# 电子电路与系统基础Ⅱ

习题课第二讲 电路抽象

李国林 清华大学电子工程系

## 电路抽象 大纲

- 1、空间离散化
- 2、静场电路抽象
- 3、非静场电路抽象
- 4、电路元件抽象
- 5、非线性元件抽象
- 6、电路抽象三原则
- 7、分层抽象思想
- 8、电路基本问题
- 9、数字抽象

## 一、空间离散化

- Maxwell方程
  - 电磁场方程
- 基尔霍夫定律
  - 电路基本定律
- 电压与电流
  - 通过电压电流与电场磁场的关系,说明电路问题本质上是电磁场问题的一个类属

## 1.1 Maxwell's Equation

麦克斯韦电磁场方程: 描述电磁场的产生以及相互转换关系

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

磁场强度 电流密度 电位移矢量

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

电场强度

磁感应强度

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_S$$

电位移矢量

自由电荷密度

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

磁感应强度

#### Ampere's Law with total current

全电流定律: 电流和时变电场产生磁场

#### Faraday's Law of induction

法拉第电磁感应定律: 时变磁场产生电场 回路切割磁力线则产生感生电动势

#### Gauss's Law

高斯定律

有电荷的空间,电力线由正电荷出发,指向负电荷无电荷的空间,电力线进多少则出多少,亦可闭合

#### **Gauss's Law for Magnetism**

磁高斯定律

无磁荷: 磁力线进多少则出多少, 磁力线是闭合的

## 结构方程

#### **Constitutive Relations**

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

电位移矢量 电场强度 介电常数

 $\vec{B} = \mu \vec{H}$ 

磁感应强度 磁场强度 磁导率

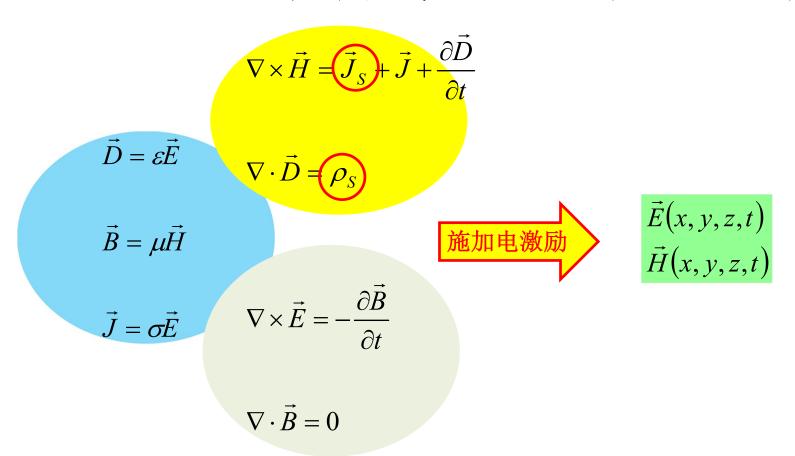
 $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ 

传导电流密度 电场强度 电导率  $\varepsilon$ : 介电常数

μ: 磁导率

 $\sigma$ : 电导率

## 空间连续分布的电场和磁场



这里用自由电荷密度和自由电流密度表述外加的电激励。外加电激励后,空间电场和磁场即可建立并传播

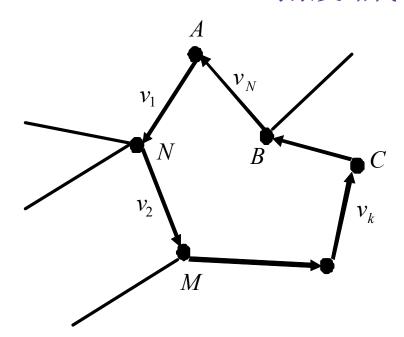
## 1.2 Kirchhoff's Law

- 电路器件的连接构成电路,而基尔霍夫定律给出的两个电路方程,基尔霍夫电压方程和基尔霍夫电流方程,它们是用来描述电路器件之间的连接关系
  - 如果器件端口之间是串联关系,用电压方程描述:总电压为分电压之和
  - 如果器件端口之间是并联关系,用电流方程描述: 总电流为分电流之和

# 基尔霍夫电压定律

## Kirchhoff's Voltage Law

每条支路代表电路器件或电路网络的一个端口



$$v_{AN} = v_{AB} + v_{BC} + \ldots + v_{MN}$$

$$v_1 = (-v_N) + (-v_{N-1}) + \dots + (-v_2)$$

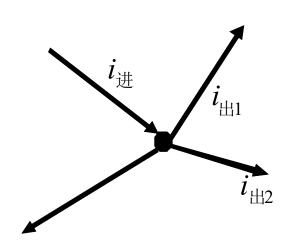
$$\sum_{k=1}^{N} v_k = 0$$
 KVL方程

基尔霍夫电压定律:端口串联或支路串接为一个闭环回路,则环回路一周总电压为零

# 基尔霍夫电流定律

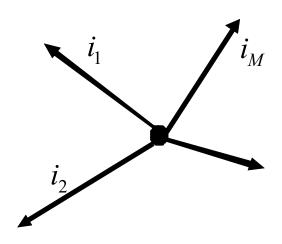
## Kirchhoff's Current Law

结点:支路并接于同一端点,这个端口称为结点事实上,封闭曲面包围空间都可以定义为结点:超级结点



$$i_{\pm} = i_{\pm 1} + i_{\pm 2} + \dots$$

$$-i_1 = i_M + .. + i_2$$



$$\sum_{k=1}^{M} i_k = 0$$

KCL方程

基尔霍夫电流定律:端口并联,或并接到一个结点的所有支路电流和为0

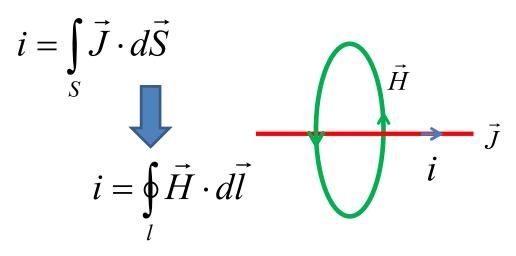
## 1.3 电压与电流

电压和电流是电场与磁场在静场假设下的空间离散化抽象

$$v_{AB} = \varphi_A - \varphi_B \qquad \qquad \vec{E}$$

$$= \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad \qquad A \qquad \qquad B$$

全空间的连续静电场分 布,被离散化为两个点 之间的一个电压



全空间的连续静磁场分 布,被离散化为流过横 截面的一个电流

安培定律: 电流产生磁场

## 小结

- 电压是电场的空间离散化抽象
- 电流是磁场的空间离散化抽象
- 电路分析是一大类电磁场分析的空间离散化近似
  - <mark>可抽象出电路器件</mark>的电磁场分析可采用电路理论进行分析
    - 电路器件是通过端口电压电流关系描述其电特性,因而只有能做端口(支路)抽象的电磁场问题,才能抽象为电路问题予以解决
      - 静场肯定可以抽象为电路问题
      - 非静场? ...

## 二、静场电路抽象

- 基尔霍夫定律
  - 电流定律KCL方程的抽象
  - 电压定律KVL方程的抽象
- 静场电路元件抽象
  - 传导电流与电阻元件抽象
  - 外加激励与电源元件抽象
- 静场电阻电路抽象

- 静场: 稳恒电流
  - 电路中的直流情况
    - Maxwell方程中的时间偏微分项为0

# 基尔霍夫定

律

2.1

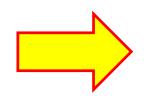
- 电压、电流定义本身是对空间连续的电场、磁场的空间离散化表述
  - 通过空间积分实现离散化: 看积分电压电流总效果, 不看电磁场的细节分布
- 空间离散化后
  - 电路方程变简单: Maxwell方程中的空间偏微分运算(散度和旋度)消除,在电路中,它们变成了电压、电流的加减和差运算
  - 时间偏微分项由静场假设而为**0**,空间离散化导致空间偏微分项被消除,于是偏微分的电磁场方程可以被简化为用简单代数方程描述的电路方程

## KCL方程的抽象

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

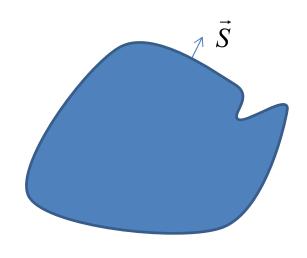
$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_S$$

全电流安培定律电高斯定律



$$\oint_{S} \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial q_{S}}{\partial t}$$

流出某个封闭曲面(封闭曲面包围空间在电路中被曲象为结点)的总电流等 于封闭曲面内(结点)的自由电荷的流失速度



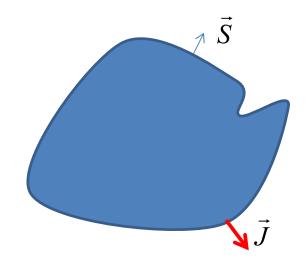
# 静场假定: 结点静电荷量不变

$$\oint_{S} \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial q_{S}}{\partial t} = 0$$

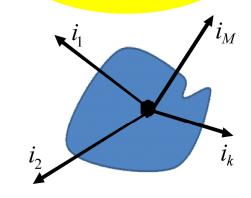


$$\sum_{k=1}^{M} i_k = 0$$

传导电流



$$i_k = \int_{S_k} \vec{J} \cdot d\vec{S}$$



电子电路与系统基础 李国林

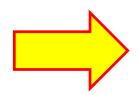
稳恒电流假定下,结点电荷量 不随时间变化,对时间的导数 为零,只有导体传导电流

## KVL方程的抽象

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

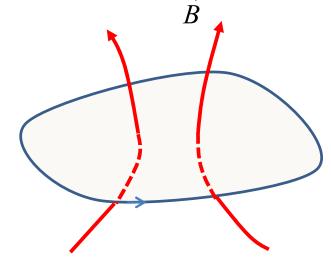
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

法拉第电磁感应定律 磁高斯定律



$$\begin{split} \oint\limits_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -\frac{\partial \Phi_{BS}}{\partial t} \\ \Phi_{BS} &= \int\limits_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} \end{split}$$

某个闭环的电场积分(电 压之和)等于该闭环形成 曲面上的磁通流失速度



场 假定 稳 恒电 流 磁 通不变

静

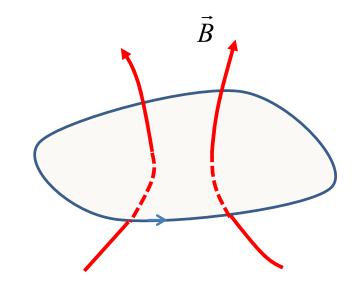
$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_{BS}}{\partial t} = 0$$

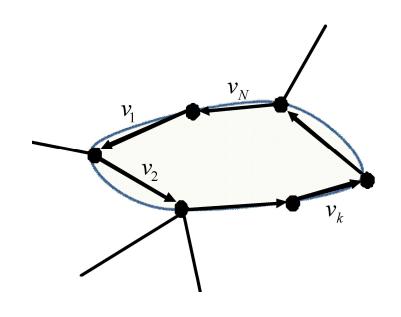


$$\sum_{k=1}^{N} v_k = 0$$

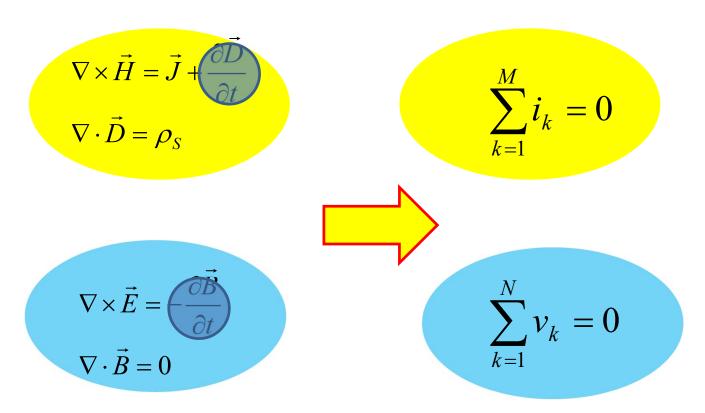
电势差电压

稳恒电流假定下,电流 (磁场、磁通)不随时 间变化,磁通对时间的 导数为零,只有静场电 势差形成的电势差电压





## 静场假设下的基尔霍夫定律



基尔霍夫定律描述器件的连接关系, 那么静场假设下有哪些电路器件呢? 两个: 电阻和电源

#### 简单电阻器件模型: 金属导线

 $\nabla \times \vec{H} = \vec{J} +$ 

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial D}{\partial t}$$

传导电流项

2.2

阻

元

件

的

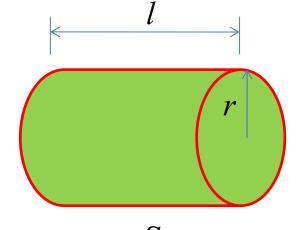
象

$$\vec{J}_C = \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{E}$$



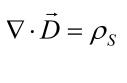
$$i = G \cdot v$$

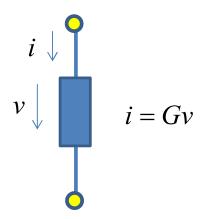
欧姆定律



$$G = \sigma \frac{S}{l}$$

$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{S}$$





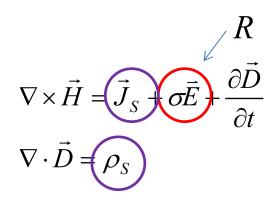
导体物质位于电场中,导体中的自由电子则会 在电场力作用下移动并形成传导电流,电子移 动碰撞原子晶格,电场能量则会转化为热能耗 散出去,这种电能消耗被抽象为电阻元件

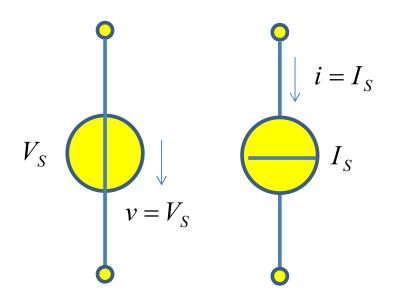
# 电源元件抽象

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_S$$

某种器件如果能够将外部能量转化为电动势,可向端口外提供电荷,用于激发电场或电压、则可抽象为电压源,如果用于激发磁场或电流,则可抽象为电流源





## 2.3 静场抽象

- Maxwell方程转化为电路基本定律
  - 安培定律

→ KCL方程

• 只考虑传导电流

基尔霍夫定律 支路连接关系描述

- 法拉第电磁感应定律 → KVL方程

- 只考虑电势差电压
- 欧姆定律

- → 元件约束方程
- 电能转化为其他能量形式抽象为电阻

欧姆定律 支路自身电特性描述

• 其他能量形式转化为电能抽象为电源

## 小结

- 静场假设下, 电磁场分析可抽象为电阻电路分析
  - 电阻电路:可用代数方程描述的电路

## 三、非静场电路抽象

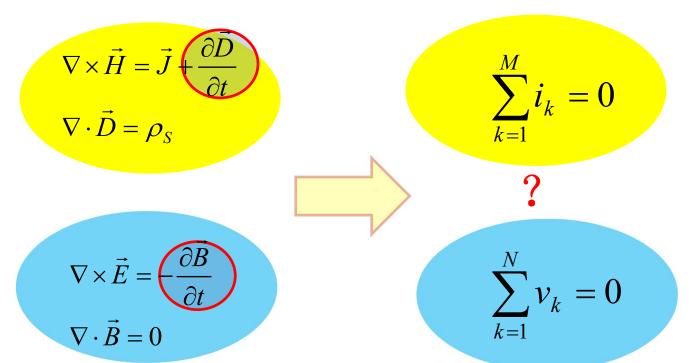
• 准静态条件和端口条件

- 非静场电路元件抽象
  - 位移电流与电容元件抽象
  - 感生电动势与电感元件抽象

• 非静场动态电路抽象

## 3.1 非静场电路抽象的准静态条件

- 非稳恒电流: 存在交变电流、交变电磁场
  - Maxwell方程中的两个时间微分项必须保留
    - 电路基本定律还成立吗?



## 准静态条件

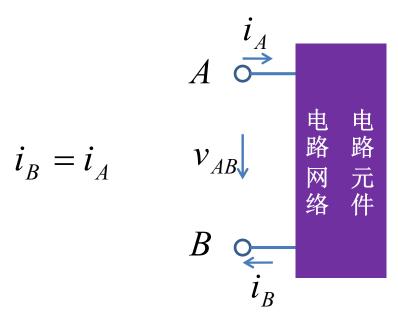
- 当然希望电路方程在这种情况下仍然是成立的
- 电路基本定律KVL方程和KCL方程是在静场假设下推导出来的
  - 端口条件(支路定义)自然满足
- 对于非静场, 电压电流(电场磁场)随时间发生变化, 只要满足准静态条件, 端口条件才能满足
  - 端口就是支路,所有电路定律都是建立在支路前提下的
  - 准静态条件: 形成端口的两个端点A和B之间的空间距离远远小于电路所处理的信号的波长

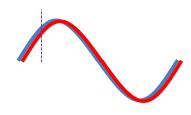
$$d_{AB} << \lambda$$

## 端口条件

$$d_{AB} \ll \lambda$$

$$\tau_{AB} = \frac{d_{AB}}{c} << \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{f} = T$$



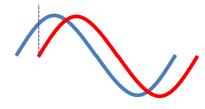


满足准静态条件

$$i_B \approx i_A$$



$$i_B \approx i_A$$
  $\Longrightarrow$   $i_B = i_A$ 



不满足准静态条件

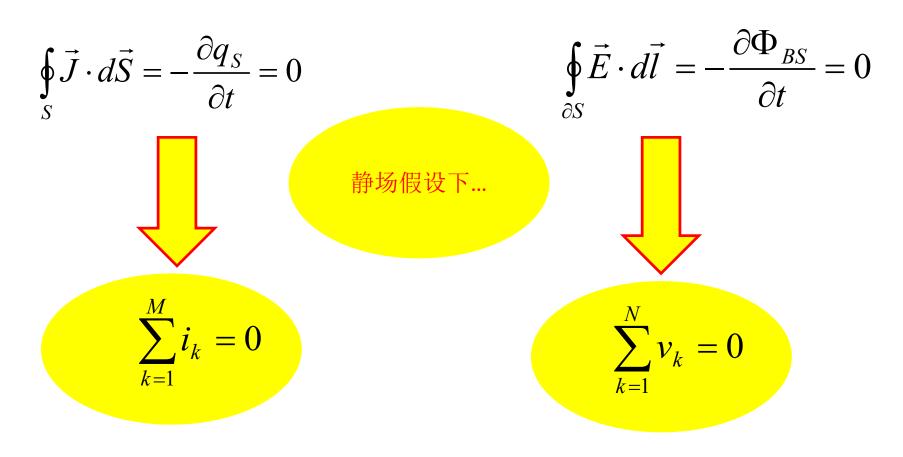
$$i_B \neq i_A$$
  $i_B = i_A$ 



$$i_B = i_A$$

不满足准静态条件,则无法定义端口(支路),也 就没有电路网络/电路元件的抽象 26

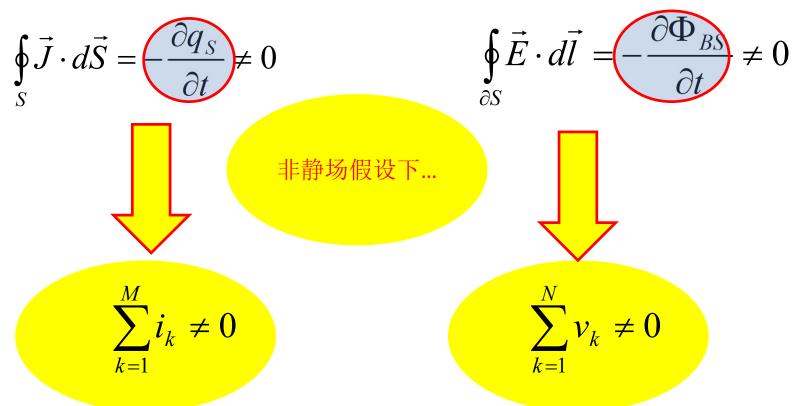
## 3.2 非静场问题



静场假设下只有传导电流

静场假设下只有电势差电压

## 非静场导致的新的电流和电压



传导电流之和不为零,流入封闭曲面的总电流不为零,说明封闭曲面内有电荷变化,电荷多了或少了,电荷不守恒了? 通过添加位移电流项对应的电容元件,使得电荷守恒定律得以维持

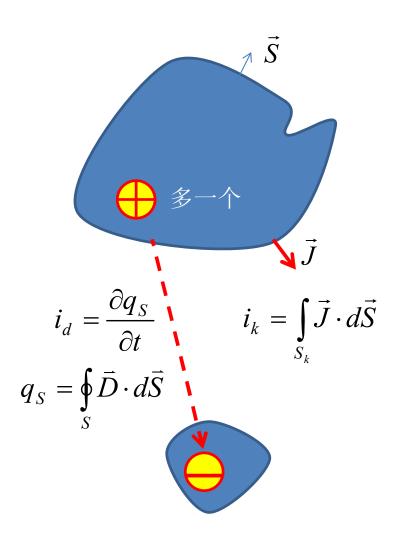
电势差电压之和不为零,电荷绕环线一圈,总电势能不为零,说明电荷获得能量或失去能量,能量来自何处,到哪去了?存储在感生电动势对应的电感元件中了,能量守恒定律并未破坏

# 位移电流

$$\oint_{S} \vec{J} \cdot d\vec{S} = \underbrace{\partial q_{S}}_{\partial t} \neq 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_S$$

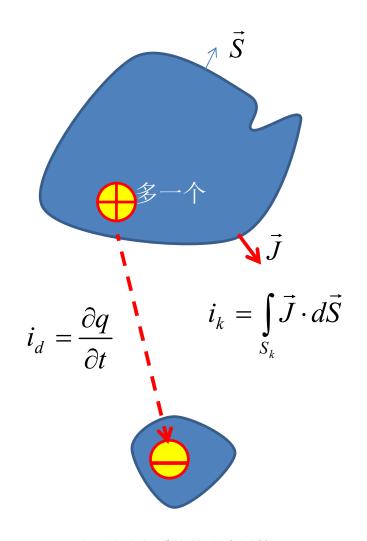


电子电路与系统基础 李国林

随着时间增长,结点(封闭曲面内)有电荷变化,假设多了如图所示的一个电荷:电荷是守恒的,这里多一个正电荷是守恒的,这里多一个正电荷,必然在其他结点上多一个负电荷:定义电荷时间变化率为位移电流

位移电流:没有导体通路,由空间电场变化、结点导体电荷变化形成的电流 29

## 位移电流形成了电容支路

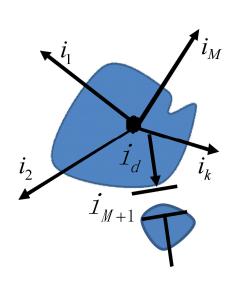


$$\oint_{S} \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial q}{\partial t} \neq 0$$

$$\sum_{k=1}^{M} i_k = -i_d$$

$$\sum_{k=1}^{M} i_k + i_d = 0$$

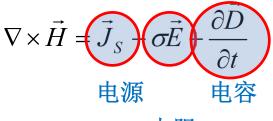
$$\sum_{k=1}^{M+1} i_k = 0$$



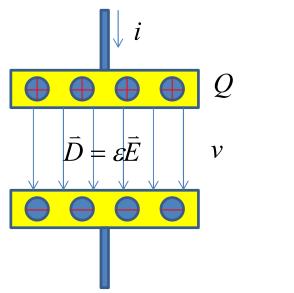
根据实际情况,在结点上可能会引入多个电容支路,多条位移电流支路,从而KCL方程成立,这意味着电荷守恒得以满足。

# 空间电耦合支路

## • 以平板电容为例



电阻



$$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

电容支路

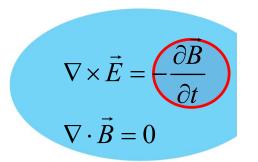
$$i = \int_{S} \vec{J}_{d} \cdot d\vec{S} = \dots = \left(\frac{\varepsilon}{d}S\right) \cdot \frac{dv}{dt} = C \cdot \frac{dv}{dt}$$

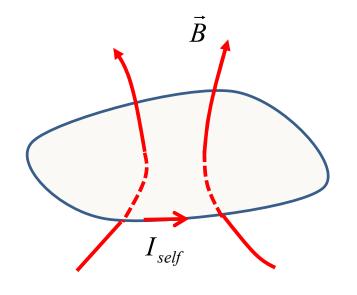
$$C = \varepsilon \frac{S}{d}$$

电容量大小由电容结构(截面面积S,两板间距d)、介质介电常数ε决定

## 感生电动势

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \underbrace{-\frac{\partial \Phi_{BS}}{\partial t}} \neq 0$$





随着时间增长,穿过由回路围成曲面的磁通量发生变化,这个变化有可能由本回路电流变化导致,也可能是其他回路电流变化导致:

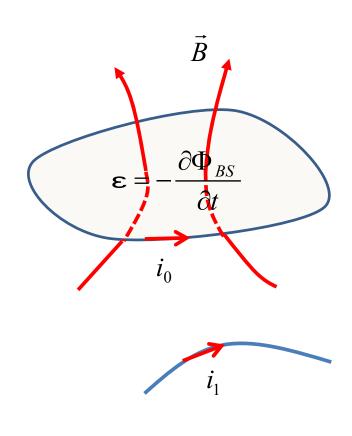


电磁感应有感生电动势,代表磁 通积累或消失所对应的电能量的 存储或释放

### 将感生电动势加 入到回路之中

$$\mathbf{\varepsilon} = -\frac{\partial \Phi_{BS}}{\partial t} \qquad \Phi_{BS} = \int_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

## 感生电动势形成电感支路



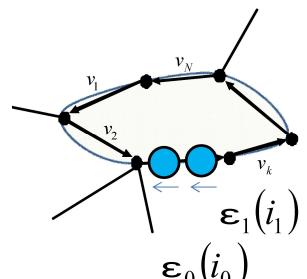
$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_{BS}}{\partial t} \neq 0$$

$$\sum_{k=1}^{N} v_k = \varepsilon$$

$$\sum_{k=1}^{N} v_k - \varepsilon = 0$$

$$\sum_{k=1}^{N} v_k - \boldsymbol{\varepsilon}_0 - \boldsymbol{\varepsilon}_1 = 0$$

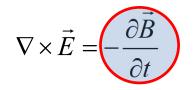
$$\sum_{k=1}^{N} v_k + v_{N+1} + v_{N+2} = 0$$

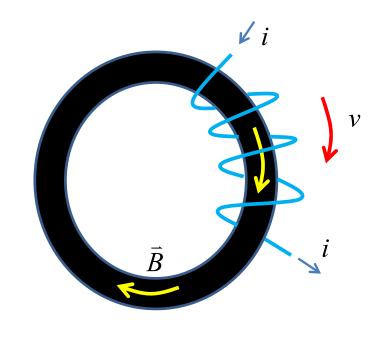


$$\sum_{k=1}^{N} v_k + v_{N+1} + v_{N+2} = 0 \qquad \sum_{k=1}^{N+2} v_k = 0$$

## 空 间 磁 耦 合 支 路

### 以磁芯上的绕线电感为例





环内磁通

$$\Phi_0 = B \cdot S = \mu \frac{N}{p} i \cdot S$$
 磁环横截面面积

导线链接总磁通

$$\Phi = N\Phi_0 = \mu \frac{N^2}{p} i \cdot S$$

电压=-感生电动势

环内磁感应强度

$$B = \mu \frac{N}{p}i$$
 磁环周长

 $v = -\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \left(\mu \frac{S}{p} N^2\right) \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt}$ 

$$L = \mu \frac{S}{p} N^2$$

 $L = \mu \frac{S}{p} N^2$  电感重大小田电感结构(磁芯截面) 积**S**,磁芯环周长**p**,绕线匝数**N**)、 电感量大小由电感结构(磁芯截面面 介质磁导率μ决定 34

电 感 支 路

## 电路中电容、电感处处存在

- 电容、电感的元件约束为微分关系,当我们设计的电路功能需要这种微分关系,则需人为制作电容、电感形成这种功能
  - 实际电路中大量存在非人为设计的寄生电容和寄生电感
- 构成电路的基材是金属导体、半导体和介质,电路中的结点都是导体结点,而导体结点总是存在电荷积累和消散效应,因而电容效应在电路中处处存在
- 电流形成回路才能在电路中流通,电流回路中总是存在磁通的积累和 消散效应,因而电感效应在电路中也处处存在
- 这些非人为设计但其效应又事实存在,这往往是电路设计中不希望存在的效应,我们称之为寄生效应
  - 所谓寄生,就是设计期望之外的由于物理结构本身带来的效应
  - 当频率较低时,寄生电容、寄生电感效应对我们设计的电路功能影响很小,往往被忽略不计
  - 当频率较高时,这些寄生电容、寄生电感效应对我们设计的电路功能影响严重,电路分析中必须将其纳入电路模型之中,否则实现的电路功能会严重偏离设计功能

## 3.3 动态电路抽象

- 非静场情况下,电磁场分析可抽象为动态电路分析
  - 满足准静态条件

$$d_{AB} \ll \lambda$$

- Maxwell方程转化为电路基本定律
  - 全电流安培定律

→ KCL方程

$$\sum_{k} i_{k} = 0$$

- 结点间添加电容元件(开路)确保电荷守恒
  - 静场传导电流抽象之外添加位移电流项,补足静场传导电流抽象的不足
- 法拉第电磁感应定律  $\rightarrow$  KVL方程  $\sum v_k = 0$

$$\sum_{k} v_{k} = 0$$

- 回路中添加电感元件(短路)确保能量守恒
  - 静场电势差电压抽象之外添加<mark>感生电动势</mark>项,补足静场电势差电压抽象的不足。
- 广义欧姆定律

  - 电感元件约束

→ 元件约束方程

## 小结

- 非静场情况下,有电容、电感抽象,输出响应相对输入激励不再是即时响应,存在 着时间延迟效应或频率效应,称之为动态 电路
  - 非静场分析在满足准静态条件下可抽象为动态 电路分析

## 四、电路元件抽象

- 四个基本电路元件
  - 电源、电阻、电容、电感

- 对多端口网络端口之间作用关系的抽象
  - 受控源元件抽象

#### 4.1

基本 路元 件

$$v = v_S$$
 $i = i_S$ 
电源

**KCL** 

i = Gv $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_S$ 电阻

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_S + \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
 麦克斯韦方程

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

基尔霍夫定律

**KVL** 

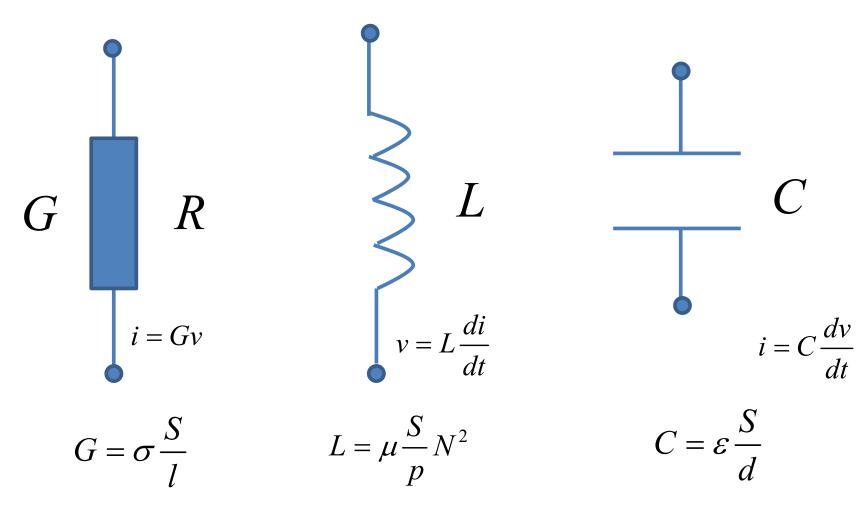
广义欧姆定律

欧姆定律

### 元件约束关系是对电磁能量转化的端口抽象

- 电源: 其他能量形式转化为电能,对电路而言,释放电能的器件可抽象为电源
- 电阻: 电能转化为其他能量形式,对电路而言,吸收电能转化为其他能量形式的器件被抽象为电阻
- 电源是供能元件,电阻是耗能元件,而电容、电感则是储能元件
- 电容:可以吸收电能,并且以电荷(或电场的)形态将电能存储下来,存储的电能可以全部无损释放出去
- 电感:可以吸收电能,以磁通(或磁场、磁能的)形态存储下来,存储的磁能可以全部无损释放出去

## 电路参量和物理结构密切相关

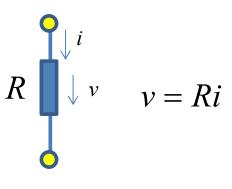


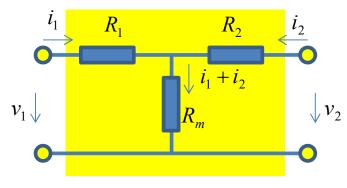
#### 通过改变器件物理结构改变电磁能量转换强度

## 4.2 多端口网络

- 前面考察的四个基本元件都是单端口元件,一个元件对外只有一个端口,对应一条电路支路
- 电路抽象中,一个电路网络可以引出多个对外端口,构成多端口网络或多端口元件
- 对于应用多端口电路网络的电路系统而言,多端口网络的每个对外端口对应一条电路支路
  - 多端口网络不同端口之间存在着相互作用关系,为了描述这种端口之间的作用关系,在电路抽象中需要衍生出新的电路元件:受控源元件

## 二端口电阻中的受控源抽象

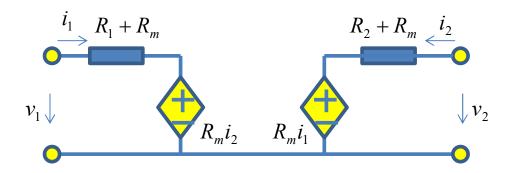




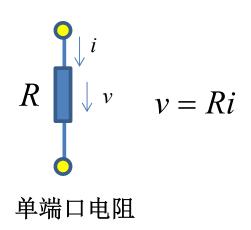
单端口电阻

$$v_1 = R_1 i_1 + R_m (i_1 + i_2) = (R_1 + R_m) i_1 + (R_m i_2)$$

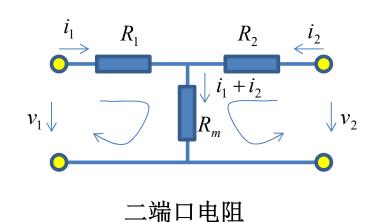
$$v_2 = R_2 i_2 + R_m (i_1 + i_2) + (R_2 + R_m) i_2$$



## 二端口电阻网络的元件约束方程



由于电磁转换关系的存在, 端口电压和端口电流不独 立,一个端口需要一个方 程描述,两个端口则需要 两个方程描述



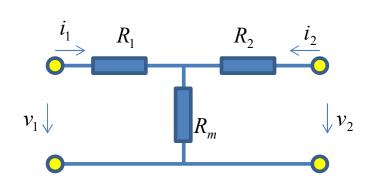
$$v_{1} = (R_{1} + R_{m})i_{1} + R_{m}i_{2}$$

$$v_{2} = R_{m}i_{1} + (R_{2} + R_{m})i_{2}$$

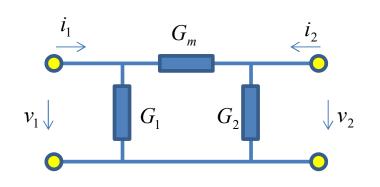
$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_m & R_m \\ R_m & R_2 + R_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$v = zi$$

## 二端口电阻、电导、电感、电容

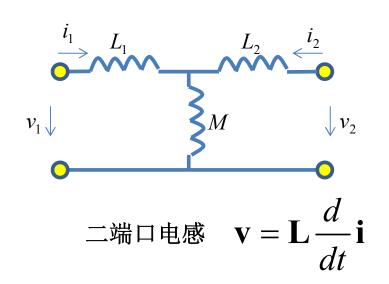


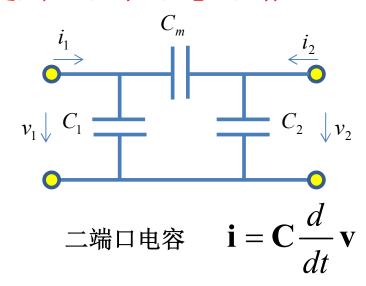
二端口电阻 V = Zi

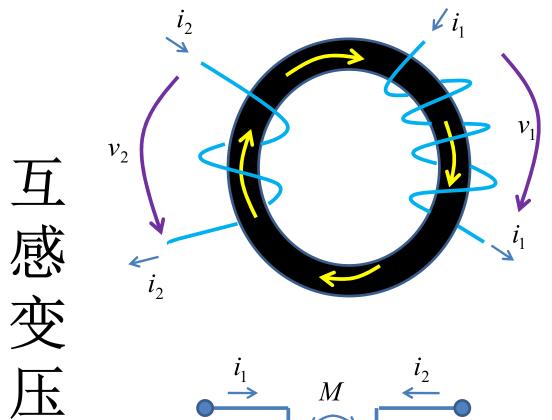


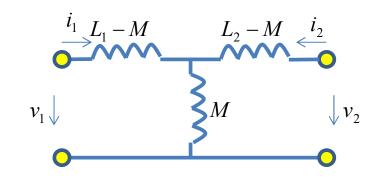
二端口电导  $\mathbf{i} = \mathbf{y}\mathbf{v}$ 

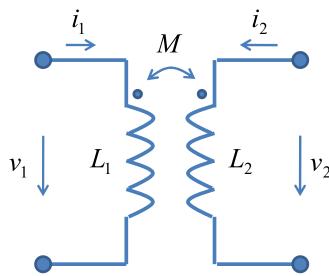
#### 导致端口间有相互作用关系的是互阻、互导、互感、互容











$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{L} \frac{d}{dt} \mathbf{i}$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix}$$

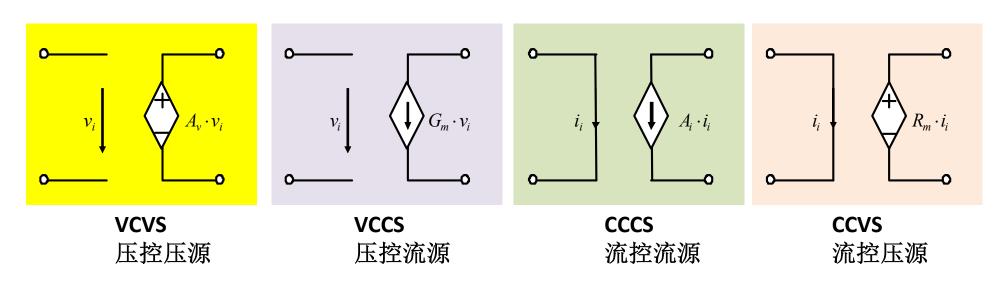
二端口电感参量

## 受控源抽象

前面的例子表明,电路网络可能有多个对外端口,这些对外端口之间由于内部电磁相互作用关系而不独立,也就是说,这些端口之间具有某种作用关系,为了描述端口之间的作用关系,电路中进一步抽象出受控源元件

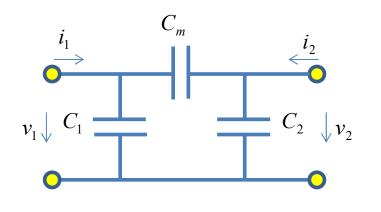
## 四种理想阻性受控源

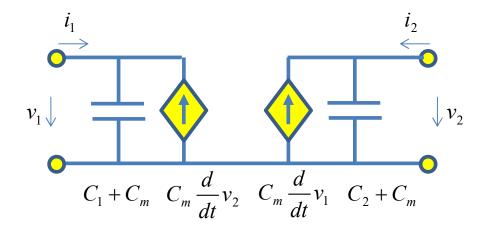
#### 可以用来描述端口1对端口2的作用关系



这里给出的四种理想受控源,其受控关系为线性代数关系,被归类为电阻电路;同时也存在着动态的受控关系

## 动态受控源





$$\mathbf{i} = \mathbf{C} \frac{d}{dt} \mathbf{v}$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{C} \frac{d}{dt} \mathbf{v} \qquad \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 + C_M & -C_M \\ -C_M & C_2 + C_M \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$i_1 = C_1 \frac{d}{dt} v_1 + C_M \frac{d}{dt} (v_1 - v_2) = (C_1 + C_M) \frac{dv_1}{dt} - C_M \frac{dv_2}{dt}$$

$$i_2 = C_2 \frac{d}{dt} v_2 + C_M \frac{d}{dt} (v_2 - v_1) = (C_2 + C_M) \frac{dv_2}{dt} - C_M \frac{dv_1}{dt}$$

## 小结

- 电源、电阻、电容、电感,可以从Maxwell 方程项直接对应抽象而来,而受控源元件 则不能直接对应Maxwell方程项
  - 它是在电路网络端口抽象之后,对电路网络端口之间作用关系描述的抽象

## 五、非线性元件的抽象

• 线性与非线性

- 单端口非线性电阻
  - PN结二极管

- 二端口非线性电阻
  - MOS场效应晶体管

## 5.1 线性与非线性

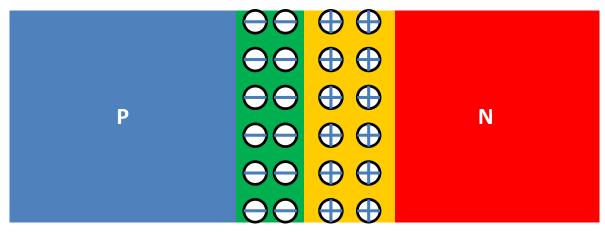
• 同时满足叠加性与均匀性则为线性

- 扣除源的作用后,
  - 电阻端口电压和端口电流具有非线性关系,则为非线性电阻  $v = R \cdot i$   $v \neq R \cdot i$
  - 电容端口电压和结点电荷具有非线性关系,则为非线性电容  $Q = C \cdot v$   $Q \neq C \cdot v$
  - 电感端口电流和环路磁通具有非线性关系,则为非线性电感  $\Phi = L \cdot i$   $\Phi \neq L \cdot i$
- 以非线性电阻为例,考察非线性特性是如何形成的?
  - 单端口非线性电阻: 二极管
  - 二端口非线性电阻: 晶体管

### 5.2 PN结二极管

#### PN结二极管是单端口非线性电阻

#### 耗尽区



 $\vec{E}$ 内建电场

空穴

带正电荷的可移动载流子 带负电荷的可移动载流子

电子

#### 扩散diffusion

载流子从高浓度区 向低浓度区扩散

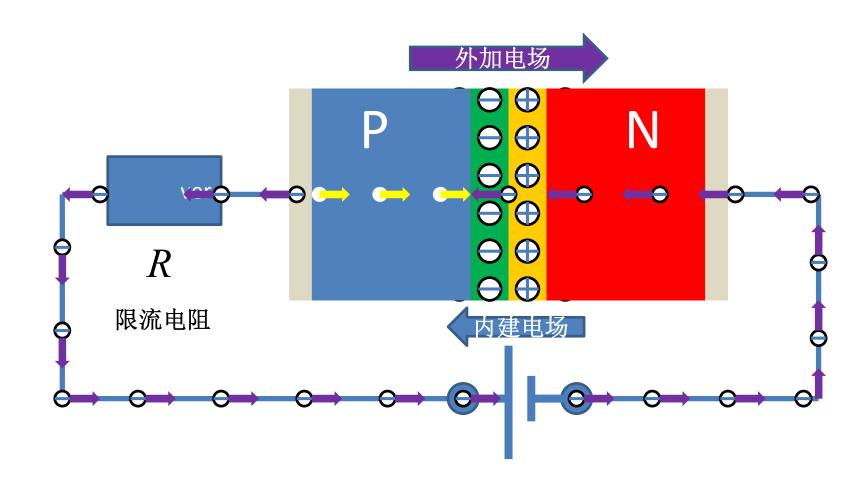
#### 漂移drift

在电场作用下,电 荷运动

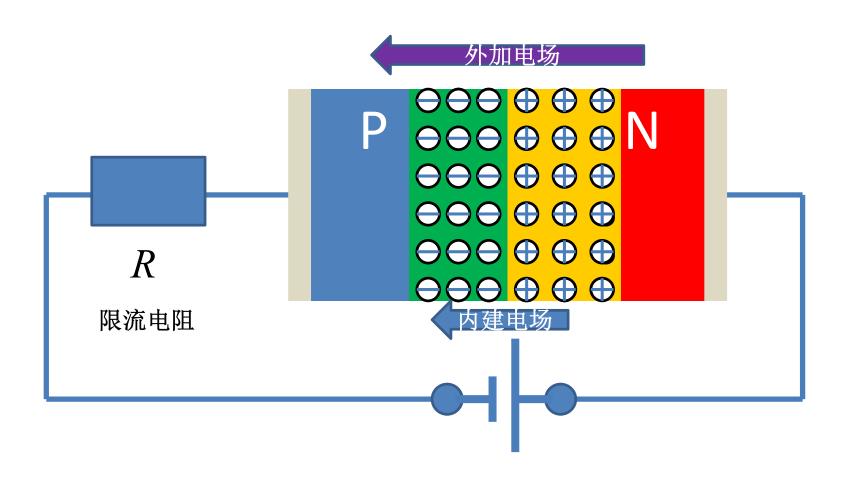
载流子的漂移运动 和扩散运动平衡时, 耗尽层不再扩大, PN结形成

PN结内建电场的存在,使得端口的两个端点不再对称

# 正偏导通



## 反偏截止

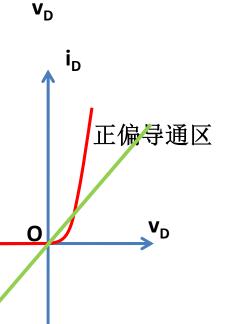


## PN结二极管非线性伏安特性

$$i_D = I_{S0} \left( e^{\frac{v_D}{v_T}} - 1 \right)$$

PN

- 正偏导通: 耗尽层变薄, 多子扩散电流很大
- 反偏截止: 耗尽层变厚,少子漂移电流很小
- 反向击穿: 出现齐纳击穿或雪崩击穿,反偏电流急剧增加



反偏截止区

 $-V_{BR}$ 

PN结二极管伏安特性曲线

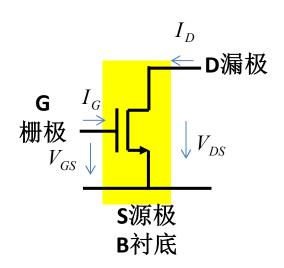
反向击穿区

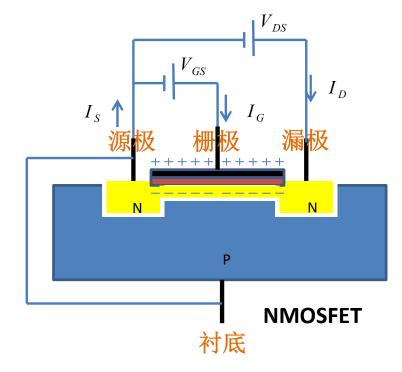
线性电阻伏安特性曲线

### 5.3 MOS场效应晶体管

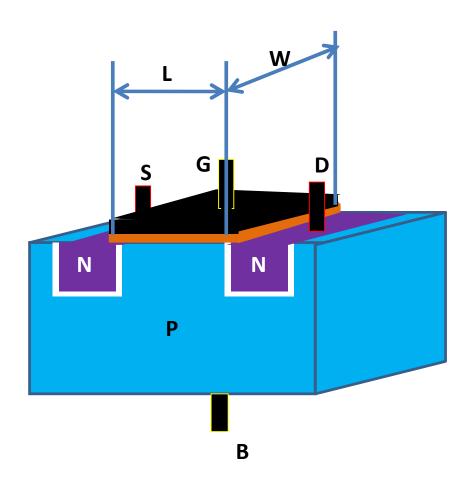
MOS场效应晶体管是二端口非线性电阻

- transistor
  - transfer resistor
    - 转移电阻器
    - 受第三端控制的两端电阻器
  - 以NMOSFET为例





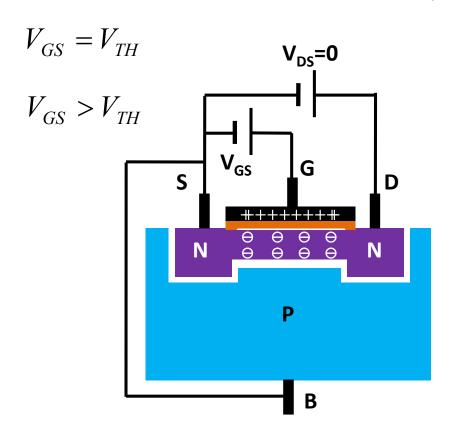
# MOSFET结构



$$V_{GS} = 0$$

$$V_{GS} < V_{TH}$$

## 受控电阻



$$C_{ox} = rac{\mathcal{E}_{ox}}{t_{ox}}$$
 沟道通过 $\mathbf{MOS}$ 电容控制形成

V<sub>GS</sub>很小时:漏源无法形成沟道,截止状态:**DS**不导电

V<sub>TH</sub>: 阈值电压

V<sub>GS</sub>=V<sub>TH</sub>时:氧化层下方P型区的空穴全部耗尽

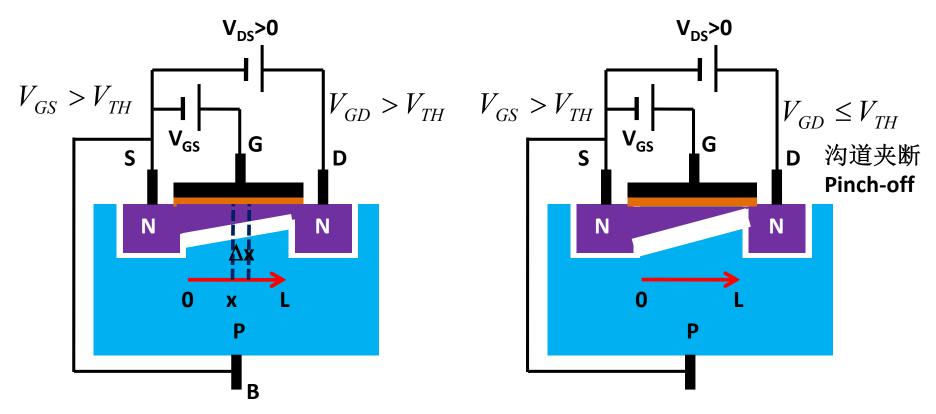
V<sub>GS</sub>>V<sub>TH</sub>时:氧化层下方形成 反型层,形成导电沟道

V<sub>GS</sub>高于V<sub>TH</sub>越多,导电沟道越厚,沟道内可移动电荷数目越多,DS间电阻就越小,DS电流就越大: 受控电阻

## 受控非线性电阻

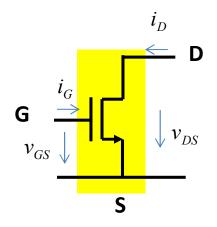
$$V_{TH} < V_{GD} \Longrightarrow V_{DS} < V_{GS} - V_{TH} = V_{DS,sat}$$

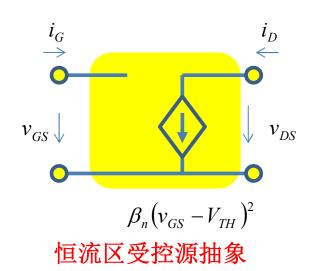
$$V_{DS} \ge V_{GS} - V_{TH} = V_{DS,sat}$$



Ip电流随Vps电压增加而增加,但是非线性增加:非线性电阻

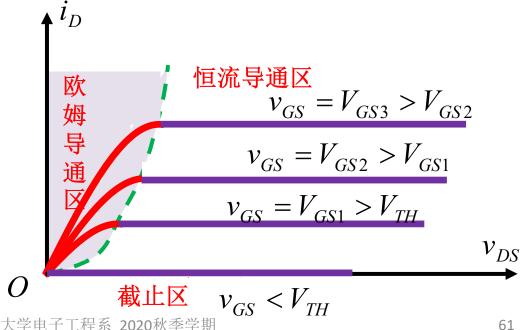
### 元件约束条件





#### 栅极传导电流为0 $i_G = 0$

漏源传导电流受控于栅源电压: 受控源 漏源传导电流和漏源电压之间不是线性关系: 非线性电阻



## 晶体管受控源抽象

- 晶体管受控源等效和互阻受控源等效不同
- 由互阻、互导、互容、互感形成的端口之间的相互作用是互易的,等效电路可以用受控源描述端口之间的作用关系,但网络整体看是无源的
  - 也就是说,它不具有向端口外提供电能的能力(所有端口一并看)
- 而晶体管的受控作用是非互易的,只需将晶体管偏置在恒流导通区,抽象出来的受控源是有源的
  - 所谓有源,就是具有向端口外提供电能的能力
  - 晶体管等效的受控源,其向端口外提供的电能来自直流偏置电压源
  - 晶体管具有这种电能转换能力,其实质是换能器,具有将直流电能转换为交流电能的能力
    - 正是由于晶体管具有这种换能能力,使得晶体管电路可以完成有源功能,如信号放大功能,也就是放大器,或者信号产生功能,也就是振荡器

## 小结

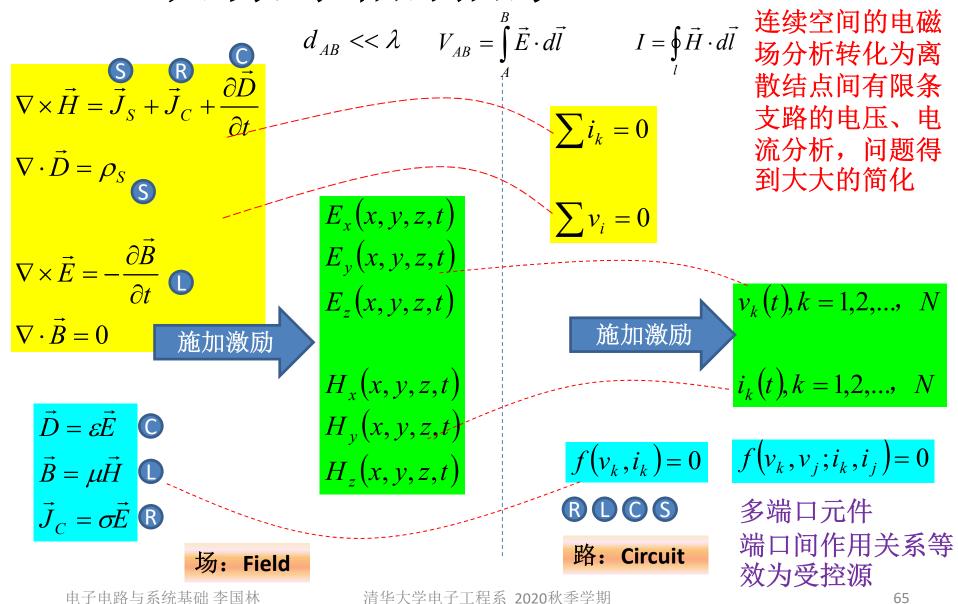
- 利用器件自身的物理特性,可以形成线性和非线性电路器件
- 重点强调:晶体管是受控的非线性电阻,它具有将直流偏置电源能量转换为交流能量的能力,从而晶体管加直流偏置电压源共同构成可向外提供能量的有源电路,这里的晶体管是能够将直流电能转换为交流电能的换能器件

## 六、电路抽象三原则

• 从场到路的抽象

• 电路抽象三原则

## 6.1 从场到路的抽象



## 6.2 电路抽象三原则

- 抽象
  - Abstract: extract or remove, 提取和去除
    - 提取出部分东西来, 去掉其他部分
- 电路抽象
  - 将电路电特性的关键特征抽取出来,并将对关键特征的描述扩大化为电路元件、电路网络、电路系统的'唯一'特征
    - 抽象出的这个'唯一'特征可以用最简单的概念、公式或原理来表述,从而电路系统的分析和设计变得简单明了
    - 有了解决问题的把手,难以入手的问题得以进展,问题在一定程度上得以解决

# 关键特征

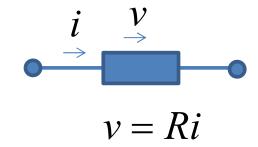
- 关键特征
  - 能够表述事物运动规律的特征,可以用这个特征概括事物的一类运动
  - 对电路而言:端口是其对外联系的界面,因而端口电压电流之间的关系,就是该电路系统的'唯一'电特性,端口电压电流关系概括了一类电路

v = Ri 端口电压、电流具有线性比值关系,则这 类单端口网络则被抽象为线性电阻器件

而不论电路网络内部具有什么样的结构

## 抓住关键特征

• 申阻



当其关键特性用电阻阻值表述后,

我们不关注电阻器件的物质构成是什么,尺寸大小多少

只关注其端口电压和端口电流的这种线性比值关系可以被用来实 现某种电路功能

抽象 就是抓住主要矛盾, 舍弃次要矛盾的过程 分析时做抽象,不关注次要矛盾,快速获得解决方案 实现时需要关注可实现性

理论和实践的结合:学校学的大多是经过高度抽象后的知识,实践中遇到的诸多实际问题,多是抽象时的次要矛盾转化为现实亟需解决的主要矛盾

# 电路抽象三原则

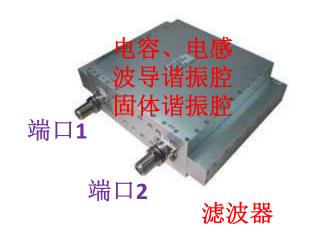
• 离散化原则 discretization

• 极致化原则 perfection

• 限定性原则 limitation

## 离散化原则

- 所谓离散,就是可数
  - 用离散的端口电压、电流对电路特性进行描述,不论电路内部连续的物质如何构造,不论电路内部连续的电磁场如何分布
    - 我们通过有限个端口的定义,将电磁问题转化为电路问题



只对端口电压电流感兴趣,信号加载到端口1,自端口2看,发现某些频率分量可以通过,某些频率分量不能通过,从而确认这是一个具有选频作用的滤波器

## 极致化原则

- 所谓极致,就是走极端,追求完美,忽略 细枝末节
- 数学上的简单表述

$$|a| \gg |b|$$

$$a + b \approx a$$

b是可以忽略不计的小量:

b被极致化为0

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \approx \frac{1}{b}$$

1/a是可以忽略不计的小量: a被极致化为无穷大

## 极致化原则: 留大弃小

- 实际电路原理性分析和设计中,大量地舍弃小量,做 极致化抽象,从而可以获得极为简单的原理性结论, 并由这些简单结论进一步进行电路的原理性设计
- 一句话: 电路设计中,没有掌握极致化原则的,会淹没在一大堆混乱的公式或混乱的思维中,没有头绪,不知如何进行电路设计
- 而掌握了极致化原则的,电路设计将变得十分的简单
  - 因为我们抓住了主要矛盾

#### 限定性原则

- 不管是离散化原则,还是极致化原则,抽象最根本的思想就是抓住主要矛盾,舍弃次要矛盾
  - 有所舍弃,则必有限制
- · 所谓限定,指的是抽象结果都有其适用范围,超过了适用范围,抽象就是不适当的
  - 大家记住一点:我们运用抽象时,并不打算用一个概念、一个公式、一个原理解决所有的问题,我们只着眼于解决并因此解决了其中一部分问题
  - 超过抽象适用范围后,原抽象中的次要矛盾则有可能变成主要矛盾,或者出现了新的主要矛盾,我们需要采用新的抽象来理解适用范围之外出现的问题
    - 当然,新的抽象模型也有它自己的限定性范围

#### 场到路抽象的三原则怎么体现的

- 离散化原则:将连续空间离散化为有限可数个离散空间点(也就是结点),把连续空间的电磁场分析转换为有限个离散空间结点之间支路电压、支路电流的分析(这里的支路就是端口)
  - 问题大大简化:原来连续不可数的空间电场、磁场变成了有限可数的电压、电流
  - · 从数学分析上看:空间离散化抽象后, Maxwell偏微分方程转化为Kirchhoff定律即代数方程,加上广义欧姆定律,广义欧姆定律可以是代数方程,如电阻,可以是微分方程,如电容、电感
  - 现在,我们只关注相对简单的端口电压、电流关系, 而不关注器件、系统内部复杂的电磁场分布

#### 场到路抽象的三原则怎么体现的

- 极致化原则:封闭曲面包围空间被极致化为没有空间大小的结点(数学上的点),空间电场和磁场在导体介质结构作用下的相互转换关系被抽象为结点间支路上的电阻、电容、电感、电源等理想元件的电压、电流约束关系
  - 这些元件约束关系可以进一步极致化为: 线性比值 关系, 线性微分关系, 恒压恒流特性等
  - 这种极致化忽略了很多影响较小的作用关系,比如说内在的非线性,内在的电阻热噪声等

#### 场到路抽象的三原则怎么体现的

- 限定性原则: 只有器件端口尺寸远远小于信号波长(也就是满足准静态条件时),用电路定律列写的电路方程才是可用的,电路分析结果才是可靠、可信的
  - 高频分析时则必须考虑原来忽略不计的寄生效应
  - 频率再高,当无法进行电路端口抽象时,则只好回到电磁场进行分析

#### 小结

- 电路抽象中常见的基本原则有三个
  - 离散化原则
  - 极致化原则
  - 限定性原则
- 其本质是抓住主要矛盾,舍弃次要矛盾, 从而难以入手的问题可以一定程度上得到 解决,这种解决是有其适用范围的

#### 七、分层抽象思想

- 前面考察了离散化抽象,通过端口抽象,可将 电磁场分析转化为电路分析
  - 端口抽象可以如上所述自场到路,也可以在电路上通过多端口网络定义,进行更高层次的端口抽象,这种抽象是一种分层抽象思想
- 电路器件的功能由其端口方程(元件约束条件) 描述,多个器件连接后,它们通过端口间的相 互作用,形成某种功能电路,这种功能电路也 是通过整体的重新封装重新定义的对外端口的 端口描述方程表现其功能

#### 分层抽象思想

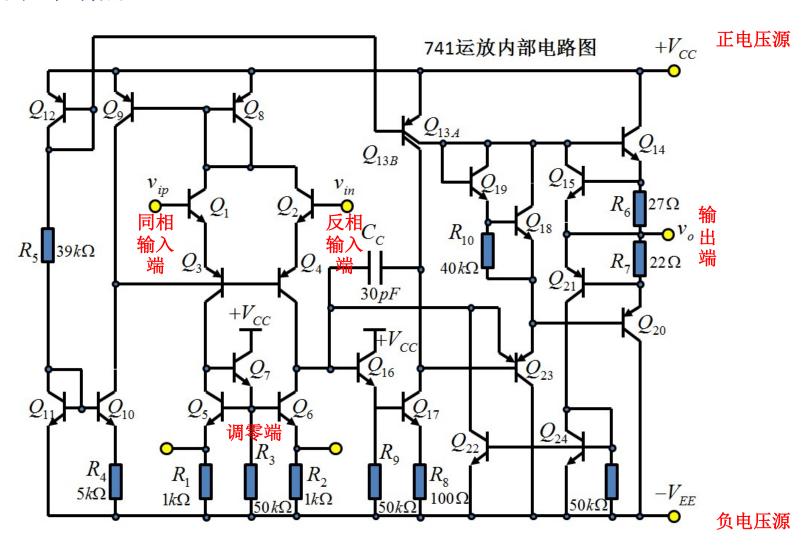
- 构造大的电路系统时,多采用分层设计思想
  - 在高层次定义功能模块的端口,并对功能模块 端口提出要求
  - 对上一层次的应用者而言,他只需知道电子系统或电路网络的端口特性即可
  - 系统对应用者而言,可以是只有明确界面定义 (端口定义)的黑匣子
  - 系统的功能通过端口(界面)得以体现,其内部如何工作对应用者而言可能并不关心

#### 复杂系统构造

- 可以通过分层设计实现复杂系统设计
  - 实体物质和场物质相互作用形成基本器件功能
  - 基本器件相互连接形成功能电路
  - 功能电路相互连接形成子系统
  - 子系统相互连接形成大系统,进而再连接,形成更大的系统
  - 每一层的基本器件、基本功能电路、子系统、大系统,它们都可以从端口伏安特性上描述或表现其功能
    - 高层设计者只关注端口特性,或者只关注其功能,而不必关注内部实现方式

设计运放时,需要关注这些晶体 管的性能、尺寸、版图结构等, 对高层应用者而言,只关注对外 引出的7个端点

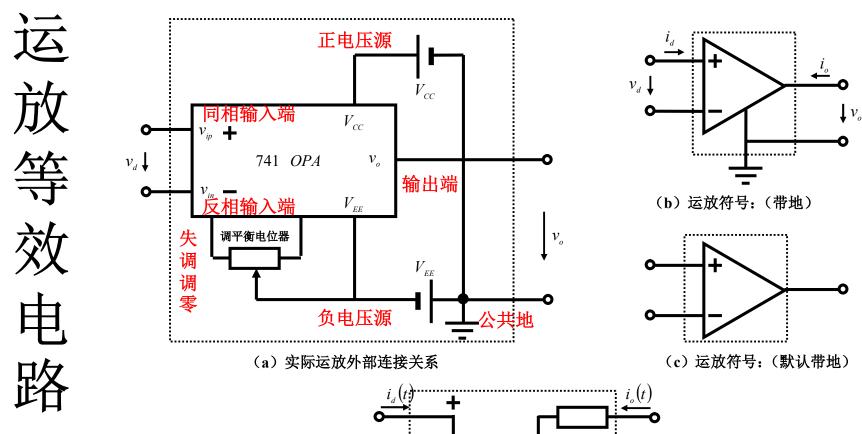
#### 741运放内部电路



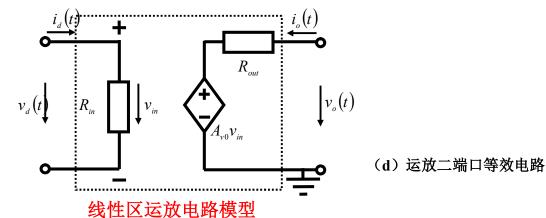
电子电路与系统基础 李国林

**BJT: Bipolar Junction Transistor** 

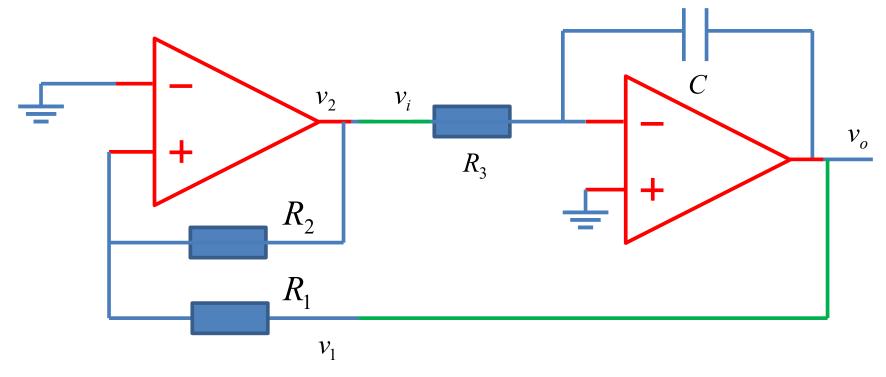
#### 高层次应用:应用741实现其他功能电路时,无需关注741内部电路



由于输入电阻很大,电压增益很大,可以进一步极致化 抽象为无穷大,使得电路分 析变得极度简单



#### 运放电路分析: 只需运放端口模型

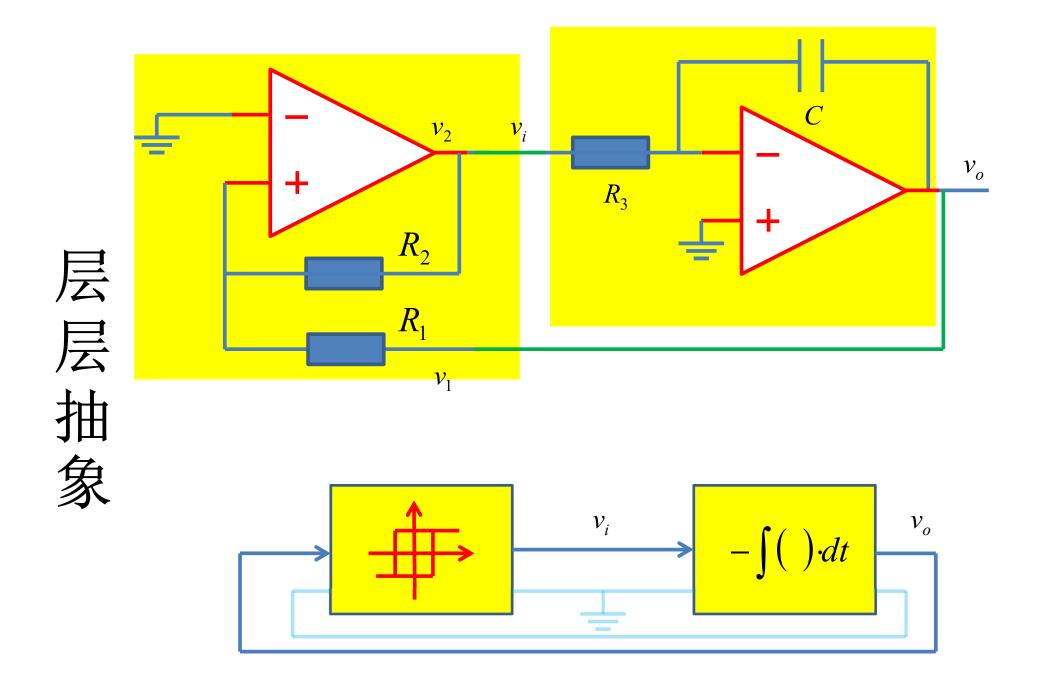


运放工作在非线性区,采用非线性区的恒压 源模型

结论是:这是一个施密特触发器,输出电压和输入电压之间具有滞回特性

线性区电压放大器模型 用极致化抽象简化分析 结论是:这是一个积分器,输出电压是 输入电压的积分

这两个二端口网络对接后,可形成三角波和方波振荡输出 分析这个电路时,我们不会考虑晶体管如何工作,而只考虑运放端口特性,问题大大 简化



#### 小结

- 分层设计可以构造出功能复杂的电子系统
  - 上层设计者只需给出下层模块的各种规范,下层设计者可以采用任何结构、任何方法实现这个模块的功能,只要满足要求的规范就可以了
    - 规范除了功能要求外,还可能包括尺寸、功耗、接口等
    - 只要符合规范,模块则可相互替换,具有可移植性,系统维护和升级都很方便
    - 在每个抽象层次上,人们都可以考虑是否采用现有的成熟电路或已有产品,从而以最短的时间构造出符合要求的具有特定功能的电子系统

#### 八、电路基本问题

• 电路的基本问题就是信号与系统的关系问题

- 信号
  - 电压信号(电流信号)

- 系统
  - 电路系统

#### 电路基本问题

- 基本原理
- 基本元件
- 基本功能电路
- 基本分析方法
- 基本概念

#### 8.1 基本原理

实体物质和场物质相互作用,交换能量,形成具有某种电特性的电路器件,电路器件抽象为基本元件,或抽象为基本元件之间的某种连接关系,基本元件以元件约束方程(广义欧姆定律)描述其电特性

- 电路器件的连接构成电路
  - -基尔霍夫定律描述的是电路器件、电路元件或电路网络之间的连接关系

#### 导体、绝缘体和半导体是电路基材

- 导体是所有器件中都必须用的材料,这是由于电路器件中的传导电流必须通过导体流通,电路器件的连接端口、连接线都是导体连接关系
- 绝缘体用于支撑导体和半导体材料,使得它们不至于接触,从 而形成需要的器件结构。同时绝缘体和电磁场之间的相互作用, 对器件的电特性有重要影响
- 半导体被采用作为晶体管的基材,其根本原因在于半导体的电子、空穴浓度是可控的,从而它的导电性能可控,于是可以通过调控半导体材料的导电性能来实现半导体器件如晶体管的受控特性,从而形成将直流电能转换为交流电能的换能能力,正是由于半导体器件具有这种能量转换能力,用半导体器件可以构成极为丰富多彩的功能电路

#### 8.2 基本元件

• 基本元件 能量转换关系 有源性 端口描述方程

• 电阻/电导 耗能:换能 :无源有损 :代数方程

• 电容 : 微积分方程

• **电源** 供能: 换能 : 有源 : 代数方程

- <u>独立源</u>(他能转成电能:直流电源、交流电源,信号源,噪声源)

- 受控源(电能转成电能: VCVS、VCCS、CCVS、CCCS: 作用关系以能量转换来体现)

• 开关 传能: 能量、信号传输的通或断 : 代数

• 短接线 传能: 能量、信号传输通路 : 代数

• 传输线 传能: 通过电磁能量的相互转储 : 偏微分方程描述

而沿线传输能量

#### 8.3 基本功能电路

具有特定功能的电路

- 信息处理角度
  - 放大
  - 振荡
  - 滤波
  - 变频、调制、解调
  - 存储
  - 与或非(逻辑处理)
- 电能处理角度
  - 整流
  - 逆变
  - 稳压
  - 变压

信号电平调整 信号产生 信号选择

信号变换,利于传输

信号存储

数字信号处理

交流能量转换为直流能量 直流能量转换为交流能量 有波动的直转恒定值的直

• 或者是从一个直流电压转成另外一个直流电压

交流转交流

#### 8.4 基本分析方法

- 基尔霍夫定律描述的是元件、网络端口(支路)之间的连接关系
  - KVL, KCL
- 广义欧姆定律、元件约束条件描述的是元件、网络自身的电特性
- KVL+KCL+OL方程可完备描述整个电路网络的特性
  - 求解方程组,根据对方程解的解析确认电路具有什么功能

#### 电路方程列写方法

- 支路电压电流法
  - 以支路电压、电流为未知量
  - KVL+KCL+OL
- 降低未知量个数,可大幅度降低方程的规模
  - 支路电流法: 以支路电流为未知量
  - 回路电流法: 以回路电流为未知量
  - -结点电压法:以结点电压为未知量

#### 分层封装: 自端口特性进行电路等效

• 上述的降低电路方程规模的方程列写方法适用于计算机仿真工具

对于电路设计者而言,他要理解电路的工作原理,或者希望计算机仿真工具能够更进一步加速仿真,则需用等效电路法进一步降低分析复杂度

# 等效电路法

- 等效电路法是分层抽象思想的应用
  - 高层次将低层次的模块视为多端口网络,只关注其端口特性,而不关注其内部结构
    - 可以通过测量、电路分析、仿真获得端口特性
    - 等效电路法将电路分析集中到数个端口之上,进一 步降低了分析规模和复杂度
- 对线性网络,最常用等效电路法是戴维南-诺顿等效

#### 利用电路定理降低分析复杂度

- 等效电路法
  - 戴维南诺顿定理
  - 替代定理
  - 串并联等效
  - **....**
- 利用电路属性
  - 叠加定理: 线性网络
  - 互易定理: 互易网络
  - 对偶原理: 电和磁是对偶量
  - **—** ...

#### • 解析法

- 简单结构,简单元件约束
  - 差分对,反相器,分压器,电桥,理想变压器,...
- 线性时不变网络
  - 线性网络:矩阵求逆
  - 动态网络:变换域法(相量法、拉普拉斯变换)

# 电路方程

#### • 数值法

- 牛顿拉夫逊迭代法(非线性代数方程)
- 欧拉法(微分方程)

#### • 图解法

- 简单对接关系
- 非线性电路线性化方法
  - 局部线性
  - 分段线性
  - 准线性
  - **—** ...
    - 尽可能给出简单表述的近似的但原理性很强的解析解

#### 8.5 基本概念

- 电路基本问题就是信号与系统相互作用的问题
  - 信号分析: 信号自身有什么特性?
  - 系统分析: 信号通过系统有什么变化?
  - 系统设计: 什么样的系统可导致期望的信号变化?
  - 系统属性:线性与非线性、时变与时不变、有源与 无源
  - 系统构造: 正负反馈, 稳定性
  - 信号处理: 时域与频域, 噪声与失真
  - 这些基本概念贯穿于电路分析和设计的各个环节

#### 小结

- 电路的基本问题是信号与系统之间的相互作用关系
  - 研究信号自身的特性
  - 研究系统如何处理信号,从而具有如是功能
- 从电路的角度看,分为5个基本
  - -基本原理、基本元件、基本功能电路、基本分析方法和基本概念
  - 本课程包容了上述全部核心要素

# 九、数字化抽象

• 为什么数字化

• 信息是否受损

• 逻辑0、1抽象

• 数字化趋势

#### 9.1 为什么数字化?

- 信息可存储化
  - 模拟量的存储十分困难,不易长期留存
  - 数字量的存储相对简单,容易长期留存,且可通过编码技术,对其中出现的错误进行纠正
- 处理简单
  - 同时,'处理'环节因数字化而变得丰富多彩
    - •除了'放大'、'振荡'、'传感'等同时伴随能量转换的信息处理(同时也是换能器)无法数字化外,其它的信号处理都可以在数字域完成
  - 可以借助现代计算机技术,方便快速地完成各种数字信号处理
    - 信号: 滤波、调制解调、变频、...
    - 数据: 压缩、编码、...
    - ...

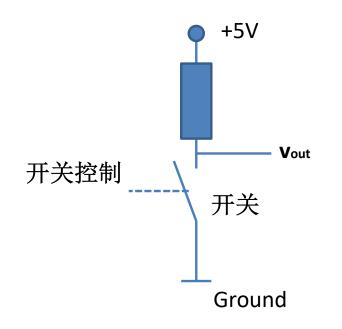
#### 9.2 数字化后信息是否受损?

• 数字化: 时间上离散, 幅度上离散

- 时间上离散,信息受损是可控的
  - 奈奎斯特-香农采样定理保证: 只要采样频率高于信号带宽的2倍即可
- 幅度上离散,信息受损是可控的
  - 量化噪声低于系统噪声即可

# 9.3 逻辑电平: Logic Level

- 这里的数字化指的是将模拟信号转化为二进制码表述的数字信号
  - 用0和1来描述信号
  - 从而,数字电路只需处理0和1两个逻辑电平
- 如何实现逻辑0和逻辑1?
  - 开关的两种状态对应的电压映射为逻辑0和逻辑1

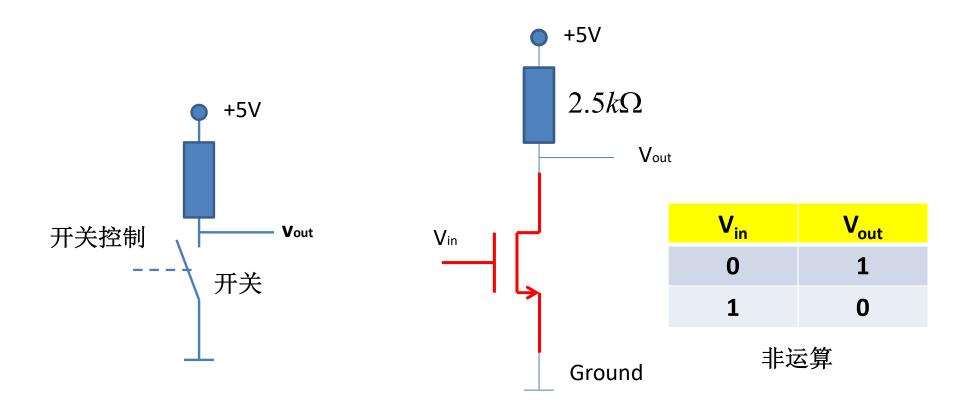


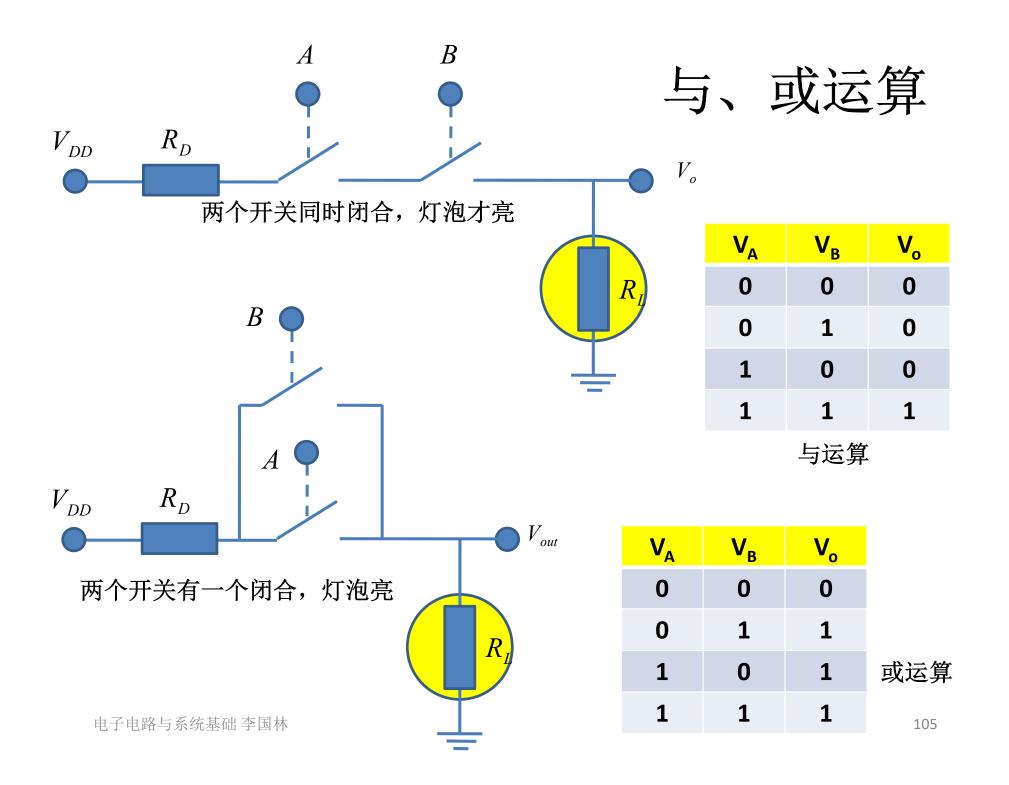
$$v_{out} = \begin{cases} +5V \\ 0V \end{cases}$$

逻辑1:开关断开

逻辑0:开关闭合

# 开关可由晶体管实现





#### 逻辑运算和开关

数字信号处理(包括数学运算)可以用与、 或、非三种逻辑运算实现

- 与、或、非三种逻辑门电路可用晶体管电路实现
  - 尤其是采用CMOS工艺实现的数字电路,其面积、功耗等性能都具有无与伦比的优势,从而CMOS工艺是数字电路的主流工艺

#### 9.4 数字电路可大规模集成

- 数字电路只需两个状态 (容差性强,可编码纠错),CMOS电路功耗极 低,面积极小,因而可大 规模集成
  - 可实现复杂的运算、处理 和控制功能
    - CPU: 10/100亿量级的晶体 管

•大规模模拟电路很难设计和, 电路调试,完成的信号处理, 能也相对单一

- 数字电路的优势
  - 抗干扰能力强: 容差性强
  - 功耗低
  - 面积小
  - 可大规模集成: 构建复杂信息处理系统
- 信息化社会必然是数字化的,但是信息化社会的信息处理系统不 是数字系统可以单挑的
  - 射频电路/能量转换电路无法数字化
    - 含无线通信: 4G/5G通信,可植入医疗设备,...
    - 含能量转换: 电源管理系统,放大器,振荡器,传感器和激励器(触摸屏,指纹识别,加速度计,屏幕驱动,音频驱动,...),...
  - 即使是数字电路,也需模拟电路的设计技术才能有效处理高速问题
    - 处理器时钟~GHz: 高频下的寄生电容、寄生电感效应和传输线效应,使得我们必须用模拟电路设计理念去设计数字系统,系统才能正常工作
  - 有些问题用模拟电路可能较数字电路更有效,如模糊计算等
  - 模拟电路和数字电路是相辅相成的关系
    - 模拟电路面向实际的物理世界进行信息处理,数字电路则面向数字化信息世界,两者缺一不可构建信息化社会,毕竟世界本身是模拟的,但纯模拟的信息无法传承
  - 本课程以模拟为主为基础,数字为辅
    - 未来电路的研究方向,两者同等重要,不要偏废任何一方,而模拟电路自始至终都是核心要求

# 小结