

Математический Анализ

Илья Ковалев

2024 год

1 Учебники

- Зорич Владимир Антонович — математический анализ
- Фихтенгольц — Основы математического анализа
- Димедович — Сборник задач по математическому анализу

2 Элементы теории множеств

Множество — набор элементов.

Пустое множество — \emptyset .

Универсальное множество — U — элементов рассматриваемого типа.

3 Операции над множествами

3.1 Принадлежность

$x \in A$ — x принадлежит A

3.2 Подмножество

$A \subset B$ если $\forall x \in A \Rightarrow x \in B$

3.3 Пересечение

$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$

3.4 Объединение

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

3.5 Разность

$$A \setminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$

3.6 Дополнение

$$\overline{A} = U \setminus A = \{x : x \notin A\}$$

4 Логические высказывания

Логическое высказывание — повествовательное предложение, про которое можно сказать, истинно оно или ложно.

Предикат — утверждение, зависящее от переменной (переменных), превращающаяся в логическое высказывание при подстановке вместо переменной (переменных) ее значения.

Область истинности предиката — множество значений переменной (переменных), при которых этот предикат превращается в истинное высказывание.

5 Операции над логическими высказываниями

5.1 Отрицание

| A | \overline{A} |
|---|----------------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

6 Область существования и определения функции

6.1

$$\begin{aligned}y &= \sqrt{1+x} \\ 1+x &\geq 0 \\ x &\geq -1 \\ x &\in [-1; +\infty)\end{aligned}$$

6.2

$$\begin{aligned}y &= \sqrt{2+x-x^2} \\ 2+x-x^2 &\geq 0 \\ x^2-x-2 &\leq 0 \\ (x-2)(x+1) &\leq 0 \\ x &\in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)\end{aligned}$$

6.3

$$\begin{aligned}y &= \lg \frac{x^2-3x+2}{x+1} \\ \frac{x^2-3x+2}{x+1} &> 0 \\ \frac{(x-2)(x-1)}{x+1} &> 0 \\ x &\in (-1; 1) \cup (2; +\infty)\end{aligned}$$

6.4

$$\begin{aligned}y &= \sqrt{\sin 2x} \\ \sin 2x &\geq 0 \\ x &\in [\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k : k \in \mathbb{Z}]\end{aligned}$$

7 Четность и нечетность

7.1

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{a^x + a^{-x}}{2} \\ f(-x) &= \frac{a^{-x} + a^x}{2} \\ f(x) &= f(-x) \text{ — функция четная}\end{aligned}$$

7.2

$$\begin{aligned}f(x) &= \sqrt[3]{(x-1)^2} + \sqrt[3]{(x+1)^2} \\ f(-x) &= \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2} \\ f(x) &= f(-x) \text{ — функция четная}\end{aligned}$$

7.3

$$\begin{aligned}f(x) &= \lg \frac{1+x}{1-x} \\ f(-x) &= \lg \frac{1-x}{1+x} = -\lg \frac{1+x}{1-x} \\ f(x) &= -f(-x) \text{ — функция нечетная}\end{aligned}$$

8 Периодичность

Период — T

8.1

$$\begin{aligned}f(x) &= 10 \sin 3x \\ \sin \alpha - T &= 2\pi \\ f(x) - T &= \frac{2\pi}{3}\end{aligned}$$

8.2

$$\begin{aligned}f(x) &= \alpha \sin \lambda x + \beta \cos \lambda x \\ T &= \frac{2\pi}{\lambda}\end{aligned}$$

9 Графики

9.1 Парабола

$$\begin{aligned}y &= a(x - x_0)^2 + y_0 \\ y &= x^2 - x + 2 \\ y &= (x - \frac{1}{2})\end{aligned}$$

9.2 Кубическая парабола

$$y = a(x - x_0)^3 + y_0$$

9.3 Гипербола

$$y = \frac{a}{x - x_0} + y_0$$

9.4 ДЗ

Демидович: №153, 154, 157, 165, 254, 255