

# 原子核

P157、P16 守恒<sup>（量子）</sup>  
(<sup>（物理）</sup>)来 P15...

nucleon  
质子 → 基本粒子 由  $m = \gamma m_0$  得  $E = \sqrt{p^2 + m^2}$  (运动)  
Isotope Data bremssstrahlung (<sup>（光子）</sup>)  
Date

nucleus (复nuclei)

原子核

nucleide mass number

核素 质量数A atomic number 元素X

原子序数Z

电荷态  $Z$  原子质量单位  $1u = \frac{1}{12} M(^{12}C) = [\frac{12 \cdot 129}{12 \cdot N_A}] = 1.6605388 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.49403 \frac{\text{MeV}}{c^2}$

中子数  $N = A - Z$

质量双线法用质谱仪测得质比很接近的几种组合, 再由质量差精确测出质量

isotope isotone isobar isomer

同位素P同同中子素N同同量异位素A同同核异能素m,p,n都同, 能量状态不同

mirror nuclei

镜像核 Z,N互换的一对原子核

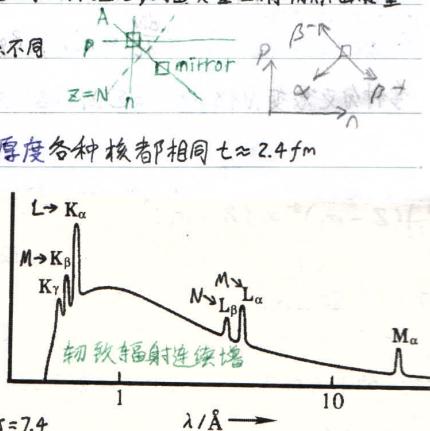
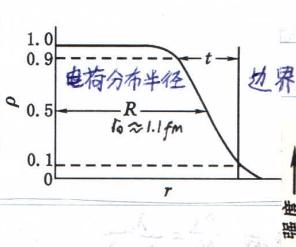
核力作用半径  $R \approx r_0 A^{\frac{1}{3}}$ ,  $r_0 = 1.4 \sim 1.5 \text{ fm}$

高能电子散射  $\lambda = \frac{hc}{P} = \frac{hc}{E^2 - E_0^2} \frac{E_0}{E_0 - E_K}$

拟合  $P = \frac{1}{1 + e^{(r-R)/a}}$ ,  $t = 4h3:a$

重核

核物质密度分布尾巴拖得很长



X射线标识谱 阴极射线打阳极靶元素, 电离内层留下空位, 同时减速轫致辐射

Moseley's law

莫塞莱定律  $\sqrt{D} = \sqrt{R_0 c (\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2})} (Z - \sigma)$ ,  $K_{\alpha} m=1, \sigma=1, \text{斜率} \approx 4.97 \times 10^7, L_{\alpha} m=2, \sigma=7.4$

定理 1.  $I \leq J$ : 子能级的数目  $= 2I+1$  (不分裂  $I=0$ )

2. 子能级  $\geq 3$  个: [相互作用能  $E \propto$  交叉项  $\propto \bar{J} = \frac{1}{2}(F^2 - I^2 - J^2)$ ] 间距法则  $\Delta E_m : \Delta E_2 : \dots = (I+J) : (I+J-1) : \dots$

3. 上述都不行: [谱线相对强度  $\propto (2F+1)$ ,  $F=I+J$ ]

核磁共振波数  $\nu = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{dV}{r^2} = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \int_{r_0}^r \frac{r'}{2\pi} P_i(\cos\theta) dV = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{ze}{z_0} + 0 + \frac{e}{2z^3} Q + \dots \right)$

原子核无电偶极矩, 电四极矩  $Q = \frac{1}{5} \int P(3z'^2 - r'^2) dV$  [面积]  $\frac{2}{5} Z (C^2 - a^2)$

deformation parameter

形变参数  $\epsilon = \frac{C-R}{R}$ ,  $R$  为同体积球半径得  $\epsilon = \frac{R}{\sqrt{1+\epsilon}}$   $Q \approx \frac{6}{5} Z R^2 \epsilon$

88号元素附近还有八极形变

原子核守称  $\pi_N = \sum_{\text{核子}} (-1)^{l_i}$  (只能通过核变测定)

(非核子自由度冻结时)奇A核是费米子, 偶A核是玻色子

isospin multiplet

同位旋多重态 A, I<sup>π</sup>, T都同, 仅  $T_3$  不同的各个态 同位旋相似态 重核的同位旋态由其转动惯量组成

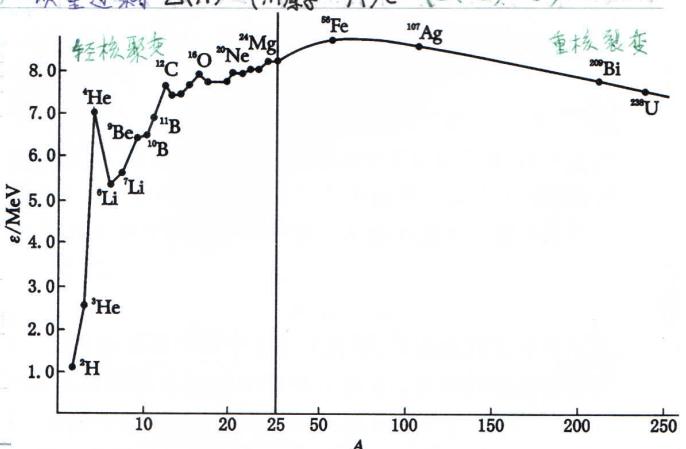
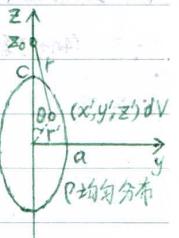
mass defect

质量亏损  $\Delta M(X) = Z m_p + N m_n - m_{\text{原子核}}$  (若  $> 0$ ) 质量过剩  $\Delta(X) = (M_{\text{原子}} - A)c^2$  ( $\Delta(^{12}C) = 0$ )

binding energy

结合能  $B = \Delta M c^2$  核子平均结合能  $E = \frac{B}{A}$

最后一个核子结合能 + 一个自由核子 (其余部分细说)



drip line

滴线

# 放射性

No.

放射性 LICENSE?

radioactive 半衰期  
半衰期 (半衰期)

Date

## radioactivity 放射性

$$\text{衰变定律 } \left[ \frac{dN}{dt} = -\lambda N \right] N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

decay constant

mean lifetime

$$\text{衰变常量 } \lambda, \text{ 每个核单位时间衰变概率 平均寿命 } \tau = \left[ \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t (-dN) \right] = \frac{1}{\lambda} \text{ half-life } T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2$$

radioactive activity

$$\text{放射性活度 } A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N, \text{ 单位贝可勒尔 } Bq = s^{-1} \text{ 单位时间衰变的核的数目}$$

$$\text{多种分支衰变 } N \text{ 仍按 } \lambda = \sum \lambda_i; \text{ 部分放射性活度 } A_i = \lambda_i N; \text{ 总 } A = \sum A_i = \lambda N; \text{ 分支比 } R_i = \frac{A_i}{A} = \frac{\lambda_i}{\lambda}$$

$$\text{链衰变活度 } = \frac{A}{m} \text{ 链衰变活度 } A \times \text{每秒放出粒子个数}$$

$$\text{这次衰变 } N_1 \xrightarrow{\lambda_1} N_2 \xrightarrow{\lambda_2} N_3 \rightarrow \dots \quad N_n = N_0 \sum_{i=1}^n h_i e^{-\lambda_i t}, \quad h_i = \prod_{j=i+1}^n (\lambda_j - \lambda_i)$$

$$[t=0 \text{ 时只有 } N_1, N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}, \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \text{ 的解是 } N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})]$$

$$\text{暂时平衡 } \lambda_1 < \lambda_2 \quad t \rightarrow \infty \text{ 时, } N_2 \text{ 按 } \lambda_1 \text{ 衰减, } \frac{N_2}{N_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$\text{长期平衡 } \lambda_1 \ll \lambda_2 \quad t \geq 7T_{1/2} \text{ 后, } \lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2, \text{ 即放射性活度相等}$$

$$\text{不成平衡 } \lambda_1 > \lambda_2 \quad \text{故链中最后只剩 } \lambda_{\min} \text{ 及其之后, 它们都按 } \lambda_{\min} \text{ 衰减. } (2) \quad (1 - e^{-\lambda_{\min} t})^n = 0$$

$$\text{人工放射性产生率 } P \quad \left[ \frac{dN}{dt} = P - \lambda N \text{ 的解是 } N = \frac{P}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \right] \quad A = P(1 - e^{-\lambda t}), \quad n = \frac{t}{T_{1/2}}$$

$$\text{钍系 } 4n \text{ 系 } {}^{232}_{90}\text{Th} \text{ 经10步到 } {}^{208}_{82}\text{Pb}, \quad T_{1/2}({}^{232}\text{Th}) = 1.405 \times 10^10 \text{ a}, \quad T_{1/2}({}^{228}\text{Ra}) = 5.75 \text{ a}$$

$$\text{铀系 } (4n+2) \text{ 系 } {}^{238}_{92}\text{U} \text{ 经14步到 } {}^{206}_{82}\text{Pb}, \quad T_{1/2}({}^{238}\text{U}) = 4.468 \times 10^9 \text{ a}, \quad T_{1/2}({}^{234}\text{U}) = 2.455 \times 10^5 \text{ a}$$

$$\text{锕系 } (4n+3) \text{ 系 } {}^{235}_{92}\text{U} \text{ 经11步到 } {}^{207}_{82}\text{Pb}, \quad T_{1/2}({}^{235}\text{U}) = 7.038 \times 10^8 \text{ a}, \quad T_{1/2}({}^{231}\text{Pa}) = 3.28 \times 10^4 \text{ a}$$

$$\text{镎系 } (4n+1) \text{ 系 } {}^{241}_{94}\text{Pu} \text{ 经13步到 } {}^{209}_{83}\text{Bi}, \quad \text{最长 } T_{1/2}({}^{231}\text{Np}) = 2.14 \times 10^6 \text{ a, 自然界已找不到}$$

radioactive dating

$$\text{放射性鉴定法 } \frac{N_2}{N_1} = \left[ \frac{N_0 - N_0 e^{-\lambda t}}{N_0 e^{-\lambda t}} \right] = e^{\lambda t} - 1 = \left[ \frac{N({}^{208}\text{Pb})}{N({}^{238}\text{U})} \approx \frac{N({}^{238}\text{U}) e^{238t}}{N({}^{235}\text{U}) e^{235t}} - 1 \right] \left[ \frac{{}^{14}\text{N}(\text{n}, \text{p}) {}^{14}\text{C} \rightarrow {}^{14}\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e}{N({}^{14}\text{C}) / N({}^{12}\text{C}) \approx 1.2 \times 10^{-12}} \right]$$

Accelerator Mass Spectrometry  
加速器质谱技术

② 核素本身衰变

$$\text{无记忆性任一核在时间 t 内衰变的概率 } p = 1 - e^{-\lambda t}, \quad \text{记期望 } M = N_0 p$$

$$t \text{ 时间内 } N_0 \text{ 中有 } N \text{ 个选择了衰变 } \sim B(N_0, p) \quad \frac{N_0 \text{ 大 } p \text{ 小}}{\pi(M)} \xrightarrow{M \text{ 大}} N(M, M)$$

$$\text{探测效率 } \epsilon, N \text{ 个中有 } n \text{ 个探测到 } \sim B(n, \epsilon), \text{ 全概率 } \sum_{N=0}^{\infty} P(n|N) P(N) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N!}{(n-m)! m!} \epsilon^n (1-\epsilon)^{N-n} \frac{M^N}{N!} \frac{M^m}{m!} e^{-M} = \frac{(M\epsilon)^m}{n!} e^{-M} \approx \pi(M\epsilon)$$

$$\text{计数误差 } k \text{ 次实验 } N = \sum N_i, \text{ 等精度合成 } \sigma_N = \sqrt{\sum \sigma_{N_i}^2} = \sqrt{\frac{N}{k}}, \quad \frac{\sigma_N}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (\text{与 } k \text{ 无关})$$

$$\text{计数率误差 } n_i = \frac{N_i}{t_i}, \quad \sigma_{n_i} = \sqrt{\frac{\sigma_{N_i}^2}{t_i^2}} = \sqrt{\frac{N_i}{t_i^2}}, \quad \frac{\sigma_{n_i}}{n_i} = \frac{1}{\sqrt{N_i}} \quad t_i \text{ 不同不等精度合成, 加权 } w_i \propto \frac{1}{\sigma_{n_i}^2} \approx \frac{1}{t_i}; \text{ 后 } \bar{n} = \frac{N}{t} = \frac{\sum N_i}{\sum t_i}, \quad \sigma_{\bar{n}} = \sqrt{\frac{N}{t^2}} = \sqrt{\frac{\sum N_i}{\sum t_i^2}}$$

$$\text{净计数率误差总和一本底 } n_o = \frac{N_s}{t_s} - \frac{N_b}{t_b}, \quad \sigma_{n_o} = \sqrt{\frac{N_s}{t_s} + \frac{N_b}{t_b}}$$

$$\text{最佳时间分配 } \left[ \frac{d\sigma_{n_o}}{\sigma_{n_o}} = 0 \right] \frac{t_s}{t_b} = \sqrt{\frac{N_s}{N_b}} \quad (\text{先粗测}) \quad [\sigma_{n_o}^2 T = (\sqrt{N_s} + \sqrt{N_b})^2] \quad \left( \frac{\sigma_{n_o}}{n_o} \right)^2 T = (\sqrt{N_s} - \sqrt{N_b})^{-2}$$

$$\text{吸收剂量 } D, \text{ 单位戈瑞 } Gy = J/kg \quad \text{剂量当量 } H = DQN, \text{ 单位希沃特 } Sv \quad (\text{地球每人每年 } 2.4 \text{ mSv})$$

$$\text{品质因数 } Q, \text{ 区分射线种类 } (\alpha=20, \beta=\gamma=1, \rho=2, n=5 \sim 20 \sim 5) \quad \text{修正因数 } N, \text{ 区分生物、器官 (人全身 } N=1)$$

$$\text{线性关系 } ISV \text{ 加 } 4\% \text{ 增量 } \xrightarrow{\text{二次性}} \text{ 急性放射病}$$

# 核辐射

$$R_{\text{loss}} \left( \frac{1}{r^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

No \_\_\_\_\_

Date \_\_\_\_\_

## 慢化过程

慢化过程 入射带电粒子与靶物质多次碰撞损失能量 (气体  $10^{-8}$  s 固体  $10^{-2}$  s)

电荷交换效应 (核越重, 全电离所需速度越大) 低速时停电子, 耗尽时成中性

电子阻止 / 电离损失 与核外电子非弹性, 电离、激发、俄歇之, 弹碰撞仅低能  $\beta$  入射才考虑

辐射损失 轻带电粒子与靶核非弹性, 改向会有电离辐射 库仑激发电离带电粒子与靶核非弹性, 换跃迁, 概率很小

核阻止 低速重离子与靶核弹性碰撞, 分别偏转与反冲 辐射损伤 破坏晶格

溅射 靶原子逃出样品表面 背散射大角度散射后能量与靶原子质量、深度有关. 离子注入 入射粒子停在物质中

重离子为例, 经道追迹, 又讨论电子阻止

假设电子静止自由  $P = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\text{电离}) Z e^2 \cdot b}{r^2 \cdot r \cdot v} \frac{dx}{v}$  积分值  $\Delta E = P$

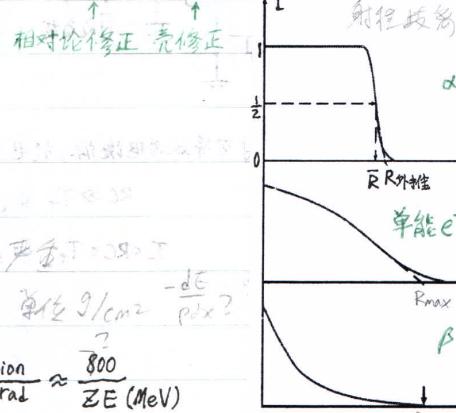
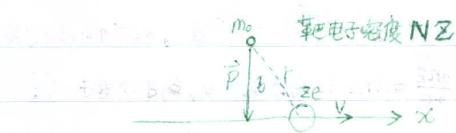
积分值  $\Delta E = \frac{P^2}{2m_e} \cdot 2\pi b \cdot db \cdot NZ = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} NZ db$  单位路程  $-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}}$   $\leftarrow \Delta E_e = \text{靶原子平均电离能 } I$   
 $\leftarrow \Delta E_e \leq \text{对心碰撞 } 2m_e V^2$

Bethe-Bloch formula 贝特-布洛赫公式 电子阻止本领  $(-\frac{dE}{dx})_{\text{ion}} \approx \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} NZ \left[ \ln \left( \frac{2m_e V^2}{I} \right) + 2 \ln \gamma - \beta^2 - \frac{C}{Z} \right]$

射程  $R = \int_0^{E_0} \frac{dE}{(-dE/dx)_{\text{ion}}}$  同种射入  $R_{m, Z, E} = \frac{m}{Z^2} R_{p, \text{扁}}$

同种入射  $R \propto \frac{\sqrt{A}}{P}$ , 化合物  $\sqrt{A} = \sum n_i \sqrt{A_i}$

能量距离  $FWHM = 2.355 \sqrt{A}$  [厘米]



$\beta$  射线, 多次碰撞 反散射  $\beta$  越低能重靶射线辐射严重

厚度  $t \ll R_{\max}$  时,  $I \approx I_0 e^{-\mu t} = I_0 t_m$  质量厚度  $t_m = t \cdot \rho$  单位  $\text{g/cm}^2$

电离损失率  $(-\frac{dE}{dx})_{\text{ion}} \approx \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e v^2} NZ \left[ \ln \left( \frac{2m_e V^2}{I} \right) + 1.2329 \right]$

辐射损失率  $(-\frac{dE}{dx})_{\text{rad}} \approx \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e c^4} NE \left[ 4 \ln \left( \frac{2E}{m_e c^2} \right) - \frac{4}{3} \right]$

瑞利散射 <光学> 产生光子

photoelectric effect

光电效应 光子把能量全部给靶原子, 电子发射出来 内光电效应 光子在半导体上被吸收 (光电器、光生伏特)

饱和电流 单位时间光电子数  $\propto$  光强 阻止电压  $V_0$  与光强无关 截止频率  $\nu_0$  与感光物质有关 停留时间  $< 10^{-9}$  s  $\rightarrow h\nu = eV_0 + W$

(必须有原初核保证动量守恒, 故束缚越紧  $\nu_0$  越大)  $\sigma_{\text{ph}} \approx \frac{5}{4} \sigma_K$  经典  $\sigma_{\text{ph}} = \frac{8}{3} \pi R_0^2$ ,  $R_0 = \frac{e^2}{m_e c^2}$   $\langle \text{质量} \rangle C = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 m_e c^2}$ .

$\sigma_K = \sqrt{2} \alpha^4 \left( \frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{\frac{7}{2}} Z^5 \sigma_{\text{th}} (h\nu \ll m_e c^2) = 1.5 \alpha^4 \left( \frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{\frac{7}{2}} \sigma_{\text{th}} (h\nu \gg m_e c^2)$  角分布  $180^\circ$   $0^\circ$

康普顿散射 光子与核外电子非弹性 (主要发生在最外层) [能量动量守恒]  $\left\{ \begin{array}{l} h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \\ \cot \varphi = \left( 1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} \right) \tan \frac{\theta}{2} \end{array} \right.$  波长 shift 非相干 辐射光子  $h\nu'$

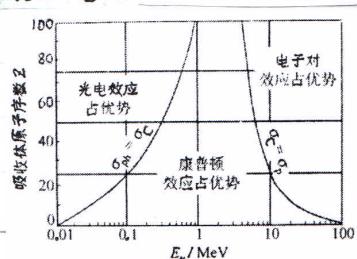
康普顿效应  $\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$  ( $\lambda_c$  增加而减弱) 康普顿波长  $\lambda_c = \frac{h}{m_e c^2}$

电子对产生 光子从核库仑场经过, 转化为正负电子对

$\sigma_p \propto Z^2 E_F (h\nu \gg 2m_e c^2) \propto Z^2 \ln E_F (h\nu \gg 2m_e c^2)$

$\sigma_{\text{p}} = \sigma_{\text{ph}} + \sigma_C + \sigma_p$ ,  $\mu = \sigma_{\text{p}} N$  质量吸收系数  $\mu_m = \frac{\mu}{N}$  单位  $\text{cm}^2/\text{g}$

D<sub>2</sub> 与 P<sub>239</sub> (核素 P<sub>239</sub>)



# 核探测

No.

Date

## 气体探测器

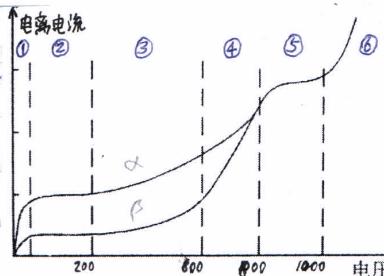
Gas-filled detector

气体探测器

recombination ion chamber proportional limited proportional Geiger-Miller continuous discharge  
 ①复合区 ②电离室区 ③正比放大区 ④有限正比区 ⑤G-M区 ⑥连续放电区

气体电离能  $W \sim (30 \pm 10) \text{ eV}$ , 总电离  $\bar{N} = \frac{E_0}{W}$ , 电离涨落  $\sigma = \sqrt{F\bar{N}}$

Fano factor 法诺因子  $F < 1$  [气体 0.1 正比 0.2 半导体 0.05] 能量分辨率  $\eta = \frac{\text{FWHM}_E}{E_0} = 2.355 \sqrt{\frac{F}{\bar{N}}}$

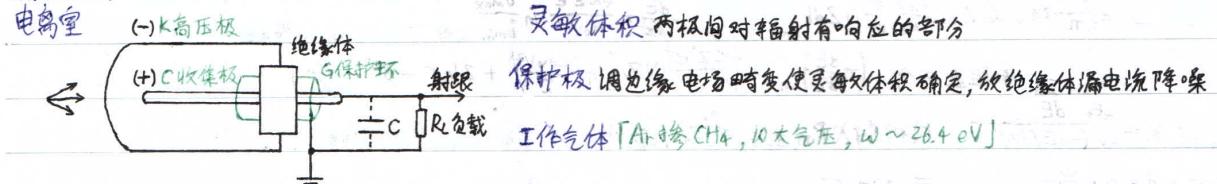


离子漂移  $v_{\pm} = \mu_{\pm} \frac{E}{P} \sim 10 \text{ m/s}$  约化场强  $\frac{\text{电场强度}}{\text{气体压强}} \leq 0.03 \text{ V/cmPa}$  增倍率  $\mu_{\pm} = \frac{e\lambda}{2mU}$  自由程  $\lambda$

电子漂移  $v_e = f(\frac{E}{P}) \sim 10^4 \text{ m/s}$ , 对气体成分敏感 (掺低激发能多原子分子可降低杂乱运动, 显著提高  $v_e$ )

recombination electron attachment 复合系数  $-\frac{dN_{\pm}}{dx} = \alpha N_{\pm} + n_{\pm}$  复合系数  $\alpha$ , 离子 > 电子 电子吸附 电子+气体分子  $\rightarrow$  负离子 电荷转移 正离子+中性分子  $\rightarrow$  中性分子+正离子

ion chamber



理想电源,  $V_c \ll V$  电源时可等效为电流源, 放电到总电容  $C$  上

$$I_c \uparrow \text{电子+离子 } I = \frac{Q}{C}(V_c + V)$$

$R_C \gg T_+$  离子脉冲电离室 测量离子能量, 易发生堆积

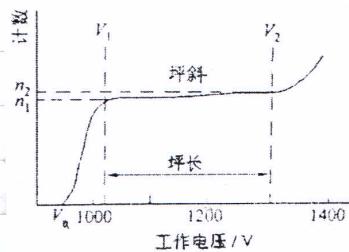
$$\text{离子漂移 } I = \frac{Q}{dV_0}$$

$T_- < RC < T_+$  电子脉冲电离室  $T_-$  与  $x$  有关, 不能根据幅度测  $E_0$

$$V_c \uparrow I = \frac{Q}{V_c} \sim 10^{-5} \text{ A} \quad I_+ = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{V_c} \sim 10^{-7} \text{ A} \quad (RC=0)$$

圆柱形电离室 电子只在飞到阳极丝附近后起主要贡献 gridded

屏蔽电离室 电子穿过栅极后才引起电流变化



坪曲线 入射不变, 计数率与  $V$  电源的关系

记录脉冲数

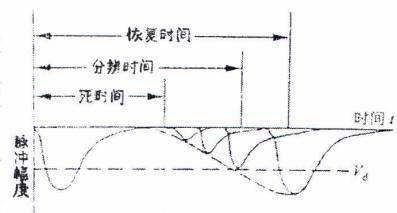
探测效率  $\epsilon = \frac{\text{记录脉冲数}}{\text{射入灵敏体积粒子数}}$ , 取决于甄别阈值  $V_d$

电流电离室 测高通量入射粒子  $\bar{I} = \bar{n} \bar{N} e$

设一离子对产生的信号为  $f(z)$ , 总信号  $S_t = \bar{n} \bar{N} \int_0^\infty f(z) dz$ ,  $\sigma_{S_t}^2 = \bar{n} (\bar{N}^2 + F\bar{N}) \int_0^\infty f^2(z) dz$

正比计数器 能气体放大, 选小  $RC$  可快计数 ( $\mu s$ )  $\eta = 2.355 \sqrt{(0.68 + F) \frac{1}{N}}$  (还有放大倍数涨落)

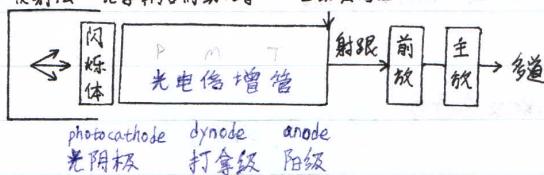
G-M计数器 雪崩放电, 淀灭[因素自熄] (吸收紫外光, 抑制二次电子发射)



Sensitillation detector  
闪烁探测器

$$Y_{ph} \cdot E_0 \cdot T \cdot M = \frac{Q}{e}$$

反射层 光学耦合剂或光导 正或负高压



$$\text{发光效率 } C_{np} = \frac{E_{ph}}{E_0} \quad \text{光能产额 } Y_{ph} = \frac{N_{ph}}{E_0} = \frac{C_{np}}{h\nu}$$

发光衰减时间 受激只需  $10^{-9}$  s, 退激按  $e^{-\frac{t}{\tau}}$  规律

光谱响应 阴极板受光照射后发射电子的概率与入射光波长有关

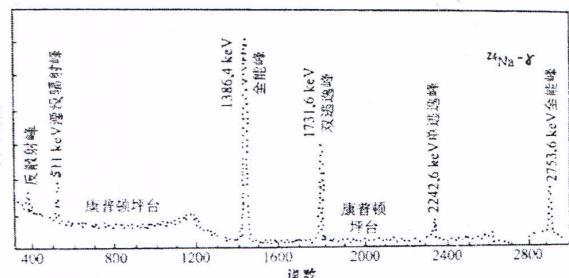
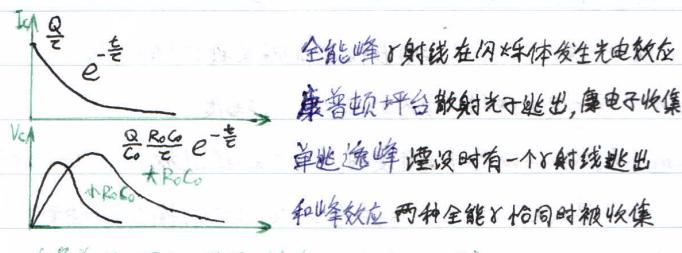
暗电流无输入时阳极输出的电流 暗越时间  $T_e$  从光阴极到阳极  
Channeltron MCP  
走道通道 微通道板

无机闪烁体 靠掺杂激活剂减少自吸收 荧光过程 激活剂被电离, 跃迁, 不会被自吸收 磷光过程 若跃迁被禁成, 则热运动到允许

「单晶 NaI(Tl) 便宜, 易溶解 Bi<sub>4</sub>Ge<sub>3</sub>O<sub>12</sub> 可无窗, 发光效率低 多晶 ZnS(Ag) 无窗薄, 发光效率最高, 不能测能量, 只能计数」

有机闪烁体 靠移波剂把发射谱和吸收谱分开, 再用第二溶剂转换到可见波长

「晶体薄, 含量多, 测中子 液体 甲苯 + 对羟基苯 + POPOP, 需密封 塑料 苯乙烯 + PPO + POPOP, 耐辐射, 抗高温」



semiconductor detector

半导体探测器 工作在反偏的 P-N 结, 耗尽层是灵敏体积, 固体电离室,  $W \sim 3eV$ , 分辨好线性宽上升快效率高, 需低温耐辐射

diffused junction surface barrier

扩散结型 P 型硅上扩散一层磷 面垒型 N 型硅上镀一层金

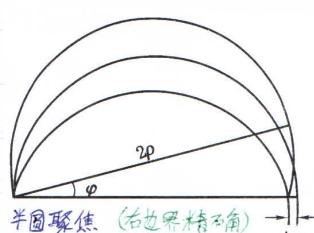
信区室 不信区

$$\text{磁谱仪 } P = \frac{mv}{Bq}, T = \frac{2\pi m}{Bq} \quad \text{像宽 } \Delta x = 2p(1 - \cos p) \approx p\varphi^2$$

$$\text{横向磁场半圆聚焦谱仪 动量分辨率 } R_p = \frac{Op}{P} = \left[ \frac{\Delta x}{2p} \right] \frac{1}{2} \varphi^2$$

(为维持高分辨率, 要限制放射源立体角, 不适合测弱源)

$$\text{rigidity } R_p = \frac{P}{q} = \frac{2m_0 v}{q}$$



Чоренков

辐射光

→ 电子束

光源  $m_0 v$

No.

Date

## 核电子

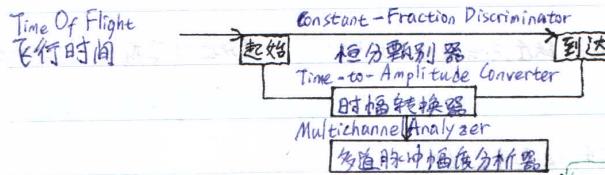
符合事件发生时间有确定关联的事件「级联衰变，电子对湮没」 $n_{co} = A\Omega_1\epsilon_1\Omega_2\epsilon_2$

分辨率时间 $\tau$ , 认为是同时的最大时间间隔 偶然符合  $n_{rc} = 2\tau \cdot A\Omega_1\epsilon_1 \cdot A\Omega_2\epsilon_2$ ,  $\frac{n_{rc}}{n_{co}} = 2\tau A$

i重符合, 测  $n_{rc} = i\tau^{i-1} \prod n_i$  定 $\tau = \frac{FWHM}{2}$

延迟符合 级联衰变, 调延迟时间以产生最多符合输出, 即子核激发态寿命

反符合 [消于能谱中的康普顿平台]



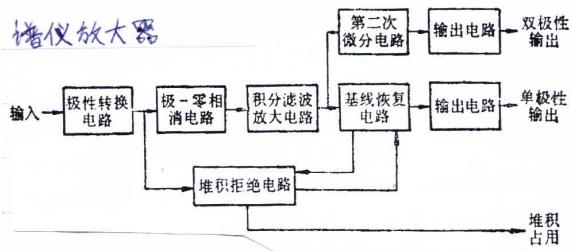
$$\text{质量鉴别 } Et^2 = \frac{1}{2}mv^2 \left(\frac{d}{v}\right)^2 \propto m$$

$\Delta E - E$  辨别器 望远镜 (薄膜  $\Delta E \ll E$ )  $E\Delta E \propto MZ^2 d$

(信号 → 把幅度 DA 变换为数码 → 变换其时间输入封锁 → 联合存贮 → 读 → +1 → 写 → 写完解锁)

前置放大器 电压灵敏 ( $\propto Q$ , 作电荷灵敏的后级) 电荷灵敏 ( $\propto Q$ , 导走电容上电荷, 能谱分析) 电流灵敏 (高本底, 时间分析)

谱仪放大器



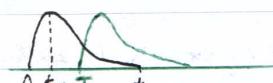
上升时间 输入一个阶跃, 输出幅度由 10% 变到 90% 的时间

动态范围 一定非线性失真内的最大输出幅度

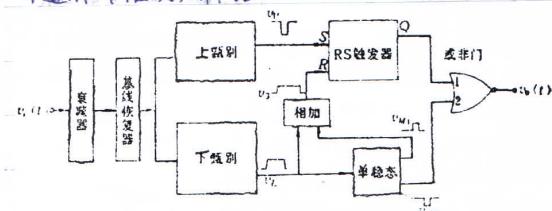
瓣道丢失 当输入电流脉冲中有宽度时, 电容过充电阻过放, 输出电压幅度变小

基线电平 某时刻以前各信号的尾部对此时刻输出电压的贡献

堆积时间 拒绝 正常  $T > t_w - t_m$

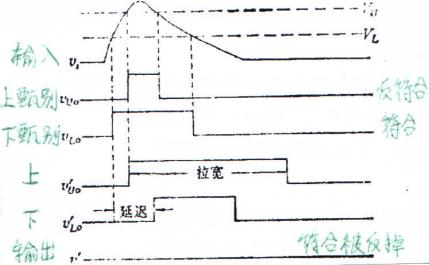


单道脉冲幅度分析器



半计数取输出脉冲计数率

为输入一半的幅度值为甄别阈



时移 输入脉冲幅度和波形变化 时差系统噪声, 探测信号涨落

前沿定时 触发固定阈值的电路 (工艺简单, 时移大) 过零定时 微分成双极性 (能消幅变时移, 不能消上升时移时)

恒比定时 在输入脉冲幅度恒定比例点产生过零脉冲 (可调触发比最佳) 幅度和上升时间补偿定时 延迟时间  $t_d \ll t_m$  (消两种时移)

B5

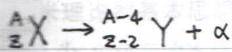
背景辐射分析

# 衰变

No.

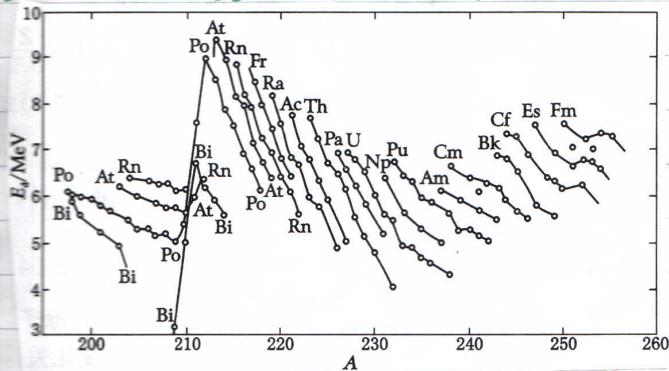
Date

## $\alpha$ 衰变



衰变能  $E_d = E_Y + E_\alpha = \Delta M c^2$ , 重核  $E_Y : E_\alpha \approx 4 : (A - 4)$

$[E_d = B_Y + B_\alpha - B_X \approx \frac{\partial B}{\partial Z}(-2) + \frac{\partial B}{\partial A}(-4) + B_\alpha > 0]$  约  $A > 140$  的核才可能  $\alpha$  衰变



$[\frac{\partial E_d}{\partial A} < 0]$  同一元素各同位素的  $E_d$  近似连成直线

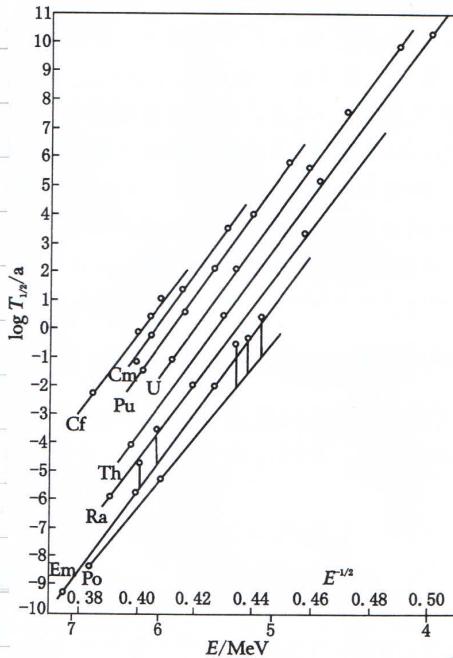
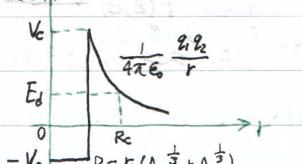
λ 随  $E_d$  变化巨大, 经验公式  $\log \lambda = a - b E_d^{-\frac{1}{2}}$   $b \approx 86$

$$\text{库仑势垒 } V_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}$$

$\lambda = \text{碰撞数} n \cdot T \text{ 逃逸概率} P$

$$= \frac{V}{2R} \cdot e^{-\frac{2}{h} \int_{R_c}^R \sqrt{2\mu(V - E_d)} dr}$$

$$(a \approx \log n + \frac{4e\sqrt{\mu(Z-2)R}}{2.3\sqrt{\pi}\epsilon_0 h}, b \approx \frac{\sqrt{2\mu(Z-2)e^2}}{4.6\epsilon_0 h})$$



禁戒因子  $F = \lambda_{th} / \lambda \exp(-\text{偶偶核})$  奇A核  $100 \sim 1000$  奇奇核  $10^{14}$  ( $\alpha$  带走的  $(\neq 0)$  形成  $\alpha$  粒子概率)

形成因子  $\lambda = k n P$ ,  $k \ll 1$

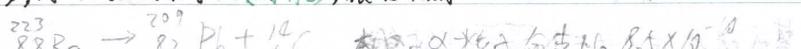
用(6.7-2)式代入

质子放射性 丰质子的核素, 最后一个质子结合能可能为负, 有库仑势垒不爆发  $[^{151}\text{Lu}]$

质子缓发 先  $\beta^+$  衰变或 EC, 然后从子核激发态发射质子  $[^{17}\text{Ne}]$

双质子放射性 只发射一个能量不够, 同时放出两个可以 (对能), 很难观测

cluster  
重离子放射性



双质子分支比  $8.5 \times 10^{-10}$

K

由真

的

中子放射性: β 缓发

中子缓发: 先  $\alpha$  衰变

# 衰变

No.

Date

## β衰变

$$\beta^- \frac{A}{Z} X \rightarrow \frac{A}{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad \beta\text{能谱曲线}$$

$$E_d = [\Delta M c^2] = (M_X - M_Y) c^2$$

$$\beta^+ \frac{A}{Z} X \rightarrow \frac{A}{Z-1} Y + e^+ + \nu_e \quad p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

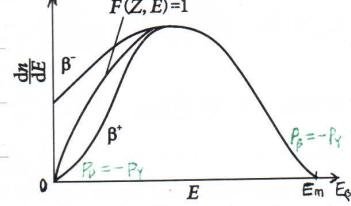
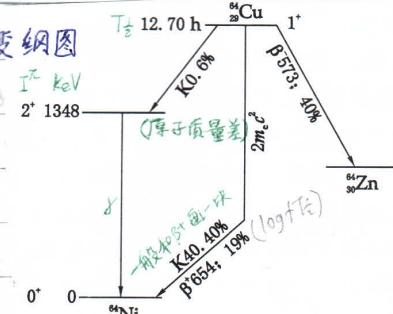
$$E_d = \Delta M c^2 = (M_X - M_Y - Z M_e) c^2$$

$$\text{Electron Capture} \frac{A}{Z} X + e^- \xrightarrow{K/L/M} \frac{A}{Z-1} Y + \nu_e \quad p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$

$$E_d = (M_X - M_Y) c^2 - W_{\text{电离能}} (\text{电离能} \approx \text{电离能})$$

$\nu$  带走全部  $E_d$ , 能谱崩散, 低能室空壳:

① 高能电子下坡, 放特征  $X$  射线 ② 俄歇电子 能量来自另一电子  $E_e = W_k - 2W_L$



费米理论  $\beta^\pm$  衰变中, 电子是核跃迁的产物 (弱相互作用)

$$\text{微扰跃迁概率 } I(p) dp = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int \psi_f^* \hat{H} \psi_i \, dc \right|^2 \frac{dn}{dE} \quad \text{平面波} \quad \frac{2\pi g^2}{\hbar V^2} |M_{if}|^2 \frac{dn_g dn_\nu}{dE} \quad m_\nu = 0 \quad \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^2 C^3} (E_m - E)^2 p^2 dp$$

$$\text{动量 } p \sim p + dp \text{ 间 终态 弱相互作用常量 } g \quad \text{始态 单位能量间隔终态数目 } dN_f = \frac{4\pi V}{\hbar^3} p^2 dp \quad E + E_\nu = E_m$$

$$\text{考虑核库仑场, 原结果再乘上库仑校正因子 / 费米函数 } F(Z, E) = \frac{x}{1 - e^{-x}}, \quad x = \pm \frac{2\pi Z e}{137 V} (\beta^\pm)$$

$$\text{跃迁矩阵元 } M_{if} = \int \psi_f^* \psi_i \, dc \approx \text{原子核矩阵元 } M = \int \psi_f^* \psi_i \, dc \quad (\text{与 } E \text{ 无关})$$

$$[\text{平面波用 } j_l((R_p + R_f) - l\pi)] P_l(\cos\theta) \text{ 展成球面波, } (R_p + R_f) - l\pi \text{ 对应 } 0.1 \sim 0.01 \quad l = n \text{ 对应 } n \text{ 级禁戒跃迁}$$

$$\text{选择定则} \quad \begin{cases} \Delta I = \pm n, \pm (n+1) & (n=1 \text{ 时补充 } \Delta I = 0) \\ \Delta \pi = (-1)^n & \end{cases} \quad \text{费米选择定则 } \vec{s}_e \text{ 和 } \vec{s}_\nu \text{ 反平行 } \quad \Delta I = 0$$

Gamov-Teller

$$\text{Kurie Plot} \quad \sqrt{\frac{I(p)}{F p^2}} \propto (E_m - E) \quad (\text{用来找 } E_m, \text{ 分解能谱})$$

低能端的偏离是因为放射源自吸收和散射等

$$[\text{重算 } \frac{dN}{dE} \text{ 中的 } p, \text{ 原结果多个因子}] \sqrt{1 - \left( \frac{m_\nu c^2}{E_m - E} \right)^2}$$

高能端的偏离  $\Delta E_m = m_\nu c^2$

禁戒跃迁的  $M_{if} = M \sqrt{S_n(E)}$  与  $E$  有关

$$n \text{ 级形状因子} \quad W = (E_\text{总} + m_e c^2) / m_e c^2 \quad W_0 = (E_m + m_e c^2) / m_e c^2$$

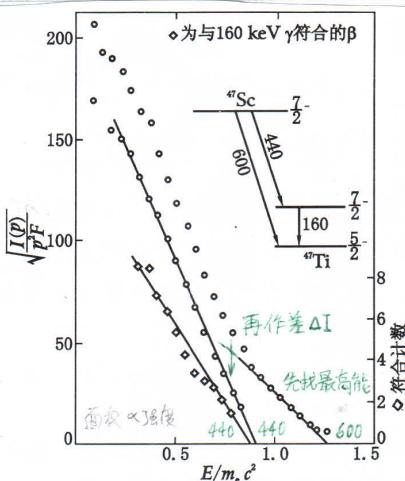
$$S_1(E) = (W^2 - 1) + (W_0 - W)^2$$

$$S_2(E) = (W^2 - 1)^2 + (W_0 - W)^4 + \frac{10}{3} (W^2 - 1)(W_0 - W)^2$$

--- 结果 G-T 跃迁需改正才是直线

推导 G-T 跃迁式时发现用  $S_n(E)$  能区分为直线

$$\Delta I = \pm (n+1)$$



$\beta_b$ : bound  $\beta^-$  decay : EC 的时间反演  $n + \bar{v}e \rightarrow p + e^-$

$\beta \rightarrow \text{中性子} < \text{禁戒} >$

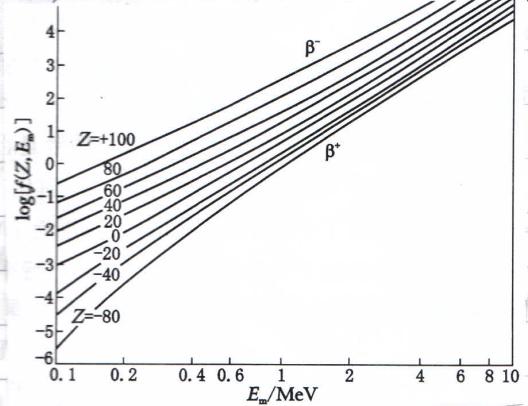
连续态 continuity

No.

Date

$$[\lambda = \int_0^{P_m} I(p) dp \approx \frac{m_e^5 c^4 g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f, f(Z, E_m) = \int_0^{P_m} F(Z, E) \left(\frac{E_m - E}{mc^2}\right)^2 \left(\frac{p}{mc}\right)^2 \frac{dp}{mc}, \text{取 } F \propto 1] \text{ 标准特征律 } \lambda \propto E_m^5$$

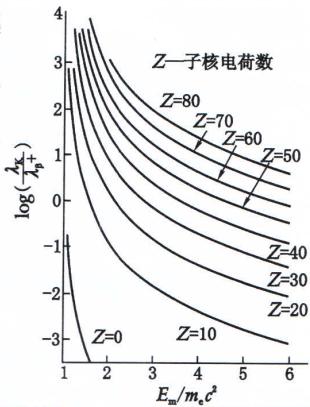
比较半衰期  $fT_{1/2} \propto (M_{if})^{-2}$  (用来比较跃迁级次) 超容许跃迁 母核与核波函数相像, 如镜像核间跃迁



跃迁级次	$\log T_{1/2}$ [s]
超容许跃迁	2.9~3.7
容许跃迁	4.4~6.0
一级禁戒(非唯一型)	6~9
一级禁戒(唯一型)	8~10
二级禁戒	10~13
三级禁戒	15~18

$$fT_{1/2} = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4 (g_F^2 |M_{if}|^2 + g_G^2 |M_{if}|^2)}$$

$$\text{测 } fT_{1/2} \approx 1.415 \times 10^{-62} \text{ s}$$



$$\text{电子俘获 } \lambda_K = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int \psi_f^* \hat{H} \psi_i d\zeta \right|^2 \frac{dn}{dE_0} = \frac{2m_e^3 g^2 |M|^2}{\pi^2 \hbar^7} \left( \frac{Ze^2}{\hbar c} \right)^3 E_0^2 = \frac{m_e^5 c^4 g^2 |M|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f_K \propto Z^3$$

$\psi_f^*$  子核  $\psi_i$  平面波  $\psi_f^*$  偶核  $\psi_i$  K层电子

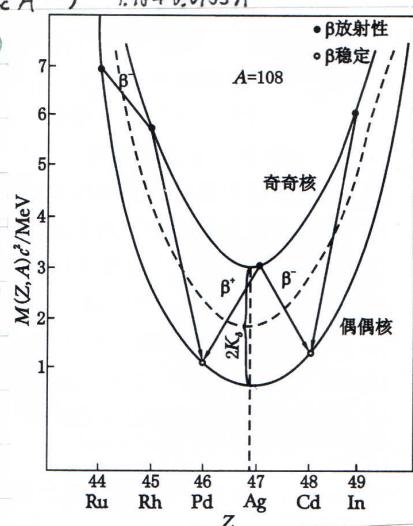
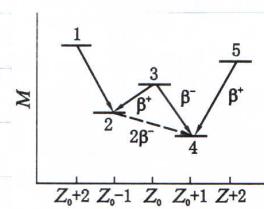
$$\frac{\lambda_K}{\lambda_B} = \frac{f_K}{f_B}, \text{ 轻核 } E_0 \text{ 大, } \beta^+ \text{ 优, 重核 } E_0 \text{ 小, } K \text{ 优劣无关}$$

$$[\text{椭圆模型 } M = \Sigma m_p + N m_n - \frac{B}{C^2}, \frac{\partial M}{\partial Z} = 0] \quad \beta\text{-stability line } Z = \frac{(a_a + m_n - m_p) A}{2(a_a + a_c) A^{2/3}} = \frac{A}{1.98 + 0.0155 A^{2/3}}$$

质能抛物线 同量异位素的质能曲面 [A一定 B(Z)为抛物线] (偶A按S分两条)

双β衰变  $2\beta^-$ ,  $2\beta^+$ ,  $2EC$ ,  $\beta^+EC$

单β的E不够或母子核ΔI很大时发生, 只能偶偶核



bound β

# 跃迁

$$P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)$$

$$P_4 = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$$

No.



Date

<电动>

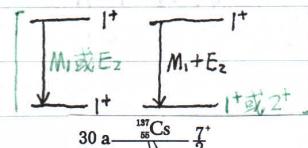
$\gamma$  跃迁

角动量为 L 的辐射叫 L 极辐射, 三阶合成  $L = |I_i - I_f|$ ,  $I_i + I_f$  ( $I_i = I_f = 0$  不可能靠发射子, 可能吸收)

电 L 极辐射 EL 的  $\pi_L = (-1)^L$  磁 L 极辐射 ML 的  $\pi_L = -(-1)^L$

[QED] L 增加 1, 概率  $\lambda \sim 10^{-3}$ ,  $\lambda_m(L) \approx \lambda_e(L+1)$

(即使  $I_i = I_f \neq 0$ , L=0 的光子也要排除, 用守恒守恒, 寻找概率最大的类型)



internal conversion

内转换 核电磁场直接激发壳层电子或产生电子对 (概率远比光电效应大, 伴随着 X 或俄歇)

内转换电子能量  $E_e = E_\gamma - W_{K/L/M}$

$$\text{校正} \alpha_k = \frac{1}{2}(1+\alpha)$$

总跃迁概率  $\lambda = \lambda_e + \lambda_\gamma$  内转换系数  $\alpha_k = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} = \alpha_{kL} + \alpha_{kM}$

[QED, M 消掉了,  $W_K \ll E_K \ll m_e c^2$  时]  $\alpha_k(\text{EL}) \approx Z^3 \alpha^4 \frac{L}{L+1} \left( \frac{Z m_e c^2}{E_\gamma} \right)^{L+3/2}$ ,  $\alpha_k(\text{ML}) \approx Z^3 \alpha^4 \left( \frac{Z m_e c^2}{E_\gamma} \right)^{L+3/2}$

$\alpha_k = \frac{1}{2} \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma}$  (perturbed angular correlation)  
级联辐射  $\alpha_k = \frac{1}{2} \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma}$  角关联函数 接着放  $\alpha_k$  的概率  $W(\theta)$  与  $\theta$  角有关

(极化核的  $\gamma$  辐射各向异性, 杂乱核中看不出来, 才把自旋朝  $W(\theta)_{\text{max}}$  的核选出来了,  $\tau_{\text{核}} < 10^{-11}$  s)

$\gamma$ - $\gamma$ 级联 $I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$	$A_2 = F_{21}F_{22}$	$A_4 = F_{41}F_{42}$	$W_{\text{th}}(\theta) = 1 + A_2 P_2(\cos\theta) + A_4 P_4(\cos\theta)$
	$F_2(L_1 I_a I_b)$	$F_2(L_2 I_a I_b)$	
0(1)1(1)0	0.7071	0.7071	0
1(1)1(1)0	-0.3536	0.7071	0
2(1)1(1)0	0.0707	0.7071	0
3(2)1(1)0	-0.1010	0.7071	0
0(2)2(2)0	-0.5976	-0.5976	-1.069
1(1)2(2)0	0.4183	-0.5976	0
2(1)2(2)0	-0.4183	-0.5976	0
3(1)2(2)0	0.1195	-0.5976	0
4(2)2(2)0	-0.1707	-0.5976	-0.0085

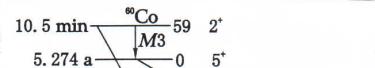
( $L \geq 2$  寿命过长, 不考虑角关联)

$$\text{各向异性度 } A = \frac{W(180^\circ) - W(90^\circ)}{W(90^\circ)} = \frac{1 + A_2 + A_4}{1 - \frac{1}{2}A_2 + \frac{1}{3}A_4} - 1$$

混合辐射  $2(1,2) \stackrel{+}{\gamma} 1(1) \stackrel{-}{\gamma}$  混合比  $\delta = \sqrt{\frac{W_{E2}}{W_{M1}}}$

$$(此时 A_2 = (F_{2M} + 2F_{2M+E} + \delta^2 F_{2E}) F_{22})$$

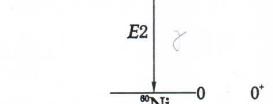
反冲角关联 有外电磁场,



[不考虑度, 能级密度  $D = \frac{1}{T}$ ] 从谱带限宽可得入

$$\text{反冲核 } E_R = \frac{E_\gamma^2/c^2}{2M_{\text{核}}} \approx \frac{E_\gamma^2}{2mc^2} \quad \text{多普勒效应 } \Delta E = E_\gamma \frac{v}{c}$$

穆斯堡尔共振 在发射接收端在晶格中



同能级能级  $\gamma$  - 寿命可测量 ( $> 10^{-10}$  s) 的跃迁  $(\tau_{\text{核}} > 0.1$  s) (Source 的  $\gamma$  辐射)

① Δ 大, 故 T 长 ② Δ 大 ③ - 是背景的探测 ( $P_{\text{background}}$ )

# 核反应

cross section

**反应截面**  $\sigma = \frac{\text{反应数/时间}}{\text{入射数/时间} \times \text{靶核数/面积}}$ , 单位 **靶恩**  $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$  (原子核的截面积量级)

differential cross section

**微分截面** 某方向的截面密度  $\frac{d\sigma(\theta, \varphi)}{d\Omega}$ , 单位通常为  $\text{mb/sr}$ , 总截面  $\sigma_{\text{tot}} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$

按  $d\sigma = db \cdot b d\varphi$ ,  $d\Omega = d\theta \cdot \sin \theta d\varphi$  则  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$

**例** 对硬球散射 (力-)  $b = R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ,  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4}$ ,  $\sigma_{\text{tot}} = \pi R^2$  (就是硬球的截面积)

**例** 卢瑟福散射  $b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{2E_{\text{kin}}} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left[ \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{4E_{\text{kin}}} \sin^2(\theta/2) \right]^2$ ,  $\sigma_{\text{tot}} = \infty$ , 即  $\frac{1}{r}$  势力程无限远

luminosity

**亮度**  $L = \frac{\text{入射粒子数}}{\text{面积} \times \text{时间}} = \frac{dN}{d\sigma}$ , 实验上测截面就直接计数然后归一  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{L} \frac{dN}{d\Omega}$

每立方厘米原子个数 =  $\frac{N_A \rho}{\text{原子重量} A}$ , **靶常数**  $F = \frac{1}{\text{每立方厘米原子个数} \times \text{靶长} l} = \frac{A}{N_A \rho l} \text{ m}^2$

固定靶实验中,  $\frac{\text{相互作用次数} N}{\text{时间}} = \text{截面} \sigma \times \frac{\text{粒子通量}}{\text{时间}} \times \frac{1}{F} = \sigma \times \text{亮度} L$

实验室系

## 散射理论

经典散射 (力 - 中心力场) (核物 - 核反应)

$\left( -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\vec{r}) \right) \psi = E\psi$ ,  $V$  为相互作用势, 假设  $V(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$  (实际上我们只观察无限远处  $\psi$  的行为)

入射视作平面波, 弹性散射  $k$  不变, 出射三维球面波,  $\psi(r, \theta) \approx A \left( e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \right)$ ,  $f$  为 **scattering amplitude 散射振幅**

(实际上需要  $V$  比  $\frac{1}{r}$  更快地趋于零, 此近似才成立) (散射区, 中间区, 辐射区?)

对平面波  $A e^{ikz}$ , 入射概率流密度  $j_z = |A|^2 \frac{\hbar k}{m} = |A|^2 v$ , 同理可得对球面波  $j_r = |A|^2 \frac{|f|^2}{r^2} v = j_z \frac{|f|^2}{r^2}$   
 $dN = j_r dS = j_z |f|^2 d\Omega$ , 又由定义  $dN = j_z d\sigma$ , 则 ③  $d_\Omega \sigma = |f|^2 \rightarrow$  求截面的套路:

① 求解具体的势  $V(r)$  对应的薛方程得  $\psi(r)$  ② 将其  $r \rightarrow \infty$  渐进解与标准渐进解比较得  $f$

## 分波分析

partial wave analysis

**分波分析** 如果  $V$  是中心势场, 则轨道角动量是本征态, 散射不改变  $l$ , 都按球面波本征态展开  
能量守恒要求  $k$  不变, 角动量  $l_z = 0$  守恒要求磁量子数  $m = 0$ , 通解  $\psi(r, \theta) = \sum_l R_l(r) P_l(\cos \theta)$  与  $\varphi$  无关  
同氢原子做法, 设  $R_l(r) = \frac{u_l(r)}{r}$ ,  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ , 则  $u_l'' + \left( k^2 - \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{r}) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) u_l \xrightarrow{r \rightarrow \infty} u_l'' + k^2 u_l = 0$

它的解是  $u_l(r) = A_l \sin(kr + \delta_l)$  (为以后方便重新设计常数)  $R_l(r) = \frac{A_l}{kr} \sin(kr - \frac{1}{2}l\pi + \delta_l)$

把平面波的展开  $e^{ikz} = e^{ikr \cos \theta} = \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) j_l(kr) P_l(\cos \theta)$ ,  $j_l(kr) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{\sin(kr - \frac{1}{2}l\pi)}{kr}$  代入标准渐进解,

令之等于薛方程解  $\sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{kr} P_l(\cos \theta) \left[ i^l (2l+1) \sin(kr - \frac{1}{2}l\pi) - A_l \sin(kr - \frac{1}{2}l\pi + \delta_l) \right] + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} = 0$

$B \sin(kr - x) - A \sin(kr - x + \delta) = \frac{1}{2i} [(B e^{-ix} - A e^{i(\delta-x)}) e^{ikr} - (B e^{ix} - A e^{-i(\delta-x)}) e^{-ikr}]$ , 两套系数分别为零  
右边一套两边乘  $P_l$ , 积  $\int_0^\pi$  利用正交性得  $A_l = i^l (2l+1) e^{i\delta_l}$ , 代入左边一套得

$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) e^{i\delta_l} \sin \delta_l$ ,  $\sigma_{\text{tot}} = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l$  **光学定理**  $P_l(1) = 1$   $\sigma_{\text{tot}} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}(f(0))$

## 低能散射

分波分析适合用于低能散射, 或者说  $\lambda_{\text{dB}} = \frac{1}{k} > r_0$  时, 只需计算  $l$  较小的几个分波  
(物理图像就是低能对势的穿透不深, 所以势函数内部的形式对散射没影响)

第  $l$  分波的有效势为  $V_{\text{eff}} = V(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2}$ , (Sakurai P423 没懂)  $\frac{e^{i\delta_l} \sin \delta_l}{k} = -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty j_l(kr) V(r) A_l(r) r^2 dr$   
 右侧是  $k^{2l}$  左侧是  $\frac{\delta_l}{k}$  → 对第  $l$  分波  $\delta_k \propto k^{2l+1}$ , 因此低能下 s 分波占主导(除非 s 分波被泡利不相容禁止)

例 方势散射  $V=V_0$  ( $r < r_0$ ),  $=0$  (其它),  $V_0 > 0$  为 **排斥** 势,  $V_0 < 0$  为 **吸引** 势

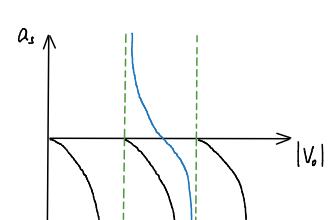
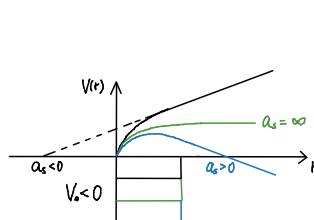
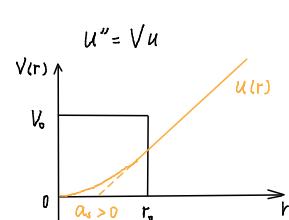
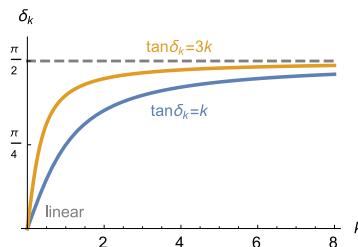
例 极低能散射  $k \approx 0$ , 只考虑 s 波 →  $u''=0$  即解是条直线 (波长无限)  $u(r)=C(r-a_s)$

对接  $u(r)=C(r-a_s)$  和  $u(r>r_0)=A \sin(kr+\delta_k)$  在  $r=r_0$  处的边界条件得

$$\frac{u'(r)}{u(r)} \Big|_{r_0} = \frac{k \cos(kr_0+\delta_k)}{\sin(kr_0+\delta_k)} = \frac{1}{r_0-a_s} \xrightarrow[k \rightarrow 0]{r_0 \rightarrow 0?} k \cot \delta_k = -\frac{1}{a_s} \text{ 得 } \tan \delta_k = -ka_s, \text{ 最大相移 } \frac{\pi}{2}$$

不需要知道  $u(r < r_0)$  的具体形式, 信息打包进了  $a_s$ , 只要边界导数一样低能散射行为就一样(普适性)  
 phase shift wave scattering length

$\delta_k$  称为 **散射相移**,  $a_s$  称为 s 波的 **散射长度**, 直观含义是  $r=a_s$  时  $u=0$ , 越大相互作用越强



( $a_s=\infty$  不代表相互作用长程, 短程势是推导的前提)

(可推广到  $r^{-\alpha}$  势,  $\tan \delta_k \propto k^{\min(2l+1, \alpha-2)}$ )

### 性质

$$f_{l=0}(\theta) = \frac{e^{i\delta} \sin \delta}{k} = \frac{\sin \delta}{e^{-i\delta} k} = \frac{1}{k \cot \delta - ik} = -\frac{1}{a_s^{-1} + ik} \xrightarrow{|ka_s| \ll 1} -a_s, (\sigma_{\text{tot}} = 4\pi a_s^2), \xrightarrow{|ka_s| \gg 1} \frac{i}{k}, (\sigma_{\text{tot}} = 4\pi k^{-2})$$

unitary regime

散射截面和相互作用无关, 只取决于粒子动量, 被称为 **? 区域**  
 weak interacting strong interacting

$a_s$  小的区域称 **弱相互作用区域**, 相互作用和动能同量级称为 **强相互作用区域**

若束缚态能量为负  $E < 0$ , 波函数为指数衰减  $\psi = A e^{-\kappa r}$ ,  $\kappa = \sqrt{\frac{2m|E|}{\hbar^2}} > 0$ ,  $m$  为有效质量

匹配  $r_0$  处的边界条件  $\frac{u'(r)}{u(r)} \Big|_{r_0} = -\kappa \Leftrightarrow \frac{1}{r_0-a_s} \xrightarrow{r_0 \ll a_s} -\frac{1}{a_s}$  若  $a_s < 0$  无束缚态解, 若  $a_s > 0$  有  $E = -\frac{\hbar^2}{2ma_s^2}$

$a_s < 0$  时无低能束缚态, 散射长度刚好发散时, 缠缚态开始产生, 之后越来越低

(大前提还是  $a_s \gg 1$ , 约为 1 时束缚态很深不满足前提)

例 硬球模型, 波函数必须在  $r_0$  为零, 得  $\delta_k = -kr_0$  线性的, 与前面  $a_s > 0$  的情况一致, 所以  $a_s > 0$  意味排斥相互作用, 不过这种近似只对小动量有效,  $ka_s$  很大时  $\delta_k$  要饱和到  $\frac{\pi}{2}$  的,  $a_s$  越大, 线性的范围越小

(场论 – 零力程模型)

## 玻恩近似

Lippman-Schwinger equation

### LS 方程

散射势很小时可用迭代法求解

## 核反应模型

# 核模型

$$(电场) 均匀带电球 Y = K \left( \frac{q}{R} + \int_r^R \frac{q}{r^2} \frac{r^3}{R^3} dr \right) = \frac{Kq}{2R} \left( 3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

No.

Date

## 核模型

liquid drop model

$$\text{液滴模型 } B = a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c Z^2 A^{-\frac{1}{3}} - a_a (N-Z)^2 A^{-1} - a_p \delta A^{-\frac{1}{2}}$$

volume	surface	coulomb	asymmetry	pairing
体能	表面能	库仑能	对称能	对能

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{偶偶核} \\ 0 & \text{奇A核} \end{cases}$$

$$[ \propto V \quad \propto 4\pi R^2 \quad \frac{1}{2} \int_0^R p \rho dV = \frac{q^2 / 4\pi E_0}{4R} \int_0^R (3 - \frac{r^2}{R^2}) 4\pi r^2 dr = \frac{3q^2}{4\pi E_0 R} ] \rightarrow \text{奇奇核}$$

结果 15.24 15.91 0.686 22.35 10.22 (MeV)

$$\text{Seeger } 15.66 \quad 19.66 \quad 0.86 t_0^{-1} (1 - 0.764 Z^{-\frac{1}{3}} - 2.54 t_0^{-2} A^{-\frac{2}{3}}) \quad (53.77 A^{\frac{1}{3}} - 30.59) \quad 10.61 + 7e^{-6 \frac{N-Z}{A}} + 1.43 \times 10^{-5} Z^2$$

Fermi-gas model

费米气体模型 自由粒子  $\psi_F(R) = \sin(R/F)$  取立波  $k_i = \frac{\pi}{a} n_i$  ( $n \in N^*$ ) 则  $E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 n^2 \rightarrow \frac{dE_n}{dn}$ 

$$\text{以 } E_F \text{ 为上限, 取 } \frac{1}{2} \text{ 为壳体积, 处于 } E_n \text{ 量子态数目 } J_n = \frac{4\pi}{8} n^2 dn = \frac{\pi}{2} \left( \frac{2ma^2}{\hbar^2} E_n \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{ma^2}{\hbar^2 \pi^2} dE_n \right) = \frac{1}{\sqrt{2} \pi^2} \left( \frac{a \sqrt{m}}{\hbar} \right)^3 \sqrt{E_n} dE_n$$

P

A 级

展开

shell model

壳模型 中子质子各自组成能级壳层

对于球形核平均场接近有心场

泡利原理限制了核子碰撞, 可看作独立运动

核子的L上耦合很强, 不算到与  $l_2(l+1)$  成正比 $J=l-\frac{1}{2}$  在  $l+\frac{1}{2}$  之上, 各自容纳  $(2j+1)$  个闭壳核

pairing correlation (BCS理论) \剩余相互作用

对关联 (同号粒子间短程吸引)

(仅  $m_s$  相反)由于对关联,  $E_F$  处占有数不完全, 而在  $2D$  情况下

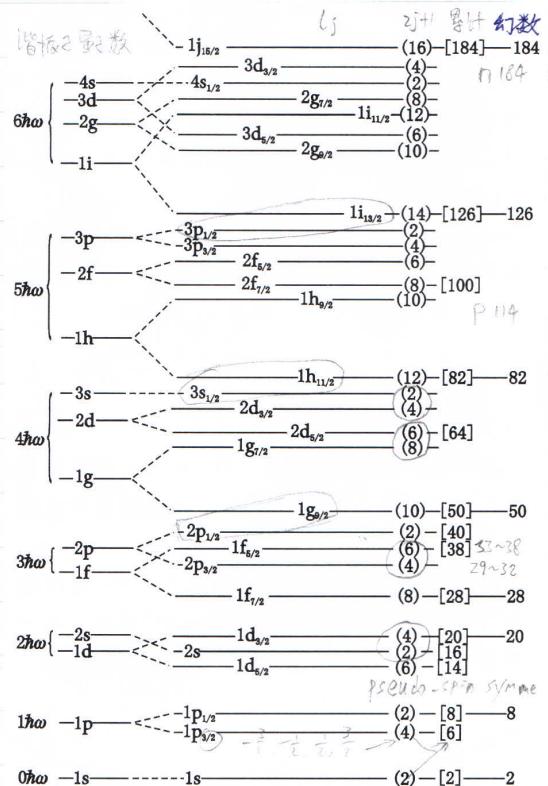
$$\text{平均占有数 } l_K^2 = \frac{1}{2} - \frac{E_K - \lambda}{2\sqrt{(E_K - \lambda)^2 + \Delta^2}}$$

对能隙

远端的图形差太预测不准

中子质子能级一样

集体

偶偶核基态一律  $0^+$ 奇A核: 最后一个奇核子的  $l_j$  (对能隙能级加上半)奇奇核 I = 同  $j_{n+1} + j_p$  反  $|j_{n+1} - j_p|$   $\pi = (-1)^{I-n-j_p}$

参考文献

---

卢希庭. 原子核物理 (修订版). 原子能出版社