E

电

电磁学

© L$^{\text{e}}$P$_{\text{t}}$C （萌狸）
笔记项目主页：http://leptc.github.io/lenote

精

赵凯华. 电磁学（第三版）. 高等教育出版社

└ 或: 赵凯华. 新概念物理教程—电磁学（第二版）. 高等教育出版社 (上面那本的精简版)

Purcell. Electricity and Magnetism (2nd ed). McGraw-Hili (高斯单位制的)

└ 中译: 南开大学物理系. 电磁学. 科学出版社

参

Feynman. Feynman's Lectures on Physics - Volume 2

└ 中译: 桑兹. 费曼物理学讲义—第二卷. 上海科学技术出版社

符号约定

国际单位制, 电子电荷量为 $-e$, 电量 q 可正可负, φ 为电势, U 为电势差

上标 $'$ 表示极化, 下标 $_0$ 表示自由, 除注明 $\vec{p}$ 为动量外均指电偶极矩, 除注明 $\vec{M}$ 为力矩外均指磁化强度

相关笔记

电路见〈电路〉〈模电〉〈数电〉 电表见〈实验〉 凶残的数理方法见〈电动〉 相对论见〈狭相〉

(Last compiled on 2015/09/07 at 16:38:00)

静电

triboelectrification vitreous positive resinous negative repel attract

摩擦起电 丝绸摩擦过的光滑玻璃棒带正电荷，毛皮摩擦过的橡胶棒带负电荷，同性相斥，异性相吸

(正负的区别就是负数的平方是与之反号的正数，但电荷之积不是电荷，故对电荷正负的命名是任意的)

electrostatic induction neutralize

静电感应 用带电体感应起电，金属棒先接触后分开，带等量异号的电 **中和** 正负电荷完全抵消

性质 带电导体 A 靠近孤立不带电导体 N，则 N_+ 的电场线都终止于无穷远而不能终止于自己的 N_-

「否则沿此电场线积分 N 不等势」→ 电势 N 升 A 降，$\varphi_N<\varphi_A$，N 感应出的电荷量小于 A 所带电量

conductor insulator breakdown

导体 电荷能迅速传导，**绝缘体** 电荷束缚在产生的地方，绝缘体可被 **击穿** 成导体 (空气 $\approx 3\times10^6$ V/m)

charge coulomb elementary charge Millikan oil-drop experiment

电荷量 q 单位 C(库仑) **元电荷** $e\approx1.602\times10^{-19}$ C (密立根油滴实验 1909)(夸克，准粒子可带分数电荷)

global conservation of charge

全局电荷守恒 孤立系统的总电荷量不变 (正负电荷总成对产灭) (电荷量是洛伦兹不变量)

action at a distance action through medium ether field

电磁力非 **超距作用** (不需要媒介或时间) 也非 **近距作用** (接触作用，弹性媒质以太)，是通过 **场** 来作用的，**电磁场** 可以脱离电荷和电流独立存在，和物质一样具有能量，动量等属性〈场论〉

静源动电荷 施力电荷 q_1 相对观察者静止，则 q_2 受力 F_2 可用库仑定律 (F_1,F_2 非作用和反作用力)

Coulomb's law

库仑定律 (1785) 真空中静源 q_1 给 q_2 的力 $\vec{F_2}=k_e\dfrac{q_1q_2}{r^2}\vec{e}_{r_{21}}$，库仑常数 $k_e=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\approx8.99\times10^9$ $\mathrm{Nm^2/C^2}$

($\vec{r_{21}}\equiv\vec{r_2}-\vec{r_1}$ 从 1 指向 2) (电荷自己产生的场不能对自己有作用，否则违背牛三)

库仑平方反比精确成立 ⇔ 光子静质量严格为零 ⇔ 光在真空无色散 ⇔ 光速不变〈电动〉

例 若 $\vec{F}=k_e\dfrac{q_1q_2}{r^2}\left(1+\dfrac{r}{\lambda}\right)\mathrm{e}^{-r/\lambda}\vec{e_r}$ 则点电荷 $\varphi(r)=k_e\dfrac{q}{r}\mathrm{e}^{-r/\lambda}$ 高斯定理 $\displaystyle\oiint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}+\frac{1}{\lambda^2}\iiint_V\varphi\,\mathrm{d}V=\frac{q_{(S内)}}{\varepsilon}$

场强

point charge test charge

点电荷 带电体间距离远大于其尺寸，其形状大小可忽略 **试探电荷** 电量和线度足够小，不影响原在电场

electric field intensity

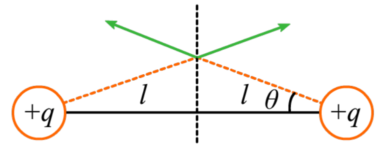
对于电场中的固定点，试探电荷受力与电荷量的比值不变 → **电场强度** $\vec{E}\equiv\dfrac{\vec{F}}{q}$，单位 N/C=V/m

superposition principle compensation method

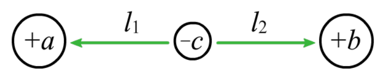
场强叠加原理 各电荷同时存在产生的场强，等于单独存在时的场强的矢量叠加 → **虚构补偿法**

点电荷 $\vec{E}=k_e\dfrac{q}{r^2}\vec{e_r}$ **例** 两同号电荷在中垂线上 $E=\dfrac{2k_eq}{(l/\cos\theta)^2}\sin\theta$

$\cos^2\theta\sin\theta$ 在 $\tan\theta=\dfrac{\sqrt2}{2}$，$\theta\approx35.3°$ 时取最大值 $\dfrac{2}{3\sqrt3}\approx0.385$



例 (不稳定)平衡 $\left\lceil\dfrac{b}{(l_1+l_2)^2}=\dfrac{c}{l_1^2},\ \dfrac{a}{(l_1+l_2)^2}=\dfrac{c}{l_2^2}\right\rfloor$ $a:c:b=l_2^{-2}:(l_1+l_2)^{-2}:l_1^{-2}$



electric dipole

电偶极子 等量异号电荷 $\pm q$ 相距 l，

electric dipole moment

$\vec{l}$ 由负指向正 **电偶极矩** $\vec{p}\equiv q\vec{l}$

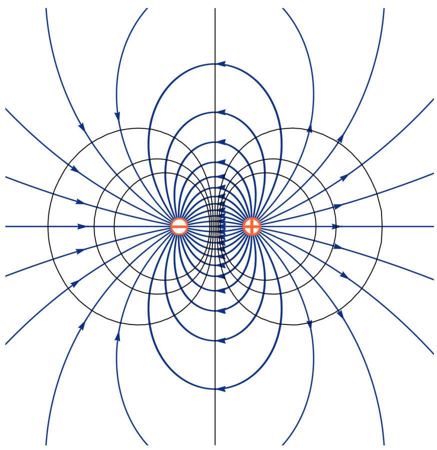
→ 力偶矩 $\vec{M}=\vec{p}\times\vec{E}+\vec{r}\times\vec{F}$

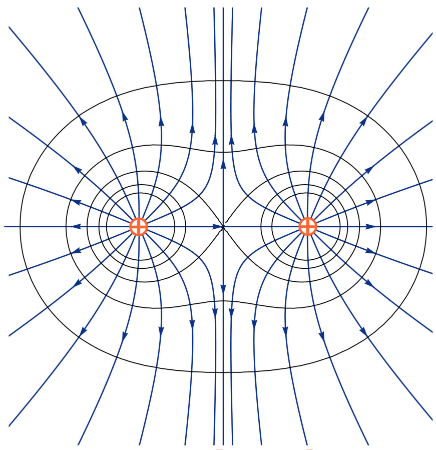
(非均匀电场中受净力 $\vec{F}$)〈静电能〉

设场点 $r\gg l$，延长线和中垂线上的解

$$E_{/\!/}=k_eq\left[\left(r-\frac{l}{2}\right)^{-2}-\left(r+\frac{l}{2}\right)^{-2}\right]\approx k_e\frac{2p}{r^3}$$

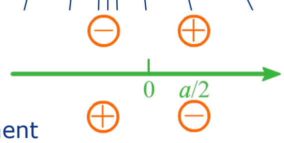
$$E_\perp=2k_e\frac{q}{r^2+l^2/4}\frac{l/2}{\sqrt{r^2+l^2/4}}\approx k_e\frac{p}{r^3}$$





electric quadrupole

电四极子 偶极矩为零「$\vec{p}$ 可矢量叠加」〈电动〉



正方型，$E\approx k_e\dfrac{3ql^2}{r^4}$

quadrupole moment

共线型，延长线上 $E=2k_eqa\left[\left(r-\dfrac{a}{2}\right)^{-3}-\left(r+\dfrac{a}{2}\right)^{-3}\right]\approx k_e\dfrac{6qa^2}{r^4}$，定义 **电四极矩** $Q=2qa^2$

静电场

electric field line （矢量场图是在每个点处画有大小和方向的小箭头，场线图只能从疏密反映场强大小）

电场线 曲线每一点的切线方向和该点场强方向一致，任一点电场线的数密度与该点场强大小成正比

性质 静电场的电场线起自正电荷或无穷远，结束于负电荷或无穷远，不会在没有电荷处中断

电场线不会相交，除非该处场强为零，静电场线不会闭合，涡旋电场线闭合

electric flux

电通量 $\Phi_E=\vec{E}\cdot\vec{S}$ 对于闭合曲面，取外法线矢量方向为正「1. 库仑定律算包围点电荷同心球面 2. 球面通量等于同立体角任意曲面 3. 不包围电荷通量为零 4. 场强叠加原理」→

Gauss theorem

电场高斯定理 通过任意闭合曲面 $\Phi_E=\oiint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\dfrac{q_{(S内)}}{\varepsilon}$ （适用于任何平方反比场）（适用于运动电荷）

Earnshaw's theorem

→ **恩绍定理** (1842) 点电荷集合不可能只靠静电力保持稳定力学平衡「有向内的电场线就有向外的」（前例三体平衡点是鞍点）（亦适用于硬磁铁〈静磁〉）

（宏观上可视电荷为连续分布）**电荷线密度** (linear charge density) $\mathrm{d}q=\eta_e\,\mathrm{d}l$ **电荷面密度** (surface) $\mathrm{d}q=\sigma_e\,\mathrm{d}S$ **电荷体密度** (volume) $\mathrm{d}q=\rho_e\,\mathrm{d}V$

例 无限大平板 $E=\dfrac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$ **例** 均匀带电球壳，内部 $E=0$，外部 ≡ 点电荷 → 均匀带电球体 $E_内=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{r}{R^3}$

「$E_总=E_{小面}+E_{其它}$，面元自己不能对自己施力，电场的不连续完全是因小面元两侧 $\pm\dfrac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$ 产生的，$E_{其它}$ 在小面处连续」面电荷元受其它部分的力用 $E_{其它}=E_外+\dfrac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}=E_内-\dfrac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}=\dfrac{1}{2}(E_外+E_内)$ 来求

例 球面元受排斥力 $\mathrm{d}F=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\sigma_e}{\varepsilon_0}+0\right)\mathrm{d}q=\dfrac{\sigma_e^2}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}S$ **静电压力** (electrostatic pressure) 倾向于把面元吸向电场，无论 σ_e 正负

「可等效为圆弧」无限长均匀带电细棒 $E=\dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 r}$ （同二维空间），有限长细棒中垂面 $E=\dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{l}{r\sqrt{r^2+l^2}}$

例 $\vec{E}=(ax,0,0)$ 得全空间电荷密度为常数 $\rho_e\equiv\varepsilon_0 a$ → 给出电荷分布不一定能确定电场（用库仑定律的话积分发散）（微分方程需要结合边界条件才能定解）（以前我们潜意识加了无穷远为零或对称性等）

无对称性则无法只靠高斯定理得出场强分布（高斯定理对静电场的描述不完备）

电势

〈矢分〉静电场力做功与路径无关（保守力场）⇔ **静电场环路定理** (circuital theorem of electrostatic field) 沿任意闭合环路 $\oint_L \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$

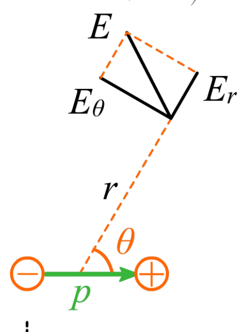
「亥姆霍兹定理」散度 + 旋度 + 无穷远趋于零边界条件 ⇔ 库仑定律

electric potential energy

电势能 试探电荷从 $\vec{r}_1$ 搬到 $\vec{r}_2$，静电场力做的功 $W_{12}=q\displaystyle\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=$ 电势能减少，**电势差** (electric potential difference) $U_{12}\equiv\dfrac{W_{12}}{q}=\varphi_1-\varphi_2$（绝对），单位 V(伏特)=J/C (volt) 取无穷远电势为零 → **电势** (electric potential) $\varphi\equiv U_{r\infty}=\displaystyle\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$（相对）

（零势点不能选在电荷上，分布于无穷远的净电荷为零才能选无穷远为零势点，如单根无限长带电直线，零势点不能取在直线上也不能取在无穷远，一对无限长异号带电直线，零势点可取在中垂面或无穷远）

例 点电荷 $\varphi=k_e\dfrac{q}{r}$，无限长带电细棒 $\varphi=\dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\dfrac{1}{r}\right)+$常数（同二维空间点电荷）



superposition principle of electric potential

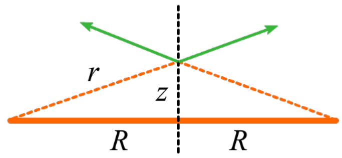
电势叠加原理 各电荷同时存在产生的电势，等于单独存在时的电势的代数和

equipotential surface

等势面 和电场线处处正交，疏密反映场强大小，$\vec{E}=-\nabla\varphi$，任意方向上 $E_l=-\partial_l\varphi$

例 电偶极子 $r\gg l$，$\varphi\approx k_e q\left(\dfrac{1}{r-\frac{l}{2}\cos\theta}-\dfrac{1}{r+\frac{l}{2}\cos\theta}\right)\approx k_e q\dfrac{l\cos\theta}{r^2-(\frac{l}{2}\cos\theta)^2}\approx k_e\dfrac{p\cos\theta}{r^2}$

$$E_r=-\partial_r\varphi=k_e\frac{2p\cos\theta}{r^3},\quad E_\theta=-\frac{1}{r}\partial_\theta\varphi=k_e\frac{p\sin\theta}{r^3},\quad E_\phi=-\frac{1}{r\sin\theta}\partial_\phi\varphi=0$$



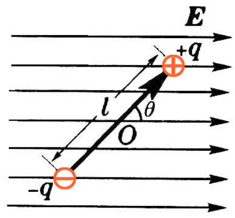
带电圆环轴线上 $\varphi=\dfrac{\eta_e}{2\varepsilon_0}\dfrac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$（标量和），$E_z=\dfrac{\eta_e}{2\varepsilon_0}\dfrac{Rz}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$（矢量加）

均匀带电圆盘（无限薄单电荷层）轴线上 $\varphi_z=\dfrac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}(\sqrt{R^2+z^2}-z)$，$E_z=\dfrac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}\left(1-\dfrac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right)$

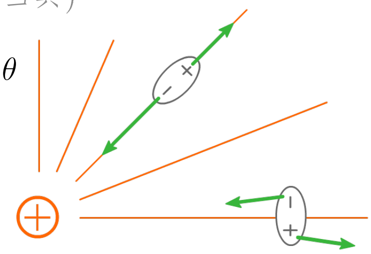
dipole layer
电偶极层 厚度为 l 的均匀曲面，两面带相反电荷 $\pm\sigma_e$
「$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_S\sigma_e\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)\mathrm{d}S, r_2\approx r_1+\cos\theta,\ \frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\approx-\frac{l\cos\theta}{r^2}, \frac{\cos\theta\,\mathrm{d}S}{r^2}=$立体角 $\mathrm{d}\Omega$，两侧立体角跃变 4π」
$\varphi=-\frac{\sigma_e l}{4\pi\varepsilon_0}\Omega, \vec{E}=\frac{\sigma_e l}{4\pi\varepsilon_0}\nabla\Omega$，电偶极层的 E 和 φ 只和它对场点所张立体角有关，两侧有电势跃变 $\frac{\sigma_e l}{\varepsilon_0}$
(电势总连续，电势跃变意味着有 δ 一样的场强)

静电能

electrostatic energy
静电能 W_e 把带电体系拆成无限分散的状态静电力做的总功 (与次序或路径无关)
self energy / mutual energy
对于多个带电体，W_e 等于各带电体的**自能** (聚成单个带电体) 加带电体间的**互能** (移带电体整体)
例 两个点电荷 $W_{互}=k_e\frac{q_1q_2}{r_{12}}$，$n$ 个点电荷：所有配对求和 $W_{互}=k_e\sum_{i\neq j}^{C_n^2}\frac{q_iq_j}{r_{ij}}=\frac{k_e}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq i}^{n}\frac{q_iq_j}{r_{ij}}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\varphi_iq_i$



其中 φ_i 是除 q_i 之外其余电荷在 q_i 的位置产生的电势〈固体〉
对于连续分布「没有 δ 的电荷，$\varphi_{其余}=\varphi_{总}$」 $W_e=\frac{1}{2}\int\varphi\,\mathrm{d}q$ ($\mathrm{d}q$ 有 3 种密度的表示)
例 均匀带电球壳 $W_{自}=k_e\frac{q^2}{2R}$，球体 $W_{自}=k_e\frac{3q^2}{5R}$ (用〈电容〉算更简便)
electron classical radius
把电子设想为带电球，取 $m_ec^2=k_e\frac{e^2}{r_c}$，得 $r_c\approx2.8$ fm 称为**电子经典半径** (别当真)



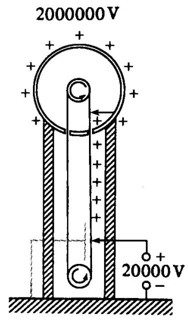
例 电偶极子与匀强电场相互作用 $W_{\mathrm{int}}=-\vec{p}\cdot\vec{E}$，受力矩 $L_\theta=-\partial_\theta W=pE\sin\theta$
在非均匀电场中，受净力 $\vec{F}=-\nabla W=\nabla(\vec{p}\cdot\vec{E})\xlongequal{p不变}(\vec{p}\cdot\nabla)\vec{E}$
(这种记法的含义是 $F_x=\vec{p}\cdot\nabla E_x$，$y,z$ 分量同理)〈矢分〉
→ 摩擦起电后，碎片被极化，电场力沿梯度方向，拉向电场较强区域

电容

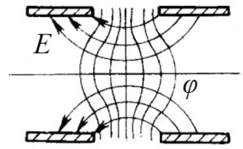
Isolated conductor / capacitance / farad
① **孤立导体** 电势随电量等比增加，**电容** $C\equiv\frac{q}{\varphi}$，单位 F(法拉)=C/V **例** 孤立导体球(壳) $C=4\pi\varepsilon_0R$
capacitor / plate
② 两靠近的导体，表面各带电 $\pm q$ (自由电荷)，「叠加原理」电容 $C\equiv\frac{q}{U}>0$，两导体称为**电容器**的**极板**
注 充介质后 $C=\varepsilon_rC_0$，导体相当于 $\varepsilon=\infty$〈电介质〉 **例** 平行板电容器 (忽略边缘效应) $C=\frac{\varepsilon S}{d}$ 「$\frac{\sigma_eS}{Ed}$」
→ 串联电容「相当于合 d」 $C^{-1}=C_1^{-1}+C_2^{-1}$，并联电容「相当于合 S」 $C=C_1+C_2$〈电路〉
同轴圆柱 $C=\frac{2\pi\varepsilon l}{\ln R_2-\ln R_1}$ 「$\frac{\eta_el}{\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon}\int\frac{1}{r}}$」 同心球 $C=4\pi\varepsilon\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$ 「$\frac{1}{k_e\Delta\frac{1}{r}}$」
公式 电容器储静电能 $W_e=\int_0^q\frac{q}{C}\mathrm{d}q=\frac{q^2}{2C}=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}Uq=\frac{1}{2}Ed\sigma_eS=\frac{1}{2}ED_nV=\frac{1}{2}\varepsilon E^2V$〈电介质〉
例 平行板电容，将电介质层向外拉 $\mathrm{d}x$，则静电力会将它往里拉 (施力者为边缘电场，难以计算)
可用虚功原理，设 $S=xy$，则 $\mathrm{d}C=\frac{(\varepsilon_0-\varepsilon)y\,\mathrm{d}x}{d}$，$F=-\frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}x}=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C^2}\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}x}=-\frac{U^2\varepsilon_0\chi_ey}{2d}$
(用恒电荷的公式而不是恒电压，因为那样还有电源做功 $U\mathrm{d}q=U^2\mathrm{d}C$ 恰为两倍，最终计算结果相同)
electric field energy / electric energy density
电场能 占有体积的电场储藏着电能 (不依赖于电荷) **电能密度** $\omega_e=\frac{\mathrm{d}W_e}{\mathrm{d}V}=\frac{1}{2}\varepsilon E^2$，体积分得电场能
注 对于各向异性 $\vec{E},\vec{D}$ 不平行的情况，一般形式为 $w_e=\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}$ 推导见〈电动〉
例 导体球(壳) $W_e=\frac{\varepsilon_0}{2}\int_R^\infty\left(k_e\frac{q}{r^2}\right)^24\pi r^2\mathrm{d}r=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0R}=\frac{q^2}{2C}\xrightarrow{R\to0}$ 点电荷的静电能发散
注 电场能恒正，静电能可能为负 (例如电偶极子) 是因为未算单个点电荷无穷大的电场能
性质 电场能不遵从叠加原理 (所有电荷加倍，电场能变为 4 倍)，电场能变化与静电能一致
例 收缩带电球壳做功 $\mathrm{d}W=\left(\frac{\sigma_e^2}{2\varepsilon_0}\right)\mathrm{d}S\,\mathrm{d}r$ 等于新增电场的电能 $\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\right)^2\mathrm{d}V$
例 均匀带电球体，同理 $\frac{\varepsilon_0}{2}k_e^2\left[\int_0^R\left(\frac{qr}{R^3}\right)^2+\int_R^\infty\left(\frac{q}{r^2}\right)^2\right]4\pi r^2\mathrm{d}r$，第一项是第二项的 $\frac{1}{5}\to$ 球壳乘 $\frac{6}{5}$ 即可

静电平衡

uniqueness theorem
[唯一性定理] 边界条件可将电场的恒定分布唯一确定 → 若静电屏蔽接地, 则内对外, 外对内均无影响
electrostatic equilibrium
[静电平衡] 自由电荷静止, 电场分布不随时间变化 「必要性: 反证法, 充分性: 唯一性定理〈电动〉」
均匀(质料, 温度等) 导体 [静电平衡条件] $\vec{E}_{内}\equiv 0 \Leftrightarrow$ 感应电荷产生的电场 $\vec{E'}=-\vec{E_0} \overset{高斯}{\Leftrightarrow} q_{内}\equiv 0 \Leftrightarrow \vec{E}=\frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}\vec{e_n}$
(电场线垂直于表面) $\Leftrightarrow$ 平方反比精确成立 **结论** 导体是等势体, 表面是等势面, 电荷只分布于导体表面
例 将带电导体球与不带电导体球用细导线链接, 「两球等势」得电荷的重新分配为 $q_1{:}q_2=R_1{:}R_2$
注 自由动力学体系总寻找使电势能最小的分布 **例** 均匀带电球电场能大于带电球壳
静电平衡导体的 σ_e 一般难以求解析解 **公式** 椭球面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 的 $\sigma_e=\frac{q}{4\pi abc}\left(\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}\right)^{-1/2}$
「代入椭球方程消 z, $c=0$, 乘 2 因为两面」导体圆盘 $\sigma_e(r)=\frac{q}{2\pi R}\frac{1}{\sqrt{R^2-r^2}}$, 导体线段 $\eta_e(x)=\frac{q}{2a}$ (常数)
(二维和一维下的带电导体, 电荷并非只分布在边界)



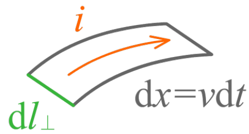
electrostatic screening / shielding
[静电屏蔽] ① 导体壳内部电场不受外界影响 (无论导体是否带电或接地), 电势有影响
② 内部带电体位置不影响腔外 (电量会感应到外表面), 若外壳接地则完全不影响腔外
Van de Graaff generator
[范德格拉夫起电机] 电势低的导体可不断接触高电势导体壳内部使其电势不断升高
point discharge
导体表面尖端 (曲率较大) 处 σ_e 较大, 凹处 (曲率为负) σ_e 更小 → [尖端放电] →
electric wind corona
[电风] 尖端的强电场电离空气, 吸引同号离子中和, 异号离子受排斥远离 → [电晕]
Trichel
离子与空气分子碰撞产生光辐射, 消耗电能 (高压电线不能太细, 高压电极要极光滑) → [特里切尔脉冲]
ElectroStatic Discharge ElectroMagnetic Pulse
若电晕放电电压恒定, 电流会做周期性脉冲(阴极 10^4 Hz, 阳极 10^6 Hz) → [静电放电] → [电磁脉冲]



lightning rod
[避雷针] 在建筑物上安装尖端导体并良好接地, 带电云层接近时通过避雷针持续放电
electrostatic lens
[静电透镜] 带孔金属板, 可聚焦电子束

电流

current charge carrier
[电流] 电荷 (载流子) 的定向运动, 规定为正电荷移动方向, 导体中电流方向同电场方向, 高电势向低电势
(电子平均漂移速率 $\sim 10^{-5}$ m/s, 电子热运动速率 $\sim 10^5$ m/s, 电场传播速率为光速 $\sim 3\times 10^8$ m/s)
current intensity ampere
[电流强度] 单位时间通过导体任一横截面的电荷量 $I\equiv\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$ A(安培)=C/s, 标量〈电路〉
linear charge density surface
[线电流密度] $\vec{I}\equiv\eta_e\vec{v}$, 大小等于 I [面电流密度] 单位宽度电流强度 $\vec{i}\equiv\frac{\mathrm{d}\vec{I}}{\mathrm{d}l_\perp}=\sigma_e\vec{v}$



current density
[(体) 电流密度] $\vec{j}\equiv\frac{\mathrm{d}\vec{I}}{\mathrm{d}S_\perp}=\rho_e\vec{v}$ A/m², 电流场是矢量场, I 是其通量 $I=\iint_S\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$
$\left(\sum q\vec{v}=\int\vec{I}\,\mathrm{d}l=\int\vec{i}\,\mathrm{d}S=\int\vec{j}\,\mathrm{d}V\right)$
local conservation of charge equation of continuity
[局域电荷守恒] 的数学表述: [电流连续性方程] $\oiint_S\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$, 流出闭合面的通量等于电荷减少
「代入 $q(t)=\int_V\rho_e(\vec{r},t)\mathrm{d}V \to \int_V\nabla\cdot\vec{j}\,\mathrm{d}V=-\int_V\partial_t\rho_e\mathrm{d}V$ 对任意 V 都成立」 微分形式 $\nabla\cdot\vec{j}=-\partial_t\rho_e$
criterion of steadiness voltage
[电流恒定条件] $\Leftrightarrow$ 环路定理 $\oiint_S\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$, 电流线不会中断, 恒定电路必然闭合 → 故可引入[电压] U
Ohm law
[欧姆定律] (1827) 宏观: $I=\frac{U}{R}=\frac{El}{\rho l/S}\to\vec{j}=\sigma\vec{E}$ 微观: 载流子速度和受力正比, 说明存在阻力〈固体〉
perfect conductor
$\to\vec{j}=\sigma\vec{f}=\sigma(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$ (导线中 v 很小可忽略, 等离子体不可) [理想导体] $\sigma=\infty$, 内部 $\vec{E}=\vec{j}/\sigma=0$
resistance ohm conductance siemens resistivity conductivity
[电阻] $R\equiv\frac{U}{I}$ Ω(欧姆) [电导] $G\equiv\frac{1}{R}$ S(西门子) [电阻率] (恒温) $R=\rho\frac{l}{S}$ Ω·m [电导率] $\sigma\equiv\frac{1}{\rho}$ S/m
$\rho_{银}\approx 1.59\times 10^{-8}$, $\rho_{铜}\approx 1.68\times 10^{-8}$, $\rho_{水银}\approx 9.6\times 10^{-7}$, $\rho_{石墨}\approx 1.4\times 10^{-5}$, $\rho_{饱和盐水}\approx 4.4\times 10^{-2}$, $\rho_{纯水}\approx 2.5\times 10^{5}$

→ 串联电阻「相当于合 l」$R=R_1+R_2$, 并联电阻「相当于合 S」$R^{-1}=R_1^{-1}+R_2^{-1}$〈电路〉

例 同轴圆柱间的电阻 $I=\int\vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\sigma\int\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\sigma\dfrac{\eta_e L}{\varepsilon_0}$, $U=-\int_a^b\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)\to R=\dfrac{\ln(b/a)}{2\pi\sigma L}$

推论「电高斯」$I=\sigma\dfrac{q}{\varepsilon_0}=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}CIR\to$ 把导体嵌在均匀电阻材料中, 有 $R=\dfrac{\varepsilon_0}{\sigma C}$

例 同心球间的电阻 $R=\dfrac{1}{4\pi\sigma}\left(\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}\right)$, 当 $b\gg a$ 时电阻与大球无关, 即主要的电阻都源于小球附近

性质 横截面保持不变的均匀电阻器, 内部电势线性变化「拉普拉斯方程, 满足边界条件, 唯一性定理」

→ 若导线有电阻, 内部为匀强电场 $\vec{E}=\dfrac{I\rho}{S}\vec{e_l}$, 外部电场取决于如何使电路完整 (Merzbacher 难题)

volt-ampere characteristics / nonlinear

伏安特性 (曲线) I-U 图 **非线性元件** 伏安特性不为线性 **电阻温度系数** $\rho=\rho_0(1+\alpha t)$, 纯金属 $\alpha\approx0.004$

electric power / thermal power

电功率 电场单位时间做功 $P=UI\geqslant P_{热}$ (W) **热功率** $P_{热}=I^2R=\dfrac{U^2}{R}=\sigma E^2\Delta V$〈电路〉

thermal power density / Joule's laws

热功率密度 单位体积热功率 $p=\vec{j}\cdot\vec{E}$ ⇔ **焦耳定律** $p=\dfrac{j^2}{\sigma}=\sigma E^2$

电源

non-electrostatic force

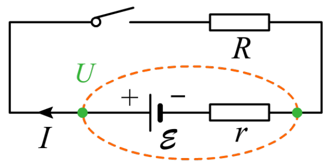
电场力沿闭合回路做功为零, 只有静电场不能维持恒定电流 (除了超导体) → 必须有 **非静电力** 出功

power source / cathode / anode

电源 提供非静电力的装置, 记非静电力场强为 $\vec{K}$, 方向由 **负极** (低电势) 指向 **正极** (高电势)

ElectroMotive Force

记 $\vec{E}_{总}=\vec{K}+\vec{E}$, **电动势** $\mathscr{E}\equiv\oint\vec{K}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\oint\vec{E}_{总}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ (V) (标量) (静电场 $\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$, 注意边缘电场, 没有永动机) 等于把单位正电荷从负极通过电源内部移到正极时非静电力做的功



对于闭合电路, 电源外部 $\vec{K}=0$, 公式可写成 $\mathscr{E}=\underset{(电源内)}{\int_-^+}\vec{K}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$,

欧姆定律改为 $\vec{j}=\sigma\vec{E}_{总}$

internal resistance / terminal voltage

实际电源有 **内阻** r, **路端电压** $U=\mathscr{E}\mp Ir$, 放电取减充电取加

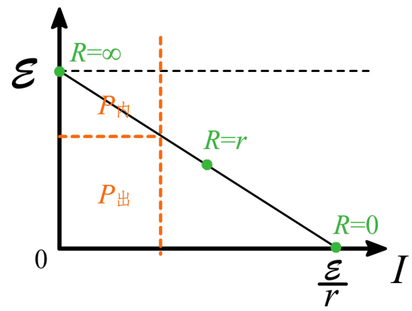
$P_{总}=\mathscr{E}I\overset{纯电阻}{=\!=\!=}I^2(R+r)=\dfrac{\mathscr{E}^2}{R+r}$, 电源内消耗 $P_{内}=I^2r$

输出功率 $P_{出}=UI=(\mathscr{E}-Ir)I\overset{纯电阻}{=\!=\!=}I^2R=\dfrac{\mathscr{E}^2R}{(R+r)^2}=\dfrac{\mathscr{E}^2}{R+2r+\frac{r^2}{R}}$

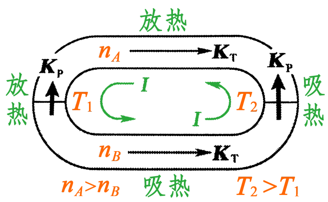
impedance matching

阻抗匹配 当 $R=r$ 时电源输出功率最大 $P_{\max}=\dfrac{\mathscr{E}^2}{4r}$

电流源等见〈电路〉



效应



Thomson effect

汤姆孙效应 金属棒两端温度不等, 则加电流时 (除了产生焦耳热外) 冷 $\underset{放热}{\overset{吸热}{\rightleftharpoons}}$ 热

Thomson e.m.f.

汤姆孙电动势 汤姆孙系数 $\sigma(T)$, 热扩散力 $\vec{K}_{\mathrm{T}}=\sigma(T)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}l}$, $\mathscr{E}(T_1,T_2)=\int_{T_1}^{T_2}\sigma(T)\,\mathrm{d}T$

Peltier effect

佩尔捷效应 外加电流通过不同金属接触面时, $\vec{K}_{\mathrm{p}}$ 与 I 同向吸热反向放热, 电动势 $\Pi_{AB}(T)$, 半导体较强

thermoelectric effect / thermocouple

温差电效应 (塞贝克 1821) 同时存在温度和电子数密度梯度, 故不违反热二 **温差电偶** 用电势测温度

静磁

north pole / south pole

称小磁针指北一端为 **北极** N, 指南为 **南极** S (故地磁 N 极位于地理南极附近) 铁磁性〈凝态〉

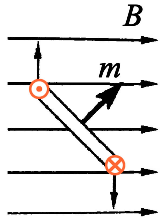
Gilbert / magnetic charge / monopole

吉尔伯特模型 历史上先以为有 **磁荷 / 磁单极子** $F=\dfrac{1}{4\pi\mu_0}\dfrac{q_{m1}q_{m2}}{r^2}$, 后面和电场同理

magnetic field intensity / oersted / magnetic scalar potential

定义 **磁场强度** $\vec{H}=\dfrac{\vec{F}}{q_m}=-\nabla\varphi_m$ $\mathrm{A/m}=4\pi\times10^{-3}\,\mathrm{Oe}$(奥斯特) 引入 **磁标势** 的前提: 只能在没有自由电流分布的单连通区域内定义 (否则势函数不单值) (分子电流可以, 永磁体全空间都可以)

例 无限长直导线的磁标势 $\varphi_m=-\frac{\mu_0 I\phi}{2\pi}$，限制 $0\leqslant\phi<2\pi$



magnetic dipole
磁偶极子 $\vec{p_m}=q_m\vec{l}$ (S 指向 N) 磁偶极子受力矩 $\vec{M}=\vec{p_m}\times\vec{H}$, 磁偶极层 $\vec{H}=\frac{\sigma_m l}{4\pi\mu_0}\nabla\Omega$

电流环受力矩 $\vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}$，$W_m=-\vec{m}\cdot\vec{B}$，受力 $\vec{F}=\nabla(\vec{m}\cdot\vec{B})=(\vec{m}\cdot\nabla)\vec{B}+\mu_0(\vec{m}\times\vec{j})$

(和电的区别源于 $\nabla\times\vec{B}\neq0$)

magnetic moment
磁矩 $\vec{m}\equiv IS\vec{e_n}$ (故小磁针 $\vec{m}$ 总要转向 $\vec{B}$ 的方向)

例 均匀带电旋转圆盘 $m=Svq=\int_0^R(\pi r^2)(\omega r)(\sigma_e\,\mathrm{d}r)=\frac{1}{4}\pi\sigma_e\omega R^4$

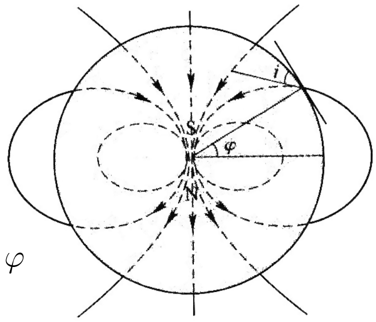
例 均匀带电旋转圆环, 质量记作 m_0 ［$\vec{m}=\frac{q\omega}{2\pi}\pi R^2\vec{e_z}$，$\vec{L}=m_0vR\vec{e_z}$］ gyromagnetic ratio **旋磁比** 磁矩除以角动量 $g=\frac{q}{2m_0}$

［结果与 R 无关］同样结果适用于任何旋转体〈量子〉电子自旋 $\frac{\hbar}{2}$ 磁矩 $\mu_B=\frac{e\hbar}{2m_e}$ 比正常大 2 倍

［安培力］任意形状载流线圈在均匀磁场中受力矩 $\vec{M}=IS(\vec{e_n}\times\vec{B})$, $\vec{e_n}$ 为右手定则法向

电流环磁场公式 $\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\nabla\Omega$, Ω 为线圈对场点所张立体角

［使磁偶极层和电流环等价］→ $\vec{B}=\mu_0\vec{H}$, $\vec{p_m}=\mu_0\vec{m}$〈磁介质〉



geomagnetic field
地磁场 来源于地核外核铁镍流体的涡电流, 强度约 0.25~0.65 Gs

可近似看作位于地心磁偶极子产生的 →

磁倾角和地磁纬度的关系为 $\tan i=$［$\frac{-H_r}{H_\theta}=\frac{-k_m 2p_m\cos(\pi/2+\varphi)/r^3}{k_m p_m\sin(\pi/2+\varphi)/r^3}=$］$2\tan\varphi$

已知纬度 45° 的地磁水平分量约 0.23 Oe

［$H_\theta=k_m\frac{p_m\sin\theta}{r^3}=\frac{1}{4\pi}\frac{m\sin\theta}{r^3}$］→ 地球的磁矩约 8.4×10^{22} $\mathrm{Am^2}$ (相当于赤道上 6.6×10^8 A 电流)

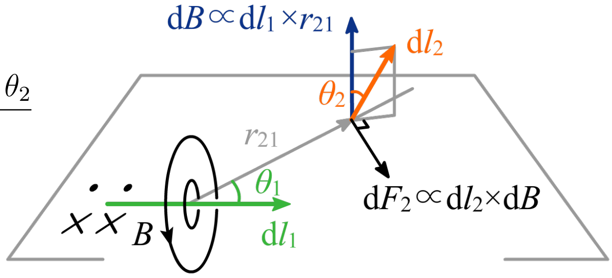
感强

Oersted experiment
奥斯特实验 (1820.07) 载流导线能偏转小磁针 → 电荷总有库仑作用, 但只有运动电荷才有磁相互作用

(安培 1820.09) 同向载流导线相吸引, 反向载流导线相排斥 (故有转到同向趋势)，插金属板不能屏蔽

pinch effect
收缩效应 等离子体柱受自身电流的磁场的作用有向中心收缩的趋势 (导线中此效应极弱)

Ampère law
安培定律 (1820.12) 稳恒线电流元 I_1 给 I_2 的力



$\mathrm{d}\vec{F_2}=k_m\frac{I_2\,\mathrm{d}\vec{l_2}\times(I_1\,\mathrm{d}\vec{l_1}\times\vec{e_{r_{21}}})}{r^2}$ 大小 $=k_m\frac{I_1\,\mathrm{d}l_1\sin\theta_1 I_2\,\mathrm{d}l_2\sin\theta_2}{r^2}$

$k_m\equiv\frac{\mu_0}{4\pi}$，取 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$〈磁介质〉, 然后定义 A〈实验〉

(不满足牛三, 闭合回路积分才满足) ［安培定律拆开］→

Biot-Savart law
毕奥萨伐尔定律 (1820.10) $\mathrm{d}\vec{B}=k_m\frac{I\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{e_r}}{r^2}$ ($\vec{e_r}$ 由电流元指向场点)，另有 $I\,\mathrm{d}\vec{l}=\vec{I}\,\mathrm{d}l=\vec{i}\,\mathrm{d}S=\vec{j}\,\mathrm{d}V$

magnetic induction　tesla　gauss
磁感应强度 $\vec{B}=\oint_L\mathrm{d}\vec{B}$　T(特斯拉)=Wb/m²=N/(Am)=10^4 Gs(高斯) 电流集合有磁的 **场强叠加原理**

Ampère force
安培力 $\mathrm{d}\vec{F_2}=I_2\,\mathrm{d}\vec{l_2}\times\mathrm{d}\vec{B}$，另有 $\vec{F}=\int\vec{v}\times\vec{B}\,\mathrm{d}q=\int\vec{I}\times\vec{B}\,\mathrm{d}l=\iint\vec{i}\times\vec{B}\,\mathrm{d}S=\iiint\vec{j}\times\vec{B}\,\mathrm{d}V$

(均匀磁场中, 安培力只与起点终点有关) **推论** 安培力冲量 $m\Delta v=F\Delta t=BIl\Delta t=Bl\Delta q$

例 两根平行的无限长均匀带电直线 (不是导线, 导线中性)，以 v 沿线方向运动, 要使单位长度

磁吸引力 $\frac{\mu_0\eta_e^2v^2}{2\pi d}$ 和电排斥力 $\frac{\eta_e^2}{2\pi\varepsilon_0 d}$ 平衡, 得 v 为光速 (η_e 和 v 均在实验室系测, 不必考虑相对论)

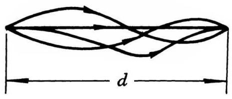
例 运动电荷磁场 (非稳恒电流, 此为近似推导) $\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{e_r}}{r^2}=\mu_0\varepsilon_0\vec{v}\times\frac{k_e q\vec{e_r}}{r^2}=\frac{1}{c^2}\vec{v}\times\vec{E}$〈电动〉

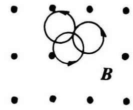
Lorentz force
［$I\,\mathrm{d}\vec{l}\to q\vec{v}$］ **洛伦兹力** $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$ (总与带电粒子速度方向垂直, 故不对粒子做功)

(洛伦兹力的作用是传递, 宏观导体上的安培力可以做功, 原因是自由电子的冲量传递给了金属晶格)

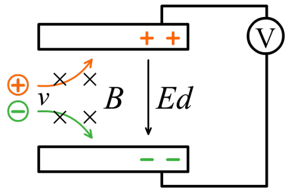
例 圆形区域中心对称的磁场 $\vec{B}(r)$，若总磁通量为零，则从圆心出发的粒子(若能脱离磁场区)必沿径向射出，反之，瞄准圆心的入射粒子最后必击中圆心「粒子获得总角动量 $\vec{L}=\int\vec{r}\times\vec{F}\,\mathrm{d}t=q\int\vec{r}\times(\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B})=q[\int(\vec{r}\cdot\vec{B})\mathrm{d}\vec{l}-\int\vec{B}(\vec{r}\cdot\mathrm{d}\vec{l})]$，而 $\vec{r}\cdot\vec{B}=0$，$\vec{r}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\vec{r}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=r\,\mathrm{d}r$，得 $\vec{L}=-\frac{q}{2\pi}\int_0^R\vec{B}2\pi r\,\mathrm{d}r=-\frac{q}{2\pi}\Phi_B$」

Larmor radius
拉莫尔半径 $r=\frac{mv_\perp}{Bq}$ **回旋周期** $T=\frac{2\pi m}{Bq}$ 与 v, r 无关 $\rightarrow$ magnetic lens **磁透镜** 磁聚焦





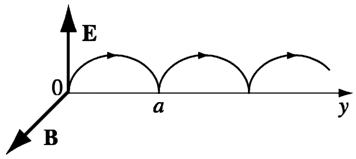
velocity selector
速度选择器 $Eq=qvB$ $\rightarrow$ MagnetoHyDrodynamic generator **磁流体发电机** 等离子体通过平行板电极，$\mathscr{E}=Bvd$



mass spectrometer
质谱仪 先平衡后断电，由回旋半径得荷质比 $\frac{q}{m}=\frac{E_{选}}{rB_{选}B_{偏}}$ (非相对论)

相同电流 (同时改变电性和速度方向) 一般结论相同，**霍尔效应** 是例外〈固体〉

cyclotron
回旋加速器 每圈的半径 $\propto\sqrt{n}$，$v_{\max}=\omega R$ cyclotron frequency **回旋频率** $\omega=\frac{qB}{m}$

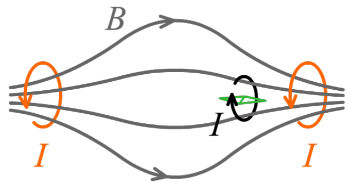


例 静止粒子放在正交的电场磁场中，记 $R\equiv E/\omega B$

〈微几〉解得运动轨迹为圆摆线 $(y-R\omega t)^2+(z-R)^2=R^2$ $\rightarrow$ $v=E/B$

磁场越强半径越小，磁矩不变 $|\vec{m}|=IS=\frac{q}{T}\pi r^2=\frac{mv_\perp^2}{2B}=\frac{E_{k\perp}}{B}$ $\rightarrow$

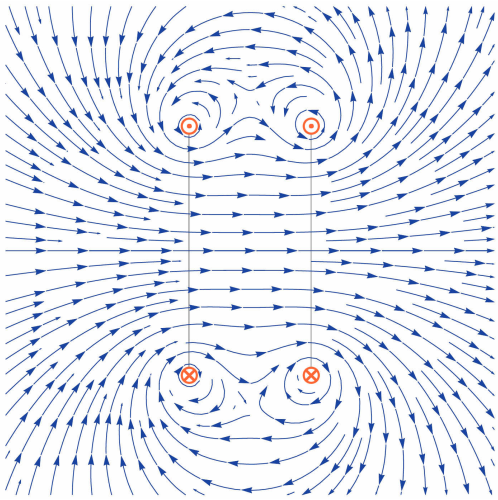
magnetic mirror
磁镜 带电粒子由弱磁场向强磁场运动，$v_\perp$ 增加导致 $v_{/\!/}$ 减小乃至反弹



例 两个同向载流线圈 $\rightarrow$ 托卡马克装置，约束等离子体〈核物〉

以及地磁场约束会形成 Van Allen radiation belts **范艾伦辐射带**

静磁场



line of magnetic induction
磁感线 磁铁外部从 N 走向 S，磁铁内部从 S 走回 N，不相交

steady current
稳恒电流 $\partial_t\rho_e=0$，$\vec{j}$ 无散，电流闭合或为无限场 (永磁体满足)

Ampère circuital theorem
静磁场安培环路定理 通过任意闭合环路 $\oint_L\vec{B}\,\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0 I_{(L内)}$

穿过回路面的电流与回路右手定则方向同向为正，反向为负

($\vec{B}$ 为全空间电流产生的磁场，不通过 L 的电流的环路积分为零)

例 载流直导线对磁场的贡献，$l=R\cot\theta$，$\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}\theta}=\frac{R}{\sin^2\theta}$，$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\mathrm{d}l\sin\theta}{(R/\sin\theta)^2}=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$，$\xrightarrow{无限长}\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$，方向右手螺旋

例 无限大载流平面，两侧 $B=\frac{1}{2}\mu_0 i$，方向相反 (右手定则)

均匀带电球面自转，「$\mathrm{d}I=\frac{q}{T}=\sigma_e\omega r\,\mathrm{d}x$」转轴上，球内 $B_z=\frac{2}{3}\mu_0\sigma_e\omega R$ (匀强)，外 $B_z=\frac{2}{3}\mu_0\sigma_e\omega\frac{R^4}{x^3}$ (偶极)

载流圆线圈在轴线，记 $r=\sqrt{R^2+x^2}$，$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{\mathrm{d}l}{r^2}\frac{R}{r}=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}$，$\xrightarrow{x=0}B=\frac{\mu_0 I}{2R}$，$\xrightarrow{x\gg R}\vec{B}=\frac{\mu_0\vec{m}}{2\pi x^3}$

Helmholtz coils
亥姆霍兹线圈 间距等于半径的一对共轴载流圆线圈「设间距 $2d$，记 $r_\pm=\sqrt{R^2+(x\pm d)^2}$，则 $B\propto r_+^{-3}+r_-^{-3}$，$B'\propto(x+d)r_+^{-5}+(x-d)r_-^{-5}$，$B''\propto[4(x+d)^2-R^2]r_+^{-7}+[4(x-d)^2-R^2]r_-^{-7}$」中点处 $B_x''=0$

(由于偶函数，奇次导亦都为零) 可方便地获得均匀磁场，$B=\frac{8\mu_0 I}{5\sqrt{5}R}$

solenoid
载流**螺线管**在轴线 $B=\mu_0 nI\frac{\cos\theta_2-\cos\theta_1}{2}$，方向右手螺旋，$n$ 为单位长度匝数

无限长密绕螺线管在轴线 $B=\frac{\mu_0 IR^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{n\,\mathrm{d}x}{r^3}=\mu_0 nI$ torus **螺绕环** $\vec{B}=\frac{\mu_0 NI}{2\pi R}\vec{e}_\phi$ (任意形状截面均适用)

性质 整个螺线管内部磁场都是均匀的「矩形安培环路，另一边在无限远」，管外 $B=0$

磁矢势

magnetic flux　weber　Gauss theorem of magnetic field

磁通量 $\Phi_B=\vec{B}\cdot\vec{S}$ Wb(韦伯)$=\mathrm{Vs}=\mathrm{C\Omega}$　**磁场高斯定理** 通过任意闭合曲面 $\Phi_B=\oiint_S \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{S}=0$

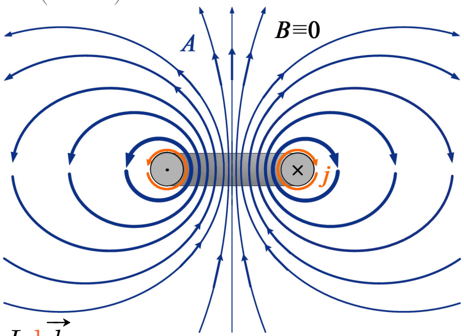
无旋场是某标量场的梯度 $\nabla\times(\nabla\varphi)=0$, 无散场是某矢量场的旋度 $\nabla\cdot(\nabla\times\vec{A})=0$〈矢分〉

magnetic vector potential

磁矢势 $\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$, 即 $\iint_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\oint_L\vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\Phi_B$ (很像 $\oint_L\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0 I$, 故 $\vec{B}$ 生成 $\vec{A}$ 就像 $\vec{j}$ 生成 $\vec{B}$)

电势可以加个任意无梯度场(常数) 而不影响 $\vec{E}$, 矢势可以加个任意无旋场(梯度) 而不影响 $\vec{B}$

库仑规范 取矢势散度为零 $\rightarrow$ $\nabla^2\vec{A}=-\mu_0\vec{j}$〈电动〉



例 对于匀强磁场 $\vec{B}=B\vec{e_z}$ ⌈$B\pi r^2=2\pi r A$⌋ $\vec{A}=\frac{1}{2}\vec{B}\times\vec{r}$

$\vec{A}\cdot\vec{p}=$⌈$\frac{1}{2}(\vec{B}\times\vec{r})\cdot\vec{p}=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot(\vec{r}\times\vec{p})=$⌋$\frac{1}{2}BL_z$

例 无限长载流直导线, $\vec{A}$ 与导线平行, ⌈取长为 l 的矩形环路,

$\Delta A_z l=\Phi_B=l\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}r}{r}$⌋ $A_z(r)=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\dfrac{1}{r}+$常数

(零势点不能取在无穷远)

〈电动〉对一般的载流回路 L, 取无穷远矢势为零, 产生的矢势为 $k_m\displaystyle\oint_L\dfrac{I\,\mathrm{d}\vec{l}}{r}$ (表达式不唯一)

例 无限长密绕螺线管, 矢势和电流同向, 只有 A_φ 分量, $A_\varphi(r)=\mu_0 nI\dfrac{r}{2}\,(r<R)$, $=\mu_0 nI\dfrac{R^2}{2r}\,(r>R)$

电磁感应

Faraday's law of electromagnetic induction　flux linkage

法拉第电磁感应定律 (法拉第 1831 实验发现, 诺埃曼 1845 给出公式) $\mathscr{E}=-\dfrac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$　**磁通链** $\Psi=N\Phi_B$

标量的正负是相对于标定方向而言的: 若 Φ_B 与 $\vec{e_n}$ 同向并增大, 则感应电动势逆着右手定则方向 $\rightarrow$

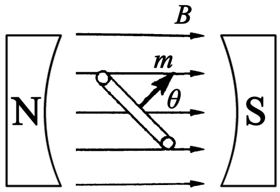
Lenz's law

楞次定律 (1834) 感应电流的效果总是反抗激发感应电流的原因 (产生焦耳热要付出功, 符合能量守恒)

注 因 $\vec{B}$ 无散, 故同一边界用任意面求通量都可以, 对变化的磁场适用静磁学的范围: 准静态, 类空间隔

例 用感应电动势驱动有负载的回路, $\Delta\Phi_B=\mathscr{E}\Delta t=\dfrac{I\Delta t}{R}=\Delta qR$

例 均匀磁场中的滑动矩形导线框 $\mathscr{E}=Blv$, 绕一端旋转的棒 $\mathscr{E}=\frac{1}{2}Bl^2\omega$



motional e.m.f.

⌈$\vec{K}=\frac{\vec{F}_{洛}}{-e}=\vec{v}\times\vec{B}$⌋ **动生电动势** 导体切割磁感线 $\mathscr{E}_{12}=\int_1^2\vec{v}\times\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=U_{12}$

alternating current generator (alternator)

交流发电机 $\mathscr{E}=2Blv\sin\theta\overset{或}{=\!=}-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(BS\cos\omega t)=BS\omega\sin\omega t$

涡旋电场

induced e.m.f.　vortex electric field

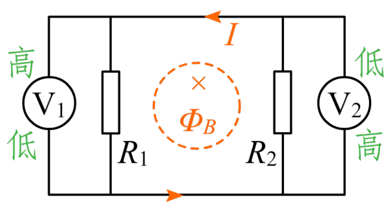
实验发现**感生电动势**与导体的性质无关 $\rightarrow$ 即使不存在导体, 变化的磁场也会激发出**涡旋电场**

⌈$\mathscr{E}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oiint\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\oint\vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\oint\partial_t\vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$⌋ $\vec{E}_{旋}=\vec{K}=-\partial_t\vec{A}$ $\rightarrow$ $\nabla\times\vec{E}=-\partial_t\vec{B}$, 为无源有旋场

总电场 $\vec{E}=-\nabla\varphi-\partial_t\vec{A}$ ($\vec{l}$ 与 $\vec{S}$ 以右手定则为正)

注 当 $\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}\neq 0$ 时电势不能良好定义 **例** 电路中有一线性增加的磁通量 $\Phi_B=\alpha t$, 则 $I=\dfrac{\alpha}{R_1+R_2}$, $U_1=IR_1$, $U_2=IR_2$, 高低如图

两(理想) 电压表读数不等, 即使连在相同点上



betatron

电子感应加速器 用 $E_{旋}$ 加速回旋电子, 由 $mv=Bqr$, 只要 $B\propto p$ 就可维持电子在固定轨道运动

⌈$\dfrac{\mathrm{d}(mv)}{\mathrm{d}t}=-eE_{旋}=\dfrac{e}{2\pi r}\dfrac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}$, 左边 v 和右边 Φ_B 均从零开始积分, 得 $mv=\dfrac{e}{2\pi r}\Phi_B$, 而 $\Phi_B=\pi r^2\overline{B}$⌋

条件: 轨道上的 $B(r)=\frac{1}{2}\overline{B}$ (轨道内平均感强的一半), 加速不受相对论限制, 受同步辐射限制

eddy current

涡流 金属内部的感应涡电流 $\rightarrow$ 变压器采用多片与磁感线平行的硅钢片, 高频交流电可用于冶炼金属

electromagnetic damping

电磁阻尼阻碍相对运动, 可用于让电磁仪表指针快速稳定, 亦可用于驱动, 如转速表, 感应式异步电机

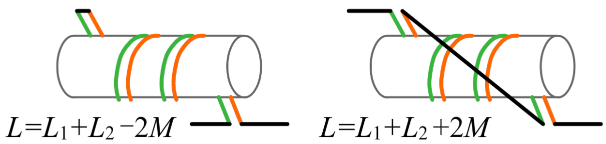
费曼圆盘佯谬 悬空圆盘上固定有通电线圈和带电小球，则断电时涡旋电场会驱动小球让盘转起来
→ 电磁场具有角动量〈能流〉→ 类似 $q\varphi$ 存储电势能，$q\vec{A}$ 相当于存储磁势动量〈电动〉
① 若只有 $E_{势}$，有能量守恒 $H=\frac{1}{2}mv^2+q\varphi=$常数
canonical momentum
② 若只有 $E_{旋}$，有 **正则动量** 守恒「$\frac{\mathrm{d}(mv)}{\mathrm{d}t}=qE_{旋}=-q\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}$」 $\vec{p}\equiv m\vec{v}+q\vec{A}=$常数
kinematical momentum
以前的 $m\vec{v}$ 改叫作 **动力学动量** $\vec{\Pi}=\vec{p}-q\vec{A}$ → 哈氏量 $H=\frac{\Pi^2}{2m}+q\varphi$

电感

mutual inductance　　mutual induction e.m.f.
互感 $\Psi_{12}=M_{12}I_1$，$\Psi_{21}=M_{21}I_2$ **互感电动势** $\mathscr{E}_2=-M_{12}\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$ (负号表示反抗电流变化)
Neumann
「准静态，$\Psi_2=\oint\vec{A}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}_2$，$\vec{A}_1=k_m\oint\frac{I_1\,\mathrm{d}\vec{l}_1}{r}$」 **纽曼公式** $M_{12}=M_{21}=k_m\oint_{L_1}\oint_{L_2}\frac{\mathrm{d}\vec{l}_1\cdot\mathrm{d}\vec{l}_2}{r_{12}}\equiv M$
「$M=\frac{N_2\Phi_1}{I_1}=\frac{N_1\Phi_2}{I_2}$」 $M\leqslant\sqrt{L_1L_2}$，无漏磁时取等号 **例** 嵌套螺线管 $B=\mu_0\frac{N_1I_1}{l}$，$M=\frac{\Psi_{12}}{I_1}=\mu_0\frac{N_1N_2S}{l}$
例 相距 d 共轴平行的一大一小载流圆环，记 $r=\sqrt{d^2+R_2^2}$，大对小，近似匀场 $\Phi_B=\frac{\mu_0IR_2^2}{2r^3}\pi R_1^2$，小对大，近似偶极子，选球冠做积分 $\Phi_B=k_m\frac{I\pi R_1^2}{r^3}\int_0^{\sin^{-1}(d/r)}(2\cos\theta)(r^2 2\pi\sin\theta\,\mathrm{d}\theta)$，而 $\sin^2\theta\Big|_0^{\sin^{-1}}=\frac{R_2^2}{r^2}$，两结果一致
self inductance　inductance　henry　self-induction e.m.f.
自感 $\Psi=LI$ **电感** $L>0$ H(亨利)=Vs/A 与回路形状有关 (若有铁芯还和 I 有关) **自感电动势** $\mathscr{E}=-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$
例 螺线管或螺绕环 $B=\mu_0nI$，$L=NBS/I=\mu_0n^2V$，其中 $V=lS$ **注** 充介质后 $L=\mu_rL_0$，
magnetic circuit
磁路 由铁芯构成磁感应管可类比电路，$I\to\Phi_B$，$\sigma\to\mu$，$\mathscr{E}\to\mathscr{E}_m=NI_0$，$R\to R_m=\frac{l}{\mu S}$
空气高磁阻 → 在铁芯上开一条缝，电感大幅下降，但可提高 Q 值〈电路〉

静磁能

串联电感的总自感，其中的互感顺接取加反接取减，如图
自感磁能 $W_L=\int_0^I LI\,\mathrm{d}I=\frac{1}{2}LI^2$，互感磁能 $W_{12}=M_{12}I_1I_2$
总磁能 $W_m=\frac{1}{2}\sum_i L_iI_i^2+\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}M_{ij}I_iI_j$



「$LI=\Phi_B=\oint\vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$」→ $W_m=\frac{1}{2}\int\vec{A}\cdot(I\,\mathrm{d}\vec{l})$
用 w_m 计算两线圈总磁能：$w_m=\frac{1}{2}(\vec{B}_1+\vec{B}_2)\cdot(\vec{H}_1+\vec{H}_2)=\frac{1}{2}\mu(H_1^2+H_2^2+2\vec{H}_1\cdot\vec{H}_2)$ → $w_{自}\geqslant0$，$w_{互}$ 可正可负
公式 电感储静磁能 $W_m=\frac{1}{2}\mu n^2VI^2=\frac{1}{2}BH_tV=\frac{1}{2}\mu H^2V$，一般形式为 $w_m=\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}$〈电动〉
总结：L 可用磁能 $=\frac{1}{2}LI^2$ 求或 Ψ/I 求，Ψ 可用平均磁链 $\iint I\,\mathrm{d}\Phi/I$ 或 $\iint\Phi\,\mathrm{d}I/I$ 求
例 反向平行载流直导线，设粗细为 r (否则导线外 Φ_B 无穷大)，间距 $d\gg r$，则单位长度 l 的自感为
「$\Phi_B=\int Bl\,\mathrm{d}r=\int_r^{d-r}\frac{\mu_0I}{2\pi}\left[\frac{1}{r}+\frac{1}{d-r}\right]l\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0Il}{2\pi}[\ln r-\ln(d-r)]\Big|_r^{d-r}\approx\left(\frac{\mu_0l}{\pi}\ln\frac{d}{r}\right)I$」 $L=\frac{\mu_0l}{\pi}\ln\frac{d}{r}$
将导线拉远磁能增加，它加上磁场做的功 (导线相斥)，等于电源维持电流恒定做的功 (感应电流反抗)

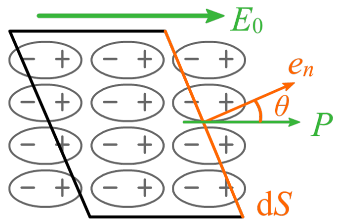
电介质

dielectric　free charge　polarization　bound charge
电介质 绝缘介质，无 **自由电荷** q_0 (以下用下标 $_0$ 表示与极化无关)，因 **极化** 产生 **束缚电荷** q'
displacement polarization　orientation polarization
无极性分子为电子的 **位移极化**，极性分子还有 **取向极化**，效应比前者强 (但高频电场下仅前者能跟上)
「视电子云为均匀分布，其偏离原子核 d 产生的电场 $E_e=k_e\frac{qd}{R^3}$ 与外场 E 平衡，得 $qd=4\pi\varepsilon_0R^3E$」
atomic polarizability
原子极化率 $\vec{p}=\alpha\vec{E}$，初阶近似 $\alpha=3\varepsilon_0V$ (预测氢原子 $k_e\alpha\approx0.12\times10^{-30}\ \mathrm{m}^3$，实验值 0.67×10^{-30})
polarizability tensor
对于分子 α_{ij} 为 **极化张量** (碳原子 $k_e\alpha\approx1.76\times10^{-30}$，$CO_2$ 分子轴向 4.0×10^{-30}，垂直于轴 1.8×10^{-30})
polar molecules　permanent dipole moment
极性分子 例如水分子，无需外电场就有 **固有电偶极矩** $p_0\approx6.17\times10^{-30}$ Cm (很大，所以是个好溶剂)

electric polarization intensity
定义 电极化强度 $\vec{P}\equiv\frac{\vec{p}_{分子}}{\mathrm{d}V}=nq\vec{l}$ $\mathrm{C/m^2}$, 分子数体密度 $n=\frac{N}{V}$ 「$q_{剩}=qnl\,\mathrm{d}S\cos\theta=\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$」

面内外 $q_{剩}$ 等大反号 $\oiint_S\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-q'_{(S内)}$ → polarization charge 极化电荷体密度 $\rho_e'=-\nabla\cdot\vec{P}$

→ $q_{剩}$ 仅存在于界面或自由电荷附近, 均匀极化 $\rho_e'=0$, 总束缚电荷为零



极化电荷面密度 $\sigma_e'=\frac{q_{剩}}{\mathrm{d}S}=\vec{P}\cdot\vec{e_n}\equiv P_n$ depolarization field 退极化场 σ_e' 产生的 E'

例 平行板电介质, 均匀极化 $\vec{P}$, 则 $\pm\sigma_e'=\pm P$, $E'=P/\varepsilon_0$ 方向与 P 相反

电极化率

总电场 $\vec{E}=\vec{E}_0+\vec{E}'$ (注: 对一般形状, $\vec{E}'$ 不一定总严格和 $\vec{E}_0$ 反向, 即使介质和 E_0 都均匀)

对各向同性线性介质, $\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$ (不是 $\vec{E}_0$) 成正比 electric susceptibility 电极化率 χ_e, 量纲为 1

对各向异性材料 (如晶体) χ_e 为二阶张量, 高强光场下为非线性 $\vec{P}=\varepsilon_0(\chi^{(1)}\vec{E}+\chi^{(2)}\vec{E}^2+\dots)$ 〈现光〉

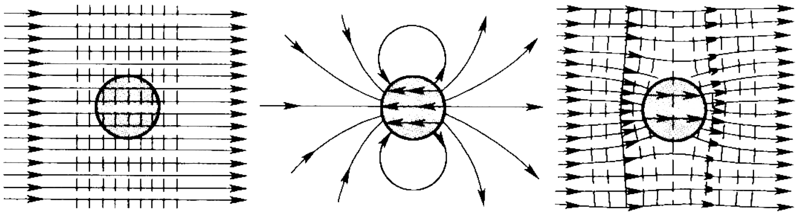
例 均匀极化的电介质球, 表面 $\sigma_e'=P\cos\theta$「由叠加原理, 可视为两个各带正负电的球错开 l 距离」

$\vec{P}=\rho_e\vec{l}$, $\vec{p}_{总}=\vec{P}V$, V 为球体积 〈电动〉

$E'_{外}$ 和处于球心偶极子的外电场完全相同

$q=\frac{4}{3}\pi R^3\rho_e$, $E_{内}=k_e\frac{qr}{R^3}$, $E'=\frac{\rho_e}{3\varepsilon_0}(-l)=-\frac{P}{3\varepsilon_0}$

$\vec{E}=\vec{E}_0-\frac{\chi_e}{3}\vec{E}$ → $E_{内}=\left(1+\frac{\chi_e}{3}\right)^{-1}\vec{E}_0$



外电场 E_0 极化电荷的附加场 E' 总电场 E

若介质由原子(或非极性分子) 组成 $\vec{P}=n\vec{p}$, 有 Clausius-Mossotti 克劳修斯–莫索提公式 光学称 Lorentz-Lorenz 洛仑兹–洛伦茨方程

(用 $\chi_e=n\alpha/\varepsilon_0$ 不够精确, 因为 $\vec{p}=\alpha\vec{E}$ 中的电场是除原子自身的 $\vec{E}_{其他}$, $\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$ 中是总的宏观电场)

「$\vec{E}_{自}=-\frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0R^3}$ → $\vec{E}=\left(1-\frac{n\alpha}{3\varepsilon_0}\right)\vec{E}_{其他}$ → $\chi_e=\frac{n\alpha/\varepsilon_0}{1-n\alpha/3\varepsilon_0}$」 $\alpha=\frac{3\varepsilon_0}{n}\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+2}$ (最适合气体, $\varepsilon_r\approx1$ 回到原式)

对于极性分子 $\vec{p_0}$「分子在电场中势能 $U=-\vec{p_0}\cdot\vec{E}$, 按玻耳兹曼分布, 分子有能量 u 的概率 $\propto\mathrm{e}^{-u\beta}$,

故平均能量 $\langle u\rangle=\frac{\int_{-pE}^{pE}u\,\mathrm{e}^{-u\beta}\,\mathrm{d}u}{\int_{-pE}^{pE}\mathrm{e}^{-u\beta}\,\mathrm{d}u}=k_BT-p_0E\coth\left(\frac{p_0E}{k_BT}\right)$, $\vec{P}=n\langle p_0\cos\theta\rangle\vec{e_E}=n(-\langle u\rangle)\frac{\vec{e_E}}{E}$, 高温弱场下

$\coth x-\frac{1}{x}\approx\frac{x}{3}$」 Langevin 朗之万方程 $\chi_e=\frac{np_0^2}{3\varepsilon_0k_BT}$ → 实验分别测定气体的两类极化 $\chi_e\approx\frac{n}{\varepsilon_0}\left(\alpha+\frac{p_0^2}{3k_BT}\right)$

介电常量

$\vec{E}_0$ → $\vec{P}_0=\varepsilon_0\chi_eE_0$ → σ_e' → $\vec{E}_1'=-\frac{\chi_e}{3}\vec{E}_0$ → $\vec{P}_1=\varepsilon_0\chi_eE_1$ → $\vec{E}_2'=-\frac{\chi_e}{3}\vec{E}_1$ → … 求级数和 $\vec{E}=\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{\chi_e}{3}\right)^nE_0$

↓ 引入 $\vec{D}$ 可避免无限递推地求总电场

「$\oiint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}(q_0+q')_{(S内)}$, 联立 $\vec{P}$ 的高斯定理消去 q'」 → $\oiint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=q_{0(S内)}$

electric displacement dielectric constant / electric permittivity
电位移矢量 / 电感应强度 $\vec{D}\equiv\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon_0(1+\chi_e)\vec{E}\equiv\varepsilon\vec{E}$, 介质的 介电常量 / 电容率 $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$

例 介质中的点电荷 $\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{q}{r^2}\vec{e_r}=k_e\frac{q/\varepsilon_r}{r^2}\vec{e_r}$ (介质能部分屏蔽, 导体则完全抵消)

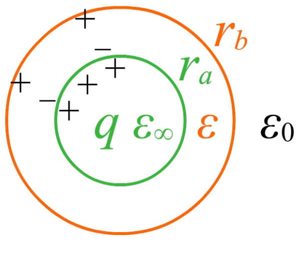
vacuum relative
真空介电常量 $\varepsilon_0=(\mu_0c^2)^{-1}\approx8.85\times10^{-12}$ F/m 相对介电常量 $\varepsilon_r=1+\chi_e$, 20°C 下 $\varepsilon_{r,空气}\approx1.0005$ $\varepsilon_{r,水}\approx80$

「$\vec{E}_0$ 和 $\vec{D}$ 散度相同, 若旋度也相同, 即 $\nabla\times\vec{D}=0+\nabla\times\vec{P}$ 为零的话」→ $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}_0$ → $\vec{E}=\vec{E}_0/\varepsilon_r$ → $C=\varepsilon_rC_0$

注 不能认为 $\vec{D}$ 和 q' 无关, 上式成立的条件: 均匀电介质充满电场所在空间, 或表面沿等势面填充

例 带电导体球外包裹一层电介质壳, 球内 $\vec{E},\vec{P},\vec{D}=0$, 球外 $\vec{D}_{r>a}=\frac{q}{4\pi r^2}\vec{e_r}$ →

$\vec{E}_{a\sim b}=\vec{D}/\varepsilon$, $\vec{E}_{r>b}=\vec{D}/\varepsilon_0$, $\vec{P}=\varepsilon_0\chi_e\vec{E}$, $\rho_e=0$, $\sigma_e=P_n$



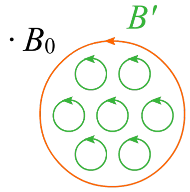
记 $k=\frac{1-\varepsilon_r^{-1}}{4\pi}$, 内表面 $\sigma_e=-k\frac{q}{a^2}$ 外表面 $\sigma_e=k\frac{q}{b^2}$ 总感应电荷 $\sigma_e'=\frac{\chi_e}{\varepsilon_r}q$

$W_e=\frac{1}{2}\int ED\,\mathrm{d}V=\left(\frac{q}{4\pi}\right)^2\frac{4\pi}{2}\left(\varepsilon^{-1}\int_a^b+\varepsilon_0^{-1}\int_b^\infty\right)\frac{r^2\,\mathrm{d}r}{r^4}=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a}+\frac{\chi_e}{b}\right)$

磁介质

Ampère molecular current hypothesis　　　　magnetization current

$\boxed{\text{安培分子电流假说}}$ 分子环流定向排列形成宏观 $\boxed{\text{磁化电流 / 束缚电流}}$ (无热效应)



magnetizing current　magnetizing field　　magnetic medium　　magnetized

外加 $\boxed{\text{励磁电流}}$ 产生 $\boxed{\text{磁化场}}$ $\vec{B}_0$ 将 $\boxed{\text{磁介质}}$ (如铁芯) $\boxed{\text{磁化}}$

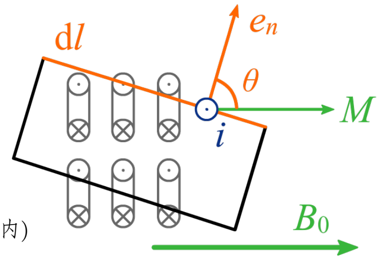
被磁化后 $\vec{B}'$ 与 $\vec{B}_0$ 同向, 故铁芯能使线圈的磁通增加

magnetization

① 环流观点: 定义 $\boxed{\text{磁化强度}}$ $\vec{M}\equiv\dfrac{\vec{m}_{\text{分子}}}{\mathrm{d}V}=nI\vec{S}$ A/m, 环流体密度 $n=\dfrac{N}{V}$ $\left[I_{\text{剩}}=InS\,\mathrm{d}l\sin\theta=\vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}\right]$

magnetization current density

$\oint_L\vec{M}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=I'_{(L\text{内})}$ → $\boxed{\text{磁化电流密度}}$ $\vec{j}'=\nabla\times\vec{M}$



→ $I_{\text{剩}}$ 仅存在于界面或自由电流附近, 均匀磁化 $\vec{j}'=0$

$\boxed{\text{面磁化电流密度}}$ $\vec{i}'=\dfrac{I_{\text{剩}}}{\mathrm{d}l}=\vec{M}\times\vec{e}_n\equiv M_t$　　总磁场 $\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'$

$\left[\oint_L\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\mu_0(I_0+I')_{(L\text{内})}\right.$, 联立 $\vec{M}$ 的环路定理消去 $\left.I'\right]$ → $\oint_L\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=I_{0(L\text{内})}$

vacuum permeability

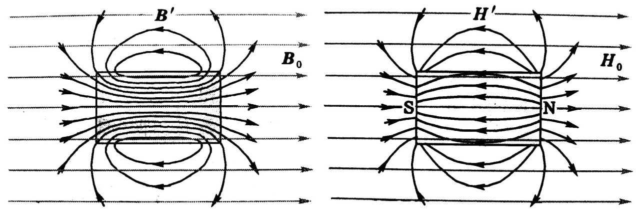
辅助矢量 $\boxed{\text{磁场强度}}$ $\vec{H}\equiv\mu_0^{-1}\vec{B}-\vec{M}$ $\boxed{\text{真空磁导率}}$ $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ N/A²=H/m

[$\vec{B}_0$ 和 $\vec{H}$ 旋度相同, 若散度也相同, 即 $\nabla\cdot\vec{H}=0-\nabla\cdot\vec{M}$ 为零的话] → 若充满磁介质, $\vec{H}=\mu_0^{-1}\vec{B}_0$,

$\vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M})=B_0+\mu_0M$ (即使是线性介质, 分界面处 $\vec{M}$ 的散度可以为无穷大) 泊松方程 $\nabla^2\varphi_m=\nabla\cdot\vec{M}$

magnetic polarization intensity

② 磁荷观点: 定义 $\boxed{\text{磁极化强度}}$ $\vec{P}_m\equiv\dfrac{\vec{p}_{m\text{分子}}}{\mathrm{d}V}$ Wb/m²



demagnetization field

$\boxed{\text{退磁场}}$ σ_m' 产生的 H', 总 $\vec{H}=\vec{H}_0-\vec{H}'$, $\vec{P}_m=\chi_m\mu_0\vec{H}$

辅助矢量 $\boxed{\text{磁感应强度}}$ $\vec{B}=\mu_0\vec{H}+\vec{P}_m=\mu_0(1+\chi_m)\vec{H}\equiv\mu\vec{H}$

magnetic susceptibility　　magnetic permeability

$\boxed{\text{磁化率}}$ χ_m , 量纲为 1 $\boxed{\text{磁导率}}$ $\mu=\mu_r\mu_0$ $\boxed{\text{相对磁导率}}$ $\mu_r=1+\chi_m$, $\chi_{m,\text{铁}}\approx10^5$, $\chi_{m,\text{铝}}\approx10^{-5}$, $\chi_{m,\text{铜,水}}\approx-10^{-5}$

③ 两种观点计算结果相同, 联系 (各向同性线性介质) $\vec{P}_m=\mu_0\vec{M}$, $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$ → $\vec{j}'=\chi_m\vec{j}_0$

例 均匀磁化介质球的磁场, 取 $\vec{e}_z$ 与 $\vec{M}$ 同向, 体内电流 $\vec{j}'=\nabla\times\vec{M}=0$,

表面束缚电流 $\vec{i}'=\vec{M}\times\vec{e}_n=M\sin\theta\,\vec{e}_\phi$, 形同均匀带电旋转球壳 $\vec{i}=\sigma_e\vec{v}=\sigma_e\omega R\sin\theta\,\vec{e}_\phi$

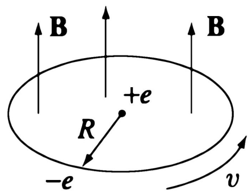
故球内为均匀磁场 $\vec{B}=\frac{2}{3}\mu_0\vec{M}$, 球外同纯磁偶极子 $\vec{m}=\vec{M}V$

注 无自由电流的静磁问题可直接从无自由电荷静电问题类比 $\vec{D}\to\vec{B}$, $\varepsilon_0\vec{E}\to\mu_0\vec{H}$, $\vec{P}\to\mu_0\vec{M}$

效应

paramagnetic substance

$\boxed{\text{弱磁质}}$ $B'\ll B_0$, 同向为 $\boxed{\text{顺磁质}}$ 源于力矩将磁偶极子拽向平行于外场方向, 因电子一般成对自旋反平行排列, 故通常出现在奇数电子的原子或分子中 (铜, 氢是例外)



diamagnetic substance

反向为 $\boxed{\text{抗磁质}}$ (定性解释) 源于诱导轨道磁矩和磁场方向相反

最弱, 只能在没有顺磁性的偶数电子的原子中才能观察到

ferromagnetic substance　hysteresis loop

$\boxed{\text{强磁质}}$ $B'\gg B_0$, 自旋平行的为 $\boxed{\text{铁磁质}}$, 有 $\boxed{\text{磁滞回线}}$ $\vec{M}\not\propto\vec{H}$

hysteresis loss

$\boxed{\text{磁滞损耗}}$ 因磁滞消耗的能量, $W=\oint H\,\mathrm{d}B=$ 磁滞回线包围面积

coercive force

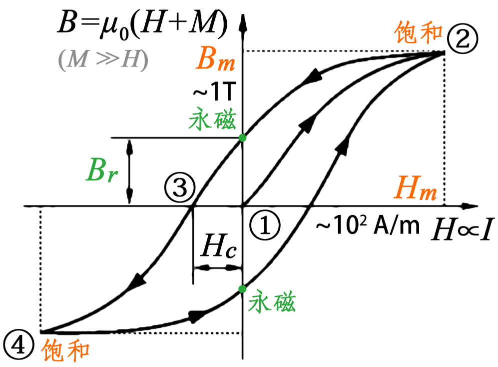
$\boxed{\text{矫顽力}}$ H_C 使介质完全退磁所需反向磁化场大小, 小的叫

soft magnetic material　　　　　　hard magnetic material

$\boxed{\text{软磁材料}}$ (纯铁, 铁氧体 ~1 A/m) 大的叫 $\boxed{\text{硬磁材料}}$, 即

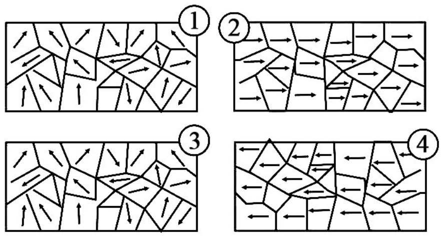
permanent magnet

$\boxed{\text{永磁体}}$ (钕铁硼合金 ~$10^{4\sim6}$ A/m)



magnetic domain

磁畴 无外磁场铁磁质中，自旋磁矩的小范围自发磁化区（μm ~ mm）



Curie point

居里点 铁磁顺磁相变点，高于此温度磁畴瓦解（铁 770°C 钴 1131°C）

小磁针会因相吸同向排列，但真正导致铁磁性的是量子的交换力

antiferromagnetism　ferrimagnetisium

自旋反平行，且磁矩等强为 反铁磁性（FeO），不等强为 亚铁磁性（Fe_3O_4）〈凝态〉

magnetic material with rectangular hysteresis loop　gyromagnetic material

矩磁材料 磁滞回线接近矩形，适合做信息存取 旋磁材料 微波技术中用于抑制反射波

magnetostriction

磁致伸缩 铁磁质磁畴磁化方向改变引起晶格间距改变（~10^{-5}）

ferroelectrics

铁电体 $\vec{P},\vec{E}$ 间有电滞效应，类似磁滞，有很强的极化和压电效应（如石英，酒石酸钾钠，钛酸钡）

electret

驻极体 在极化后能将极化冻结起来，类似永磁体（如石蜡）

piezoelectric effect

压电效应 晶体发生机械形变时会极化，在相对两面产生异号极化电荷 → 话筒，晶体振荡器

逆压电效应 晶体上加电场会发生机械形变 → 耳机，超声波发生

magnetostatic shielding

静磁屏蔽 用高磁导率的铁磁材料做成屏蔽罩以屏蔽外磁场（效果不如静电屏蔽，可采用多层铁壳屏蔽）

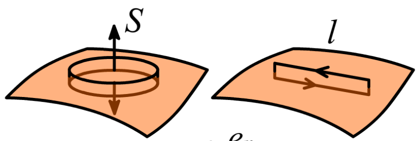
理想导体 内部磁场恒定 $\partial_t\vec{B}=-\nabla\times\vec{E}=0$，通过理想导体回路的磁通量恒定「$\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t}=-\oint\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$」

superconductor　Meissner effect

超导体 除电导无穷外还有 迈斯纳效应 / 完全抗磁性 内部 $\vec{B}\equiv0$，$\chi_m=-1$〈凝态〉

超导体电流只存在于表面「$\vec{j}=\mu_0^{-1}\nabla\times\vec{B}-0=0$」

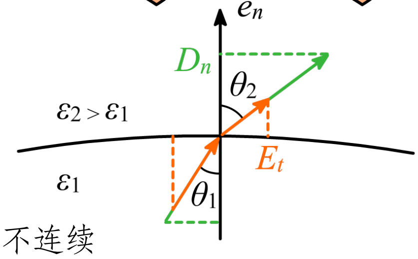
边界条件



$\vec{E}$ 线终止于电荷，$\vec{D}$ 线终止于自由电荷，介质分界面上各分量的连续性：

若无自由电荷，$\oiint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=(D_{2n}-D_{1n})S=0$，$\oint_L\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=(E_{2t}-E_{1t})l=0$

若无传导电流，$\oiint_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=(B_{2n}-B_{1n})S=0$，$\oint_L\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=(H_{2t}-H_{1t})l=0$



$D=\varepsilon E$ → 电场线折射 $\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}=\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$，$B=\mu H$ → 磁感应线折射 $\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}=\frac{\mu_1}{\mu_2}$

与光线相反（电介质凸透镜会使电场线发散）

有自由电荷 $\Delta D_n=q_0/S=\sigma_0$，电势在边界连续，电势的梯度继承了 E_n 的不连续

有传导电流 $\Delta H_t=I_0/l=i_0$，磁矢势在边界连续，矢势的旋度继承 B_t 的不连续（矢势散度取决于规范）

全电流

（麦克斯韦 1861）$\nabla\cdot(\nabla\times\vec{H})=\nabla\cdot\vec{j}$，等式左边须为零，但对非稳恒电流 $\vec{j}$ 并非无散

「$\nabla\cdot\vec{j}_0=-\partial_t\rho_0=-\partial_t(\nabla\cdot\vec{D})=-\nabla\cdot(\partial_t\vec{D})$ 把它和 $\vec{j}_0$ 合一起可消除散度」非静磁下 $\nabla\times\vec{H}=\vec{j}_0+\partial_t\vec{D}$

displacement current

称新增项为 位移电流密度 $\vec{j}_D\equiv\partial_t\vec{D}$，包括了 $\mu_0^{-1}\nabla\times\vec{B}=\vec{j}_0+\nabla\times\vec{M}+\partial_t\vec{P}+\varepsilon_0\partial_t\vec{E}$ 中的最后两项

conducting current　total current

加上 传导电流 $\vec{j}_0$ 称为 全电流 $\vec{j}=\vec{j}_0+\vec{j}_D$ 在所有情况下连续

麦方程

Linear **I**sotropic **H**omogeneous　constitutive relations

对于 线性各向同性均匀介质，结构方程 $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$，$\vec{B}=\mu\vec{H}$，欧姆定律 $\vec{j}_0=\sigma\vec{E}$

麦方程组	积分形式（强调散度旋度）	微分形式（场由电荷电流产生）	边界条件
电高斯	$\oiint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=q_0$	$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_0$	$\Delta D_n=\sigma_0$
非静电环路	$\oint_L\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\iint\partial_t\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$	$\nabla\times\vec{E}+\partial_t\vec{B}=0-\vec{j}_m$	$\Delta E_t=0$
磁高斯	$\oiint_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$	$\nabla\cdot\vec{B}=0+\rho_m$	$\Delta B_n=0$
非静磁环路	$\oint_L\vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=I_0+\iint\partial_t\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$	$\nabla\times\vec{H}-\partial_t\vec{D}=\vec{j}_0$	$\Delta H_t=\vec{i}_0$

Maxwell equations
麦克斯韦方程组 (1864) (绿色为若存在磁单极子) 以及洛伦兹力公式 $\vec{F}=q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})+q_m(\vec{H}-\vec{v}\times\vec{D})$ 构成电动力学基本方程 (连续性方程 $\nabla\cdot\vec{j}=-\partial_t\rho_e$, $\nabla\cdot\vec{j_m}=-\partial_t\rho_m$ 可以推出来) (对于微分形式还需边界条件才能定解) 加上牛二律, 构成完整的带电粒子和电磁场相互作用的经典描述

电磁波

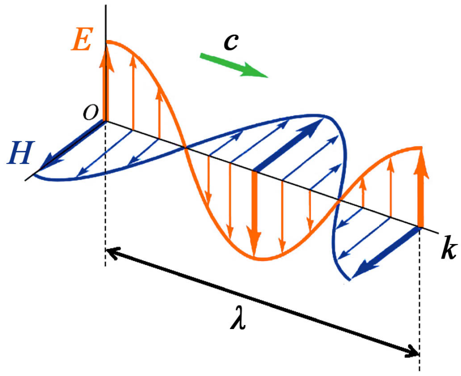
在 ρ_e 和 $\vec{j}=0$ 的空间, 电磁波能够独立存在, 并以 v_p 传播 (赫兹 1888 实验证实)

对 $\nabla\times\vec{E}=-\partial_t\vec{B}$ 两边取 $\nabla\times$, 左边 $\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}=-\nabla^2\vec{E}$, 右边 $-\partial_t(\nabla\times\vec{B})=-\mu\varepsilon\,\partial_t^2\vec{E}$

得波动方程 $\nabla^2\vec{E}=v_p^{-2}\,\partial_t^2\vec{E}$, 对 $\vec{H}$ 相同, 基本解是 $\omega\equiv\dfrac{2\pi}{T}$, $k\equiv\dfrac{2\pi}{\lambda}$ 的平面波, 则相速 $v_p=\dfrac{\lambda}{T}=\dfrac{\omega}{k}=\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$

电磁波是横波, 假定 $E_z,H_z=0$, ⟨ 光学 ⟩ 设线偏振 $E_y=0$,

得 $\partial_t H_x,\partial_z H_x=0$, 故只剩 H_y, 有 $\partial_z E_x=-\mu\,\partial_t H_y$, $\partial_z H_y=-\varepsilon\,\partial_t E_x$



解可写作 $E_x(z,t)=E_0\cos(kz-\omega t+\theta)$, $H_y(z,t)=H_0\cos(kz-\omega t+\theta)$

结论 $\vec{E}\vec{H}\vec{k}$ 右手正交, 电场磁场同相位, $\sqrt{\mu}H_0=\sqrt{\varepsilon}E_0\to E_0=ZH_0$

由折射率定义 $n=\dfrac{c}{v_p}$ 知 $n=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}\overset{\text{非铁磁}}{\approx}\sqrt{\varepsilon_r}$ (需测光频下的 ε)

wave impedance　　characteristic impedance of vacuum
波阻抗 $Z\equiv\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}$, 自由空间的 真空特征阻抗 $Z_0\approx Z\,|n|\approx377\ \Omega$

能流

由 洛伦兹力 (体) 密度 $\vec{f}=\rho_e\vec{E}+\vec{j}\times\vec{B}$, 得电磁场做功的 功率密度 $P_{机}=\vec{f}\cdot\vec{v}\xlongequal{\text{磁力不做功}}\rho_e\vec{E}\cdot\vec{v}=\vec{E}\cdot\vec{j}$

用非静磁环路换掉 $\vec{j}$ 得 $P_{机}=\vec{E}\cdot\nabla\times\vec{H}-\vec{E}\cdot\partial_t\vec{D}$, 矢分公式 $\vec{E}\cdot\nabla\times\vec{H}=-\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})+\vec{H}\cdot(\nabla\times\vec{E})$, 用非静电环路换 $\nabla\times\vec{E}=-\partial_t\vec{B}$ 最终得 $P_{机}=-\nabla\cdot(\vec{E}\times\vec{H})-(\vec{E}\cdot\partial_t\vec{D}+\vec{H}\cdot\partial_t\vec{B})\equiv-\nabla\cdot\vec{S}-\partial_t w$

对于线性介质「全微分的一半」电磁场的 能量密度 为 $w=\frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D}+\vec{H}\cdot\vec{B})=w_e+w_m$

电磁场总能量 $W=\frac{1}{2}\iiint_\infty(\vec{E}\cdot\vec{D}+\vec{H}\cdot\vec{B})\,\mathrm{d}V=\frac{1}{2}\iiint_\infty(\rho\varphi+\vec{j}\cdot\vec{A})\,\mathrm{d}V$

(前者认为能量存储在电场里, 后者认为能量存储在电荷里, 两者结果相等, 一般不认为后者是能量密度)

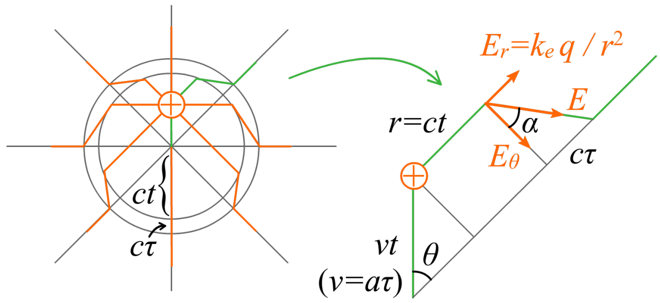
记 $P_{机}=\partial_t w_{机}$ 为机械能量密度, 有 能量守恒公式 $\partial_t(w_{机}+w)=-\nabla\cdot\vec{S}$

例 用电阻线连接正负电荷, 电流产生 $\vec{B}$, $\vec{E}\times\vec{B}$ 垂直指向电阻, 即电磁能是从侧面空间输入电阻的

Poynting vector / energy-flux density
坡印廷矢量 / 能流密度矢量 $\vec{S}\equiv\vec{E}\times\vec{H}$

其大小 $S=\frac{1}{Z}E^2$ $\mathrm{W/m^2}$, 对于电磁波 $S=wv_p$

light intensity
光强 $I\equiv\frac{1}{t}\int_t S(t)dt$ $(t\gg T)$ 对于单色平面波 $I=\frac{1}{2Z}E_0^2$



例 非相对论加速带电粒子的辐射(匀速不发射电磁波)

$\left\lceil\tan\alpha=\dfrac{c\tau}{vt\sin\theta}=\dfrac{c}{at\sin\theta}\right\rfloor$ $E_\theta=k_e\dfrac{qa\sin\theta}{c^2r}\to S\propto\dfrac{a^2}{r^2}\sin^2\theta$

对于偶极子, 位移 $\propto\cos\omega t$, 则 $a\propto\omega^2\cos\omega t\to S\propto\omega^4$ ⟨ 电动 ⟩

　momentum density　　light pressure
⟨ 狭相 ⟩ $w=gc\to$ 电磁波的 动量密度 $\vec{g}\equiv\vec{D}\times\vec{B}=\vec{S}/c^2\to$ 光压 (列别捷夫 1900 实验证实)

Maxwell's stress tensor
⟨ 电动 ⟩ 麦克斯韦应力张量 $\overleftrightarrow{T}=\vec{E}\vec{D}+\vec{H}\vec{B}-w\overleftrightarrow{I}$, 牛顿三 $\vec{f}=\nabla\cdot\overleftrightarrow{T}-\partial_t\vec{g}$

momentum current density
记 $\vec{g}_{机}$ 为机械动量 (体) 密度, 有 动量守恒公式 $\partial_t(\vec{g}_{机}+\vec{g})=\nabla\cdot\overleftrightarrow{T}\to$ 动量流密度 $-\overleftrightarrow{T}$