / 电感应强度**  $\vec{D} \equiv \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} \equiv \epsilon \vec{E}$ , 介质的 **介电常量 / 电容率**  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$

vacuum

relative

**真空介电常量**  $\epsilon_0 = (\mu_0 c^2)^{-1} \approx 8.85 \times 10^{-12}$  F/m **相对介电常量**  $\epsilon_r = 1 + \chi_e$ ,  $\epsilon_{r,\text{空气}} \approx 1.0005$ ,  $\epsilon_{r,\text{水}} \approx 78$

[ $\oiint \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} q_0$  和  $\vec{D}$  的高斯定理形式相同] **常用**  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$ ,  $\vec{E} = \vec{E}_0 / \epsilon_r$ ,  $C = \epsilon_r C_0$

**注** 不能认为  $\vec{D}$  和  $q'$  无关, 上式成立的条件: 均匀电介质充满电场所在空间, 或表面沿等势面填充

微分形式  $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_0 + \rho'}{\epsilon_0} = \frac{\rho_0}{\epsilon} \rightarrow$  (麦方程)

## 磁介质

Ampère molecular current hypothesis

magnetization current

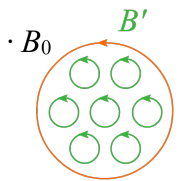
**安培分子电流假说** 分子环流定向排列形成宏观 **磁化电流 / 束缚电流** (无热效应)

magnetizing current magnetizing field

magnetic medium

外加 **励磁电流** 产生 **磁化场**  $\vec{B}_0$  将 **磁介质** (如铁芯) 磁化

被磁化后  $\vec{B}'$  与  $\vec{B}_0$  同向, 故铁芯能使线圈的磁通增加



① 环流观点: 定义 **磁化强度**  $\vec{M} \equiv \frac{\sum \vec{m}_{\text{分子}}}{\Delta V} = nI\vec{S}$  A/m, 环流体密度  $n = \frac{N}{V}$   $[I_{\text{剩}} = InS \, dl \sin \theta = \vec{M} \cdot d\vec{l}]$

取如图回路, 面内环流穿入又穿出抵消, 剩余电流仅在边界  $\oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = I'_{(L\text{内})}$

magnetization current density

**磁化电流密度** [斯托]  $\vec{J}_m = \nabla \times \vec{M}$ ,  $\partial_t \vec{P} = \vec{J}_P$

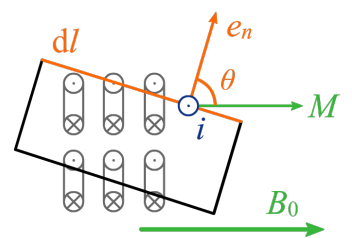
面磁化电流密度  $\vec{i}' = \frac{I_{\text{剩}}}{dl} = \vec{M} \times \vec{e}_n \equiv M_t$ , 总  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$

[ $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_0 + I')_{(L\text{内})}$ , 联立  $\vec{M}$  的环路定理消去  $I'$ ]  $\rightarrow \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{0(L\text{内})}$

vacuum permeability

辅助矢量 **磁场强度**  $\vec{H} \equiv \mu_0^{-1} \vec{B} - \vec{M}$  **真空磁导率**  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  N/A<sup>2</sup> = H/m

[ $\oint \vec{B}_0 \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_0$  和  $\vec{H}$  的环路定理形式相同] **常用** 若充满磁介质,  $\vec{H} = \mu_0^{-1} \vec{B}_0$ ,  $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = B_0 + \mu_0 M$



magnetic polarization intensity  
② 磁荷观点: 定义 **磁极化强度**  $\vec{P}_m \equiv \frac{\sum \vec{P}_{m\text{分子}}}{\Delta V}$  Wb/m<sup>2</sup>  
demagnetization field

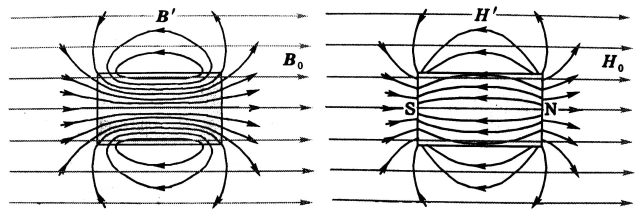
**退磁场**  $\sigma'_m$  产生的  $H'$ , 总  $\vec{H} = \vec{H}_0 - \vec{H}'$ ,  $\vec{P}_m = \chi_m \mu_0 \vec{H}$

辅助矢量 **磁感应强度**  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{P}_m = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu \vec{H}$

magnetic permeability relative permeability

介质的 **磁导率**  $\mu = \mu_r \mu_0$  **相对磁导率**  $\mu_r = 1 + \chi_m$ ,  $\chi_{m,\text{铁}} \approx 10^5$ ,  $\chi_{m,\text{铝}} \approx 10^{-5}$ ,  $\chi_{m,\text{铜}} \approx -10^{-6}$

③ 两种观点计算结果相同, 联系  $\vec{P}_m = \mu_0 \vec{M}$ ,  $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$



## 效应

paramagnetic substance diamagnetic substance  
**弱磁质**  $B' \ll B_0$ , 同向为 **顺磁质** (空气  $\chi_m \approx 3 \times 10^{-4}$ ), 反向为 **抗磁质** (氢气  $\chi_m \approx -2.5 \times 10^{-5}$ ) (原子)

ferromagnetic substance hysteresis loop  
**强磁质**  $B' \gg B_0$ , 自旋平行, 存在 **磁滞回线**  $\vec{M} \propto \vec{H}$  (电路)  
hysteresis loss

**磁滞损耗** 因磁滞消耗的能量, 单位体积  $W = \oint H dB$  磁滞回线包围面积  
coercive force

**矫顽力**  $H_C$  使介质完全退磁所需反向磁化场大小, 小的叫 **软磁材料** (纯铁,

hard magnetic material

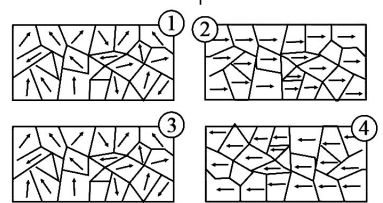
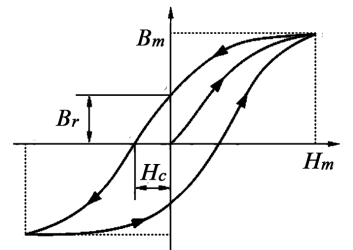
铁氧体  $\sim 1$  A/m) 大的叫 **硬磁材料**, 即永磁体 (钕铁硼合金  $\sim 10^4 \sim 10^6$  A/m)

magnetic domain

**磁畴** 无外磁场铁磁质中, 自旋磁矩的小范围自发磁化区 ( $\mu\text{m} \sim \text{mm}$ )

Curie point

**居里点** 高于此温度, 磁畴瓦解, 铁磁变顺磁



antiferromagnetism

自旋反平行, 且磁矩等强为 **反铁磁性** (FeO), 不等强为 **亚铁磁性** ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) (固体)

magnetic material with rectangular hysteresis loop

**矩磁材料** 磁滞回线接近矩形, 适合做信息存取 **旋磁材料** 微波技术中用于抑制反射波

magnetostriction

**磁致伸缩** 铁磁质磁畴磁化方向改变引起晶格间距改变 ( $\sim 10^{-5}$ )

magnetostatic shielding

**静磁屏蔽** 用高磁导率的铁磁材料做成屏蔽罩以屏蔽外磁场 (效果不如静电屏蔽, 可采用多层铁壳屏蔽)

或利用超导体的 **完全抗磁性**  $\chi_m = -1$  (凝态)

ferroelectrics

**铁电体**  $\vec{P}, \vec{E}$  间有电滞效应, 类似磁滞, 有很强的极化和压电效应 (如石英, 酒石酸钾钠, 钛酸钡)

electret

**驻极体** 在极化后能将极化冻结起来, 类似永磁体 (如石蜡)

piezoelectric effect

**压电效应** 晶体发生机械形变时会极化, 在相对两面产生异号极化电荷  $\rightarrow$  话筒, 晶体振荡器

**逆压电效应** 晶体上加电场会发生机械形变  $\rightarrow$  耳机, 超声波发生

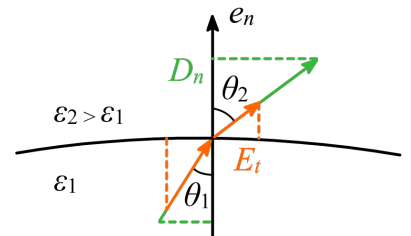
## 边界条件

在介质分界面上各分量的连续性:

若无自由电荷,  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{e}_n = 0$ ,  $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \times \vec{e}_n = 0$

若无传导电流,  $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{e}_n = 0$ ,  $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \times \vec{e}_n = 0$

$D = \epsilon E \rightarrow$  电场线折射  $\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$ ,  $B = \mu H \rightarrow$  磁感应线折射  $\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$



## 全电流

(麦克斯韦 1861) 在非恒定情况下 (如电容充放电电路) 安培环路  $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0 = \oint_S \vec{j}_0 \cdot d\vec{S}$  不适用

$\oint_S \vec{j}_0 \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} q_0 \xrightarrow{\text{高斯}} -\frac{d}{dt} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = -\oint_S \partial_t \vec{D} \cdot d\vec{S} \rightarrow \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0 + I_D = I_0 + \epsilon_0 \oint_S \partial_t \vec{E} \cdot d\vec{S} + I_P$   
conducting current displacement current total current

**传导电流**  $I_0 = \oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$  加 **位移电流**  $I_D = \frac{d}{dt} \Phi_D = \oint_S \partial_t \vec{D} \cdot d\vec{S}$  为 **全电流**, 在非恒定情况下也连续

**电位移通量**  $\Phi_D = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} + \oint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$ , 真空中  $\vec{P} = 0$ , 位移电流实际上是电场变化率

## 麦方程

Linear Isotropic Homogeneous

对于线性各向同性均匀介质, 结构方程  $\vec{D}=\epsilon\vec{E}$ ,  $\vec{B}=\mu\vec{H}$ , 欧姆定律  $\vec{j}_0=\sigma\vec{E}$

麦方程组	积分形式	微分形式	推论	边界条件
电高斯	$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_0$	$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_0$	静 $\vec{E} = -\nabla\varphi$	$\Delta D_n = \sigma_f$
非静电环路	$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint \partial_t \vec{B} \cdot d\vec{S}$	$\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B} - \vec{j}_m$	静 $\vec{H} = -\nabla\varphi_m$	$\Delta E_t = 0$
磁高斯	$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	$\nabla \cdot \vec{B} = 0 + \rho_m$	$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$	$\Delta B_n = 0$
非恒磁环路	$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0 + \iint \partial_t \vec{D} \cdot d\vec{S}$	$\nabla \times \vec{H} = \partial_t \vec{D} + \vec{j}_0$	和第一条自洽	$\Delta H_t = \vec{j}_f$

Maxwell equations

麦克斯韦方程组 (1864) (绿色为若存在磁单极子), 以及洛伦兹力公式  $\vec{F}=q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$ , 和电荷守恒/电流连续性方程  $\nabla \cdot \vec{j} = -\partial_t \rho_e$  构成电动力学基本方程, 加上牛二律, 构成完整的带电粒子和电磁场相互作用的经典描述

## 电磁波

在  $\rho_e$  和  $\vec{j}=0$  的空间, 电磁波能够独立存在, 并以  $v_p$  传播 (赫兹 1888 实验证实)

对  $\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}$  两边取  $\nabla \times$ , 左边  $\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E}$ , 右边  $-\partial_t(\nabla \times \vec{B}) = -\mu\epsilon\partial_t^2 \vec{E}$   
得波动方程  $\nabla^2 \vec{E} = v_p^{-2} \partial_t^2 \vec{E}$ , 对  $\vec{H}$  相同, 基本解是  $\omega \equiv \frac{2\pi}{T}$ ,  $k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}$  的平面波, 则相速  $v_p = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$

电磁波是横波, 假定  $E_z, H_z = 0$ , < 光学 > 设线偏振  $E_y = 0$ ,

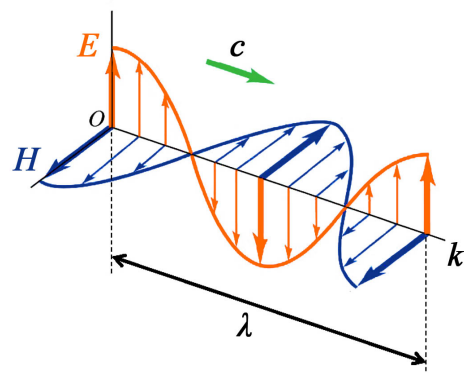
得  $\partial_t H_x, \partial_z H_x = 0$ , 故只剩  $H_y$ , 有  $\partial_z E_x = -\mu\partial_t H_y$ ,  $\partial_z H_y = -\epsilon\partial_t E_x$

解可写作  $E_x(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \theta)$ ,  $H_y(z, t) = H_0 \cos(kz - \omega t + \theta)$

结论  $\vec{E}\vec{H}\vec{k}$  右手正交, 电场磁场同相位,  $\sqrt{\mu}H_0 = \sqrt{\epsilon}E_0 \rightarrow E_0 = ZH_0$

由折射率定义  $n = \frac{c}{v_p}$  知  $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \overset{\text{非铁磁}}{\approx} \sqrt{\epsilon_r}$  (需测光频下的  $\epsilon$ )

wave impedance  $Z \equiv \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ , 自由空间的 真空特征阻抗  $Z_0 \approx Z|n| \approx 377 \Omega$



## 能流

记电磁场能量密度为  $w = w_e + w_m = \frac{1}{2}(\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B})$ , 记电磁能流密度矢量为  $\vec{S} = w\vec{v}_p$

电磁场总能量  $W = \frac{1}{2} \iiint_{\infty} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B}) dV = \frac{1}{2} \iiint_{\infty} (\rho\varphi + \vec{j} \cdot \vec{A}) dV$  (只是结果等于, 后者并非能量密度)

记电磁场的功率密度为  $W_P = \vec{f} \cdot \vec{v}$ , 其中洛伦兹力密度  $\vec{f} = \rho_e \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B}$

则我们应推出形如  $W_P = -\nabla \cdot \vec{S} - \partial_t w$  的能量守恒公式 且表达式为  $\vec{E}, \vec{H}$  的函数而不含  $\rho_e, \vec{j}$

① 磁力不做功,  $W_P = \frac{q\vec{E} \cdot \Delta \vec{l}}{V\Delta t} = \rho_e \vec{E} \cdot \vec{v} = \vec{E} \cdot \vec{j}$  ② 用非恒磁环路换掉  $\vec{j}$  得  $W_P = \vec{E} \cdot \nabla \times \vec{H} - \vec{E} \cdot \partial_t \vec{D}$

③ 矢量分析公式  $\vec{E} \cdot \nabla \times \vec{H} = -\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) + \vec{H} \cdot (\nabla \times \vec{E})$ , 再用非静电环路换  $\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}$

④ 最终得  $W_P = -\nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H}) - \frac{1}{2} \partial_t (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B})$

Poynting vector

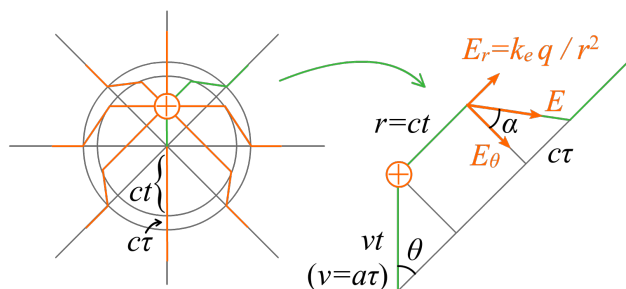
坡印廷矢量  $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ , 其大小  $S = \frac{1}{2} E^2$  W/m<sup>2</sup>

light intensity

光强  $\vec{I} \equiv \frac{1}{T} \int_t \vec{S}(t) dt$ , ( $t \gg T$ ) 对于单色平面波  $I = \frac{1}{2Z} E_0^2$

例 非相对论带电粒子加速的辐射 (匀速不发射电磁波)

$\left[ \tan \alpha = \frac{c\tau}{vt \sin \theta} = \frac{c}{at \sin \theta} \right]$   $E_\theta = k_e \frac{qa \sin \theta}{c^2 r} \rightarrow S \propto \frac{a^2}{r^2} \sin^2 \theta$



< 狭相 >  $w = mc^2 \rightarrow$  电磁波的动量密度  $\vec{g} = m\vec{v}_p = \vec{S}/c^2 \rightarrow$  光压 (列别捷夫 1900 实验证实)

## 其它

电路见 < 电路 > < 模电 > < 数电 > 电表见 < 实验 > 凶残的数理方法见 < 电动 > 相对论见 < 狭相 >