本笔记中的电量尽量用 $q$ 来表示 (可正可负), 如果出现元电荷量 $e$ 一律指正 $|e|$

## 静电

electrification by friction　vitreous　resinous
$\boxed{\text{摩擦起电}}$ 丝绸摩擦过的光滑玻璃棒带正电荷, 毛皮摩擦过的橡胶棒带负电荷, 同性相斥, 异性相吸

(对电荷正负的命名是任意的, 由富兰克林提出沿用至今)

charge　Coulomb　eng
$\boxed{\text{电荷量}}$ $q$, 单位 C(库仑) $\boxed{\text{中和}}$ 正负电荷完全抵消

electrostatic induction
$\boxed{\text{静电感应}}$ 用带电体感应起电, 金属棒先接触后分开, 带等量异号的电

conductor semiconductor insulator
$\boxed{\text{导体}}$ $\boxed{\text{半导体}}$ $\boxed{\text{绝缘体}}$ ⟨ 固体 – ⟩

elementary charge
$\boxed{\text{元电荷}}$ $e\approx 1.602\times 10^{-19}$ C (电子的电荷量为 $-e$)

action at a distance　action through medium　field
电力和磁力既非 $\boxed{\text{超距作用}}$ 也非 $\boxed{\text{近距作用}}$ (接触作用, 弹性以太), 而是通过 $\boxed{\text{场}}$ 来作用的

电磁场可以脱离电荷和电流独立存在, 和物质一样具有能量, 动量等属性

(电荷自己产生的场不能对自己有作用, 否则违背牛三)

(下标一律按顺序定义, $\overrightarrow{r_{21}}=\overrightarrow{r_2}-\overrightarrow{r_1}$ 从 1 指向 2, $\varphi_{AB}=\varphi_A-\varphi_B$)

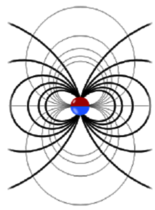
eng
$\boxed{\text{静源动电荷}}$ 施力电荷 $q_1$ 相对观察者静止, 则 $q_2$ 受力 $F_2$ 可用库仑定律

eng
$\boxed{\text{库仑定律}}$ $q_1$ 给 $q_2$ 的力 $\overrightarrow{F_2}=k_e\dfrac{q_1q_2}{r^2}\overrightarrow{e_{r_{21}}}$, 库仑常数 $k_e=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\approx 8.99\times 10^9$ $\mathrm{Nm^2/C^2}$

( $F_1, F_2$ 并非作用力和反作用力)

eng
$\boxed{\text{试探电荷}}$ 电量和线度足够小, 不会影响原来存在的电场的性质

electric field intensity
对于电场中的固定点, 试探电荷的受力与电荷量的比值不变 → $\boxed{\text{电场强度}}$ $\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$, 单位 N/C 或 V/m



eng
$\boxed{\text{矢量场}}$ 是空间坐标的矢量函数

superposition principle
$\boxed{\text{场强叠加原理}}$ 各电荷同时存在产生的场强, 等于单独存在时的场强的矢量叠加 → 虚构补偿法

electric dipole　electric dipole moment
$\boxed{\text{电偶极子}}$ 一对等量异荷电荷 $\pm q$ 相距 $l$, $\boxed{\text{电偶极矩}}$ $\vec{p}=q\vec{l}$, $\vec{l}$ 由负电荷指向正电荷

$r\gg l$, 延长线上 $E=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}[(r-\dfrac{l}{2})^{-2}-(r+\dfrac{l}{2})^{-2}]\approx\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2p}{r^3}$, 中垂线上 $E=\dfrac{2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2+l^2/4}\dfrac{l/2}{\sqrt{r^2+l^2/4}}\approx\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{p}{r^3}$

→ 电偶极子 $E\propto r^{-3}, E\propto p$, $\vec{L}=\vec{p}\times\vec{E}$

electric quadrupole　eng
负电荷重合型 $\boxed{\text{电四极子}}$ $(+q,-2q,+q)$, 延长线上 $E=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3Q}{r^4}$ $\boxed{\text{电四极矩}}$ $Q=2ql^2$

宏观上可以把电荷看为连续分布

记电荷线密度 $\eta_e$, 线元 $\vec{l}$, 面密度 $\sigma_e$, 面元 $\vec{S}=S\vec{e_n}$, 体密度 $\rho_e$, 体积元 $V$

可等效为圆弧 无限长均匀带电细棒 $E=\dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 r}$ (同二维空间), 有限长细棒中垂面 $E=\dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{l}{r\sqrt{r^2+l^2}}$,

高斯定理 无限大平板 $E=\dfrac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$, 均匀带电球壳, 内 $E=0$, 外 = 点电荷, → 均匀带电球体内 $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{r}{R^3}$

## 静电场

⟨ 几何 – 矢量场 ⟩

(用石膏晶粒)

electric field line
$\boxed{\text{电场线}}$ 使曲线每一点的切线方向和该点场强方向一致, 使任一点电场线的数密度与该点场强大小成正比

静电场的电场线起自正电荷或无穷远, 结束于负电荷或无穷远, 不会在没有电荷处中断, 不会相交或闭合

eng

**电场强度通量** $\Phi_E=\vec{E}\cdot\vec{S}$ 对于闭合曲面，取外法线矢量方向为正

1. 库仑定律算包围点电荷同心球面 2. 球面通量等于同立体角任意曲面 3. 不包围电荷通量为零 4. 场强叠加

Gauss theorem

**电场高斯定理** 通过任意闭合曲面 $\Phi_E=\oiint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{q_{(S内)}}{\varepsilon}$

(没有一定对称性就无法只靠高斯定理得出场强分布，高斯定理对静电场的描述不完备)

circuital theorem of electrostatic field

静电场力做功与路径无关 ⇔ **静电场环路定理** 沿任意闭合环路 $\oint_L \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=0$

eng

**电势能** 试探电荷从 $\vec{r_1}$ 到 $\vec{r_2}$，电势能减少 = 静电场力做功 $W_{12}=q\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$

electric potential difference　Volt　eng

**电势差** $U_{12}=U_1-U_2=\frac{W_{12}}{q}$，单位 V(伏特) = J/C，若取无穷远电势为零，则 **电势** $U_1=\int_{r_1}^{\infty}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$，点电荷 $U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

(零势点不能选在电荷上，分布于无穷远的净电荷为零才能选无穷远为零势点，如单根无限长带电直线，零势点不能取在直线上也不能取在无穷远，一对无限长异号带电直线，零势点可取在中垂面或无穷远)

superposition principle

**电势叠加原理** 各电荷同时存在产生的电势，等于单独存在时的电势的代数和

equipotential surface

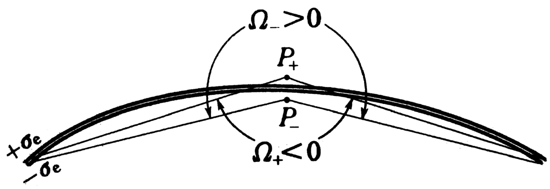
**等势面** 和电场线处处正交，疏密反映场强大小 无旋 $\vec{E}=-\nabla U$，任意方向上的分量 $E_l=-\partial_l U$

圆环轴线上 $U=\frac{\eta_e}{2\varepsilon_0}\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}, E_z=\frac{\eta_e}{2\varepsilon_0}\frac{Rz}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$，圆盘 $(x\ll R)$ $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0 r}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$

叠加原理电偶极子 $r\gg l$, $U\approx\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\vec{e_r}}{r^2}\to E_r=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p\cos\theta}{r^3}, E_\theta=-\frac{1}{r}\partial_\theta U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\sin\theta}{r^3}, E_\varphi=0$

eng

**电偶极层** 厚度为 $l$ 的均匀曲面两面带相反电荷 $\pm\sigma_e$



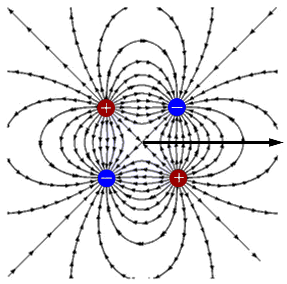

$U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_S\sigma_e\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)\mathrm{d}S, r_2\approx r_1+\cos\theta,$

$\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\approx-\frac{l\cos\theta}{r^2}, \frac{\cos\theta\,\mathrm{d}S}{r^2}=$立体角 $\mathrm{d}\Omega$，两侧立体角跃变 $4\pi$

$U=-\frac{\sigma_e l}{4\pi\varepsilon_0}\Omega, \vec{E}=\frac{\sigma_e l}{4\pi\varepsilon_0}\nabla\Omega$，电偶极层的 $E$ 和 $U$ 只和它对场点所张立体角有关，两侧有电势跃变 $\frac{\sigma_e l}{\varepsilon_0}$

electric quadrupole

**电四极子** $r\gg l, U=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3ql^2\sin\theta\cos\theta}{r^3}$



electrostatic energy

**静电能** $W_e$ 等于把带电体系拆成无限分散的状态静电力做的全部功，

对于多个带电体，等于各带电体的 **自能** 加带电体之间的 **互能**

两个点电荷 $W_互=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}}$，$n$ 个点电荷是所有配对之和

$W_互=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i\neq j}^{C_n^2}\frac{q_iq_j}{r_{ij}}=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_iU_i, U_i$ 是除 $q_i$ 之外其余电荷在 $q_i$ 的位置产生的电势

对于无穷大离子晶体，计算单个离子的远近邻的级数和，乘以离子总数除以 2 (另外还需量子交换效应修正)

对于连续分布 $W_e=\frac{1}{2}\iiint_V\rho_e U\,\mathrm{d}V$，均匀带电球壳 $W_自=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{2R}$ 球体 $W_自=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3q^2}{5R}$

把电子设想为带电球，取 $m_ec^2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_c}$，得 $r_c\approx2.8$ fm 称为 **电子经典半径** (仅作常用常量用)

电场中的电势能 $W=qU$，电偶极子在匀强电场中 $W=-\vec{p}\cdot\vec{E}$，受力矩 $L_\theta=-\partial_\theta W=-pE\sin\theta$

电偶极子在非均匀电场中受力 $\vec{F}=-\nabla W=\nabla(\vec{p}\cdot\vec{E})$，摩擦起电后，碎片被极化，电场力总把它拉向电场较强区域

electrostatic equilibrium
静电平衡 自由电荷静止, 电场分布不随时间变化, 感应电荷产生的电场 $\vec{E'}=-\vec{E_0}$

均匀导体静电平衡条件 导体内场强处处为零 必要性: 反证法, 充分性: 静电场边值问题唯一性定理

eng
静电透镜 带孔金属板, 孔附近电场线不再平行, 能聚焦电子束

**推论** 导体是等势体, 表面是等势面, 电荷只分布于导体表面, 导体壳同理, 表面附近场强与表面垂直, $E=\frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}$

导体表面尖端(曲率较大) 处 $\sigma_e$ 较大, 凹处(曲率为负) $\sigma_e$ 更小 → eng 尖端放电

eng
电风 尖端的强电场电离空气, 吸引同号离子中和, 异号离子受排斥远离

corona
电晕 离子与空气分子碰撞产生光辐射, 浪费电能 (高压电线不能太细, 高压电极做得极光滑)

lightning rod
避雷针 在建筑物上安装尖端导体并良好接地, 带电云层接近时通过避雷针持续放电

Van de Graaff generator
范德格拉夫起电机 电势低的导体可不断接触高电势导体壳内部使其电势不断升高

导体内表面处处无电荷 ⇔ 库仑平方反比精确成立 ⇔ 光子静质量严格为零 ⇔ 光在真空无色散

性质 当导体壳内有其它带电体时, 静电平衡时, 导体壳内表面电荷与腔内带电体电荷代数和为零

electrostatic screening / shielding
静电屏蔽 1. 导体壳可保护内部区域不受外界电场影响

2. 内部带电体位置不影响腔外, 若外壳接地则完全不影响腔外

## 电学

孤立导体电势随电量等比增加 capacitance 电容 $C=\frac{q}{U}$ Farad F(法拉)=C/V 孤立导体球(壳) $C=4\pi\varepsilon_0 R$

两个接近的导体表面总带电 $\pm q$ (自由电荷) , 定义电容 $C=\frac{q}{\Delta U}$, 两导体叫做电容器的 capacitor plate 极板

**推论** 充介质后 $C=\varepsilon_r C_0$, 导体相当于 $\varepsilon=\infty$

平行板电容器 $C=\frac{\varepsilon S}{d}$ $\frac{\sigma S}{\frac{\sigma}{\varepsilon}d}$ 同轴圆柱 $C=\frac{2\pi\varepsilon l}{\ln R_2-\ln R_1}$ $\frac{\eta l}{\frac{\eta}{2\pi\varepsilon}\int\frac{1}{r}}$ 同心球 $C=4\pi\varepsilon_0\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}$ $\frac{1}{k_e\Delta\frac{1}{r}}$

(以上略去边缘效应) 并联串联 ⟨ 电路 –⟩

eng
介电强度 / 击穿场强 强电场中绝缘性能被破坏, 空气的介电强度 $\approx 3\times10^6$ V/m

电容器储能 $W_e=\int_0^q\frac{q}{C}\mathrm{d}q=\frac{q^2}{2C}=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}Uq=\frac{1}{2}Ed\sigma_{e0}S=\frac{1}{2}EDV$

电场能与静电能一致, 电能是定域在电场中的 (不依赖于电荷)

eng
电能密度 $\omega_e=\frac{W_e}{V}=\frac{1}{2}\varepsilon E^2$, 静电场能是电能密度在全空间积分, 如导体球(壳) $W_e=\frac{\varepsilon_0}{2}\int_R^\infty(k_e\frac{q}{r^2})^2 4\pi r^2\mathrm{d}r=\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$

均匀带电球体同理 $\frac{\varepsilon_0}{2}k_e^2[\int_0^R(\frac{qr}{R^3})^2+\int_R^\infty(\frac{q}{r^2})^2]4\pi r^2\mathrm{d}r$, 第一项是第二项的 $\frac{1}{5}$ → 球壳乘 $\frac{6}{5}$ 即可

eng
静电场边值问题 给出各带电导体几何形状与位置后, 在给定各导体电荷量或电势 (边界条件)

电势连续, 无极值

唯一性定理 边界条件可将电场的恒定分布唯一确定 → 接地静电屏蔽, 内对外, 外对内均无影响

(有电介质也有唯一性定理)

⟨ 数理 – 电像法 ⟩ 导体板一侧的电场, 等于没有导体板而在另一侧有像电荷共同产生的

## 电流

(electric) current
电流 电荷的定向流动, 规定为正电荷流动方向, 导体中电流方向同电场方向, 高电势指向低电势

(电流电子漂移速率 $\approx\times10^{-5}$ m/s, 电子热运动速率 $\approx\times10^5$ m/s, 电场传播速率为光速 $\approx 3\times10^8$ m/s)

eng
电流强度 单位时间通过导体任一横截面的电荷量 $I=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}q$ Ampere A(安培)=C/s, 标量 ⟨ 电路 –⟩

ammeter galvanometer

电流表 电流计 〈实验 –〉

current density

电流密度 $\vec{j}=nq\vec{v}$ A/m$^2$, 电流场是矢量场, $I$ 是其通量 $I=\int_S \vec{j}\cdot d\vec{S}$

eng

电流连续方程 $\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=-\frac{d}{dt}q$, 流出闭合面的通量等于电荷减少

eng

电流恒定条件 $\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=0$, 电流线不会中断, 恒定电路必然闭合

恒定电场满足环路定理, 故可引入电压

resistance Ohm resistance Siemens resistivity eng

电阻 $R=\frac{U}{I}$ $\Omega$(欧姆) 电导 $G=\frac{1}{R}$ S(西门子) 电阻率 $R=\rho\frac{l}{S}$ $\Omega\cdot$m 电导率 $\sigma=\frac{1}{\rho}$ S/m

〈固体 –〉电阻反映的是自由电子与晶格点阵原子实碰撞造成对电子定向运动的破坏作用

eng eng

电阻温度系数 $\rho=\rho_0(1+\alpha t)$, 纯金属 $\alpha\approx0.004$ 伏安特性 $I$-$U$ 图 非线性元件 伏安特性不为线性

eng

欧姆定律 $I=\frac{U}{R}\Leftrightarrow\vec{j}=\sigma\vec{E}$

eng eng

电功率 $P=UI$ 焦耳定律 $Q=UIt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t\ \Leftrightarrow$ 热功率密度 $p=\frac{j^2}{\sigma}=\sigma E^2$

## 静磁

eng

历史上先认为有磁荷 $F=\frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{q_{m1}q_{m2}}{r^2}$ 磁场强度 $\vec{H}=\frac{\vec{F}}{q_m}$

eng

安培定律 电流元 $I_1$ 给 $I_2$ 的力 $d\vec{F_2}=k_m\frac{I_2\,d\vec{l_2}\times(I_1\,d\vec{l_1}\times\vec{e_{r21}})}{r^2}$, $k_m=\frac{\mu_0}{4\pi}$, 取 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}$ N/A$^2$=H/m,

然后定义 A (国际度量衡会议正在酝酿利用单位电子电荷去重新定义安培)

(恒定情况下不存在孤立电流元,把三叉乘展开闭合回路积分满足牛三)

magnetic induction

磁感应强度

$\vec{B}=\mu_0\vec{H}$ T=N/(Am)=$\times10^4$Gs 安培定律拆开, $d\vec{F_2}=I_2\,d\vec{l_2}\times d\vec{B}$, 得安培力和毕-萨

Biot-Savart law

毕奥-萨伐尔定律 $d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\vec{e_r}}{r^2}$ ($\vec{e_r}$ 由电流元指向场点) ($I\,d\vec{l}=\vec{j}\,dV$)

**例** 无限长载流直导线 $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ 方向右手螺旋, 有限长 $B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$, 载流圆线圈在中心 $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

载流圆线圈在轴线 $B=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int\frac{dl}{r^2}\frac{R}{r}=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}\,r=\sqrt{R^2+x^2}\xrightarrow{x\gg R}\vec{B}=\frac{\mu_0\vec{m}}{2\pi x^3}$

eng

亥姆霍兹线圈 间距等于半径的一对共轴载流圆线圈, 中点处 $\frac{d^2B}{dx^2}=0$

(由于偶函数, 奇次导也均为零), 可方便地获得均匀磁场

载流螺线管轴线 $B=\mu_0 nI\frac{\cos\theta_2-\cos\theta_1}{2}$ 方向右手螺旋, $n$ 为单位长度匝数

无限长密绕螺线管轴线 $B=\frac{\mu_0 IR^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{n\,dx}{r^3}=\mu_0 nI$, 螺绕环(任何异形截面均适用) $B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi R}$

整个螺线管内部磁场都是均匀的 矩形安培环路, 另一边在无限远, 管外 $B=0$

## 静磁场

小磁针是因为磁感线密度变化（磁感应强度梯度）而受力

(用铁屑) 磁铁外部,磁感线从 N 极走向 S 极, 磁铁内部从 S 极走回 N 极 (地磁北极位于地理南极附近)

磁偶极层和载流线圈等价 $\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\nabla\Omega$

Ampère circuital theorem

恒磁场安培环路定理 通过任意闭合环路 $\oint_L\vec{B}\,d\vec{l}=\mu_0 I_{(L内)}$

($\vec{B}$ 是全空间电流产生的磁场, 只不过不通过 $L$ 的电流的环路积分为零)

magnetic flux　　Weber　　Gauss theorem

磁通量 $\Phi_B=\vec{B}\cdot\vec{S}$ $\mathrm{Wb}$(韦伯)$=\mathrm{Tm}^2$ 磁感线总闭合 磁场高斯定理 通过任意闭合曲面 $\Phi_B=\oiint_S\vec{B}\,\mathrm{d}\vec{S}=0$

Ampère force

安培力 $\mathrm{d}\vec{F}=I\,\mathrm{d}\,\vec{l}\times\vec{B}$, 同向导线吸引, 反向导线排斥

任意形状载流线圈在均匀磁场中受力矩 $\vec{L}=IS(\vec{n}\times\vec{B})$, $\vec{n}$ 为右手定则规定的法向

magnetic moment

定义 磁矩 $\vec{m}=IS\vec{n}$, $\vec{L}=\vec{m}\times\vec{B}$ (磁偶极矩 $\vec{p_m}=\mu_0\vec{m}$)

Lorentz force

洛仑兹力 $\vec{F}=q\vec{v}\times\vec{B}$ 总与带电粒子速度方向垂直, 故不对粒子做功

(安培力的微观解释, 自由电子的冲量传递给金属晶格)

拉莫尔半径 $r=\frac{mv}{Bq}$, 回旋周期 $T=\frac{2\pi m}{Bq}$ 与 $v$ 或 $r$ 无关 → 磁聚焦

筛选速度 $Eq=qvB$, 先平衡后断电 → 荷质比 $\frac{q}{m}=\frac{E}{rB^2}$ (非相对论)

回旋加速器 $v_{\max}=\frac{rBq}{m}$, 会受相对论的影响

〈固体—〉霍尔效应与载流子的电性有关

磁场越强半径越小, 磁矩不变 $m=IS=q\nu\pi r^2=\frac{mv_\perp^2}{2B}=E_{k\perp}/B$ →

磁镜 带电粒子由弱磁场向强磁场运动, $v_\perp$ 增加导致 $v_{/\!/}$ 减小乃至反弹

eng

例如两个同向载流线圈 → 托卡马克装置, 约束等离子体, 例如地磁场约束形成范艾伦辐射带

## 磁矢势

极矢量: $\vec{E}$, 电矩 $\vec{p}$

轴矢量: $\vec{B}$, 磁矩 $\vec{m}$

〈几何—〉两极矢量叉乘得轴矢量 (如毕-萨)

**推论** 镜面对称的载流系统, 在镜面处产生的 $\vec{B}$ 必垂直于镜面

〈几何—〉无旋场是某标量场的梯度 $\nabla\times(\nabla U)=0$, 无散场是某矢量场的旋度 $\nabla\cdot(\nabla\times\vec{A})=0$

vector potential

磁矢势 $\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$, 即 $\oiint_S\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\Phi_B=\oint_L\vec{A}\cdot\mathrm{d}\,\vec{l}$

记 $\vec{r}$' 为源点, $\vec{r}$ 为场点, $\nabla$ 只对场点作用, $\vec{j}(\vec{r}')\times\frac{\vec{e_r}}{r^2}=\nabla\times\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{r}$

取无穷远矢势为零, 载流回路 $L$ 产生的矢势为 $\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_L\frac{\mathrm{d}\,\vec{l}}{r}$ (表达式不唯一)

(矢量的话就不像电势那样可以简化计算了⋯)

**常用** 对于匀强磁场 $\vec{B}=B\vec{e_z}$ $B\pi r^2=2\pi rA$ $\vec{A}=\frac{1}{2}\vec{B}\times\vec{r}$, $\vec{A}\cdot\vec{p}=\frac{1}{2}(\vec{B}\times\vec{r})\cdot\vec{p}=\frac{1}{2}\vec{B}\cdot(\vec{r}\times\vec{p})=\frac{1}{2}BL_z$

**例** 无限长载流直导线, $\vec{A}$ 与导线平行, 取长为 $l$ 的矩形环路, $\Delta A_z l=\Phi_B=l\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int\frac{\mathrm{d}r}{r}$

$A_z(r_1)-A_z(r_2)=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}$ (此时零势点不能取在无穷远)

无限长密绕螺线管, 矢势和电流同向, 只有 $A_\varphi$ 分量, $A_\varphi(r)=\mu_0 nI\frac{r}{2}(r<R), =\mu_0 nI\frac{R^2}{2r}(r>R)$

费曼圆盘佯谬 → 电磁场具有角动量!

类似 $qU$ 是电势能, $q\vec{A}$ 相当于磁势动量

$\vec{F}=q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})=-q[\nabla U+\partial_t\vec{A}-\vec{v}\times(\nabla\times\vec{A})]=-q[\nabla U+\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{A}-\nabla(\vec{v}\cdot\vec{A})]=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\vec{v})$

( $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{A}=\partial_t\vec{A}+(\vec{v}\cdot\nabla)\vec{A}$, 沿粒子轨道 $\vec{A}$ 不变时才等于偏导, $\vec{v}$ 不是分布在空间的场, 对它空间微分 $(\vec{v}\cdot\nabla)\vec{A}=0$)

canonical momentum

带电粒子在电磁场中 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(m\vec{v}+q\vec{A})=-q\nabla(U-\vec{v}\cdot\vec{A})$, 广义势的梯度等于零时, 正则动量 $\vec{p}=m\vec{v}+q\vec{A}$ 守恒

(拉氏量 $L=\frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2+q\vec{A}\cdot\dot{\vec{r}}-qU$, 从 $\frac{\partial L}{\partial\dot{\vec{r}}}$ 也可推出上式, 故正则动量才满足正则对易关系)

kinematical momentum

以前的 $m\vec{v}$ 改叫作 动力学动量 $\vec{\Pi}=\vec{p}-q\vec{A}$, 哈氏量 $H=\frac{\Pi^2}{2m}+qU$

(把 $-q$ 写成 $+e$ 的是因为 $e<0$, 写 $\frac{q}{c}$ 的是高斯单位制)

⟨ 量子 —A-B 效应 ⟩

## 磁单极

假如世界上有一种无限细的弦, 一端无限长, 另一端有一个端点, 这个端点就像通电螺线管的一端, 会发出许多磁力线, 它看起来就像只有一个磁极的磁铁, 所以叫做磁单极子 (magnetic monopole)

(图: 半无限长螺线管)

## 电源

电场力沿闭合回路做功为零, 只有静电场不能维持恒定电流, 必须有非静电力做功

电源 (eng) 提供非静电力的装置, 非静电力由负极指向正极

电动势 (ElectroMotive Force) 把单位正电荷从负极通过电源内部移到正极, 非静电力做的功 $\mathscr{E}=\oint\vec{K}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ (V) (电源外部 $\vec{K}=0$)

电动机, 电流计?

## 电磁感应

法拉第电磁感应定律 (eng) $\mathscr{E}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi_B$ 磁通链 $\Psi=N\Phi$

楞次定律 (eng) 感应电流的效果总是反抗激发感应电流的原因 (只有这样才符合能量守恒)

感生电动势和动生电动势差别真的那么大吗? 知乎: 没有任何本质区别. 从狭义相对论的角度看, 在一个参考系下所谓" 感生电动势", 在另外一个参考系下就是" 动生电动势". 至于题主那么重视的楞次定理, 站在 Maxwell 方程的角度看, 只不过是一个表示方向的负号而已. 远没有那么的本质. 如果希望进一步了解相关的信息, 其实只要看看电磁场的 Lorenz 变换, 自己动手按照变换算一下运动的电磁场怎样在转变参考系的时候电变成磁, 磁变成电

## 磁学

涡流, 电感 ⟨ 电路 —⟩

## 电介质

电介质 (dielectric) 没有自由电荷, 但有束缚电荷, 可以被极化 (polarization), 但不能完全抵消外电场 (起一定屏蔽作用)

无极性分子为电子位移极化, 极性分子还有取向极化比位移极化强一个数量级

(但高频场下, 取向惯性大跟不上, 只有电子能跟上) 性质对于均匀电介质, 未抵消极化电荷集中在表面

电极化强度 (electric polarization intensity) $\vec{P}=\frac{\sum\vec{p}_{分子}}{\Delta V}$ C/m$^2$, $\oiint_S\vec{P}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=-q'_{(S内)}$ (负号? ) 极化电荷面密度 $\sigma'_e=\vec{P}\cdot\vec{e_n}=P_n$

退极化场 (depolarization) $\sigma'_e$ 产生的 $E'$ ($\vec{P}$ 相同, 电介质沿极化方向尺度越大横向尺度越小, 退极化场越弱)

均匀极化 $\vec{P}$ 的平行板电介质 $E'=\frac{P}{\varepsilon_0}$, 电介质球 $E'=\frac{P}{3\varepsilon_0}$, $\sigma_e$ 的分布规律为 $\cos\theta$

高中竞赛: 可看作两个均匀带正负电的球微小错开

对大多数各向同性线性介质, $\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$ , 对于各向异性材料 (如晶体) 电极化率 (electric susceptibility) $\chi_e$ 是二阶张量

铁电体 (ferroelectrics) $\vec{P},\vec{E}$ 间有电滞效应, 类似磁滞, 有很强的极化和压电效应(如酒石酸钾钠, 钛酸钡)

驻极体 (electret) 在极化后能将极化冻结起来, 类似永磁体 (如石蜡)

压电效应 (piezoelectric effect) 晶体发生机械形变时会极化, 在相对两面产生异号极化电荷 → 话筒, 晶体振荡器

$\boxed{\text{逆压电效应}}$ 晶体上加电场会发生机械形变 → 耳机, 超声波发生

electric displacement

$\vec{E}=\vec{E_0}+\vec{E'}$ 这些量互相制约, 引入 $\boxed{\text{电位移矢量/电感应强度}}$ $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=(1+\chi_e)\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$ 简化计算

permittivity　relative permittivity　permittivity of vacuum

介质的 $\boxed{\text{介电常量}}$ $\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$, $\boxed{\text{相对介电常量/电容率}}$ $\varepsilon_r=1+\chi_e$, $\varepsilon_0$ 为 $\boxed{\text{真空介电常量}}$, $\varepsilon_{r,\text{空气}}\approx1.0005$, $\varepsilon_{r,\text{水}}\approx78$

$\oiint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}(q_0+q')_{(S\text{内})}$, 联立 $\vec{P}$ 的高斯定理消去 $q'$ $\oiint_S\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=q_{0(S\text{内})}$

不能认为 $\vec{D}$ 和 $q'$ 无关, $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E_0}$ 成立的条件: 均匀电介质表面沿等势面

普遍情况 $\oint\vec{D}\cdot\mathrm{d}\vec{l}\neq0$, $\vec{D}\propto\vec{E}$ 但 $\vec{E_0}\not\propto\vec{E}$

($\vec{D}$ 不可直接测量, 没有明确的物理意义? 只是为了数学形式上简单引入的辅助矢量)

## 磁介质

## 麦克斯韦方程组

| 微分形式 | | 介质边界条件 |
|---|---|---|
| $\nabla\cdot\vec{D}=\rho_0$ | 电高斯(自由电荷体密度) | $\Delta D_n=\sigma_f$ (自由电荷面密度) |
| $\nabla\cdot\vec{B}=0$ | 磁高斯 | $\Delta B_n=0$ |
| $\nabla\times\vec{E}=-\partial_t\vec{B}$ | 非静电环路 | $\Delta E_t=0$ |
| $\nabla\times\vec{H}=\vec{j}_0+\partial_t\vec{D}$ | 非恒磁环路 | $\Delta H_t=\vec{i_f}$ 自由电荷线密度, $I=il$ |

phase velocity

$\boxed{\text{相速度}}$ $v_p=\frac{c}{\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}}$, ⟨ 光学 –⟩

| 电介质 | 磁介质 |
|---|---|
| electric displacement<br>$\boxed{\text{电位移矢量}}$ $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\varepsilon\vec{E}$ | eng<br>$\boxed{\text{磁感应强度}}$ $\vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M})=\mu\vec{H}$ |
| polarization charge density<br>$\boxed{\text{极化电荷密度}}$ $-\nabla\vec{P}$ | magnetization current density<br>$\boxed{\text{磁化电流密度}}$ $\nabla\times\vec{M}$ |
| electric susceptibility<br>$\boxed{\text{电极化率}}$ $\vec{P}=\chi_e\varepsilon_0\vec{E}$ | magnetic susceptibility<br>$\boxed{\text{磁化率}}$ $\vec{M}=\chi_m\vec{H}$ |
| electric permittivity<br>$\boxed{\text{电容率}}$ $\varepsilon_r=1+\chi_e$ | magnetic permeability<br>$\boxed{\text{磁导率}}$ $\mu_r=1+\chi_m$ |

Linear,Isotropic,Homogeneous

线性各向同性均匀介质

电位移矢量 $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$

磁感应强度 $\vec{B}=\mu\vec{H}$

欧姆定律 $\vec{j_0}=\sigma\vec{E}$

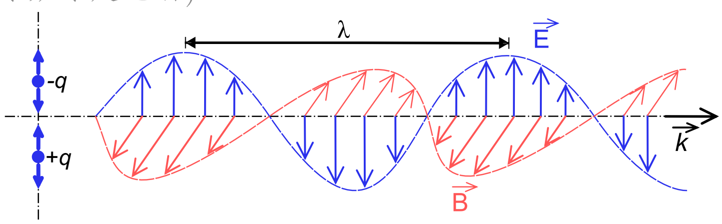
$\boxed{\text{位移电流}}$ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi_D$ $\boxed{\text{位移电流密度}}$ $\partial_t\vec{D}$

## 电磁波

对于电磁学, 无论速度多低, 伽利略变换都不适用 ⟨ 广相 –⟩

对 $\nabla\times\vec{E}=-\partial_t\vec{B}$ 两边取 $\nabla\times$, 左边 $\nabla\times(\nabla\times\vec{E})=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}=-\nabla^2\vec{E}$, 右边 $-\partial_t(\nabla\times\vec{B})=-\mu\varepsilon\partial_t^2\vec{E}$

(电场磁场同相位, 磁的时间导数是电势, 再做空间导数才是电场)




得到一个波动方程 $\nabla^2\vec{E}=v_p^{-2}\partial_t^2\vec{E}$, $v_p=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$

$\omega\vec{B}=\vec{k}\times\vec{E}, -\omega\vec{D}=\vec{k}\times H, \vec{E}\vec{H}\vec{k}$ 右手正交

电磁波是横波 $\nabla\cdot\vec{u}=0$ (纵波 $\nabla\times\vec{u}=0$)

设线偏振 $E_y=E_z=0$, 得 $\partial_zE_x=-\partial_tB_y, -\partial_zB_y=v_p^{-2}\partial_tE_x$

解是 $E_x(z,t)=E_0\cos(kz-\omega t+\varphi), B_y(z,t)=B_0\cos(kz-\omega t+\varphi), k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{v_p}, \sqrt{\mu}H_0=\sqrt{\varepsilon}E_0$

(也可以写成复数)〈 光学 –〉

wave impedance　　　　　　　　　　characteristic impedance of vacuum

波阻抗 $Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$, 自由空间 真空特征阻抗 $Z_0 = Z\,|n| = \mu_0 c \approx 377\ \Omega$

一般磁偶极子在光频率响应太慢, 非磁性介质 $\mu_r \approx 1, E_x/H_y = -E_y/H_x = Z_0/|n| \times sign(k)$

Poynting vector　　　　　　　　　intensity

坡印廷矢量 $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$, 单位 $\mathrm{W/m^2}$ 光强 $\vec{I} = \frac{1}{t}\int_t \vec{S}(t)dt, (t \gg T)$ (fluctuation of intensity?)

monochromatic plane wave

单色平面波 $I_z = \int_{-T/2}^{T/2} E_x(z,t) H_y(z,t) dt = \frac{1}{Z}\frac{1}{T}\int E_x^2 dt = \frac{E_0^2}{2Z}$

静电场唯一性定理 这个在数学上叫狄利克雷问题，希尔伯特证明了，只要边界和边界上的值足够光滑，那么解必定唯一，反而是否存在是不知道的。对于麦克斯韦方程组和物理中的条件来说，这类的光滑性一般被认为是满足的。

## 电磁波传播

## 电磁波辐射

## 参考文献


赵凯华. 电磁学（第三版）. 高等教育出版社 (初学入门) 【刷至 P173/625】(电路的部分看单独电路课教材)

赵凯华. 新概念物理教程-电磁学. 高等教育出版社 (上面那本的精简版, 不适合初学适合复习)

Edward M. Purcell, Electricity and magnetism (second edition), McGraw-Hili book company （andrew shen, 讲矢量场）

王忠亮. 电磁学讨论. 四川教育出版社 (用来参考)

虞福春. 电动力学（修订版）. 北京大学出版社 (电动力学打基础) 【看了一下相对论部分，没仔细做笔记】

郭硕鸿. 电动力学（第三版）. 高等教育出版社 (用来参考) 【可以刷一下…】

俞允强. 电动力学简明教程. 北京大学出版社（色散，唯一讲张量分析）

Griffiths, Introduction to Electrodynamics (3rd)（by 童哲）

J. D. Jackson, Classical Electrodynamics (3rd ed) (elaborate but tedious)