

【例】如图两轮磨合问题,

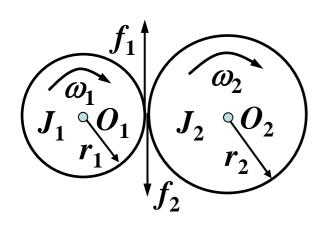
已知:初始参量(J_1, ω_{10}, r_1)

和 (J_2, ω_{20}, r_2) ,

求:接触达稳定后的 ω_1 和 ω_2

解:此系统角动量并不守恒,因为 O_1 和 O_2 处的轴力产生的力矩和不为零。

应对每个轮作隔离分析,用角动量定理求解。



设摩擦力方向如图示,有:

对轮1: $-f_1r_1dt = J_1d\omega_1$

对轮2: $-f_2r_2dt = J_2d\omega_2$

$$\begin{array}{c|c}
 & f_1 \\
\hline
O_1 \\
\hline
J_1 \circ O_1 \\
\hline
r_1 \\
\hline
\end{array}$$

$$\begin{array}{c|c}
 & O_2 \\
\hline
J_2 \circ O_2 \\
\hline
r_2 \\
\hline
\end{array}$$

利用 $f_1 = f_2$ 得:

$$\frac{J_1 \mathbf{d}\omega_1}{r_1} = \frac{J_2 \mathbf{d}\omega_2}{r_2}$$

对初末态积分得:

$$\frac{J_1(\omega_1'-\omega_{10})}{r_1} = \frac{J_2(\omega_2'-\omega_{20})}{r_2}$$

稳定条件:接触点线速度相同:

$$\omega_1' r_1 = -\omega_2' r_2$$
 (注意负号,两轮反着转)

解得:
$$\omega_1' = r_2(J_1r_2\omega_{10} - J_2r_1\omega_{20})/(J_1r_2^2 + J_2r_1^2)$$

$$\omega_2' = -r_1(J_1r_2\omega_{10} - J_2r_1\omega_{20})/(J_1r_2^2 + J_2r_1^2)$$