

Bottleneck assignment in the plane

projekt pri predmetu Finančni praktikum

Lea Holc in Eva Rudolf

16. 12. 2022

1 Navodilo naloge

Naj bosta dani dve množici točk v ravnini P in Q . Elementi množice P predstavljajo proizvajalce (*providers*), elementi množice Q pa porabnike (*clients*). Tako proizvajalci kot porabniki upravljajo z isto dobrino. Vsak proizvajalec $p \in P$ lahko proizvede $s_p > 0$ dobrine, za vsakega porabnika $q \in Q$ pa definiramo njegovo povpraševanje po dobrini kot $d_q > 0$. Predpostavimo, da je ponudba vseh proizvajalcev enaka povpraševanju vseh porabnikov. Cilj projekta je ugotoviti, ali za podano vrednost λ proizvajalci lahko zadostijo potrebam porabnikov in sicer tako, da vsaka dobrina prepotuje pot največ λ . Ukvarjamo se s problemom maksimalnega pretoka, ki ga želimo predstaviti kot linearni program (LP).

2 Ideja algoritma

Cilj projekta je napisati linearni program, ki minimizira največjo razdaljo, ki jo mora prepotovati dobrina od proizvajalca do porabnika, pri čemer moramo zadostiti vsem potrebam, ki jih imajo porabniki ne da bi presegli kapacitete, ki jih lahko proizvede posamezen proizvajalec.

Naj bo p_i za $i = 1, 2, \dots, m$ posamezen proizvajalec in s_i za $i = 1, 2, \dots, m$ njegova proizvodnja dobrine. Naprej naj bo q_j za $j = 1, 2, \dots, n$ posamezen porabnik in d_j za $j = 1, 2, \dots, n$ njegovo povpraševanje po dobrini. Najprej predpostavimo, da velja:

$$\sum_{i=1}^m s_i = \sum_{j=1}^n d_j.$$

Označimo:

$$c_{ij} = \begin{cases} 0; & \text{i-ti proizvajalec ne oskrbuje j-tega ponudnika} \\ 1; & \text{i-ti proizvajalec oskrbuje j-tega ponudnika} \end{cases}$$

in zapišemo pogoje s katerimi zadostimo potrebam posameznega porabnika in zmožnostim posameznega proizvajalca:

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} = s_i, \forall i = 1, \dots, m$$
$$\sum_{i=1}^m c_{ij} = d_j, \forall j = 1, \dots, n$$

Vsakega izmed proizvajalcev p_i in porabnikov q_j predstavimo kot točko v ravnini s koordinatami: $p_i = (x_i, y_i)$ in $q_j = (x_j, y_j)$. Razdaljo med proizvajalcem p_i in porabnikom q_j izračunamo s pomočjo formule $\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$. Naš cilj bo poiskati:

$$\min \max_{i,j} \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} c_{ij}.$$

3 Delo na projektu

Idejo, kako naj bi algoritem deloval sva že dobili. Nekaj dela bodo zahtevali še pogoji, vezani na predpisano razdaljo λ in količino dobrin, ki jo posamezen proizvajalec p_i pošlje posameznemu porabniku q_j . Glede na to, da se bova ukvarjali z linearnim programom bova najverjetneje uporabili programski jezik Sage.