

$$\begin{array}{r} 0111 (7) \\ + 1110 (-2) \\ \hline 10101 (5) \end{array} \quad \text{补码} \quad \begin{array}{r} 0011 (3) \\ + 1000 (-8) \\ \hline 1011 (-5) \end{array}$$

No.

Date

模拟信号随时间连续变换 数字信号随时间断续变化

\* 二进 Binary 八进 Octonary 十进 Decimal 十六进 Hexadecimal 制 system

二进制换十进制:  $\sum K_i 2^i$

十进制换二进制: 整数除2取余由低向高, 小数乘2取整由高向低

反码(补数) 符号位不变, 数值位逐位求反

补码(=补数) 反码数值部分加1

十进制数=二进制编码

有权码: 8421码, 2421码, 5211码

无权码: 余3码, 格雷码(循环码)

八位二进制	数	原码	反码	补码
0000 0000	0	+0	+0	+0
0000 0001	1	+1	+1	+1
0111 1110	126	+126	+126	+126
0111 1111	127	+127	+127	+127
1000 0000	128	-0	-127	-128
1000 0001	129	-1	-126	-127
1111 1110	254	-126	-1	-2
1111 1111	255	-127	-0	-1

或运算(逻辑加)

$$P = A + B$$

输入系数



$$1 + A = 1 \quad 0 + A = A$$

与运算(逻辑乘)

$$P = A \cdot B = AB$$



$$1 \cdot A = A \quad 0 \cdot A = 0$$

非运算

$$P = \bar{A}$$



与非

$$P = \overline{A \cdot B}$$



或非

$$P = \overline{A + B}$$



异或非

$$P = \overline{AB + CD}$$



异或 相异为真

$$P = A \oplus B = \bar{A}B + A\bar{B}$$



$$A \oplus 1 = \bar{A} \quad A \oplus 0 = A$$

同或 相同为真

$$P = A \odot B = \bar{A}\bar{B} + AB$$



<变换集合>

互补律  $A \cdot \bar{A} = 0 \quad A + \bar{A} = 1$  交换律 结合律 分配律  $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C \quad A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$

吸收律  $A + \bar{A}B = A + B \quad A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B \quad A + A \cdot B = A \quad A(A + B) = A$

重叠律  $A + A = A \quad A \cdot A = A$  包含律  $AB + \bar{A}C + BC(D) = AB + \bar{A}C$

代入规则 在含变量A等式中, 用另一逻辑(布尔)函数F代替所有变量A, 布尔逻辑等式仍成立

对偶规则 在逻辑函数式P中, 实行加乘互换, 0,1互换, 得对偶式P'; 等号两边对偶变换仍成立;  $(P')' = P$

反演规则 加乘互换, 0,1互换, 原反互换(只变最底层变量, 大非号不变), 得反函数(反式)  $\bar{P}$ , 与德摩根结果相等  
与或型逻辑式化简 ①与项最少 ②每一与项变量最少 ③最简式不唯一, 但简化程度一样 或与作对偶

最小项 ①全部n个变量, 各出现一次, 逻辑乘 ②原变量视1, 反变量视0, 按高低位排列, 换成十进制作下标  $m_i$  ③一个为1, 其余全0

最大项 ①同上, 逻辑和 ②原变量视1, 反变量视0, 按高低位排列, 换成十进制作下标  $M_i$  ③一个为0, 其余全1 \* ①  $M_i = \bar{m}_i$  ②  $\sum m_i$  与  $\prod M_i$  互为对偶式

完全定义的逻辑函数 各最小项不在F中就在F中

标准与或表达式/最小项表达式/与或标准型 全部由最小项构成的与或型逻辑式, 唯一

## 卡诺图

逻辑相邻 仅有一个变量互为反变量, 逻辑相邻的最小项排列形成循环码

卡诺图 几何相邻的最小项逻辑相邻

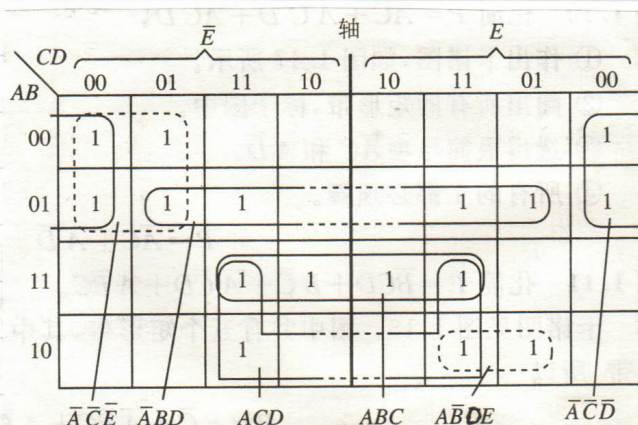
化简 画最大的  $2^i$  矩形, 圈完所有 1, 注意冗余项, 五变量卡诺图对折也相邻

F 取值只和一部分最小项有关, 约束/任意/无关/不管项  $\times/\phi/d$  可任意取

约束方程  $\sum m_j = \sum d(i, \dots) = 0$   $F = \sum m(i, \dots) + \sum d(i, \dots)$

多输出逻辑函数 同一输入, 多个输出, 尽可能多公共项 (总体最简, 单项不一定最简)

CD \ AB	00	01	11	10
00	0000 0	0001 1	0011 3	0010 2
01	0100 4	0101 5	0111 7	0110 6
11	1100 12	1101 13	1111 15	1110 14
10	1000 8	1001 9	1011 11	1010 10



## 逻辑门

circuit wire gate

线路 连线 加 门

Boolean function

布尔函数

decision problem

判定问题

「使用连线, 辅助比特, 扇出, 与非门可模拟与, 异或, 非门」通用门 任意布尔函数可以用与非门的复合来实现

「异或门不改变奇偶性」异或门即使加上非门也不是通用门

half-adder

半加器

## 数字电路

## 触发器

## 时序电路

## 信息学

Turing machine tape

图灵机 ① 带子: 一维无限长方格, 每个方格上有符号, 符号来自一个有限的字母表, 例如  $\{0, 1, - (\text{空白})\}$

① 处理器: 有限状态控制器, 状态记为  $q_1 \sim q_m$ , 另有  $q_s$  表示开始,  $q_h$  表示 **停机状态** (halting state)

② 内存: 提供离带暂存, 足够大 ③ 读写头: 每次只能看到并修改一格

④ 程序: 有限多个具有  $(q, x; q', x'; s)$  形式的程序行 (一种程序对应一种图灵机)



图灵机从  $q_s$  开始, 读带子的初始格子  $x_0$ , 在程序中找  $(q_s, x_0; \dots)$ , 然后机器内部状态变  $q'$ , 修改带子为  $x'$ , 读写头按  $s=\pm 1, 0$  左右移或不动, 以后每个机器周期重复此事, 直到找不到程序行, 状态变  $q_h$

**例** TODO 需图灵机例子

Church-Turing thesis

**邱奇-图灵论题** 能由自然算法计算的函数都可由图灵机计算

(意义: 将模糊的直观概念和精确数学定义相联系) (量子机也服从, 区别是效率可能比经典高)

**图灵数** 每个单带图灵机  $M$  可唯一分配一对应的数  $T_M$  「每个正整数有唯一素因子分解」

Universal Turing Machine

**通用图灵机** 输入  $T_M$  加空格加  $x$ , 输出  $M$  对  $x$  的结果  $\rightarrow$  能模拟任何其它图灵机  $M$

1936 图灵证明存在通用图灵机, 标志现代计算机科学形成

undecidability

**不可判定性** 不存在能判定一切数学问题的算法 (例如两拓扑空间是否同胚是不可判定问题)

halting problem

**停机问题** 具有图灵数  $T_M=x$  的图灵机对输入  $x$  能否停机? 假设存在算法  $h(x)=1$  停  $=0$  不停, 则存在算法  $t(x):= \text{if } h(x)=0 \text{ then 停机 else 死循环}$ , 记  $t(x)$  这个程序的图灵数是  $T$ , 则当且仅当  $h(T)=0$  时  $h(T)=1$ , 矛盾

Moore's law

**摩尔定律** 计算机硬件能力约 18 个月增长一倍

efficient / tractable / feasible

**有效 / 可解 / 可行** 解决问题所需时间是问题规模的多项式

经典机可以模拟量子机, 但似乎无有效方式去模拟

strong Church-Turing thesis

**强邱奇-图灵论题** 任何算法过程都可以用图灵机(后改为概率图灵机) 进行有效模拟

(经典通讯概述在书 1.6.1)

information source

Shannon entropy

**信源** 随机变量  $X$ , 发出状态  $j$  的概率是  $p_j$  **香农熵**  $H(X) = -\sum_j p_j \lg(p_j)$

Shannon's noiseless channel coding theorem

**香农无噪声编码定理** 定量给出用于存储从信源发出信息所需物理资源, 比特数少于香农熵将导致高误码率

**纠错码** 给信息引入足够多的冗余, 以便被部分污染后仍能恢复信息

Shannon's noisy channel coding theorem

**香农有噪声编码定理** 定量给出有噪声信道能可靠传送信息的量, 纠错码可保护信息, 有上限

channel capacity

**信道 容量**

对称密码 AES, Grover 算法可加速, 换用更长的密钥可解决

非对称密码, RSA, 密钥分发, 使用广泛, Shor 算法构成威胁

Rivest Shamir Adleman

**RSA 公钥系统**

public key

private key

**公钥** 所有人都可用它加密 **私钥** 有私钥才可解密, 安全性建立在分解质因数困难上

---

## 布尔函数

---

## 计算模型

---

## 计算复杂度

---

PSPACE

**P 空间** 使用有限的空间资源可以求解 (时间资源不限) (PSPACE 包含 P 和 NP 也是未被证明的)

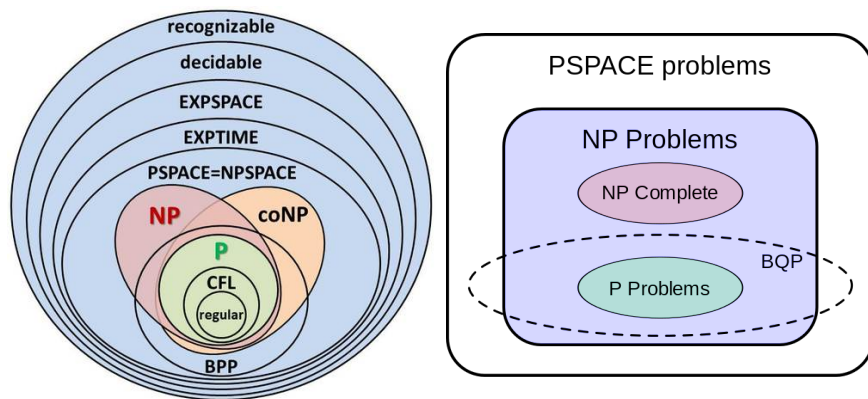
complexity class P

**P 类** 问题可以在经典机上在多项式时间内求解 (目前还不知道求质因子的经典有效算法)

Non-deterministic Polynomial

**NP 类** 给一个候选答案, 可以在经典机上在多项式时间内验证它是不是解 (例: 某数的质因子是多少?)

**推论**  $P \subseteq NP$  (P 是否等于 NP 是世纪难题)



**coNP** 给一个候选非答案, 验证之, NP 的语言 (Language) 的补集

NP-hard

**NP 困难** 复杂度至少是 NP, 只要有一个 NPH 找到 P 解, 则将推出所有 NP 都是 P

NP-complete

**NP 完全** 既是 NPH 又是 NP 问题 (NP 中最难的问题) (若  $P \neq NP$ , 则所有 NPC 都不是 P)

(目前也不知道质因子分解是不是 NPC, 如果是的话就说明量子机可以解决所有 NP 了)

Hamilton cycle

**哈密顿圈问题** 遍历一次所有顶点, 图是否含 HC 是 NPC (欧拉圈问题 (遍历一次所有边) 却很简单)

Traveling Salesman Problem

**旅行商问题** 是否存在经过所有城市距离小于给定数的旅行路线

reduction

HC 到 TSP 的 **归约** 相连城市距离定 1, 不连为 2, 则距离小于  $n+1$  就是 HC **性质** 归约有传递性

Circuit SATisfiability

**线路满足性** 给定与或非门组成的布尔线路, 是否存在一组输入使输出为 1 **库克定理** CSAT 是 NPC

Cook-Levin

用途: 证明一个问题是 NPC, 可证明问题 NP, 然后 CSAT 可归约到它

**例** SAT 问题(CSAT 的布尔函数版) 是 NPC \* 3SAT 问题 NPC, 2SAT 问题居然是 P

time hierarchy theorem

space hierarchy theorem

**EXP** 指数时间 **L** 对数空间 **时间层次定理**  $P \subset EXP$  **空间层次定理**  $L \subset PSPACE$

$L \subset P \subset NP \subset PSPACE \subset EXP$  (至少有一个应是严格的, 但还不知道是哪个)

Merlin-Athur

**MA**

Bound-error Probabilistic Polynomial time

**BPP 类** 允许有限的误差概率后, 可以在多项式时间内求解

Chernoff bound

**界**

TODO: 见选课笔记

Bounded error Quantum Polynomial

**BQP** 允许有限的误差概率后, 量子机可以在多项式时间内求解

(已知  $P \leq BQP \leq PSPACE$ , 然而并未证明  $P < PSPACE$ , 如果不等, 才能说明量子机比经典机强)

QMA

**QMA**

## 基本实验

施特恩-格拉赫实验 (量子)

which way

**哪条路实验**

**延迟选择实验** 延迟和非延迟的实验结果相同

**多粒子干涉**

standard quantum limit

**标准量子极限**

BAE

**回避反作用实验**

QND

**量子非破坏性实验**

## 贝尔定理

Einstein-Podolsky-Rosen paradox

**EPR 佯谬** 即使在空间上分离得很远的纠缠对, 测量其中一个也会立即导致另一个坍缩

① 量子力学认为未被观察的粒子尚不具有物理性质的测量值  $\rightarrow$  导致存在超距的扰动作用

hidden variable

② 本来是有确定值的, 量子力学理论不完备, 存在某个隐藏物理量 (**隐变量**), 引入它就可以在测量前准确预测物理性质的值

贝尔不等式不成立, 定域性和实在性必须放弃至少一个

locality

**定域性** 物体只能被其紧接的周围所直接影响

realism

**实在性** 物理性质独立于观测值而存在

记  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \langle 0, 0 | \hat{\sigma}_a \hat{\sigma}_b | 0, 0 \rangle \xrightarrow{\text{根据量子力学}} -\cos(\vec{a} \wedge \vec{b})$

**贝尔不等式** 2 个处于自旋单态的粒子, 在 3 个方向测自旋关联  $|\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle - \langle \vec{a}, \vec{c} \rangle| - \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle \leq 1$ , 可以画  $|\cos\theta - \cos\theta| + \cos\theta$  图像, 在两端会超过 1 (图见程檀生 P123)

**CHSH 不等式** 2 个处于自旋单态的粒子, 在 4 个方向测自旋关联  $|\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle + \langle \vec{a}, \vec{c} \rangle + \langle \vec{a}', \vec{b} \rangle - \langle \vec{a}', \vec{c} \rangle| \leq 2$ , 可以画  $|3\cos\theta - \cos 3\theta|$  图像

**GHZ 定理** 对于 3 粒子纠缠态, 存在一组对易可观测量, 直接确定地(而不是统计地)给出与经典不相容的结果

## 量子信息

在原子阱技术前, 人类尚无法单独访问单个量子系统 (此前都是对批量样本总体控制, 加速器中的单量子没操作性)

qubit

任何双态量子体系都可称为一个 **量子比特**, 状态  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \xrightarrow[\text{取}\alpha\text{为实}]{\text{归一}} \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$

二维复向量空间中单位向量  $\rightarrow$  布洛赫球面

不进行测量, 则隐含大量信息, 且随比特数指数上升,  $n$  量子比特的状态需  $2^n$  个复数

(通讯概述在书 1.6.1.2)

information source

von Neumann entropy

**信源** 发出状态  $|\psi_j\rangle$  的概率是  $p_j$  **冯诺伊曼熵**  $S(\hat{\rho}) = -\text{tr}(\hat{\rho} \ln \hat{\rho}) = -\sum_j \lambda_j \ln(\lambda_j)$

fidelity

**保真度**

Schumacher's noiseless channel coding theorem

**舒马赫无噪声编码定理** 定量给出能以接近 1 保真度恢复在信源约束下量子数据压缩所需物理资源

冯纽曼熵  $\leq$  香农熵, 仅当  $|\psi_j\rangle$  正交时取等

**定理** 非正交的量子态不能可靠区分(以概率 1 得不同结果) (否则就可以利用纠缠对超光速通讯了)

[设存在测量  $E_i, i=1, 2$  使  $\langle \psi_i | E_i | \psi_i \rangle = 1$ , 由测量算符完备, 有  $\sum_i \langle \psi_1 | E_i | \psi_1 \rangle = 1$ , 从而  $\langle \psi_1 | E_2 | \psi_1 \rangle = 1 - 1 = 0$  然而  $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle$  并非正交, 与  $\langle \psi_2 | E_2 | \psi_2 \rangle = 1$  矛盾]

**例** 要区分  $|\psi_1\rangle = |0\rangle, |\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ , 靠投影测量有概率误判, 用 POVM 测量可不误判(代价是有概率不能区分):

$$E_1 = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} |1\rangle\langle 1|, E_2 = \frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} \frac{1}{2}(|0\rangle - |1\rangle)(\langle 0| - \langle 1|), E_3 = I - E_1 - E_2$$

测得 1 必为  $\psi_2$ , 测得 2 必为  $\psi_1$ , 测得 3 无法判断 (Q: 实验如何实现?)

quantum money

**量子钞** 银行在发行的钞票上印上经典序列号和非正交量子比特序列, 只有银行保存这两者匹配的列表, (可信赖的) 商家想验证真伪时, 把经典序列号告诉银行, 银行指示商家按哪种基来测量量子比特

superdense coding

**超密编码** Alice 和 Bob 分别持 EPR 对中的一个, Alice 想把 2 比特信息传给 Bob, 若  $|00\rangle$  不动, 若  $|01\rangle$

做  $X$  门, 若  $|10\rangle$  做  $Z$  门, 若  $|11\rangle$  做  $ZX=iY$ , 然后把她手中的量子比特传给 Bob, Bob 做贝尔基测量即可

## 量子门

quantum gate

**量子门** 么正性是唯一的要求, 故总可逆 (任意  $2 \times 2$  么正矩阵可分解为  $\langle$  线路  $\rangle$ )

单量子比特门:

Pauli gate

**泡利门**  $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  (量子非门, 交换幅度),  $Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ ,  $Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Hadamard gate

**哈达玛门**  $H = \frac{X+Z}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ , 即  $\begin{matrix} |0\rangle \rightarrow |x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \\ |1\rangle \rightarrow |\bar{x}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \end{matrix}$ ,  $H^2 = I$ , (图像: 先绕  $y$  轴转  $90^\circ$ , 再绕  $x$  轴转  $180^\circ$ )

**相位门**  $S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$  ( $Z$  门的根号)  **$\frac{\pi}{8}$  门**  $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{bmatrix} \propto \hat{R}_z(\frac{\pi}{4})$  ( $S$  门的根号)

[对于  $\hat{\sigma}_n^2 = I$  有  $e^{i\hat{\sigma}_n\theta} = I \cos\theta + i\hat{\sigma}_n \sin\theta$ ], 例  $\hat{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} e^{-i\theta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\theta/2} \end{bmatrix}$

**常用** 线路恒等式  $XYX = -Y$ ,  $X\hat{R}_y(\theta)X = \hat{R}_y(-\theta)$

$HXH = Z$ ,  $HYH = -Y$ ,  $HZH = X$ ,  $HTH = \hat{R}_x(\frac{\pi}{4})$

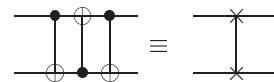
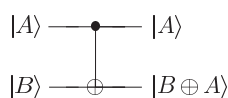
**定理** 任意单量子比特可分解为  $U = e^{i\alpha}\hat{R}_n(\theta) = e^{i\alpha}\hat{R}_z(\beta)\hat{R}_y(\gamma)\hat{R}_z(\delta) \rightarrow e^{i\alpha}AXBXC$

多量子比特门:

Controlled NOT

**受控非门** |控制  $c$ , 目标  $t\rangle \rightarrow |c, t \oplus c\rangle$  (控制比特为 0 则目标比特不变, 为 1 则翻转)

$$U_{CN} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad U_{SW} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H^{\otimes 2} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$



swap

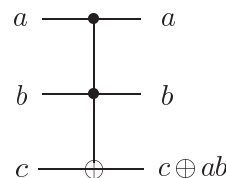
**对换** 3 个 CNOT, 中间的反放  $[|a, b\rangle \rightarrow |a, a \oplus b\rangle \rightarrow |a \oplus (a \oplus b), a \oplus b\rangle = |b, a \oplus b\rangle \rightarrow |b, a\rangle]$

$n$  量子比特上的  $H$  变换:  $H^{\otimes n} = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{a,b} (-1)^{ab} |a\rangle \langle b|$

Toffoli / CCNOT

**控控非门**  $C^2(X)$ , 可逆, 逆是自身, 可实现与  $c=0$ , 非  $a=b=1$ , 与非  $c=1$

→ 故量子机可以做经典计算



用 Toffoli 门就可以构造出可逆的经典计算电路, 完成计算之后, 再把逻辑门按照逆序操作一次, 我们会发现整个计算过程并没有消耗能量。

任意多量子比特门都可用受控非和单量子比特门复合而成 → 通用门 (经典的与非门不可逆)

最早确认的一组是两比特的控制非门和两个正交的单比特逻辑门。

后来 Yaoyun Shi 2002 证明只用 Toffoli 门加上单比特的 Hadamard 门就可以构造出任意的量子电路。

这个结论有可以用下面这句话概括: 量子计算超越经典计算的地方就在于多了单比特的 Hadamard 门, 或者说所有的量子计算算法不过就是经典计算机加上 Hadamard 门。

## 量子线路

initialization operation

rotation superposition

entanglement detection

① 初始化 ② 操作 (经典: 单:NOT, 双:NAND, 量子: 单:旋转 → 叠加, 双:CNOT → 纠缠) ③ 探测

acyclic

**无环** 量子线路不允许回路, 即无反馈 线路不允许汇合, 扇入扇出禁止 (因为操作不可逆)

measurement

**测量** 把单量子比特状态变成(依概率的) 经典比特状态, 经典线路用双线表示



no-cloning theorem

**不可克隆定理** 不可能制作未知量子态的拷贝 「源于量子理论是线性的」 (可以有以概率成功克隆的方法)

「若  $\exists U$  能  $|00\rangle \xrightarrow{U} |00\rangle, |10\rangle \xrightarrow{U} |11\rangle$ , 则对于叠加态  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  有  $|\psi 0\rangle \xrightarrow{U} (\alpha|00\rangle + \beta|11\rangle) \neq |\psi\rangle \otimes |\psi\rangle$ 」  
( $U_{CN}$  可以拷贝经典态)

## 应用举例

Bell state / EPR pair

**贝尔态 / EPR 对** 关联  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle)$ , 反关联  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle)$ , 可由 H 门后 CNOT 制备, 相应列记为  $|\beta_{ab}\rangle$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |00\rangle \\ |01\rangle \\ |10\rangle \\ |11\rangle \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} |00\rangle \\ |01\rangle \\ |10\rangle \\ |11\rangle \end{bmatrix}$$

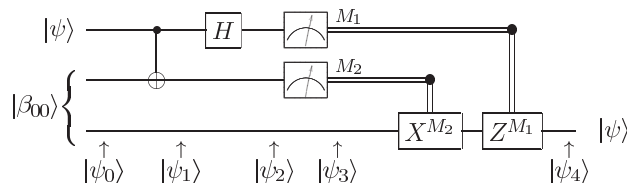
quantum teleportation

**量子传态** 无需量子通信信道就可转移量子态 (必需经典通讯, 故非超光速)

「以 EPR 对  $|\beta_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$  为例, Alice 持有左边那个, Bob 持右边那个, Alice 想把  $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$  传给 Bob, 她把  $|\psi\rangle$  和粒子放一起做贝尔基测量(上方 2 根线), 然后通过经典通讯告诉 Bob 结果(双线), Bob 根据结果做相应操作可恢复  $|\psi\rangle$ : 若  $|00\rangle$  不动, 若  $|01\rangle$  做 X 门, 若  $|10\rangle$  做 Z 门, 若  $|11\rangle$  做 ZX」

$$\begin{aligned} |\psi_0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \lceil (|00\rangle + |11\rangle) \rceil \\ |\psi_1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle \lceil (|00\rangle + |11\rangle) \rceil + \beta|1\rangle \lceil (|10\rangle + |01\rangle) \rceil) \\ |\psi_2\rangle &= \frac{1}{2}(\alpha \lceil (|0\rangle + |1\rangle) \rceil (|00\rangle + |11\rangle) + \beta \lceil (|0\rangle - |1\rangle) \rceil (|10\rangle + |01\rangle)) \end{aligned}$$

→ 「测量导致坍缩, 按前 2 位重新分组」 →



$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2}(|00\rangle \lceil (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \rceil + |01\rangle \lceil (\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) \rceil + |10\rangle \lceil (\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) \rceil + |11\rangle \lceil (\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle) \rceil)$$

意义: 纠缠对是一种静态资源, 消耗一个 EPR 对加 2 经典比特通讯可实现 1 量子比特的传送

当 Alice 测量后, 未传经典消息前, Bob 端是 4 种量子态经典叠加, 可算得其密度矩阵为  $\hat{\rho} = \frac{I}{2}$  不含  $|\psi\rangle$  的信息

Greenberger-Horne-Zeilinger state

**GHZ 态** 3 量子比特的纠缠态  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle) = (|xxx\rangle + |x\bar{x}\bar{x}\rangle + |\bar{x}x\bar{x}\rangle + |\bar{x}\bar{x}x\rangle)$

特点: 任意 2 者一对可确定第 3 者手中的态 → QSS

## 量子计算

quantum computation

**量子计算**

**量子并行** 以两个比特都做 H 变换为例  $H^{\otimes 2}$

(此段在书的 1 章 1.4.2 1.4.4, 先跳过)

discrete logarithm factoring

目前只有 3 类已知优于经典算法的量子算法 ① 量子傅氏变换 (隐含子群问题, 离散对数, 求因子(肖氏算法), Deutsch 问题): 指数加速 ② 量子搜索: 根号加速 ③ 量子模拟: 所需资源随问题规模线性增加

\* 量子搜索可视为一种量子模拟问题的解

quantum counting

**量子计数** 结合了搜索和傅变两者

## 量子傅氏变换

离散傅氏变换是  $N=2^n$  个复数集合  $\{x_j\}$  到  $\{y_k\}$  的变换  $y_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=0}^{N-1} e^{2\pi i j k / N} x_j$

有么正变换  $|j\rangle \xrightarrow{U} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{2\pi i j k / N} |k\rangle$ , 则  $\sum_{j=0}^{N-1} x_j |j\rangle \xrightarrow{U} \sum_{k=0}^{N-1} y_k |k\rangle$

经典的 FFT 花  $N \lg(N) = n 2^n$  步, 量子傅氏变换用  $(\lg N)^2 = n^2$  步, 指数加速, 但计算结果不能直接利用

---

## 量子搜索

已证明, 不能通过"用量子并行搜索所有可能解"这种方法, 来有效求解所有 NP 问题

---

## 量子密码

quantum cryptography

### 量子密码学

---

## 量子纠错

threshold theorem

**阈值定理** 如果量子噪声可降到某阈值以下, 则量子纠错码可继续使它无限下降, 代价是仅增加一点计算复杂度

tomography

**量子态层析** 通过反复制备相同量子态, 以不同方式测量, 建立量子态的完整描述

entanglement distillation

### 纠缠纯化

(量子计算的实现概述在书 1.5.2)

用光子的优点是量子信息的承载高度稳定, 缺点是光子要相互作用必须借助其它物质, 从而增加噪声

ion trap

**离子阱** 用原子存储量子比特, 光子用来操作原子

---

## 参考文献

### 精

Nielsen & Chuang. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge

└ 中译: 赵千川. 量子计算和量子信息 (一: 量子计算部分, 二: 量子信息部分). 清华大学出版社

### 参

Preskill@Caltech 讲义

编者: L<sup>e</sup>P<sub>t</sub>C 笔记项目主页: <http://leptc.github.io/lenote>

Last compiled on 2015/06/30 at 17:40:00