

原子核

P157. π_N 守恒 \langle 量子 \rangle
 (物理) 来 P15.

nucleon
 钻子 中子 \rightarrow 基本粒子 由 $m = \frac{e}{c^2} m_0$ 得 $E = \sqrt{p^2 + m^2 c^2}$ (运动)
 Isotope Data brem strahlung (#23)
 Date

nucleus (复nuclei)

原子核

nucleide mass number

核素 质量数 A
 atomic number 元素 X

电荷态 Z 原子质量单位

atomic mass unit

$$1u = \frac{1}{12} M(^{12}C) = \left[\frac{12 \cdot 129}{12 \cdot N_A} \right] = 1.6605388 \times 10^{-27} \text{ kg} = 931.49403 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

原子序数 Z

中子数 $N = A - Z$ 质量双线法用质谱仪测得质量比很接近的几种组合, 再由质量差精确解出质量

同位素 P 同 中子素 N 同 同量异位素 A 同 同核异能素 m, p, n 都同, 能量状态不同

mirror nuclei

镜像核 Z, N 互换的一对原子核 $A = N \bar{A} = Z \bar{Z}$

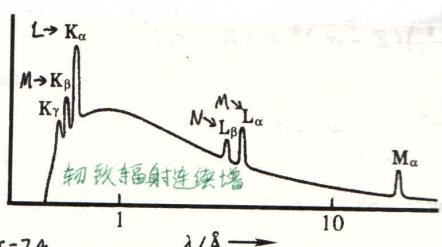
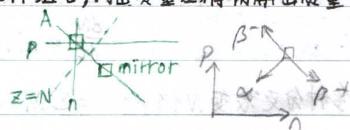
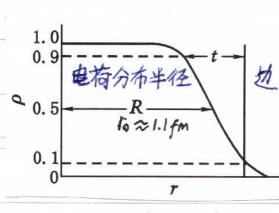
核力作用半径 $R \approx r_0 A^{1/3}$, $r_0 = 1.4 \sim 1.5 \text{ fm}$

高能电子散射 $\lambda = \frac{hc}{P} = \frac{hc}{E^2 - E_0^2} \frac{hc}{E_0 \gg E_0, E_K}$

拟合 $P = \frac{1}{1 + e^{(r-R)/a}}$, $t = 4 h \beta \cdot a$

重核

核物质密度分布尾巴拖得很长



X射线标识谱 阴极射线打阳极靶元素, 电离内层留下空位, 同时减速轫致辐射
 Moseley's law $\sqrt{n} = \sqrt{R \alpha c \left(\frac{1}{m_e} - \frac{1}{m_i} \right)} (Z - \sigma)$, $K_{\alpha} m=1, \sigma=1$, 斜率 $\approx 4.97 \times 10^7$, $L_{\alpha} m=2, \sigma=7.4$

定核 1. $I \leq J$: 子能级的数目 $= 2I+1$ (不分裂 $I=0$)

自旋 2. 子能级 ≥ 3 个: [相互作用能 $E \propto$ 交叉项 $I \cdot J = \frac{1}{2} (F^2 - I^2 - J^2)$] 间距法则 $\Delta E_m : \Delta E_z : \dots = (I+J) : (I+J-1) : \dots$

3. 上述都不行: [谱线相对强度 $\propto (2I+1)$]

核磁共振 波长 $\lambda = \frac{h}{B} = \frac{h}{\mu_0 M_0 H_0}$ 基本 H_0 频率 (核取向振动能, 而非核跃迁)

$$[\text{对称轴上电势 } \psi = \frac{P}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dV}{r} = \frac{P}{4\pi\epsilon_0} \sum_{l=0}^{\infty} \int \frac{r_l^l}{2^l l!} P_l(\cos\theta) dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Ze}{Z_0} + 0 + \frac{e}{2^3 3!} Q + \dots \right)]$$

原子核无电偶极矩, 电四极矩 $Q = \frac{1}{5} \int P(3z^2 - r^2) dV$ [面积] $\frac{1}{5} Z(C^2 - a^2)$

deformation parameter 形变参数 $\epsilon = \frac{C-R}{R}$, R 为同体积球半径得 $a = \frac{R}{\sqrt{1+\epsilon}}$

对称元素附近还有八极形变

原子核守恒 $\pi_N = \frac{1}{2} (-1)^{I_1}$ (只能通过核变测定)

(非核子自由束缚时)奇A核是费米子, 偶A核是玻色子

isospin multiplet

同位旋多重态 A, I^π , T 都同, 仅 T_3 不同的各个态 同位旋相似态 重核的同位旋态由重子之结合能的分数组成

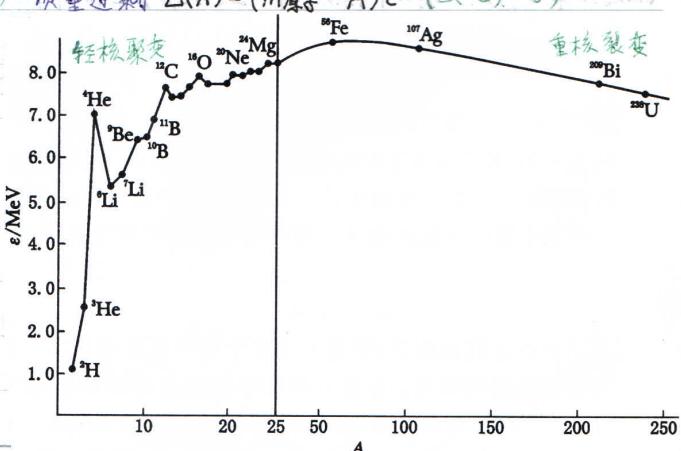
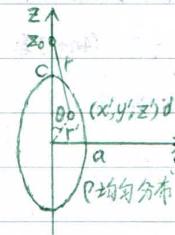
mass defect

质量亏损 $\Delta M(X) = Z m_p + N m_n - m_{\text{原子核}}$ (总 > 0) 质量过剩 $\Delta(X) = (M_{\text{原子}} - A) c^2$ ($\Delta(^{12}C) = 0$)

binding energy

结合能 $B = \Delta M c^2$ 核子平均结合能 $E = \frac{B}{A}$

最后一个核子结合能 + 一个自由核子 \rightarrow 基本部分组成核



drip line
滴线

放射性

No.

放射性 Radioactivity

放射性 Radioactive 半衰期 half-life
分支比 branching ratio

Date

放射性 Radioactivity

$$\text{衰变定律 } \frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

decay constant

mean lifetime

$$\text{衰变常量 } \lambda, \text{ 每个核单位时间衰变概率 平均寿命 } \tau = \left[\frac{1}{N_0} \int_0^\infty t (-dN) \right] = \frac{1}{\lambda} \text{ 半衰期 } T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2$$

$$\text{放射性活度 } A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N, \text{ 单位贝可勒尔 Bq = s}^{-1} \text{ 单位时间衰变的核的数目}$$

$$\text{多种分克衰变 } N \text{ 仍按 } \lambda = \sum \lambda_i; \text{ 部分放射性活度 } A_i = \lambda_i N \quad \text{总 } A = \sum A_i = \lambda N \quad \text{分支比 } R_i = \frac{A_i}{A} = \frac{\lambda_i}{\lambda}$$

$$\text{半衰期 } = \frac{A}{\lambda} \quad \text{链级强度 } A \times \text{每秒放出粒子个数}$$

$$\text{这次衰变 } N_1 \xrightarrow{\lambda_1} N_2 \xrightarrow{\lambda_2} N_3 \longrightarrow \dots \quad N_n = N_0 \sum_{i=1}^n h_i e^{-\lambda_i t}, \quad h_i = \prod_{j \neq i} (\lambda_j - \lambda_i)$$

$$[t=0 \text{ 时只有 } N_1, N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}, \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \text{ 的解是 } N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})]$$

$$\text{暂时平衡 } \lambda_1 < \lambda_2 \quad t \rightarrow \infty \text{ 时, } N_2 \text{ 按 } \lambda_1 \text{ 衰减, } \frac{N_2}{N_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$\text{长期平衡 } \lambda_1 \ll \lambda_2 \quad t \geq 7T_{1/2} \text{ 后, } \lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2, \text{ 即放射性活度相等}$$

$$\text{不成平衡 } \lambda_1 > \lambda_2 \quad \text{故链中最后只剩 } \lambda_{\min} \text{ 及其之后, 它们都按 } \lambda_{\min} \text{ 衰减.}$$

$$\text{人工放射性产生率 } P \quad [\frac{dN}{dt} = P - \lambda N \text{ 的解是 } N = \frac{P}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t})] \quad A = P(1 - 2^{-n}), \quad n = \frac{t}{T_{1/2}}$$

$$\text{钍系 } 4n \text{ 系 } {}^{232}_{90}\text{Th} \text{ 经10步到 } {}^{208}_{82}\text{Pb}, \quad T_{1/2}({}^{232}\text{Th}) = 1.405 \times 10^10 \text{ a}, \quad T_{1/2}({}^{228}\text{Ra}) = 5.75 \text{ a}$$

$$\text{铀系 } (4n+2) \text{ 系 } {}^{238}_{92}\text{U} \text{ 经14步到 } {}^{206}_{82}\text{Pb}, \quad T_{1/2}({}^{238}\text{U}) = 4.468 \times 10^9 \text{ a}, \quad T_{1/2}({}^{234}\text{U}) = 2.455 \times 10^5 \text{ a}$$

$$\text{锕系 } (4n+3) \text{ 系 } {}^{235}_{92}\text{U} \text{ 经11步到 } {}^{207}_{82}\text{Pb}, \quad T_{1/2}({}^{235}\text{U}) = 7.038 \times 10^8 \text{ a}, \quad T_{1/2}({}^{231}\text{Pa}) = 3.28 \times 10^4 \text{ a}$$

$$\text{镎系 } (4n+1) \text{ 系 } {}^{241}_{94}\text{Pu} \text{ 经13步到 } {}^{209}_{83}\text{Bi}, \quad \text{最长 } T_{1/2}({}^{231}\text{Np}) = 2.14 \times 10^6 \text{ a, 自然界已找不到}$$

$$\text{放射性鉴定法} \quad \frac{N_2}{N_1} = \left[\frac{N_0 - N_0 e^{-\lambda t}}{N_0 e^{-\lambda t}} \right] = e^{\lambda t} - 1 = \left[\frac{N({}^{208}\text{Pb})}{N({}^{238}\text{U})} \approx \frac{N({}^{208}\text{U}) e^{-238t}}{N({}^{238}\text{U}) e^{-238t}} \right] = \left[\frac{{}^{14}_7\text{N}(\text{n}, \text{p}) {}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e}{N({}^{14}\text{C})} \right] \quad T_{1/2}({}^{14}\text{C}) = 5730 \text{ a} \quad \text{自然界 } \frac{N({}^{14}\text{C})}{N({}^{12}\text{C})} \approx 1.2 \times 10^{-12}$$

Accelerator Mass Spectrometry
加速器质谱技术

$$\text{无记忆性任一核在时间 t 内衰变的概率 } p = 1 - e^{-\lambda t}, \quad \text{记期望 } M = N_0 p \quad \text{七时间内 } N_0 \text{ 中有 } N \text{ 个选择了衰变 } \sim B(N_0, p) \quad \frac{N_0 p}{N_0 - p} \xrightarrow{\text{大}} \Pi(M) \xrightarrow{\text{大}} N(M, M)$$

$$\text{探测效率 } \epsilon, \quad N \text{ 个中有 } n \text{ 个探测到 } \sim B(n, \epsilon), \quad \text{全概率 } \sum_{N=0}^{\infty} P(n|N) P(N) = \sum_{N=0}^{\infty} \frac{N!}{(N-n)! n!} \epsilon^n (1-\epsilon)^{N-n} \frac{M^n}{N!} e^{-M} = \frac{(ME)^n}{n!} e^{-M} \approx \Pi(M)$$

$$\text{计数误差 } k \text{ 次实验 } N = \sum N_i, \quad \text{精度合成 } \sigma_N = \sqrt{\sum \sigma_{N_i}^2} = \sqrt{\frac{N}{k}}, \quad \frac{\sigma_N}{N} = \frac{1}{\sqrt{k}} \quad (\text{与 } k \text{ 无关})$$

$$\text{计数率误差 } n_i = \frac{N_i}{t_i}, \quad \sigma_n = \sqrt{\frac{\sigma_{N_i}^2}{t_i^2}} = \sqrt{\frac{N_i}{t_i^2}}, \quad \frac{\sigma_n}{n_i} = \frac{1}{\sqrt{t_i}} \quad (\text{不同不等精度合成, 加权 } w_i \propto \frac{1}{\sigma_{N_i}^2} \approx \frac{1}{t_i} \text{ 后 } \bar{n} = \frac{N}{t}, \quad \sigma_{\bar{n}} = \sqrt{\frac{N}{t^2}} = \sqrt{\frac{1}{t}})$$

$$\text{净计数率误差总和一本底 } n_o = \frac{N_s}{t_s} - \frac{N_b}{t_b}, \quad \sigma_{n_o} = \sqrt{\frac{N_s}{t_s} + \frac{N_b}{t_b}}$$

$$\text{最佳时间分配 } \frac{d\sigma_{n_o}}{\sigma_{n_o}} = 0 \quad \frac{t_s}{t_b} = \sqrt{\frac{N_s}{N_b}} \quad (\text{先粗测}) \quad [\sigma_{n_o}^2 T = (\sqrt{N_s} + \sqrt{N_b})^2] \quad \left(\frac{N_o}{n_o} \right)^2 T = (\sqrt{N_s} - \sqrt{N_b})^{-2}$$

$$\text{吸收剂量 } D, \text{ 单位戈瑞 } G_y = J/kg \quad \text{剂量当量 } H = DQN, \text{ 单位希沃特 Sievert} \quad (\text{地辐每人每年 } 2.4 \text{ mSv})$$

$$\text{品质因数 } Q, \text{ 区分射线种类 } (\alpha=20, \beta, \gamma=1, \text{ p}=2, n=5 \sim 20 \sim 5) \quad \text{修正因数 } N, \text{ 区分生物、器官 (人全身 } N=1)$$

$$\text{线性关系 } ISV \text{ 加 } 4\% \text{ 痘症 } \xrightarrow{\text{二次性}} \text{ 急性放射病}$$

核辐射

$$R_{\text{loss}} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

No _____

Date _____

慢化过程

慢化过程 入射带电粒子与靶物质多次碰撞损失能量 (气体 10^{-9} s 固体 10^{-2} s)

电荷交换效应 (核越重, 全电离所需速度越大) 低速时停电子, 耗尽时成中性

电子阻止 / 电离损失 与核外电子非弹性, 电离、激发、俄歇之, 弹碰撞仅低能 β 入射才考虑

辐射损失 轻带电粒子与靶核非弹性, 改向会有电离辐射 库仑散射 重带电粒子与靶核非弹性, 核跃迁, 损耗很小

核阻止 低速重离子与靶核弹性碰撞, 分别偏转与反冲 辐射损伤 破坏晶格

溅射 靶原子逃出样品表面 背散射大角度散射后能量与靶原子质量、深度有关. 离子注入 入射粒子停在物质中

重离子为 α , 经道追直撞, 又讨论电离阻止

$$\text{假设电子静止自由 } P = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{r^2} \cdot \frac{Z e^2}{r} \cdot \frac{b}{V} \right) \frac{dx}{b} \quad \text{积分量 } \Delta E = P$$

$$\text{积分量 } \Delta E = \frac{P^2}{2m_e} \cdot 2\pi b \cdot db \cdot NZ = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e V^2} NZ db \quad \text{单位距离} \quad -\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e V^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \quad \leftarrow \Delta E_e = \text{靶原子平均电离能 } I$$

Bethe-Bloch formula 电子阻止本领 $(-\frac{dE}{dx})_{\text{ion}} \approx \frac{4\pi Z^2 e^4}{m_e V^2} NZ \left[\ln \left(\frac{2m_e V^2}{I} \right) + Z \ln \gamma - \beta^2 - \frac{C}{Z} \right]$

射程 $R = \int_0^{\infty} \frac{dE}{(-dE/dx)_{\text{ion}}} \quad \text{同种射入 } R_m, z, E = \frac{m}{z^2} R_p, \text{ 常数}$

同种入射 $R \propto \frac{\sqrt{A}}{P}$, 化合物 $\sqrt{A} = \sum n_i \sqrt{A_i}$

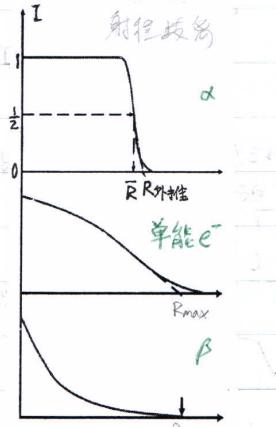
能量拉宽 $FWHM = 2.355 \sqrt{A}$ [拉宽] 级数?

γ 射线, 多次碰撞 反向散射 越低能重靶 较软辐射 严重 \rightarrow γ 辐射

厚度 $t \ll R_{\max}$ 时, $I \approx I_0 e^{-\mu t} = \mu t$ 质量厚度 $t_m = \rho \cdot p$ 单位 g/cm^2

电离损失率 $(-\frac{dE}{dx})_{\text{ion}} \approx \frac{4\pi e^4}{m_e V^2} NZ \left[\ln \left(\frac{2m_e V^2}{I} \right) + 1.2329 \right]$

辐射损失率 $(-\frac{dE}{dx})_{\text{rad}} \approx \frac{4\pi e^4 Z(Z+1)}{m_e c^4} NE \left[4 \ln \left(\frac{2E}{m_e c^2} \right) - \frac{4}{3} \right]$



布利散射 <光子> 产生散射子

photoelectric effect

光电效应 光子把能量全部给靶原子, 电子发射出来 内光电效应 照在半导体上被吸收 (光电器、光生伏特)

饱和电流单位时间光电子数 \propto 光强 遏止电势 V_0 与光强无关 截止频率 ν_0 与感光物质有关 停留时间 $< 10^{-9}$ s. $\rightarrow h\nu = eV_0 + W$

(必须有原子弹保证动量守恒, 故束缚越紧 σ_{ph} 越大) $\sigma_{ph} \approx \frac{5}{4} \sigma_K$ 经典 $\sigma_{ph} = \frac{e^2}{3} \pi r_0^2$, $r_0 = \frac{e^2}{m_e c^2}$ $\langle \sigma \rangle = \frac{e^2}{4\pi r_0 m_e c^2}$.

Compton scattering $\sigma_K = \sqrt{2} \alpha^4 \left(\frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{\frac{3}{2}} Z^5 \sigma_{ph}$ ($h\nu \ll m_e c^2$), $= 1.5 \alpha^4 \left(\frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{\frac{3}{2}} \sigma_{ph}$ ($h\nu \gg m_e c^2$) 角分布 180° 0°

康普顿散射 光子与核外电子非弹性 (主要发生在最外层) [能量动量守恒] $\left\{ \begin{array}{l} h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \\ \cot \varphi = \left(1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} \right) \tan \frac{\theta}{2} \end{array} \right.$ 波长 shift 非相干 辐射光子 $h\nu'$

$\sigma_C = Z \sigma_{ph}$ ($h\nu \ll m_e c^2$), $= \pi r_0^2 \left(\frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\ln \left(\frac{2h\nu}{m_e c^2} + \frac{1}{2} \right) \right]$ ($h\nu \gg m_e c^2$)

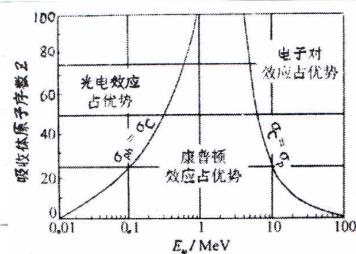
康普顿效应 $\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\theta}{2}$ (λ_c 增加减弱) 康普顿波长 $\lambda_c = \frac{h}{m_e c}$

pair production 电子对产生 光子从核库仑场经过, 转化为正负电子对

$\sigma_p \propto Z^2 E_T$ ($h\nu \geq 2m_e c^2$), $\propto Z^2 \ln E_T$ ($h\nu \gg 2m_e c^2$)

$\Sigma_f = \sigma_{ph} + \sigma_C + \sigma_p$, $\mu = \Sigma_f N$ 质量吸收系数 $\mu_m = \frac{\mu}{N}$ 单位 cm^2/g

D₂ 与 P_{pp} (碰撞 P_{pp})



核探测

No.

Date

气体探测器

gas-filled detector

气体探测器

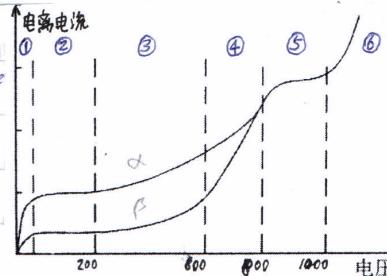
recombination ion chamber proportional limited proportional Geiger-Miller continuous discharge
 ①复合区 ②电离室区 ③正比放大区 ④有限正比区 ⑤G-M区 ⑥连续放电区

气体电离能 $W \sim (30 \pm 10) \text{ eV}$, 总电离 $\bar{N} = \frac{E_0}{W}$, 电离涨落 $\sigma = \sqrt{F\bar{N}}$

Fano factor

法诺因子 $F < 1$ [气体0.1正比0.2半导体0.05]

能量分辨率 $\eta = \frac{\text{FWHM}_E}{E_0} = 2.355 \sqrt{\frac{F}{N}}$



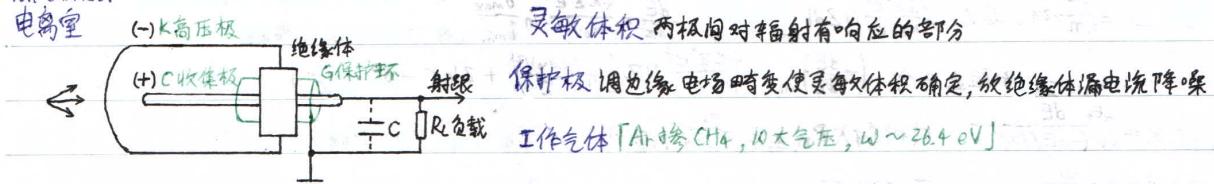
离子漂移 $v_{\pm} = \mu_{\pm} \frac{E}{P} \sim 10 \text{ m/s}$ 约化场强 $\frac{\text{电场强度}}{\text{气体压强}} \leq 0.03 \text{ V/cmPa}$ 迁移率 $\mu_{\pm} = \frac{e\lambda}{2mV}$ 自由程 $\lambda = \frac{v_{\pm}^2}{2\alpha E}$

电子漂移 $v_e = f(\frac{E}{P}) \sim 10^4 \text{ m/s}$, 对气体成份敏感 (降低激发能多原子分子可降低紊乱运动, 显著提高 v_e)

recombination electron attachment

复合 $-\frac{dn_{\pm}}{dx} = \alpha n_{\pm}$ 复合系数 α , 离子 \gg 电子 电子吸附 电子+气体分子 \rightarrow 负离子 电荷转移 正离子+中性分子 \rightarrow 中性分子+正离子

ion chamber



理想电源, $V_c \ll V$ 电源时可等效为电流源, 放电到总电容 C 上

$$I_C = \frac{Q}{C} (V_c + V_+) \quad RC \gg T_+$$

$T_+ \gg T_-$ 离子脉冲电离室 测量离子能量, 易发生堆积

$$\text{离子漂移 } I = \frac{Q}{dV_+}$$

$T_- < RC < T_+$ 电子脉冲电离室 T_- 与 x 有关, 不能根据幅度测 E

$$V_c = \frac{Q}{C} \sim 10^{-5} \text{ s} \quad T_+ = \frac{dV_+}{V_+} \sim 10^{-3} \text{ s}$$

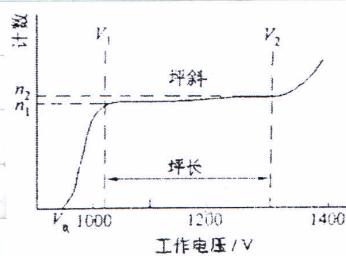
($RC = 0$) 圆柱形电离室 电子只在飞到阳极丝附近后起主要贡献

屏栅电离室 电子穿过栅极后才引起电流变化

坪曲线 入射不变, 计数率与 V 电源的关系

记录脉冲数

探测效率 $\epsilon = \frac{\text{记录脉冲数}}{\text{射入灵敏体积粒子数}}$, 取决于甄别阈值 V_0

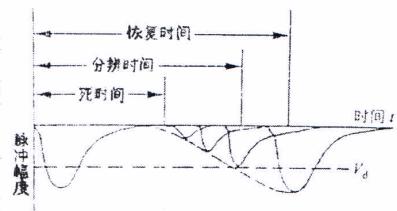


电流电离室 测高通量入射粒子 $\bar{I} = \bar{n} \bar{N} e$

设一离子对产生的信号为 $f(z)$, 总信号 $S_t = \bar{n} \bar{N} \int_0^\infty f(z) dz$, $\sigma_{S_t}^2 = \bar{n} (\bar{N}^2 + F \bar{N}) \int_0^\infty f^2(z) dz$

正比计数器 能气体放大, 选小 RC 可快计数 (ns) $\eta = 2.355 \sqrt{(0.68 + F) \frac{1}{N}}$ (还有放大倍数涨落)

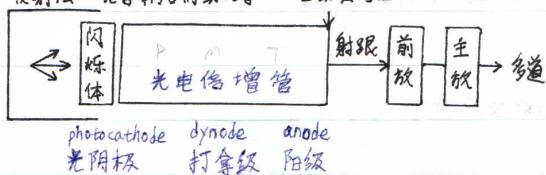
G-M计数器 雪崩放电, 淀息[惰素自熄] (吸收紫外光, 抑制二次电子发射)



Sensitillation detector
闪烁探测器

$$Y_{ph} \cdot E_0 \cdot T \cdot M = \frac{Q}{e}$$

反射层 光学耦合剂或光导 正或负高压



$$\text{发光效率 } C_{np} = \frac{E_{ph}}{E_0} \quad \text{光能产额 } Y_{ph} = \frac{N_{ph}}{E_0} = \frac{C_{np}}{h\nu}$$

发光衰减时间 受激只需 10^{-9} s, 退激按 $e^{-\frac{t}{\tau}}$ 规律

光谱响应 阴极板受光照射后发射电子的概率与入射光波长有关

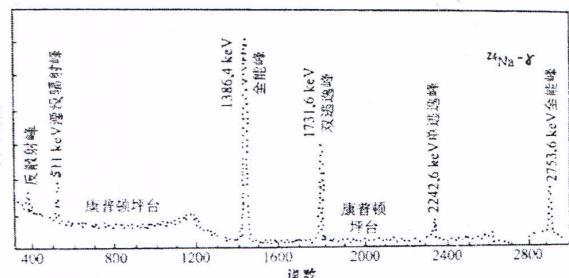
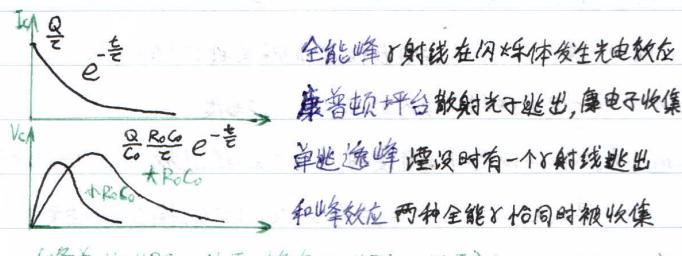
暗电流无输入时阳极输出的电流 暗越时间 T_e 从光阴极到阳极
Channeltron MCP
走连通道 微通道板

无机闪烁体 靠掺杂激活剂减少自吸收 荧光过程 激活剂被电离, 跃迁, 不会被自吸收 磷光过程 若跃迁被禁成, 则热运动到允许

「单晶 NaI(Tl) 便宜, 易溶解 Bi₄Ge₃O₁₂ 可无窗, 发光效率低 多晶 ZnS(Ag) 无窗薄, 发光效率最高, 不能测能量, 只能计数」

有机闪烁体 靠移波剂把发射谱和吸收谱分开, 再用第二溶剂转换到可见波长

「晶体薄, 含量多, 测中子 液体 甲苯 + 对羟基苯 + POPOP, 需密封 塑料 苯乙烯 + PPO + POPOP, 耐辐射, 抗高温」



半导体探测器

工作在反偏的 P-N 结, 耗尽层是灵敏体积, 固体电离室, $W \sim 3eV$, 分辨好线性宽上升快效率高, 需低温耐辐射

diffused junction surface barrier

扩散结型 P 型硅上扩散一层磷 面垒型 N 型硅上镀一层金

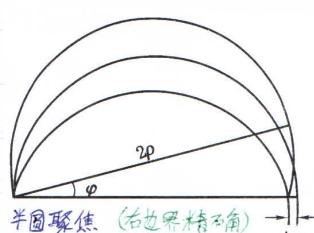
信区室 不信区

$$\text{磁谱仪 } P = \frac{mv}{Bq}, T = \frac{2\pi m}{Bq} \quad \text{像宽 } \Delta x = 2p(1 - \cos p) \approx p\varphi^2$$

$$\text{横向磁场半圆聚焦谱仪 动量分辨率 } R_p = \frac{op}{p} = \left[\frac{\Delta x}{2p} \right] \frac{1}{2} \varphi^2$$

(为维持高分辨率, 要限制放射源立体角, 不适合测弱源)

$$\text{rigidity } R_p = \frac{p}{q} = \frac{2m_0 v}{q}$$



Чоренков

辐射光

→ 电子束

冷却 m_0

No.

Date

核电子

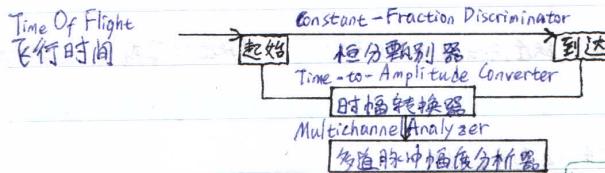
符合事件发生时间有确定关联的事件 [级联衰变, 电子对湮没] $n_{co} = A \Omega_1 \epsilon_1 \Omega_2 \epsilon_2$

分辨率时间 τ , 认为是同时的最大时间间隔 偶然符合 $n_{rc} = 2\tau \cdot A \Omega_1 \epsilon_1 \cdot A \Omega_2 \epsilon_2$, $\frac{n_{rc}}{n_{co}} = 2\tau A$

i重符合, 测 $n_{rc} = i\tau \prod_{j=1}^i \Omega_j \epsilon_j$ 定 $\tau = \frac{FWHM}{2}$

延迟符合 级联衰变, 调延迟时间以产生最多符合输出, 即子核激发态寿命

反符合 [消除能谱中的康普顿平台]



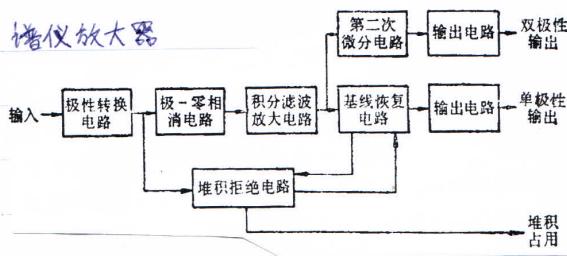
$$\text{质量鉴别 } Et^2 = \frac{1}{2} mv^2 \left(\frac{d}{v}\right)^2 \propto m$$

$$\Delta E - E \text{ 探测器望远镜 (薄膜 } \Delta E \ll E) E \Delta E \propto M Z^2 d$$

(信号 \rightarrow 把幅度 DA 变换为数字码 \rightarrow 变换其时间输入封锁 \rightarrow 联合存贮 \rightarrow 读 \rightarrow +1 \rightarrow 写 \rightarrow 写完解锁)

前置放大器 电压灵敏 ($\propto Q$, 作电荷灵敏的后级) 电荷灵敏 ($\propto Q$, 导走电离室电荷, 能谱分析) 电流灵敏 (高本底, 时间分析)

谱仪放大器



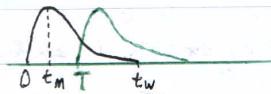
上升时间 输入一个阶跃, 输出幅度由 10% 变到 90% 的时间

动态范围 一定非线性失真内的最大输出幅度

通道亏损 输入电流脉冲中有宽度时, 电容也充电阻放电, 输出电压幅度变小

基线电平 某时刻以前各信号的尾部对此时刻输出电压的贡献

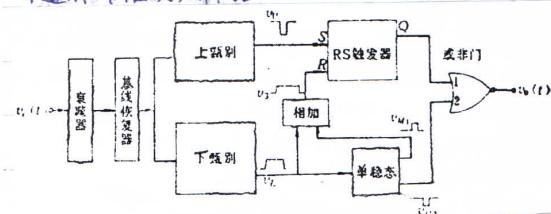
堆积时间拒绝 正常 $T > t_w - t_m$



前沿堆积 $t_m > T > 0$, 两个都弃

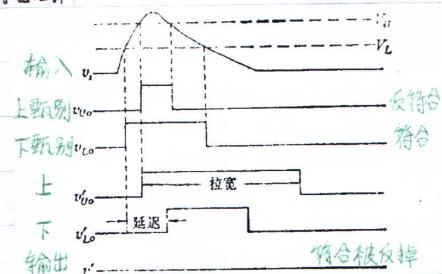
后沿堆积 $t_w - t_m > T > t_m$, 前留后弃

单道脉冲幅度分析器



半计数取输出脉冲计数率

为输入一半的幅度值为甄别阈



时移 输入脉冲幅度和波形变化 时差系统噪声, 探测信号涨落

前沿定时 触发固定阈值的电路 (工艺简单, 时移大)

过零定时 微分成双极性 (能消幅变时移, 不能消上升时移)

恒比定时 在输入脉冲幅度恒定比例点产生过零脉冲 (可调触发比最佳) 幅度和上升时间补偿定时 误差时间 $t_e \ll t_m$ (消两种时移)

KBS

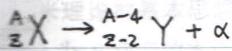
脉冲幅度分析

衰变

No.

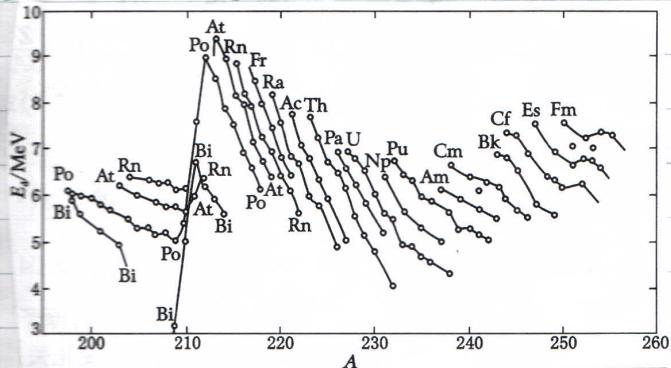
Date

α 衰变



衰变能 $E_d = E_Y + E_\alpha = \Delta Mc^2$, 重核 $E_Y : E_\alpha \approx 4 : (A-4)$

$[E_d = B_Y + B_\alpha - B_X \approx \frac{\partial B}{\partial Z}(-2) + \frac{\partial B}{\partial A}(-4) + B_\alpha > 0]$ 约 $A > 140$ 的核才可能 α 衰变



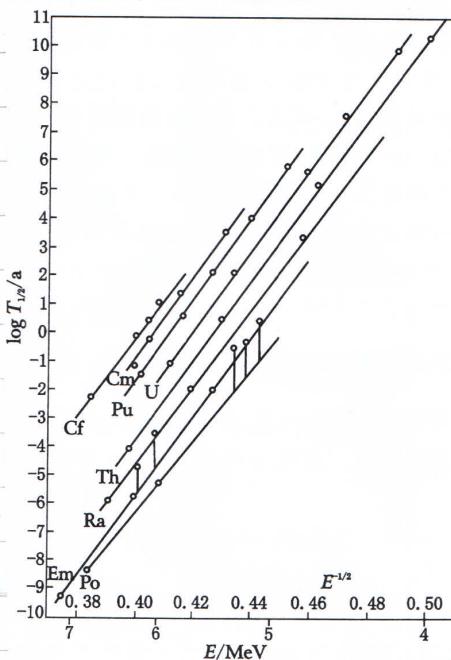
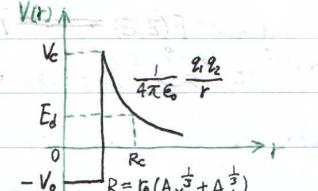
$[\frac{\partial E_d}{\partial A} < 0]$ 同一元素各同位素的 E_d 近似连成直线

λ 随 E_d 变化巨大, 经验公式 $\log \lambda = a - b E_d^{-\frac{1}{2}}$ $b \approx 86$

$$\text{Coulomb barrier} \quad V_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}$$

$$\lambda = \text{碰撞数} n \cdot \text{隧穿概率} P = \lambda_{th} \exp(-\frac{2}{\hbar} \int_R^\infty \sqrt{2\mu(V-E_d)} dr)$$

$$(a \approx \log \lambda + \frac{4e\sqrt{\mu}(Z-2)R}{2\sqrt{\pi}\epsilon_0 h}, b \approx \sqrt{2\mu(Z-2)e^2})$$



禁戒因子 $F = \lambda_{th} / \lambda \exp(-\text{偶偶核})$ 奇A核 $100 \sim 1000$ 奇奇核 10^{14} (α 带走的 $L=0$ 形成 α 粒子概率)

形成因子 $\lambda = k n P$, $k \ll 1$

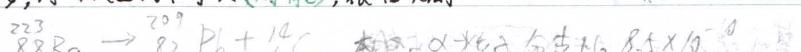
用(6.7-2)式代入

质子放射性 丰质子的核素, 最后一个质子结合能可能为负, 有库仑势垒不爆发 $[^{151}\text{Lu}]$

质子爆发先 β^+ 衰变或 EC, 然后从子核激发态发射质子 $[^{17}\text{Ne}]$

双质子放射性 只发射一个能量不够, 同时放出两个可以 (对能), 很难观测

cluster
由重离子放射时代



中子放射性: 脉冲

中子流速: 先 β^- 衰变

衰变

No.

Date

B衰变

$$\beta^- \frac{A}{Z} X \rightarrow \frac{A}{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad \beta\text{能谱直线}$$

$$E_d = [\Delta M c^2] = (M_X - M_Y) c^2$$

$$\beta^+ \frac{A}{Z} X \rightarrow \frac{A}{Z-1} Y + e^+ + \nu_e \quad p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

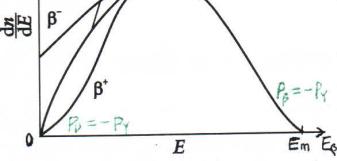
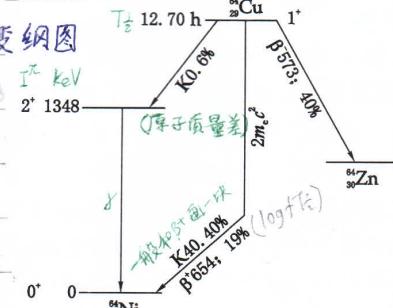
$$E_d = [\Delta M c^2] = (M_X - M_Y - Z M_e) c^2$$

$$\text{电子俘获 } \frac{A}{Z} X + e^- \xrightarrow{K/L/M} \frac{A}{Z-1} Y + \nu \quad p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$

$$E_d = (M_X - M_Y) c^2 - W_{\text{电离能}} (\text{与核束缚能} W_K \text{和电子结合能} W_L \text{有关})$$

ν 带走全部 E_d , 能谱崩散, 低能室直射:

① 高能电子下射, 放特征X射线 ② 低能电子 能量电离另一电子 $E_e = W_K - 2W_L$



费米理论 β^\pm 衰变中, 电子是核跃迁的产物 (弱相互作用)

$$\text{微扰跃迁概率 } I(p) dp = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int \psi_f^* \hat{H} \psi_i \, dc \right|^2 \frac{dn}{dE} \xrightarrow{\text{平面波}} \frac{2\pi g^2}{\hbar V^2} |M_{if}|^2 \frac{dn_p \, dn_n}{dE} \xrightarrow{M_{if}=0} \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^2 c^3} (E_m - E)^2 p^2 dp$$

$$\text{动量 } p \sim p + dp \text{ 间 终态 弱相互作用常量 } g \text{ 始态 单位能量间隔终态数目 } dN_f = \frac{4\pi V}{\hbar^3} p^2 dp \quad E + E_D = E_m$$

$$\text{考虑核库仑场, 原结果再乘上库仑改正因子 / 费米函数 } F(Z, E) \xrightarrow{\text{非相对论}} \frac{x}{1 - e^{-x}}, x = \pm \frac{2\pi Zc}{137V} (\beta^\pm)$$

$$\text{跃迁矩阵元 } M_{if} = \int \psi_{\text{母核}}^* \psi_{\text{子核}}^* e^{-i(\vec{R}_f + \vec{R}_i) \cdot \vec{r}} \, dc \approx \text{原子核矩阵元 } M = \int \psi_{\text{母核}}^* \psi_{\text{子核}} \, dc \quad (\text{与 } E \text{ 无关})$$

[平面波用 $j_l(|\vec{R}_f + \vec{R}_i| - l|\vec{r}|) P_l(\cos\theta)$ 展成球面波, $(\vec{R}_f + \vec{R}_i) \cdot \vec{r}$ 对应 $0.1 \sim 0.01$] $l=n$ 对应 n 级禁戒跃迁

选择定则 $\left\{ \begin{array}{l} \Delta I = \pm n, \pm (n+1) \quad (n=1 \text{ 时补充 } \Delta I=0) \\ \Delta \pi = (-1)^n \end{array} \right.$ 费米选择定则 \vec{s}_e 和 \vec{s}_n 反平行 $\Delta I=0$

($n=0$ 叫容许跃迁) $\left[\vec{s}_e = \vec{s}_n \text{ 不能合成} \right]$ Gamov-Teller G-T 选择定则 \vec{s}_e 和 \vec{s}_n 平行 $\Delta I=0$ ($n \neq 0$), $\pm (n+1)$

$$\text{Kurie Plot} \quad \sqrt{\frac{I(p)}{F(p^2)}} \propto (E_m - E) \quad (\text{用来找 } E_m, \text{ 分解 } \beta\text{ 谱})$$

低能端的偏离是因为放射源自吸收和散射等

$$[\text{重算 } \frac{dN}{dE} \text{ 中的 } p, \text{ 原结果多个因子}] \sqrt{1 - \left(\frac{m_{ee} c^2}{E_m - E} \right)^2}$$

高能端的偏离 $\Delta E_m = m_{ee} c^2$ (放射源要又薄又长, E_m 要大, 才能分解)

禁戒跃迁的 $M_{if} = M \sqrt{S_n(E)}$ 与 E 有关

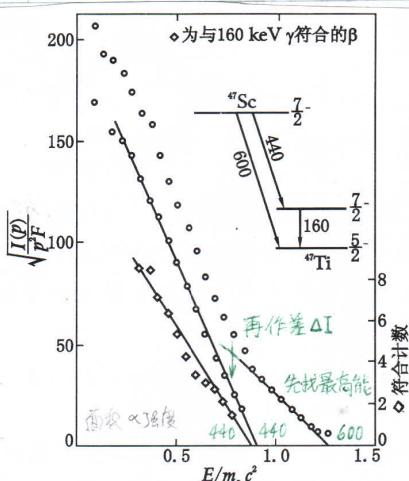
$$n\text{ 级形状因子} \quad W = (E_m + m_e c^2) / m_e c^2 \quad W_0 = (E_m + m_e c^2) / m_e c^2$$

$$S_n(E) = (W^2 - 1) + (W_0 - W)^2$$

$$S_n(E) = (W^2 - 1)^2 + (W_0 - W)^4 + \frac{10}{3} (W^2 - 1)(W_0 - W)^2$$

--- 约 G-T 跃迁需 E_m 才是直线

唯一能级禁戒跃迁 $\Delta I = \pm (n+1)$ 为直线



β_b : bound β^- decay : EC 的时间反演 $n + \bar{v}e \rightarrow p + e^-$

$\beta \rightarrow \text{中性子} < \text{禁戒} >$

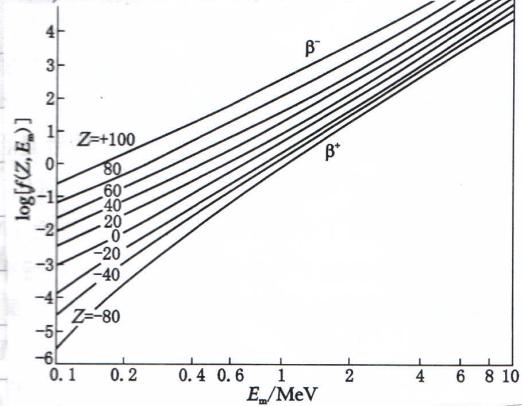
连续态 continuity

No.

Date

$$[\lambda = \int_0^{P_m} I(p) dp \approx \frac{m_e^5 c^4 g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f, f(Z, E_m) = \int_0^{P_m} F(Z, E) \left(\frac{E_m - E}{mc^2}\right)^2 \left(\frac{p}{mc}\right)^2 \frac{dp}{mc}, \text{取 } F \propto 1] \text{ Sargent} \quad \lambda \propto E_m^5$$

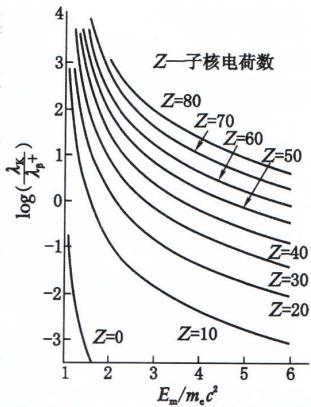
比较半衰期 $fT_{1/2} \propto (M_{if})^{-2}$ (用来比较跃迁级次) 超容许跃迁 母核与核波函数相像, 如镜像核间跃迁



跃迁级次	$\log T_{1/2}$ [s]
超容许跃迁	2.9~3.7
容许跃迁	4.4~6.0
一级禁戒(非唯一型)	6~9
一级禁戒(唯一型)	8~10
二级禁戒	10~13
三级禁戒	15~18

$$fT_{1/2} = \frac{2\pi^3 \hbar^7 h^2}{m_e^5 c^4 (g_F^2 |M_f|^2 + g_G^2 |M_G|^2)}$$

$$\text{测 } T_{1/2} \approx 1.415 \times 10^{-62} \text{ s}$$



$$\text{电子俘获 } \lambda_K = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \int \psi_f^* \hat{H} \psi_i d\zeta \right|^2 \frac{dn}{dE_0} = \frac{2m_e^3 g^2 |M|^2}{\pi^2 \hbar^7} \left(\frac{Ze^2}{\hbar c} \right)^3 E_0^2 = \frac{m_e^5 c^4 g^2 |M|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f_K \propto Z^3$$

ψ_f^* 子核 ψ_i 平面波 ψ_f^* 母核 ψ_i K层电子

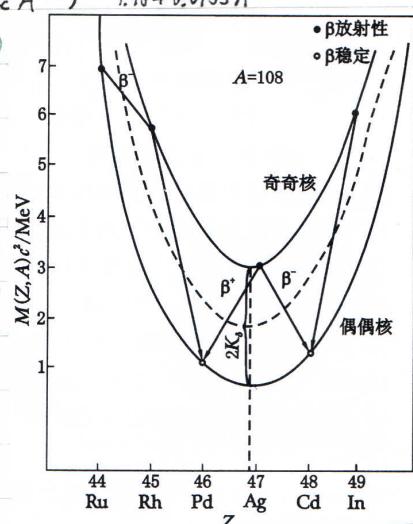
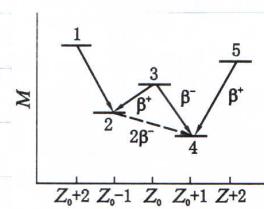
$$\frac{\lambda_K}{\lambda_B} = \frac{f_K}{f_B}, \text{ 轻核 } E_0 \text{ 大, } \beta^+ \text{ 优, 重核 } E_0 \text{ 小, } K \text{ 层大}$$

$$[\text{椭圆模型 } M = \Sigma m_p + N m_n - \frac{B}{C^2}, \frac{\partial M}{\partial Z} = 0] \quad \beta\text{-stability line } Z = \frac{(a_a + m_n - m_p) A}{2(a_a + a_c) A^{2/3}} = \frac{A}{1.98 + 0.0155 A^{2/3}}$$

质能抛物线 同量异位素的质能曲面 [A一定 B(Z)为抛物线] (偶A按S分两条)

双β衰变 $2\beta^-$, $2\beta^+$, $2EC$, β^+EC

单β的E不够或母子核ΔI很大时发生, 只能偶偶核



bound β

$2\nu\beta\beta \Delta X \rightarrow {}_{Z+2}^A Y + 2\beta^- + 2\bar{\nu}$, 故狄拉克中微子 $\nu \neq \bar{\nu}$

$0\nu\beta\beta n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$, $\nu + n \rightarrow p + e^-$, 不故马约喇纳中微子 $\nu = \bar{\nu}$

跃迁

$$P_2(\cos\theta) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1)$$

$$P_4 = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$$

No.



Date

<电动>

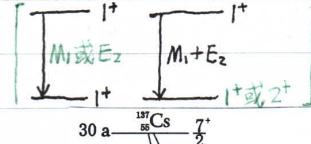
γ跃迁

角动量为L的辐射叫L极辐射，三阶合成 $L = |I_i - I_f|$ $I_i + I_f$ ($I_i = I_f = 0$ 不可能靠发射子，不可能)

电L极辐射EL 的 $\pi_L = (-1)^L$ 磁L极辐射ML的 $\pi_L = -(-1)^L$

[QED] L增加1，概率 $\lambda \sim 10^{-3}$, $\lambda_m(L) \approx \lambda_e(L+1)$

(即使 $I_i = I_f \neq 0$, L=0的光子也要排除, 用守恒守恒, 寻找概率最大的类型)



internal conversion

内转换 核电磁场直接激发壳层电子或产生电子对(概率远比光电效应大, 伴随着X或俄歇)

内转换电子能量 $E_e = E_\gamma - W_{K/L/M}$

$$\text{校正} \lambda_i = \frac{1}{Z(1+\alpha)}$$

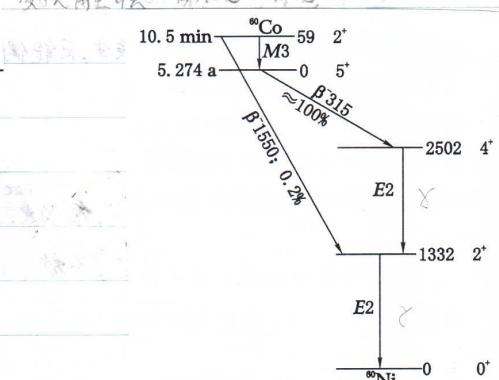
总跃迁概率 $\lambda = \lambda_e + \lambda_\gamma$ 内转换系数 $\alpha_k = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} = \alpha_k + \alpha_L + \alpha_m$

[QED, M消掉了, $W_K \ll E_K \ll m_ec^2$ 时] $\alpha_k(EL) \approx Z^3 \alpha^4 \left(\frac{L}{L+1} \left(\frac{2m_ec^2}{E_\gamma}\right)^{L+3/2}\right)$, $\alpha_k(ML) \approx Z^3 \alpha^4 \left(\frac{2m_ec^2}{E_\gamma}\right)^{L+3/2}$

级联辐射 perturbed angular correlation
角关联函数 接着放点的概率 $W(\theta)$ 与 γ_1, γ_2 夹角 θ 有关

(极化核的辐射各向异性, 杂乱核中看不出来, 才把自旋朝 $W(\gamma_1)_{\max}$ 的核选出来了, 可须 $< 10^{-11}$ s)

γ - γ 级联 $I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$	$A_2 = F_{21}F_{22}$	$A_4 = F_{41}F_{42}$	$W_{th}(\theta) = 1 + A_2 P_2(\cos\theta) + A_4 P_4(\cos\theta)$
	$F_2(L_1 I_a I_b)$	$F_2(L_2 I_c I_b)$	
0(1)1(1)0	0.7071	0.7071	0
1(1)1(1)0	-0.3536	0.7071	0
2(1)1(1)0	0.0707	0.7071	0
3(2)1(1)0	-0.1010	0.7071	0
0(2)2(2)0	-0.5976	-0.5976	-1.069
1(1)2(2)0	0.4183	-0.5976	0
2(1)2(2)0	-0.4183	-0.5976	0
3(1)2(2)0	0.1195	-0.5976	0
4(2)2(2)0	-0.1707	-0.5976	-0.0085



[不确定度, 能级寿命 $\tau = 10$] 从谱线展宽可得入射

$$\text{反冲核 } E_R = \frac{E_\gamma^2/c^2}{2m_{\text{nuc}}} \approx \frac{E_\gamma^2}{2mc^2} \quad \text{多普勒效应 } \Delta E = E_\gamma \frac{v}{c}$$

辐射强度校正 将发射的核束傅在晶格中

同族另能态 MX, 寿命可测量 ($> 10^{-10}$ s) 的分支率 β ($\beta = > 0.1$ s) (Source: 7.2.7)

① Δ大, 故 T长 ② Δ大 ③ 一毫秒级的数据 $\langle P_{201} \rangle$

核反应

cross section

反应截面 $\sigma = \frac{\text{反应数/时间}}{\text{入射数/时间} \times \text{靶核数/面积}}$, 单位 **靶恩** $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$ (原子核的截面积量级)

differential cross section

微分截面 某方向的截面密度 $\frac{d\sigma(\theta, \varphi)}{d\Omega}$, 单位通常为 mb/sr , 总截面 $\sigma_{\text{tot}} = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$

按 $d\sigma = db \cdot b d\varphi$, $d\Omega = d\theta \cdot \sin\theta d\varphi$ 则 $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|$

例 对硬球散射 (力 -) $b = R \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$, $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{R^2}{4}$, $\sigma_{\text{tot}} = \pi R^2$ (就是硬球的截面积)

例 卢瑟福散射 $b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{2E_{\text{kin}}} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$ $\rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left[\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{4E_{\text{kin}}} \sin^2(\theta/2) \right]^2$, $\sigma_{\text{tot}} = \infty$, 即 $\frac{1}{r}$ 势力程无限远

luminosity

亮度 $L = \frac{\text{入射粒子数}}{\text{面积} \times \text{时间}} = \frac{dN}{d\sigma}$, 实验上测截面就直接计数然后归一 $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{L} \frac{dN}{d\Omega}$

每立方厘米原子个数 = $\frac{N_A \rho}{\text{原子重量} A}$, **靶常数** $F = \frac{1}{\text{每立方厘米原子个数} \times \text{靶长} l} = \frac{A}{N_A \rho l} \text{ m}^2$

固定靶实验中, $\frac{\text{相互作用次数} N}{\text{时间}} = \text{截面} \sigma \times \frac{\text{粒子通量}}{\text{时间}} \times \frac{1}{F} = \sigma \times \text{亮度} L$

实验室系

散射理论

经典散射 (力 - 中心力场) (核物 - 核反应)

$\left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\vec{r}) \right) \psi = E\psi$, V 为相互作用势, 假设 $V(r \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ (实际上我们只观察无限远处 ψ 的行为)

入射视作平面波, 弹性散射 k 不变, 出射三维球面波, $\psi(r, \theta) \approx A \left(e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \right)$, f 为 **scattering amplitude 散射振幅**

(实际上需要 V 比 $\frac{1}{r}$ 更快地趋于零, 此近似才成立) (散射区, 中间区, 辐射区?)

对平面波 $A e^{ikz}$, 入射概率流密度 $j_z = |A|^2 \frac{\hbar k}{m} = |A|^2 v$, 同理可得对球面波 $j_r = |A|^2 \frac{|f|^2}{r^2} v = j_z \frac{|f|^2}{r^2}$
 $dN = j_r dS = j_z |f|^2 d\Omega$, 又由定义 $dN = j_z d\sigma$, 则 ③ $d_\Omega \sigma = |f|^2 \rightarrow$ 求截面的套路:

① 求解具体的势 $V(r)$ 对应的薛方程得 $\psi(r)$ ② 将其 $r \rightarrow \infty$ 渐进解与标准渐进解比较得 f

分波分析

partial wave analysis

分波分析 如果 V 是中心势场, 则轨道角动量是本征态, 散射不改变 l , 都按球面波本征态展开
能量守恒要求 k 不变, 角动量 $l_z = 0$ 守恒要求磁量子数 $m = 0$, 通解 $\psi(r, \theta) = \sum_l R_l(r) P_l(\cos\theta)$ 与 φ 无关
同氢原子做法, 设 $R_l(r) = \frac{u_l(r)}{r}$, $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$, 则 $u_l'' + \left(k^2 - \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{r}) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) u_l \xrightarrow{r \rightarrow \infty} u_l'' + k^2 u_l = 0$

它的解是 $u_l(r) = A_l \sin(kr + \delta_l)$ (为以后方便重新设计常数) $R_l(r) = \frac{A_l}{kr} \sin(kr - \frac{1}{2}l\pi + \delta_l)$

把平面波的展开 $e^{ikz} = e^{ikr \cos\theta} = \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) j_l(kr) P_l(\cos\theta)$, $j_l(kr) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{\sin(kr - \frac{1}{2}l\pi)}{kr}$ 代入标准渐进解,

令之等于薛方程解 $\sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{kr} P_l(\cos\theta) \left[i^l (2l+1) \sin(kr - \frac{1}{2}l\pi) - A_l \sin(kr - \frac{1}{2}l\pi + \delta_l) \right] + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} = 0$

$B \sin(kr - x) - A \sin(kr - x + \delta) = \frac{1}{2i} [(B e^{-ix} - A e^{i(\delta-x)}) e^{ikr} - (B e^{ix} - A e^{-i(\delta-x)}) e^{-ikr}]$, 两套系数分别为零
右边一套两边乘 P_l 积 \int_0^π 利用正交性得 $A_l = i^l (2l+1) e^{i\delta_l}$, 代入左边一套得

$f(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\theta) e^{i\delta_l} \sin\delta_l$, $\sigma_{\text{tot}} = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l$ **光学定理** $P_l(1) = 1$ $\sigma_{\text{tot}} = \frac{4\pi}{k} \text{Im}(f(0))$

低能散射

分波分析适合用于低能散射, 或者说 $\lambda_{\text{dB}} = \frac{1}{k} > r_0$ 时, 只需计算 l 较小的几个分波
(物理图像就是低能对势的穿透不深, 所以势函数内部的形式对散射没影响)

第 l 分波的有效势为 $V_{\text{eff}} = V(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2}$, (Sakurai P423 没懂) $\frac{e^{i\delta_l} \sin \delta_l}{k} = -\frac{2m}{\hbar^2} \int_0^\infty j_l(kr) V(r) A_l(r) r^2 dr$
 右侧是 k^{2l} 左侧是 $\frac{\delta_l}{k}$ → 对第 l 分波 $\delta_k \propto k^{2l+1}$, 因此低能下 s 分波占主导(除非 s 分波被泡利不相容禁止)

例 方势散射 $V = V_0$ ($r < r_0$), $= 0$ (其它), $V_0 > 0$ 为 **排斥** 势, $V_0 < 0$ 为 **吸引** 势

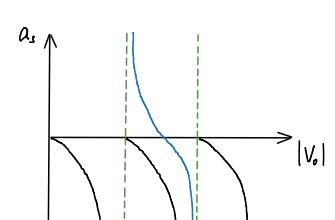
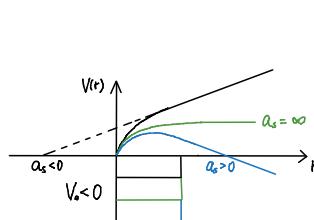
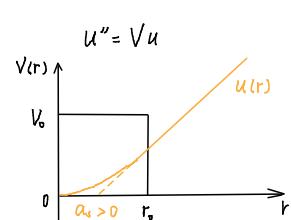
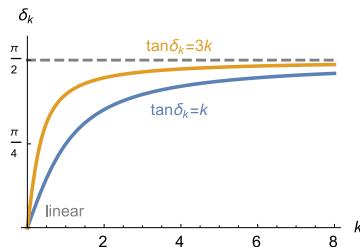
例 极低能散射 $k \approx 0$, 只考虑 s 波 → $u'' = 0$ 即解是条直线 (波长无限) $u(r) = C(r - a_s)$

对接 $u(r) = C(r - a_s)$ 和 $u(r > r_0) = A \sin(kr + \delta_k)$ 在 $r = r_0$ 处的边界条件得

$$\frac{u'(r)}{u(r)} \Big|_{r_0} = \frac{k \cos(kr_0 + \delta_k)}{\sin(kr_0 + \delta_k)} = \frac{1}{r_0 - a_s} \xrightarrow[k \rightarrow 0]{r_0 \rightarrow 0?} k \cot \delta_k = -\frac{1}{a_s} \text{ 得 } \tan \delta_k = -ka_s, \text{ 最大相移 } \frac{\pi}{2}$$

不需要知道 $u(r < r_0)$ 的具体形式, 信息打包进了 a_s , 只要边界导数一样低能散射行为就一样(普适性)
 phase shift wave scattering length

δ_k 称为 **散射相移**, a_s 称为 s 波的 **散射长度**, 直观含义是 $r = a_s$ 时 $u = 0$, 越大相互作用越强



($a_s = \infty$ 不代表相互作用长程, 短程势是推导的前提)

(可推广到 $r^{-\alpha}$ 势, $\tan \delta_k \propto k^{\min(2l+1, \alpha-2)}$)

性质

$$f_{l=0}(\theta) = \frac{e^{i\delta} \sin \delta}{k} = \frac{\sin \delta}{e^{-i\delta} k} = \frac{1}{k \cot \delta - ik} = -\frac{1}{a_s^{-1} + ik} \xrightarrow{|ka_s| \ll 1} -a_s, (\sigma_{\text{tot}} = 4\pi a_s^2), \xrightarrow{|ka_s| \gg 1} \frac{i}{k}, (\sigma_{\text{tot}} = 4\pi k^{-2})$$

unitary regime

散射截面和相互作用无关, 只取决于粒子动量, 被称为 **? 区域**
 weak interacting strong interacting

a_s 小的区域称 **弱相互作用区域**, 相互作用和动能同量级称为 **强相互作用区域**

若束缚态能量为负 $E < 0$, 波函数为指数衰减 $\psi = A e^{-\kappa r}$, $\kappa = \sqrt{\frac{2m|E|}{\hbar^2}} > 0$, m 为有效质量

匹配 r_0 处的边界条件 $\frac{u'(r)}{u(r)} \Big|_{r_0} = -\kappa \Leftrightarrow \frac{1}{r_0 - a_s} \xrightarrow{r_0 \ll a_s} -\frac{1}{a_s}$ 若 $a_s < 0$ 无束缚态解, 若 $a_s > 0$ 有 $E = -\frac{\hbar^2}{2ma_s^2}$

$a_s < 0$ 时无低能束缚态, 散射长度刚好发散时, 缠缚态开始产生, 之后越来越低

(大前提还是 $a_s \gg 1$, 约为 1 时束缚态很深不满足前提)

例 硬球模型, 波函数必须在 r_0 为零, 得 $\delta_k = -kr_0$ 线性的, 与前面 $a_s > 0$ 的情况一致, 所以 $a_s > 0$ 意味排斥相互作用, 不过这种近似只对小动量有效, ka_s 很大时 δ_k 要饱和到 $\frac{\pi}{2}$ 的, a_s 越大, 线性的范围越小

(场论 – 零力程模型)

玻恩近似

Lippman-Schwinger equation

LS 方程

散射势很小时可用迭代法求解

核反应模型

核模型

$$(电场) 均匀带电球 Y = k \left(\frac{q}{R} + \int_r^R \frac{q}{r^2} \frac{r^3}{R^3} dr \right) = \frac{kq}{2R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

No.

Date

核模型

liquid drop model

$$B = a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c Z^2 A^{-\frac{1}{3}} - a_a (N-Z)^2 A^{-1} - a_p \delta A^{-\frac{1}{2}}$$

volume	surface	coulomb	asymmetry	pairing
体积极能	表面能	库仑能	对称能	$\delta = \begin{cases} 1 & \text{偶偶核} \\ 0 & \text{奇A核} \end{cases}$

$$[\propto V \quad \propto 4\pi R^2 \quad \frac{1}{2} \int_0^R p \varphi dV = \frac{q^2 / 4\pi \epsilon_0}{4R} \int_0^R (3 - \frac{r^2}{R^2}) 4\pi r^2 dr = \frac{3q^2}{4\pi \epsilon_0 R}] \rightarrow \text{奇奇核}$$

结果	15.24	15.91	0.686	22.35	10.22	(MeV)
Seeger	15.66	19.66	$0.86 t_0^{-1} (1 - 0.764 Z^{-\frac{1}{3}} - 2.54 r_0^{-2} A^{-\frac{2}{3}})$	$(53.77 A^{-\frac{1}{3}} - 30.59)$	10.61	$+ 7e^{-b(N-Z)} A + 1.43 \times 10^{-5} Z^{2.3}$
$r_0 = 1.2 fm$						

Fermi-gas model

费米气体模型 自由粒子 $\psi_F(R) = \sin(k_F R)$ 取立为 $k_F = \frac{\pi}{a} n_i$ ($n \in N^*$) 则 $E_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 n^2 \rightarrow \frac{dE_n}{dn}$

[$n_i > 0$] 以 E_F 为上限, 取 $\frac{1}{8}$ 球壳体积, 处于能量子态数目 $dN = \frac{4\pi}{8} n^2 dn = \frac{\pi}{2} \left(\frac{2ma^2}{\hbar^2 \pi^2} E_n\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{ma^2}{\hbar^2 \pi^2} dE_n\right) = \frac{1}{12\pi^2} \left(\frac{a\sqrt{m}}{\hbar}\right)^3 \sqrt{E_n} dE_n$

P

A-E

Pg开

shell model

壳模型 中子质子各自组成能级壳层

对于球形核平均场接近有心场

泡利原理限制了核子碰撞, 可看作独立运动

核子的LS耦合很强, 不离裂与 $(2j+1)$ 成正比

$j = l \pm \frac{1}{2}$ 在 $l + \frac{1}{2}$ 之上, 各自容纳 $(2j+1)$ 个通过核子

pairing correlation (BCS理论) 剩余相互作用

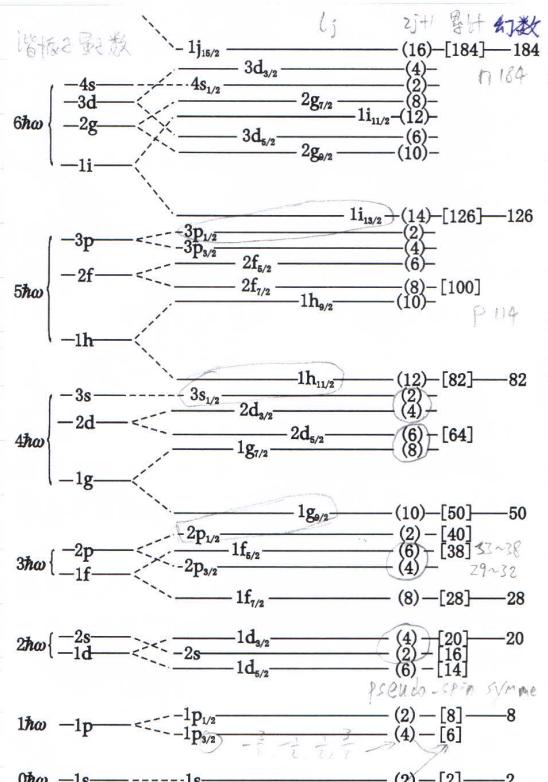
反关联 (同号核子间短程吸引)

(仅 m_S 相反)

由于反关联, 处处占有数不变, 而在 $2D$ 满后

$$\text{平均占有数 } U_K^2 = \frac{1}{2} - \frac{E_K - \lambda}{2\sqrt{(E_K - \lambda)^2 + \Delta^2}}$$

对能隙



远弱的形状能不太预测不准

中子质子能级一样

集体

偶偶核基态一律 0^+

奇A核: 最后一个奇核子的 l_j (对能隙能造成影响)

奇奇核 $I = \text{同 } j_{\text{int}} + j_{\text{p}} \text{ 反 } |j_{\text{int}} - j_{\text{p}}|$ $\pi = (-1)^{I+1}$

参考文献

卢希庭. 原子核物理 (修订版) . 原子能出版社 【核物理笔记的重整均遥遥无期…】