ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

ĐỀ THI HẾT MÔN
HỌC KỲ HÈ - NĂM HỌC 2017 - 2018

<u>Đề thi số: 1</u>

Bài thi môn: Giải Tích 2 **Số tín chỉ:** 4

Lớp: MAT1042 **Thời gian làm bài:** 90 phút

<u>Câu 1</u> (2.0 đ). Tìm cực trị hàm số: $z = x^3 - y^3 - 2(x-y)^2 + 1;\, x \neq 0$.

<u>Câu 2</u> (2.0 đ). Tính tích phân: $I = \iint\limits_D e^{y^2}dxdy$. Trong đó D là miền được giới hạn bởi các đường: $y = x, y = -1, x = 0$.

<u>Câu 3</u> (2.0 đ). Tính thể tích của vật thể E được giới hạn bởi các mặt:

$$z = x^2 + y^2,\ z = 2\cdot\sqrt{x^2+y^2}.$$

<u>Câu 4</u> (2.0 đ). Tính tích phân: $I = \oint\limits_C (y + \cos x)dx + (xy + x + \cos y)dy$, với C là đường tròn: $x^2 + y^2 = 2x - 2y$, chiều C ngược chiều kim đồng hồ.

<u>Câu 5</u> (2.0 đ). Giải phương trình vi phân: $y'' - y = x - 1 + 2xe^x$.

---------- Hết ----------

Sinh viên không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên sinh viên:……..……………………..; Số báo danh:……………………………….

Đáp án - Giải tích 2 - Đề số 1

Câu 1 (2.0 đ):

Tìm điểm dừng: $\begin{cases} z'_x = 3x^2 - 4(x-y) = 0 \\ z'_y = -3y^2 + 4(x-y) = 0 \end{cases}$.

Điểm dừng: $P(8/3, -8/3)$.

$z''_{xx} = 6x - 4; z''_{yy} = -6y - 4, z''_{xy} = 4; \Delta = -36xy - 24x + 24y$.

Khảo sát cực trị tại điểm dừng: P là cực tiểu, $z_{ct} = -485/27$.

Câu 2 (2.0 đ):

Vẽ hình. $D = \{-1 \le y \le 0, y \le x \le 0\}$.

Do đó, $I = \iint_D e^{y^2} dxdy = \int_{-1}^{0} e^{y^2} dy \int_{y}^{0} dx = -\int_{-1}^{0} ye^{y^2} dy = \frac{1}{2}\left[e^{y^2}\right]_0^{-1} = \frac{e-1}{2}$.

Câu 3 (2.0 đ):

Mặt trên khối E: $z = 2 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$

Mặt dưới khối E: $z = x^2 + y^2$

Hình chiếu khối E xuống mặt phẳng Oxy: $D = \{x^2 + y^2 \le 4\}$

$\to V_E = \iint_D \left(2\sqrt{x^2 + y^2} - x^2 - y^2\right) dxdy$. Đặt $x = r\cos\varphi, y = r\sin\varphi, |J| = r$.

$D_{r\varphi} = \{0 \le \varphi \le 2\pi, 0 \le r \le 2\}$. Do đó: $V_E = \iint_{D_{r\varphi}} \left(2r^2 - r^3\right) drd\varphi = \frac{8\pi}{3}$.

Câu 4 (2.0 đ):

Vẽ hình. Ta có: $P = y + \cos x; Q = xy + x + \cos y \to P'_y = 1; Q'_x = y + 1$: các đạo hàm riêng liên tục trên miền D được giới hạn bởi đường cong kín C. Dùng công thức Green đối với đường cong kín C: $I = \iint_D \left(Q'_x - P'_y\right) dxdy = \iint_D ydxdy$.

Đặt: $x = 1 + r\cos\varphi, y = -1 + r\sin\varphi, |J| = r, D_{r\varphi} = \left\{0 \le \varphi \le 2\pi, 0 \le r \le \sqrt{2}\right\}$.

Do đó, $I = \iint_{D_{r\varphi}} \left(r^2 \sin\varphi - r\right) drd\varphi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\sqrt{2}} \left(r^2\sin\varphi - r\right) dr = \int_0^{2\pi} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\sin\varphi - 1\right) d\varphi = -2\pi$.

Câu 5 (2.0 đ)

Nghiệm tổng quát của pt thuần nhất: $y^*(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$

Nghiệm riêng của pt không thuần nhất tìm dưới dạng: $\overline{y}(x) = Ax + B + x \cdot e^x \cdot (Cx + D)$

Dùng phương pháp đồng nhất thức: $A = -1, B = 1, C = \frac{1}{2}, D = -\frac{1}{2}$

Nghiệm tổng quát của ptvp: $y(x) = y^*(x) + \overline{y}(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - x + 1 + xe^x\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)$.

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

ĐỀ THI HẾT MÔN
HỌC KỲ HÈ - NĂM HỌC 2017 - 2018

<u>Đề thi số: 2</u>

Bài thi môn: Giải Tích 1

Số tín chỉ: 4

Lớp: : MAT1042

Thời gian làm bài: 90 phút

<u>Câu 1</u> (2.0 đ). Tìm cực trị hàm số: $z = -x^3 + y^3 - 2(x - y)^2 + 1; x \neq 0$.

<u>Câu 2</u> (2.0 đ). Tính tích phân: $I = \iint_D e^{y^2} dxdy$. Trong đó D là miền được giới hạn bởi các đường: $y = 2x, y = -2, x = 0$.

<u>Câu 3</u> (2.0 đ). Tính thể tích của vật thể E được giới hạn bởi các mặt:

$$2z = x^2 + y^2 \text{ , } z = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ .}$$

<u>Câu 4</u> (2.0 đ). Tính tích phân: $I = \oint_C (y + x \cdot \cos x)dx + (xy + x + \cos^2 y)dy$, với C là đường tròn: $x^2 + y^2 = 2x - 2y$, chiều C ngược chiều kim đồng hồ.

<u>Câu 5</u> (2.0 đ). Giải phương trình vi phân: $y'' - y = x + xe^x$.

---------- **Hết** ----------

Sinh viên không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên sinh viên:……..……………………..; Số báo danh:……………………………….

Đáp án - Giải tích 2 - Đề số 2

Câu 1 (2.0 đ):

Tìm điểm dừng: $\begin{cases} z'_x = -3x^2 - 4(x-y) = 0 \\ z'_y = 3y^2 + 4(x-y) = 0 \end{cases}$.

Điểm dừng: $P(-8/3, 8/3)$.

$z''_{xx} = -6x - 4; z''_{yy} = 6y - 4, z''_{xy} = 4; \Delta = -36xy + 24x - 24y$.

Khảo sát cực trị tại điểm dừng: P là cực tiểu, $z_{ct} = -485/27$.

Câu 2 (2.0 đ):

Vẽ hình. $D = \left\{-2 \le y \le 0, \frac{y}{2} \le x \le 0\right\}$.

Do đó, $I = \iint\limits_D e^{y^2} dxdy = \int\limits_{-2}^{0} e^{y^2} dy \int\limits_{y/2}^{0} dx = -\frac{1}{2}\int\limits_{-2}^{0} ye^{y^2} dy = \frac{1}{4}\left[e^{y^2}\right]_0^{-2} = \frac{e^4 - 1}{4}$.

Câu 3 (2.0 đ):

Mặt trên khối E: $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Mặt dưới khối E: $z = \frac{x^2 + y^2}{2}$

Hình chiếu khối E xuống mặt phẳng Oxy: $D = \left\{x^2 + y^2 \le 4\right\}$.

$\rightarrow V_E = \iint\limits_D \left(\sqrt{x^2 + y^2} - \frac{x^2 + y^2}{2}\right) dxdy$. Đặt $x = r\cos\varphi, y = r\sin\varphi, |J| = r$.

$D_{r\varphi} = \left\{0 \le \varphi \le 2\pi, 0 \le r \le 2\right\}$. Do đó: $V_E = \iint\limits_{D_{r\varphi}} \left(r^2 - \frac{r^3}{2}\right) drd\varphi = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 4 (2.0 đ):

Vẽ hình. Ta có: $P = y + x\cos x$; $Q = xy + x + \cos^2 y \rightarrow P'_y = 1; Q'_x = y + 1$: các đạo hàm riêng liên tục trên miền D được giới hạn bởi đường cong kín C. Dùng công thức Green đối với đường cong kín C: $I = \iint\limits_D \left(Q'_x - P'_y\right) dxdy = \iint\limits_D ydxdy$.

Đặt: $x = 1 + r\cos\varphi, y = -1 + r\sin\varphi, |J| = r, D_{r\varphi} = \left\{0 \le \varphi \le 2\pi, 0 \le r \le \sqrt{2}\right\}$.

Do đó, $I = \iint\limits_{D_{r\varphi}} \left(r^2 \sin\varphi - r\right) drd\varphi = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\sqrt{2}} \left(r^2\sin\varphi - r\right) dr = \int\limits_0^{2\pi} \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\sin\varphi - 1\right) d\varphi = -2\pi$.

Câu 5 (2.0 đ)

Nghiệm tổng quát của pt thuần nhất: $y^*(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$

Nghiệm riêng của pt không thuần nhất tìm dưới dạng: $\overline{y}(x) = Ax + B + x \cdot e^x \cdot \left(Cx + D\right)$

Dùng phương pháp đồng nhất thức: $A = -1, B = 0, C = \frac{1}{4}, D = -\frac{1}{4}$

Nghiệm tổng quát của ptvp: $y(x) = y^*(x) + \overline{y}(x) = C_1 e^x + C_2 e^{-x} - x + xe^x\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}\right)$.