Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko

BOTTLENECK ASSIGNMENT IN THE PLANE

Projekt pri predmetu Finančni praktikum

Avtorici:
Lea Holc, Eva Rudolf

Ljubljana, 2023

Kazalo

1 Navodilo

Naj bosta dani dve množici točk v ravnini P in Q. Elementi množice P predstavljajo proizvajalce (*providers*), elementi množice Q pa porabnike (*clients*). Tako proizvajalci kot porabniki upravljajo z isto dobrino. Vsak proizvajalec $p \in P$ lahko proizvede $s_p > 0$ dobrine, za vsakega porabnika $q \in Q$ pa definiramo njegovo povpraševanje po dobrini kot $d_q > 0$. Predpostavimo, da je ponudba vseh prozvajalcev enaka povpraševanju vseh porabnikov. Cilj projekta je ugotoviti, ali za podano vrednost λ proizvajalci lahko zadostijo potrebam porabnikov in sicer tako, da vsaka dobrina prepotuje pot največ λ.

2 Linearen program

Ukvarjamo se s problemom maksimalnega pretoka, ki ga želimo predstaviti kot linearni program (LP). Cilj je bil napisati linearni program, ki minimizira največjo razdaljo, ki jo mora prepotovati dobrina od proizvajalca do porabnika, pri čemer moramo zadostiti vsem potrebam, ki jih imajo porabniki ne da bi presegli kapacitete, ki jih lahko proizvede posamezen proizvajalec.

2.1 Oznake

Najprej uvedemo oznake. Naj bo p_i za $i = 1, \ldots, m$ posamezen proizvajalec s koordinatami (x_i, y_i) in s_i za $i = 1, 2, \ldots, m$ njegova proizvodnja dobrine. Naprej naj bo q_j za $j = 1, 2, \ldots, n$ posamezen porabnik s koordinatami (w_j, z_j) in d_j za $j = 1, 2, \ldots, n$ njegovo povpraševanje po dobrini. Spomnimo se, da tako proizvajalci kot porabniki upravljajo z isto dobrino in predpostavimo, da velja

$$\sum_{i=1}^{m} s_i = \sum_{j=1}^{n} d_j.$$

S c_{ij} označimo količino, ki jo proizvajalec i dobavi porabniku j. Ker vsi proizvajlci ne dobavljajo vsem porabnikom, uvedemo še indikatorsko spremenljivko b_{ij}.

$$b_{ij} = \begin{cases} 0; & \text{i-ti proizvajalec ne oskrbuje j-tega ponudnika} \\ 1; & \text{i-ti proizvajalec oskrbuje j-tega ponudnika} \end{cases}$$

Z λ označimo maksimalno razdaljo, ki jo lahko prepotuje posamezna dobrina. To razdaljo želimo minimizirati.

2.2 Pogoji

Zapišimo še pogoje, s katerimi zadostimo potrebam posameznega porabnika in zmožnostim posameznega proizvajalca:

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} = s_i \text{za} \forall i = 1, \ldots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} c_{ij} = d_j \text{za} \forall j = 1, \ldots, n$$

Za indikatorsko spremenljivko b_{ij} lahko zapišemo

$$0 \leq b_{ij} \leq 1 \text{in} b \in \mathbb{Z}.$$

Veljati mora tudi $b_{ij} = 0 \Rightarrow c_{ij} = 0$, kar lahko zapišemo kot

$$0 \leq c_{ij} \leq c_{ij} \cdot b_{ij}.$$

Omejimo še λ:

$$b_{ij} \cdot \sqrt{(x_i - w_j)^2 + (y_i - z_j)^2} \leq \lambda.$$

Naš cilj bo poiskati:

$$\min \max_{i,j} \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \cdot c_{ij}.$$

3 Delo na projektu

Glede na to, da se ukvarjamo z linearnim programiranjem, sva uporabili programski jezik Sage.