ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

ĐỀ THI HẾT MÔN
HỌC KỲ PHỤ NĂM HỌC 2016 - 2017

<u>Đề thi số 1</u>

Môn thi: Giải tích II.
Hệ: Chính quy.
Lớp: MAT1042 1.

Số tín chỉ: 4.
Thời gian làm bài: 120 phút.

<u>Câu 1</u>. (2.0 điểm) Tính gần đúng giá trị: $A=\left(\sqrt{98}+\sqrt[3]{123}\right)^3$.

<u>Câu 2</u>. (2.0 điểm) Tìm cực trị hàm số: $z=x^3+3xy^2-15x-12y-1\ ;\ x>0$.

<u>Câu 3</u>. (2.0 điểm) Tính tích phân: $I=\int\limits_C\left(2x^2+5\sin x\right)dx+\left(\sqrt[5]{1+y^3}+2x\right)dy$,

với C là cung tròn: $x^2+y^2=2y\,;\,y\le 1$. Chiều của C là chiều ngược chiều kim đồng hồ.

<u>Câu 4</u>. (2.0 điểm) Tính thể tích của vật thể E được giới hạn bởi các mặt:

$$z=x^2+y^2\ ,\ z-2x=0\ ;\ x\ge 0, y\ge 0.$$

<u>Câu 5</u>. (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân: $(2x-6y+3)dx-(x-3y-1)dy=0$, với điều kiện đầu $y(0)=0$.

--------- **Hết** ---------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:……..…………………….; Số báo danh:……………………

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

ĐỀ THI HẾT MÔN
HỌC KỲ PHỤ NĂM HỌC 2016 - 2017

<u>Đề thi số 2</u>

Môn thi: Giải tích II.
Hệ: Chính quy.
Lớp: MAT1042 1.

Số tín chỉ: 4.
Thời gian làm bài: 120 phút.

<u>Câu 1</u>. (2.0 điểm) Tính gần đúng giá trị: $A = \ln\left(\sqrt[3]{1,03} - \sqrt[4]{0,96} + 1\right)$

<u>Câu 2</u>. (2.0 điểm) Tìm cực trị hàm số: $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y - 1$; $x < 0$.

<u>Câu 3</u>. (2.0 điểm) Tính tích phân: $I = \int\limits_C \left(2x^2 + \cos x\right)dx + \left(\sqrt[7]{1+y^3} + 2x\right)dy$,

với C là cung tròn: $x^2 + y^2 = 2y$; $y \le 1$. Chiều của C là chiều ngược chiều kim đồng hồ

<u>Câu 4</u>. (2.0 điểm) Tính thể tích của vật thể E được giới hạn bởi các mặt:

$$z = x^2 + y^2\ ,\ z - 2x = 0\ ;\ x \ge 0, y \le 0.$$

<u>Câu 5</u>. (2.0 điểm) Giải phương trình vi phân: $\left(2x - 6y + 3\right)dx - \left(x - 3y - 1\right)dy = 0$, với điều kiện đầu $y\left(0\right) = 0$.

--------- **Hết** ---------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:……..……………………; Số báo danh:……………………

Đáp án Đề thi số 1

Câu 1. (2.0đ)

Xét hàm số: $z=\left(\sqrt{x}+\sqrt[3]{y}\right)^3 \to\ z'_x=\dfrac{3}{2}\dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt[3]{y}\right)^2}{\sqrt{x}};\, z'_y=\dfrac{\left(\sqrt{x}+\sqrt[3]{y}\right)^2}{\sqrt[3]{y^2}}$.

Chọn $x_0=100, y_0=125 \to \Delta x=x-x_0=-2; \Delta y=y-y_0=-2$

$z(x_0,y_0)=3375; z'_x(x_0,y_0)=\dfrac{135}{4}; z'_y(x_0,y_0)=9 \to A\approx 3375-2\cdot\dfrac{135}{4}-2\cdot 9=\dfrac{6579}{2}$.

Câu 2. (2.0đ)

Tìm điểm dừng: $\begin{cases} z'_x=3x^2+3y^2-15=0 \\ z'_y=6xy-12=0 \end{cases}$. Các điểm dừng: $P_1(2,1); P_2(1,2)$

$z''_{xx}=z''_{yy}=6x, z''_{xy}=6y; \Delta=36(x^2-y^2)$

Khảo sát cực trị tại các điểm dừng: P_1 là cực tiểu, $z_{ct}=-29$; P_2 không là cực trị.

Câu 3. (2.0đ)

$P(x,y)=2x^2+5\sin x \to P'_y=0$

$Q(x,y)=\sqrt[5]{1+y^3}+2x \to Q'_x=2$

Gọi: $L=C\cup\overline{AB}; A(1,1), B(-1,1)$. Chiều của L là chiều ngược chiều kim đồng hồ.

$$\to \int\limits_L = \int\limits_C + \int\limits_{\overline{AB}} \to I=\int\limits_C = \int\limits_L - \int\limits_{\overline{AB}} = J-K$$

Dùng công thức Green đối với đường cong kín L:

$J=\int\limits_L Pdx+Qdy=2\iint\limits_D dxdy \quad ; \quad D=\{(x,y): x^2+y^2\le 2y\,;\, y\le 1\} \to J=2\cdot S_D=\pi$

Đường thẳng AB: $y=1; x_A=1, x_B=-1$. $\to K=\int\limits_{\overline{AB}} Pdx+Qdy=\int\limits_1^{-1}(2x^2+5\sin x)dx=-\dfrac{4}{3}$

Do đó: $I=J-K=\pi+\dfrac{4}{3}$

Câu 4. (2.0đ)

Khối E: mặt trên $z=2x$, mặt dưới $z=x^2+y^2$, hình chiếu xuống mặt phẳng Oxy:

$D_{xy}=\left\{(x,y): (x-1)^2+y^2\le 1, x\ge 0, y\ge 0\right\}$

$V_E=\iint\limits_{D_{xy}}\left(2x-x^2-y^2\right)dxdy$. Đổi sang hệ tọa độ cực suy rộng: $V_E=\int\limits_0^{\pi}\int\limits_0^1\left(1-r^2\right)\cdot r\cdot drd\varphi=\dfrac{\pi}{4}$

Câu 5. (2.0đ)

Ta có: $y'=\dfrac{2x-6y+3}{x-3y-1}$. Đặt: $u=2x-6y+3 \to u'=2-6y' \to y'=\dfrac{2-u'}{6}$.

PTVP có dạng: $\dfrac{2-u'}{6}=\dfrac{2u}{u-5} \leftrightarrow u'=-\dfrac{10(u+1)}{u-5} \leftrightarrow \dfrac{u-5}{10(u+1)}du+dx=0$.

Tích phân tổng quát: $\int\dfrac{u-5}{10(u+1)}du+\int dx=C \leftrightarrow \dfrac{1}{10}\int\left(1-\dfrac{6}{u+1}\right)du+\int dx=C$

$\leftrightarrow \frac{1}{10}\left(u-6\ln|u+1|\right)+x=C$. Đổi biến: $\leftrightarrow \frac{1}{10}\left(2x-6y+3-6\ln|2x-6y+4|\right)+x=C$

Từ: $y(0)=0 \to C=\frac{3-6\ln 4}{10}$. Nghiệm của ptvp thỏa mãn điều kiện đầu:

$$\leftrightarrow 2x-y-\ln|2x-6y+4|+\ln 4=0.$$

Đáp án Đề thi số 2

Câu 1. (2.0đ)

Xét hàm số: $z=\ln\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{y}+1\right)\to z'_x=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{y}+1\right)}$; $z'_y=-\dfrac{1}{4\sqrt[4]{x^3}\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[4]{y}+1\right)}$.

Chọn $x_0=1, y_0=1\to \Delta x=x-x_0=0,03;\Delta y=y-y_0=-0,04$.

$z(x_0,y_0)=0; z'_x(x_0,y_0)=\dfrac{1}{3}; z'_y(x_0,y_0)=-\dfrac{1}{4}\to A\approx 0+0,03\cdot\dfrac{1}{3}-0,04\cdot-\dfrac{1}{4}=0,02$

Câu 2. (2.0đ)

Tìm điểm dừng: $\begin{cases} z'_x=3x^2+3y^2-15=0\\ z'_y=6xy-12=0\end{cases}$. Các điểm dừng: $P_1(-2,-1);P_2(-1,-2)$

$z''_{xx}=z''_{yy}=6x, z''_{xy}=6y;\Delta=36(x^2-y^2)$

Khảo sát cực trị tại các điểm dừng: P_1 là cực đại, $z_{cd}=27$; P_2 không là cực trị.

Câu 3. (2.0đ)

$P(x,y)=2x^2+\cos x\to P'_y=0$

$Q(x,y)=\sqrt[7]{1+y^3}+2x\to Q'_x=2$

Gọi: $L=C\cup\overline{AB}; A(1,1), B(-1,1)$. Chiều của L là chiều ngược chiều kim đồng hồ.

$$\to\int_L=\int_C+\int_{\overline{AB}}\to I=\int_C=\int_L-\int_{\overline{AB}}=J-K$$

Dùng công thức Green đối với đường cong kín L:

$J=\int_L Pdx+Qdy=2\iint_D dxdy$; $D=\{(x,y): x^2+y^2\le 2y\,;\, y\le 1\}\to J=2\cdot S_D=\pi$

Đường thẳng AB: $y=1; x_A=1, x_B=-1. \to K=\int_{\overline{AB}} Pdx+Qdy=\int_1^{-1}(2x^2+\cos x)dx=-\dfrac{4}{3}-2\sin 1$

Do đó: $I=J-K=\pi+\dfrac{4}{3}+2\sin 1$.

Câu 4. (2.0đ)

Khối E: mặt trên $z=2x$, mặt dưới $z=x^2+y^2$, hình chiếu xuống mặt phẳng Oxy:

$D_{xy}=\left\{(x,y):(x-1)^2+y^2\le 1, x\ge 0, y\le 0\right\}$

$V_E=\iint_{D_{xy}}\left(2x-x^2-y^2\right)dxdy$. Đổi sang hệ tọa độ cực suy rộng: $V_E=\int_{-\pi}^{0}\int_0^1\left(1-r^2\right)\cdot r\cdot drd\varphi=\dfrac{\pi}{4}$

Câu 5. (2.0đ)

Ta có: $y'=\dfrac{2x-6y+3}{x-3y-1}$. Đặt: $u=2x-6y+3\to u'=2-6y'\to y'=\dfrac{2-u'}{6}$.

PTVP có dạng: $\dfrac{2-u'}{6}=\dfrac{2u}{u-5}\leftrightarrow u'=-\dfrac{10(u+1)}{u-5}\leftrightarrow\dfrac{u-5}{10(u+1)}du+dx=0$.

Tích phân tổng quát: $\int\dfrac{u-5}{10(u+1)}du+\int dx=C\leftrightarrow\dfrac{1}{10}\int\left(1-\dfrac{6}{u+1}\right)du+\int dx=C$

$\leftrightarrow \frac{1}{10}\left(u-6\ln|u+1|\right)+x=C$. Đổi biến: $\leftrightarrow \frac{1}{10}\left(2x-6y+3-6\ln|2x-6y+4|\right)+x=C$

Từ: $y(0)=0 \to C=\frac{3-6\ln 4}{10}$. Nghiệm của ptvp thỏa mãn điều kiện đầu:

$\leftrightarrow 2x-y-\ln|2x-6y+4|+\ln 4=0$.