

TỔNG HỢP KIẾN THỨC VỀ CÁC PHÉP BIẾN HÌNH CƠ BẢN TRONG MẶT PHẪNG.

GV. Vũ Hữu Viên.

* **Các ký hiệu chung:** P là tập hợp mọi điểm của mặt phẳng.

$f: P \rightarrow P$ có nghĩa: f là phép biến hình của mặt phẳng, biến điểm M (bất kỳ thuộc P) thành điểm M' (thuộc P). f^{-1} : phép biến hình ngược của f . $g \circ f$: hợp thành (tích) của f và g theo thứ tự $M \mapsto M'$

thực hiện. $M' = f(M)$: M' là ảnh của M qua f . (H) là một hình của mặt phẳng. $(H') = f((H))$: (H') là ảnh của (H) qua f . $f(M) = M$: M bất động qua f .

	ĐỊNH NGHĨA	TÍNH CHẤT CHUNG	PHÂN LOẠI	MINH HOẠ	TÍNH CHẤT RIÊNG	HÌNH BẤT ĐỘNG	TOẠ ĐỘ ẢNH	QUAN HỆ – PHÉP HỢP THÀNH
PHÉP ĐỜI HÌNH	$f: P \rightarrow P$ là phép dời hình $\Leftrightarrow M'N' = MN$; $\forall M, N \in P$	* f bảo toàn: độ dài đoạn thẳng, quan hệ thẳng hàng và thứ tự của các điểm, quan hệ song song – vuông góc của đường thẳng, góc của hai đường thẳng – hai tia – hai véc tơ. * $(H) = (H')$ $\Leftrightarrow \exists$ phép dời hình $f: (H) \mapsto (H')$. * Phép dời hình là hợp thành (tích) của một số hữu hạn phép đối xứng trục.	PHÉP ĐỒNG NHẤT $I_d: M \mapsto M$			Mọi hình	$M(x; y) \mapsto M'(x; y)$	
			PHÉP ĐỐI XỨNG TÂM I $D_I: M \mapsto M' \Leftrightarrow \overline{IM} = -\overline{IM'}$		$I \notin d \mapsto d'$ $\Rightarrow d' // d$	$d' \equiv d \Leftrightarrow I \in d$ $(C) \equiv (C')$ $\Leftrightarrow (C) \text{ tam } I$	$M(x; y) \mapsto M'(x'; y')$ $\begin{cases} x' = 2a - x \\ y' = 2b - y \end{cases}; I(a; b)$	$D_J \circ D_I = T_{2IJ}$
			PHÉP ĐỐI XỨNG TRỤC Δ $D_\Delta: M \mapsto M'$ $\Leftrightarrow \begin{cases} M' \equiv M; \text{ if } M \in \Delta \\ \Delta \text{ là trung trực } MN; \text{ if } M \notin \Delta \end{cases}$		$d \mapsto d'$ $d // \Delta \Rightarrow d' // d$ $d \cap \Delta = I \Rightarrow (\Delta, d) = (\Delta, d')$	$d' \equiv d \Leftrightarrow \begin{cases} d \equiv \Delta \\ d \perp \Delta \end{cases}$ $(C) \equiv (C')$ $\Leftrightarrow \text{tam}(C) \in \Delta$	$\Delta: ax + by + c = 0$ $(hx' - x) - a(y' - y) = 0$ $\begin{cases} a \left(\frac{x' + x}{2} \right) + b \left(\frac{y' + y}{2} \right) + c = 0 \end{cases}$	 $d_1 // d_2 \Rightarrow D_{d_2} \circ D_{d_1} = T_{2\vec{v}}$ $d_1 \cap d_2 = I \Rightarrow D_{d_2} \circ D_{d_1} = Q_{(I; 2\varphi)}$
			PHÉP TỊNH TIẾN theo véc tơ \vec{v} $T_{\vec{v}}: M \mapsto M' \Leftrightarrow \overline{MM'} = \vec{v}$		$d \mapsto d'$ $\vec{d} \neq k\vec{v} \Rightarrow d' // d$	$d' \equiv d \Leftrightarrow \vec{d} = k\vec{v}$	$\vec{v} = (a; b)$ $\begin{cases} x' = a + x \\ y' = b + y \end{cases}$	 $T_{\vec{d}} \circ T_{-\vec{d}} = I_d; D_I \circ T_{\vec{v}} = D_K$ $T_{\vec{b}} \circ T_{\vec{a}} = T_{\vec{a}}; \circ T_{\vec{b}} = T_{\vec{a} + \vec{b}}$
			PHÉP QUAY tâm I , góc quay φ $Q_{(I; \varphi)}: M \mapsto M'$ $\Leftrightarrow \begin{cases} M' \equiv I; \text{ if } M \equiv I \\ IM = IM' \\ (IM, IM') = \varphi; \text{ if } M \neq I. \end{cases}$		$d \mapsto d'; 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow (d, d') = \varphi$	$(C) \equiv (C')$ $\Leftrightarrow \text{tam}(C) \equiv I$	$I(a; b)$ $\begin{cases} x' = a + (x - a) \cos \varphi - (y - b) \sin \varphi \\ y' = b + (x - a) \sin \varphi + (y - b) \cos \varphi \end{cases}$	$Q_{(I; \pi)} = D_I; Q_{(I; 0)} = I_d$ $Q_{(I; -\varphi)} \circ Q_{(I; \varphi)} = I_d$ $Q_{(J; \beta)} \circ Q_{(I; \alpha)} = Q_{(K; \alpha + \beta)}$ $2(IK, IL) = \alpha; 2(JL, JK) = \beta$
PHÉP ĐỒNG DẠNG	$g: P \rightarrow P$ là phép đồng dạng tỉ số k ($k > 0$) $\Leftrightarrow M'N' = kMN$; $\forall M, N \in P$	* g bảo toàn: tỉ số độ dài hai đoạn, quan hệ thẳng hàng, song song, vuông góc, góc của hai đường thẳng – hai tia – hai véc tơ... * $(H) \sim (H')$ $\Leftrightarrow \exists$ phép đồng dạng $g: (H) \mapsto (H')$	PHÉP $\forall I$ TỰ TÂM I , tỉ số $k \neq 0$ $V_I^k: M \mapsto M'$ $\Leftrightarrow \overline{IM'} = k\overline{IM}$ (V_I^k là phép đồng dạng tỉ số $ k $)		$k \neq 1$ $I \notin d \mapsto d'$ $\Rightarrow d' // d$ $(O, R) \mapsto (O'; R')$ $\overline{IO'} = k\overline{IO}; R' = k R$	$k \neq 1$ $d' \equiv d \Leftrightarrow I \in d$	$I(a; b)$ $\begin{cases} x' = a + k(x - a) \\ y' = b + k(y - b) \end{cases}$	$V_I^1 = I_d; V_I^{-1} = D_I$ $V_I^k \circ V_I^l = V_I^{kl}$ $V_I^j \circ V_I^k = V_O^{kl}$ $\overline{IO} = \frac{1-l}{1-kl} \overline{IJ}; (k, l, kl \neq 1)$
			PHÉP ĐỒNG DẠNG tỉ số $ k > 0$ $g = f \circ V_I^k = V_I^k \circ f$ với f là phép dời hình.					

