

Geophysikalische Geländeübungen 2016

Messgebiet: Rotenäcker

Gravimetrie

Lena Feld

lena.feld@student.kit.edu

Sabit Mukhanov

E-Mail

Clara Bützler

clara.buetzler@student.kit.edu

Tutoren: Malte Westerhaus und Michael Mayer

6. November 2016

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung und Fragestellungen der Untersuchungen	3
2	Theoretische Grundlagen der Gravimetrie	4
2.1	Schwere und Gravitation	4
2.2	Reduktionen	4
2.3	Nettelton-Verfahren	6
2.4	Funktionsweise eines Gravimeters	7
2.5	Tachymetrische Messungen	8
3	Durchführung der Messungen	9
3.1	Festlegung der Messpunkte	9
3.2	Messung der relativen Schwere an den Messpunkten	10
3.3	Höhen- und Ortsmessungen	11
4	Messergebnisse	12
5	Auswertung	12
5.1	Driftbestimmung und Mittlung von Mehrfachmessungen	13
5.2	Reduktionen	13
5.3	Dichtebestimmung mit dem Nettelton-Verfahren	15
6	Fehlerbetrachtung	20
6.1	Fehler bei den gravimetrischen Messungen im Gelände	20
6.2	Fehler der Reduktionen während der Auswertung	21
6.3	Auswirkung der Fehler der Schwerewerte auf die Bestimmung der Dichtewerte .	22
6.4	Statistisches Fehlermaß für Doppelmessungen	22
7	Geologische Interpretation	27
8	Zusammenfassung	29

1 Einführung und Fragestellungen der Untersuchungen

Im Tal des Messgebiets wurde die Schichtung der Gesteine bereits mit seismischen Messungen untersucht. Es wurde bis in eine Tiefe von $(16,8 \pm 2,0)$ m Juranagelfluh mit darüber liegendem Vierwitterungsboden gefunden. Darunter befinden sich nach den Ergebnissen der seismischen Messungen Bankkalke. Die Neigung der Grenze zwischen Jurannagelfuh und den Kalken konnte nicht bestimmt werden. Um diese qualitativ zu untersuchen soll nun die Durchschnittsdichte des Hangs mittels gravimetrischer Messungen und dem Nettelton-Verfahren bestimmt werden. Juranagelfluh ist ein Sediment aus dem Jura für welche Knödel et al.(1997) im Allgemeinen eine Dichte von ungefähr $2.100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ angeben. Die Dichte von Kalken liegt bei $2.500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (Berckhemer 1997). Anhand der Durchschnittsdichte des Hangs sollten die ungefähren Anteile von Kalken und Jurannagelfuh am Volumen des Hangs abgeschätzt werden können.

Außerdem ist im Messgebiet bereits mit magnetischen Messungen ein schräg hangabwärts verlaufender Basaltgang gefunden worden. Er wurde sowohl mit Profilmessungen, als auch mittels einer Kartierung untersucht, wodurch seine Lage bekannt ist. Es soll nun ebenfalls untersucht werden, wie sich dieser auf die Bestimmung der Durchschnittsdichte des Hangs mit Hilfe des Nettelton- Verfahrens auswirkt. Daher werden zwei Gravimetrieprofile unabhängig voneinander gemessen, eins über dem Basaltgang und ein weiteres dort, wo kein Basalt vermutet wird.

2 Theoretische Grundlagen der Gravimetrie

Zur Einarbeitung in die theoretischen Grundlagen der Gravimetrie dient das Skript zur Geländeübung (Forbriger et al. 2016).

2.1 Schwere und Gravitation

Bei gravimetrischen Messungen wird das Schwerfeld der Erde vermessen. Die Schwerbeschleunigung setzt sich aus zwei Komponenten zusammen, der Gravitationsbeschleunigung und der Zentrifugalbeschleunigung.

Die Gravitationsbeschleunigung beschreibt die Massenanziehung zwischen einem Probekörper und der Erde. Sie beruht auf dem Newtonschen Gravitationsgesetz.

$$\vec{F}_G = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}. \quad (1)$$

Dabei ist \vec{F}_G die Gravitationskraft die von Masse m_1 auf Masse m_2 ausgeübt wird. \vec{r} ist der Verbindungsvektor zwischen dem Ort von m_2 und dem Ort von m_1 .

Die Zentrifugalbeschleunigung wird durch die Drehung der Erde um sich selbst verursacht, sie ist am Äquator am größten und an den Polen gleich null.

Es gibt verschiedene Einheiten, in denen die Schwere gemessen werden kann. In SI-Einheiten hat sie die Einheit $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. In der Gravimetrie ist die Einheit 1 gal gebräuchlicher. Dabei gilt:

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 100 \text{ gal} \quad (2)$$

2.2 Reduktionen

Die gemessenen Schwerewerte werden von verschiedenen Effekten beeinflusst, die von den Messungen oft gar nicht untersucht werden sollen und daher vom Messewert abgezogen werden müssen. Sie werden Reduktionen genannt.

Die Gezeitenreduktion $\delta_{\text{gGezeiten}}$ beschreibt die Gravitationswirkung anderer Planeten. Sie verändert sich mit der Zeit und kann in einer Gezeitenkurve abgelesen werden.

Die Geländereduktion $\delta_{\text{gGelände}}$ beschreibt die Auswirkungen der Topographie von Bergen und Tälern in der Nähe des Messpunktes. Sie wird mit Hilfe eines digitalen Geländemodells berechnet. Dabei verringern sowohl Berge als auch Täler die Schwerewerte, wie Abbildung 1 zeigt.

Berg:

Tal:

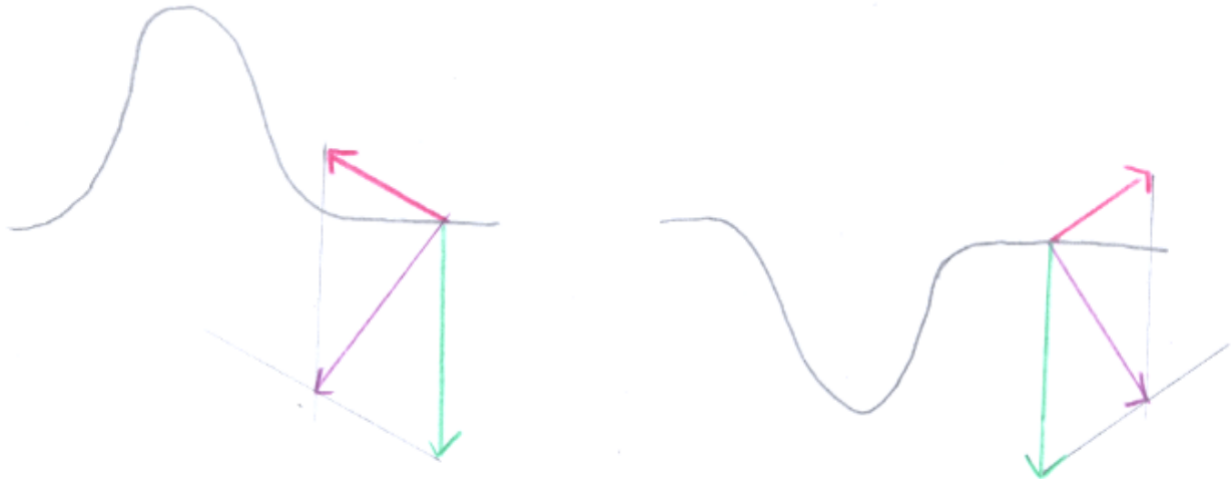


Abbildung 1: **Geländereduktion.** Die Abbildung beschreibt den Einfluss von Topographie auf den gemessenen Schwerewert. Der grüne Pfeil zeigt jeweils die Schwere ohne Topographie, der rote die Schwerewirkung der Topographie und der violette die Gesamtschwere.

Die Freiluftreduktion $\delta_{g_{\text{Freiluft}}}$ berücksichtigt, dass die Schwere mit zunehmender Höhe H der Messpunkte abnimmt, da die Entfernung zum Massenzentrum der Erde zunimmt. Sie berechnet sich durch:

$$\delta_{g_{\text{Freiluft}}} = -0,3086 \cdot H \frac{\text{mgal}}{\text{m}} \quad (3)$$

Die gleiche Auswirkung hat auch die Gerätehöhe, wodurch sich die Gerätehöhenreduktion $\delta_{g_{\text{Gerätehoehe}}}$ ergibt.

Die Breitenreduktion $\delta_{g_{\text{Breite}}}$ beschreibt, die Zunahme der Schwere zu den Polen hin. Diese hat zwei Gründe. Zum einen, dass die Erde an den Polen abgeflacht ist, wodurch die Pole sich näher am Massenzentrum der Erde befinden als der Äquator. Zum anderen verringert die Zentrifugalkraft, welche am Äquator am größten und an den Polen gleich null ist, die Schwere. Da sich das Messgebiet auf der Nordhalbkugel befindet, nimmt hier die Schwere mit zunehmenden relativen Hochwerten ΔL_{Hoch} der Messpunkte zu:

$$\delta_{g_{\text{Breite}}} = 0,00082 \cdot \Delta L_{\text{Hoch}} \cdot \frac{\text{mgal}}{\text{m}} \quad (4)$$

Die regionale Reduktion $\delta_{g_{\text{Regio}}}$ beinhaltet, dass großräumigere regionale Verhalten der Schwere. Aus der Karte der Bougeranomalien für Baden-Württemberg (Anlage?) geht hervor, dass sich diese im Messgebiet wie folgt berechnen lässt:

$$\delta_{g_{\text{Regio}}} = 0,000953 \cdot \Delta L_{\text{Hoch}} \cdot \frac{\text{mgal}}{\text{m}} - 0,00055 \cdot \Delta L_{\text{Rechts}} \cdot \frac{\text{mgal}}{\text{m}} \quad (5)$$

Dabei ist ΔL_{Rechts} der relative Rechtswert des Messpunkts.

Die Bougerreduktion $\delta_{g_{\text{Bouger}}}$ beschreibt den Effekt, dass mit zunehmender Höhe der Messpunkte eine dickere Gesteinsschicht zwischen dem gewählten Höhennullpunkt und dem Messpunkt liegt, wodurch eine Zunahme der Schwerewerte verursacht wird. Es wird angenommen, dass die Gesteinsschicht aus einem homogenen Material der Dichte ρ besteht. Damit berechnet sich die Bougerreduktion durch:

$$\delta_{g_{\text{Bouger}}} = 2\pi\rho GH = 0,0000419 \cdot \rho \cdot H \cdot \frac{\text{mgal} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}} \quad (6)$$

Der Schwerewert, auf den alle diese Reduktionen angewandt wurden, wird als Bougeranomalie g_{Bouger} bezeichnet. Diese wird nur noch von Dichtevariationen im Untergrund beeinflusst. Sie berechnet sich durch:

$$g_{\text{Bouger}} = g_{\text{mess}} - \delta_{g_{\text{Geräteeohöhe}}} - \delta_{g_{\text{Gezeiten}}} - \delta_{g_{\text{Gelände}}} - \delta_{g_{\text{Freiluft}}} - \delta_{g_{\text{Breite}}} - \delta_{g_{\text{Regio}}} - \delta_{g_{\text{Bouger}}} \quad (7)$$

2.3 Nettelton-Verfahren

Mit Hilfe des Nettelton-Verfahrens kann durch gravimetrische Messungen die Dichte eines topographisch ausgezeichneten Körpers, beispielsweise eines Hanges, bestimmt werden. Dazu werden in verschiedenen Höhen Schwerewerte gemessen und alle Reduktionen außer der Bougerreduktion angewendet. Die so berechneten Werte werden $g_{\text{korrigiert}}$ genannt. Es gilt dann an jedem Punkt:

$$g_{\text{korrigiert}} = g_{\text{Bouger}} + \delta_{g_{\text{Bouger}}} = g_{\text{Bouger}} + 2\pi\rho GH \quad (8)$$

Bei der Annahme einer konstanten Dichte des Hanges, sollte die Bougeranomalie g_{Bouger} konstant sein. Damit stellt Gleichung 8 eine Geradengleichung dar. Wird $g_{\text{korrigiert}}$ über $2\pi\rho GH$

aufgetragen, so kann die Dichte ρ als Steigung der Geraden abgelesen werden. Zum Schluss muss überprüft werden, ob die Annahme konstanter Dichte sinnvoll war. Dazu wird für jeden Messpunkt mit der bestimmten Dichte die Bougerreduktion und die Bougeranomalie bestimmt. Die Bougeranomalie sollte dann nahezu konstant sein, in keinem Fall aber mit der Höhe der Messwerte korrelieren.

2.4 Funktionsweise eines Gravimeters

Das Grundprinzip eines Relativgravimeters, wie es in diesem Versuch genutzt wird, besteht darin, dass sich eine an einer Feder hängende Masse im Schwerfeld der Erde befindet. Mit zunehmender Schwere, dehnt sich die Feder stärker aus. So können Schwereänderungen gemessen werden, aber keine absoluten Schwerewerte. Da die zu messenden Schwereänderungen mit einer Größenordnung von 10^{-5} gal sehr klein im Vergleich zur Gesamtschwere mit einer Größenordnung von 10^2 gal sind, muss eine geschickte Aufhängung der Feder gewählt werden, um die geringen Schweränderungen messen zu können. Ein möglicher Aufbau ist in einem LaCoste-Romberg G-Gravimeter realisiert. Dessen Aufbau ist in Abbildung 2 dargestellt. Nimmt die Schwere zu, dehnt sich die Feder, der Schwingarm verlässt die Horizontale. Durch Drehen an der Messspindel, wird über mehrere Hebel letztendlich die obere Aufhängung der Feder nach oben bewegt, solange bis sich der Schwingarm wieder in der Horizontalen befindet. Die Lage des Schwingarms wird dabei mit Hilfe eines Kondensators gemessen und an einem Zeiger am Gehäuse des Gravimeters angezeigt. Durch das Drehen an der Messspindel verändert sich der angezeigte Messwert in Skaleneinheiten. Dieser kann mittels eines geräteabhängigen Interpolationsfaktors in einen relativen Schwerewert umgerechnet werden:

$$g_{\text{unkorregiert}} = A \cdot I \quad (9)$$

Dabei ist A der Ablesewert in Skaleneinheiten SE und I der Interpolationsfaktor in $\frac{\text{mgal}}{\text{SE}}$. Da das Gravimeter schon auf feine Temperatur- oder Luftdruckänderungen reagiert, muss das Gehäuse druckdicht sein und die Temperatur im Gravimeter konstant gehalten werden. Außerdem ist es magnetisch abgeschirmt, um Einflüsse des Erdmagnetfeldes auf die Messapparatur zu minimieren.

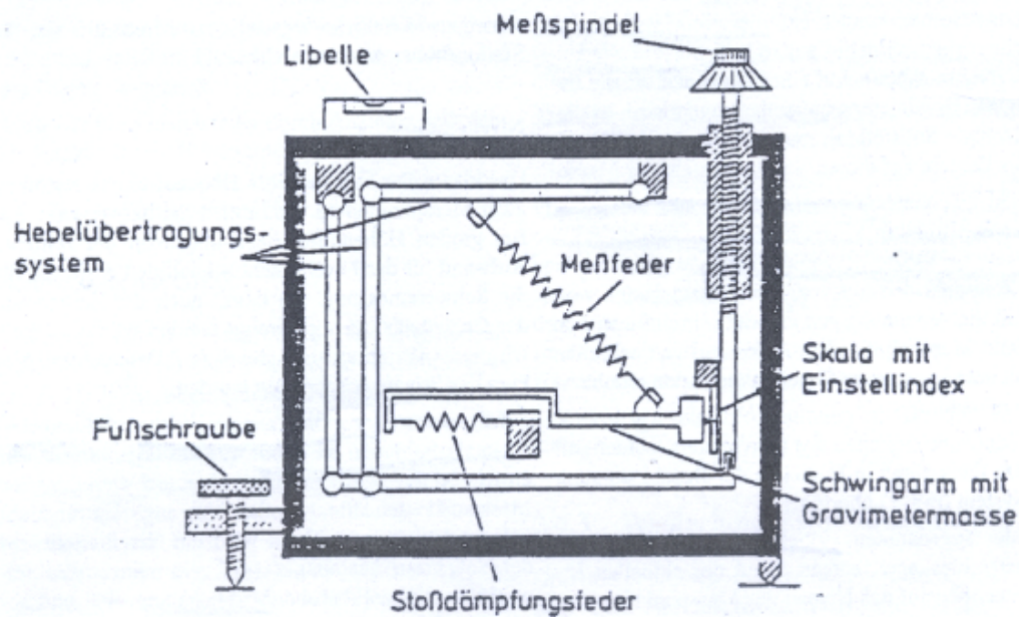


Abbildung 2: **LaCoste-Romberg G-Gravimeter**. Die Abbildung zeigt den Aufbau eines LaCoste-Romberg G-Gravimeters (Forbriger et al. 2016).

2.5 Tachymetrische Messungen

Für genaue Höhenbestimmungen werden in diesem Versuch tachymetrische Messungen gemacht. Diese beruhen auf folgendem Prinzip: Auf einem festen Punkt steht ein Tachymeter. Dieses hat ein Fernrohr, dessen Winkel zur Horizontalen α das Tachymeter messen kann. Ein Reflektor wird auf dem zu vermessenden Punkt aufgebaut. Mit dem Fernrohr wird auf den Reflektor gezielt, so kann der Winkel α gemessen werden. Außerdem wird von Tachymeter ein Lasersignal ausgesandt, welches am Reflektor zurück zum Tachymeter reflektiert wird. Damit kann die Entfernung l zwischen Tachymeter und Reflektor bestimmt werden. Mit folgender Formel wird dann die Höhendifferenz zwischen Tachymeter und Reflektor bestimmt.

$$\Delta H = \sin(\alpha) \cdot l \quad (10)$$

Abbildung 3 zeigt das Prinzip.



Abbildung 3: **Tachymetrische Messungen.** Mit dem Tachymeter können Strecke l und Winkel α gemessen werden. Daraus kann ΔH bestimmt werden.

3 Durchführung der Messungen

Die Messungen wurden in Zusammenarbeit mit Ramon... und Jonas Müller durchgeführt.

3.1 Festlegung der Messpunkte

Zu Beginn der Messungen werden die beiden Profile abgesteckt und die Messpunkte mittels Pfählen markiert. Profil A verläuft in einem Bereich wo kein Basalt vermutet wird, aber ebenfalls parallel zum Basaltgang, um die Messungen später besser vergleichen zu können. Es besteht aus 5 Messpunkten im Abstand von je ungefähr 20 m. Es werden 5 Messpunkte gewählt, da dies ausreichen sollte, um später bei der Auswertung die gesuchte Regressionsgerade zu legen, und der Aufwand der Messungen so noch im Rahmen der verfügbaren Zeit liegt. Durch den Abstand von 20 m zwischen den Messpunkten wird fast der gesamte Höhenunterschied des Hanges ausgenutzt, wodurch die Genauigkeit der Regressionsgeraden verbessert wird.

Profil B verläuft in der oberen Hälfte des Hanges über dem Basaltgang und dann weiter in Verlängerung des Basaltgangs den Hang hinab. In der unteren Hälfte wurden mit den magnetischen Messungen kein Basalt gefunden. Um eventuelle Auswirkungen des Basaltgangs, wie beispielsweise einen Knick in der Regressionsgeraden, besser erkennen zu können, werden hier 6 Messpunkte im Abstand von je 20 m gesetzt.

Alle Messpunkte sind in der Karte in Anhang ? eingezeichnet. Profil A besteht aus den Punkten A0 bis A4, Profil B aus den Punkten B0 bis B5.

3.2 Messung der relativen Schwere an den Messpunkten

In folgender Reihenfolge wird an den Messpunkten von Profil A die relative Schwere gemessen: A0, A1, A2, A3, A4, A0, A1, A2, A3, A4, A0. Gleichzeitig wird die relative Schwere an den Messpunkten von Profil B in folgender Reihenfolge gemessen: B0, B1, B2, B3, B4, B5, B0, B1, B2, B3, B4, B5, B0. Die Wiederholungsmessungen dienen der Bestimmung des Gerätegangs. Für die Messungen werden LaCoste-Romberg G-Gravimeter eingesetzt, auf Profil A Gerät 156 ,auf Profil B Gerät 294.

Eine einzelne Schweremessung läuft wie folgt ab: Der Stativteller wird aufgestellt und grob horizontalisiert. Auf den Stativteller wird das Gravimeter gestellt. Das Gravimeter wird an jedem Messpunkt in die gleiche Richtung aufgestellt um Effekte des Erdmagnetfeldes zu vermeiden. Nachdem das Gravimeter horizontalisiert worden ist, wird die Gerätehöhe mit Hilfe eines Zollstocks und einer Wasserwaage bestimmt. Daraus kann direkt mit Formel 3 die Gerätehöhenkorrektur bestimmt werden. Die Messspindel des Gravimeters wird so lange gedreht, bis sich der Zeiger, welcher die Lage des Schwingarms anzeigt (Schwingarmzeiger), in der Mitte befindet, und der Skalenwert wird abgelesen. Die Messspindel wird noch einmal zurückgedreht und ein zweites Mal so gedreht, dass sich der Schwingarmzeiger in der Mitte befindet, ein zweiter Wert wird abgelesen. Falls sich die abgelesenen Werte um mehr als 0,01 SE unterscheiden, wird ein dritter Wert bestimmt. Um Effekte eines toten Gangs zu vermeiden, wird der Schwingarmzeiger immer von links in die Mitte gedreht. Der Mittelwert aus den gemessenen Werte wird gebildet und mit Hilfe von Formel 9 in einen relativen Schwerewert umgerechnet. Die Interpolationsfaktoren sind $1,04956 \frac{\text{mgal}}{\text{SE}}$ für Gerät 156 (Profil A) und $1,06993 \frac{\text{mgal}}{\text{SE}}$ für Gerät 294 (Profil B). Die Uhrzeit der Messungen wird notiert und mit Hilfe der Gezeitenkurve (Rückseite Anhang ?) wird die Gezeitenkorrektur bestimmt. Zuletzt wird der berechnete relative Schwerewert um die Gerätehöhenkorrektur und die Gezeitenkorrektur korrigiert.

Die letzte Messung an Punkt A0 wurde abgebrochen und erneut begonnen, nachdem 4 gemessene Werte stark voneinander abwichen und das Gerät zuletzt auch nicht mehr korrekt horizontalisiert war.

3.3 Höhen- und Ortsmessungen

Für die Auswertung der gemessenen Schwerewerte werden die genauen Höhenunterschiede zwischen den Messpunkten benötigt. Diese werden mit Hilfe des elektronischen Tachymeters TC 500 der Art Leica Builder bestimmt. Dazu wird das Tachymeter an einem festen Punkt aufgebaut und horizontiert. Der Reflektor wird nacheinander auf alle Messpunkte der gravimetrischen Messungen gestellt. Mit dem Fernrohr des Tachymeters, welches sich in Lage 1 befindet, wird auf den Reflektor gezielt und der Winkel wird abgelesen. Es erfolgt eine Distanzmessung mittels Laser. Nachdem alle Punkte gemessen worden sind, wird das Fernrohr durchgeschlagen und alle Werte werden in Lage 2 erneut gemessen. Dies dient zur Minimierung interner Fehler des Tachymeters.

Außerdem werden die GPS-Koordinaten der Messpunkte durch eine GPS-Messung bestimmt. Diese Daten werden zur Auswertung in Rechts- und Hochwerte umgerechnet.

Tabelle 1: **Koordinaten der Messpunkte.** In den Tabelle sind die relativen Höhe und die relativen Hoch- und Rechtswerte der Messpunkte dargestellt. Die Höhen wurden mit dem Tachymeter, Hoch- und Rechtswerte durch GPS-Messungen bestimmt.

Profil A

Punkt	relative Höhe in m	relativer Hochwert in m	relativer Rechtswert in m
A0	20,964	0,000	0,000
A1	16,999	16,730	-18,340
A2	12,226	33,012	-36,462
A3	6,093	49,162	-54,869
A4	0,000	64,886	-72,869

Profil B

Punkt	relative Höhe in m	relativer Hochwert in m	relativer Rechtswert in m
B0	20,344	76,212	-62,170
B1	17,310	60,445	-49,253
B2	13,586	44,974	-37,000
B3	9,572	29,813	-24,622
B4	4,488	14,941	-12,287
B5	0,000	0,000	0,000

4 Messergebnisse

Die Messprotokolle der gravimetrischen Messungen befinden sich in Anlage ?. Die gemessenen Koordinaten der Messpunkte sind in Tabelle 1 dargestellt.

5 Auswertung

Die Auswertung wurde in Zusammenarbeit mit Ramon.. und Jonas Müller durchgeführt.

Tabelle 2: **Driftbestimmung ProilA**. In den Tabellen sind zu jedem Messpunkte zu jeder Zeit, die Messwerte, die Drift und die driftkorrigierten Messwerte von Proil A dargestellt.

Messpunkt	Zeit	Messwerte	Drift	driftkorrigierte Messwerte
	std:min	mgal	mgal	mgal
A0	12:27	4.408,370	-0,005	4.408,375
A1	12:39	4.409,057	-0,004	4.409,061
A2	12:56	4.409,947	-0,003	4.409,950
A3	13:16	4.411,141	-0,003	4.411,144
A4	13:42	4.412,371	-0,004	4.412,375
A0	13:57	4.408,361	-0,006	4.408,367
A1	14:39	4.409,069	-0,010	4.409,079
A2	14:56	4.409,936	-0,012	4.409,948
A3	15:08	4.411,136	-0,012	4.411,148
A4	15:17	4.412,346	-0,012	4.412,358
A0	15:58	4.408,365	-0,009	4.408,374

5.1 Driftbestimmung und Mittlung von Mehrfachmessungen

Zu Beginn der Auswertung müssen die Messwerte von der Gerätedrift befreit werden. Dazu werden die Messungen am gleichen Messpunkt zu verschiedenen Zeiten miteinander verglichen und die Gerätedrift wird mit Hilfe eines Matlabcodes durch ein Polynom dritten Grades in der Zeit modelliert. Die Ergebnisse der Driftkorrektur sind in den Tabellen 2 und 3 dargestellt. Anschließend wird aus den driftkorrigierten Messwerten, die am gleichen Messpunkt gemessen wurden jeweils der Mittelwert gebildet. Die Ergebnisse sind jeweils in der ersten Spalte in Tabelle 4 zu sehen.

5.2 Reduktionen

Auf die driftkorrigierten Werte müssen nun alle Reduktionen angewendet werden, bis auf die Bougerreduktion. Das sind die Geländereduktion, die Freiluftreduktion, die Breitenreduktion und die regionale Reduktion. Die Geländereduktion wird für jeden Messpunkt mit Hilfe eines di-

Tabelle 3: **Driftbestimmung ProfilB.** In den Tabellen sind zu jedem Messpunkte zu jeder Zeit, die Messwerte, die Drift und die driftkorrigierten Messwerte von Profil B dargestellt.

Messpunkt	Zeit	Messwerte	Drift	driftkorrigierte. Messwerte
	std:min	mgal	mgal	mgal
B0	12:40	4.444,402	0,002	4.444,400
B1	12:55	4.444,978	0,016	4.444,962
B2	13:04	4.445,672	0,020	4.445,652
B3	13:12	4.446,432	0,022	4.446,410
B4	13:19	4.447,438	0,022	4.447,416
B5	13:28	4.448,332	0,020	4.448,312
B0	13:42	4.444,419	0,015	4.444,404
B1	14:17	4.444,942	0,001	4.444,941
B2	14:28	4.445,659	0,000	4.445,659
B3	14:38	4.446,420	0,001	4.446,419
B4	14:47	4.447,431	0,006	4.447,425
B5	14:58	4.448,315	0,016	4.448,299
B0	15:13	4.444,440	0,038	4.444,402

gitalen Geländemodells bestimmt. Freiluftreduktion, Breitenreduktion und regionale Reduktion werden mit den Formeln 3 , 4 und 5 berechnet. Die jeweiligen Werte für die Reduktionen und die korrigierte Schwerewerte sind in Tabelle 4 aufgetragen. Die für die Berechnungen benötigten Koordinaten stehen in Tabelle 1.

5.3 Dichtebestimmung mit dem Nettelton-Verfahren

Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben kann nun aus den reduzierten Schwerewerten, auf die die Bouger-Reduktion noch nicht angewendet wurde, die Durchschnittsdichte des Hanges unter dem jeweiligen Profil bestimmt werden. Dazu werden mit dem Programm Qti-Plot die reduzierten Schwerewerte über $2\pi GH$ aufgetragen und durch die Punkte eine Regressionsgerade, deren Steigung durch Qti-Plot bestimmt wird. Die Graphen sind in Abbildung 4 zu sehen. Die Durchschnittsdichten entsprechen den Steigungen der Gerade und sind $2.476 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \pm 61,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ für Profil A und $2.402 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \pm 29,1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ für Profil B. Wobei sich die angegebenen Fehler nur auf den Fehler durch das Legen der Ausgleichsgeraden beziehen. Alle weiteren Fehler und die daraus resultierende Genauigkeit der Dichtewerte werden in Abschnitt 6.4 diskutiert. Es ist kein Effekt durch den Basaltgang im Graphen von Profil B zu erkennen. Dies wird in Abschnitt 7 ausführlicher betrachtet.

Für das Nettelton-Verfahren wurde angenommen, dass die Dichte des Hanges unter dem jeweiligen Profil homogen ist. Ob diese Annahme in guter Näherung richtig ist wird nun geprüft. Dazu werden in Tabelle 5 mit Hilfe den nun bestimmten Dichten und Formel 6 die Bougerreduktionen bestimmt. Daraus werden mit Formel 5 die Bougeranomalien bestimmt. In Abbildung 5 werden die bestimmten Bougeranomalien über der Höhe aufgetragen. Wenn die Dichte des Hanges unter den Profilen jeweils nahezu homogen ist, sollten die Bougeranomalien eines Profils alle nahezu gleich sein, in keinem Fall sollte aber die Bougeranomalie mit der Höhe korrelieren. Abbildung 5 zeigt, dass dies der Fall ist. Die Annahme nahezu konstanter Dichte also berechtigt war.

Zuletzt werden die Dichten im Rahmen der in Abschnitt 6.4 gerundet. Das ergibt $(2.480 \pm 100) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ unter Profil A und $(2.400 \pm 100) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ unter Profil B.

Tabelle 4: **Reduktionen.** In den Tabelle sind die vorgenommenen Reduktionen und die korrigierten Schwerewerte dargestellt

Profil A

Punkt	Ausgangs- werte in mgal	Gelände- reduktion in mgal	Freiluft- reduktion in mgal	Breiten- reduktion in mgal	Geologische Reduktion in mgal	Korrigierte Schwerewerte in mgal
A0	4.408,372	-0,303	-6,478	0,000	0,000	4.415,153
A1	4.409,070	-0,322	-5,253	-0,015	-0,027	4.414,686
A2	4.409,949	-0,348	-3,778	-0,030	-0,053	4.414,158
A3	4.411,146	-0,397	-1,883	-0,045	-0,079	4.413,550
A4	4.412,367	-0,439	0,000	-0,060	-0,105	4.412,970

Profil B

Punkt	Ausgangs- werte in mgal	Gelände- reduktion in mgal	Freiluft- reduktion in mgal	Breiten- reduktion in mgal	Geologische Reduktion in mgal	Korrigierte Schwerewerte in mgal
B0	4.444,402	-0,294	-6,278	0,062	0,107	4.450,805
B1	4.444,952	-0,311	-5,342	0,050	0,085	4.450,470
B2	4.445,656	-0,331	-4,193	0,037	0,063	4.450,079
B3	4.446,415	-0,372	-2,954	0,024	0,042	4.449,674
B4	4.447,421	-0,425	-1,385	0,012	0,021	4.449,197
B5	4.448,306	-0,435	0,000	0,000	0,000	4.448,741

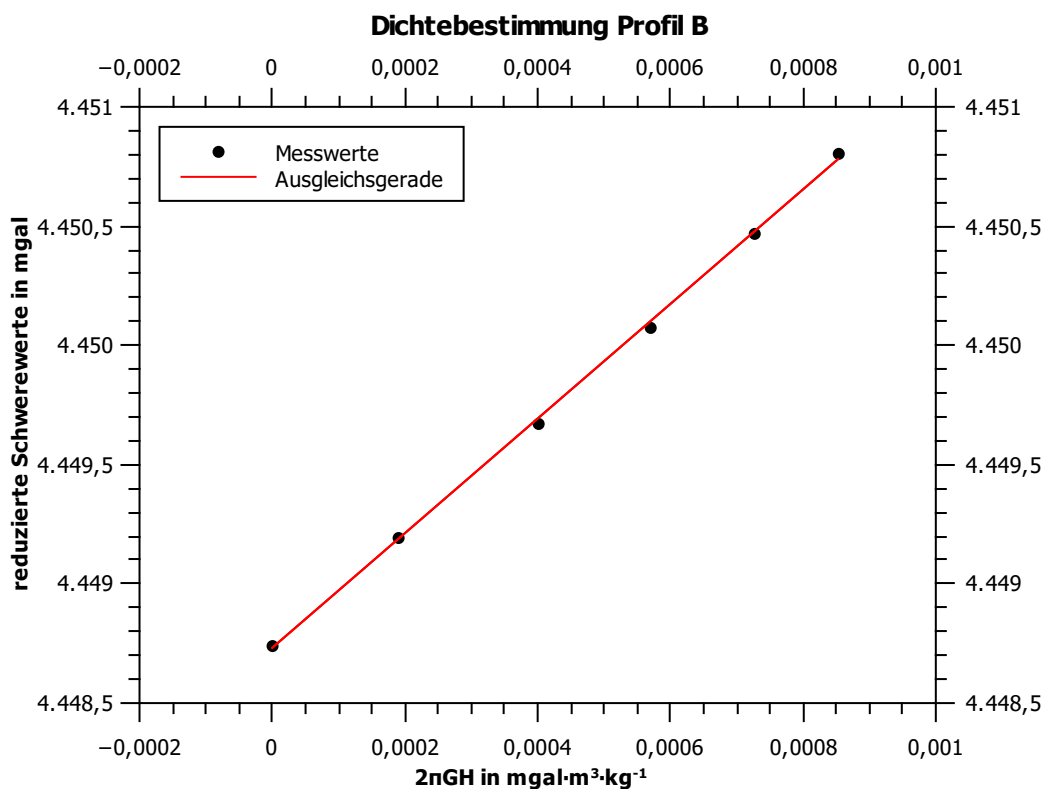
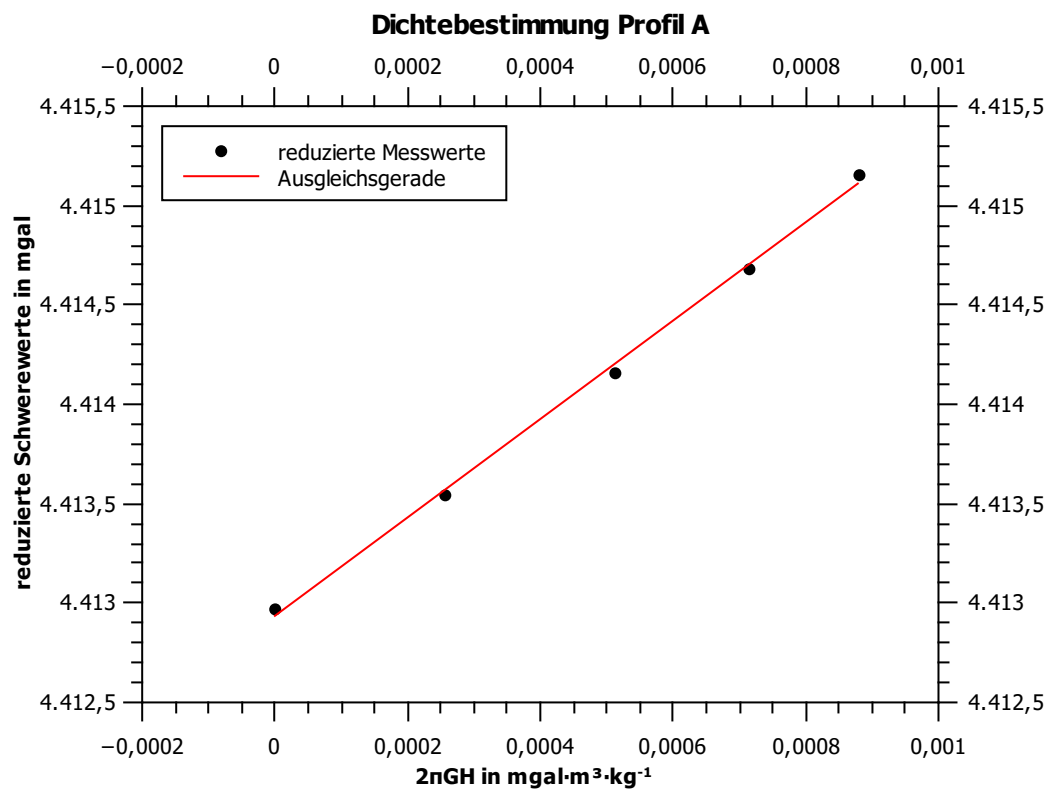


Abbildung 4: **Dichtebestimmungen.** Die reduzierte relativen Schwerewerte werden für beide Profile über $2\pi GH$ aufgetragen. Die Steigung der Ausgleichsgeraden ist jeweils die Dichte.

Tabelle 5: **Bougeranomalie**. In den Tabellen wird für alle Messpunkte aus den reduzierten Messwerten, die noch nicht bougerreduziert sind, der Höhe und der bestimmten Dichte die Bougerreduktion ausgerechnet. Daraus wird die Bougeranomalie berechnet.

Profil A

Punkt	relative Höhe in m	reduzierter Schwerewert in mgal	Bougerreduktion in mgal	Bougeranomalie in mgal
A0	20,964	4415,153	2,167	4412,986
A1	16,999	4414,686	1,757	4412,929
A2	12,226	4414,158	1,264	4412,894
A3	6,093	4413,55	0,63	4412,92
A4	0	4412,97	0	4412,97

Profil B

Punkt	relative Höhe in m	reduzierter Schwerewert in mgal	Bougerreduktion in mgal	Bougeranomalie in mgal
B0	20,344	4.450,805	2,050	4.448,755
B1	17,310	4.450,470	1,740	4.448,730
B2	13,586	4.450,079	1,370	4.448,709
B3	9,572	4.449,674	0,963	4.448,711
B4	4,488	4.449,197	0,452	4.448,745
B5	0	4.448,740	0,000	4.448,740

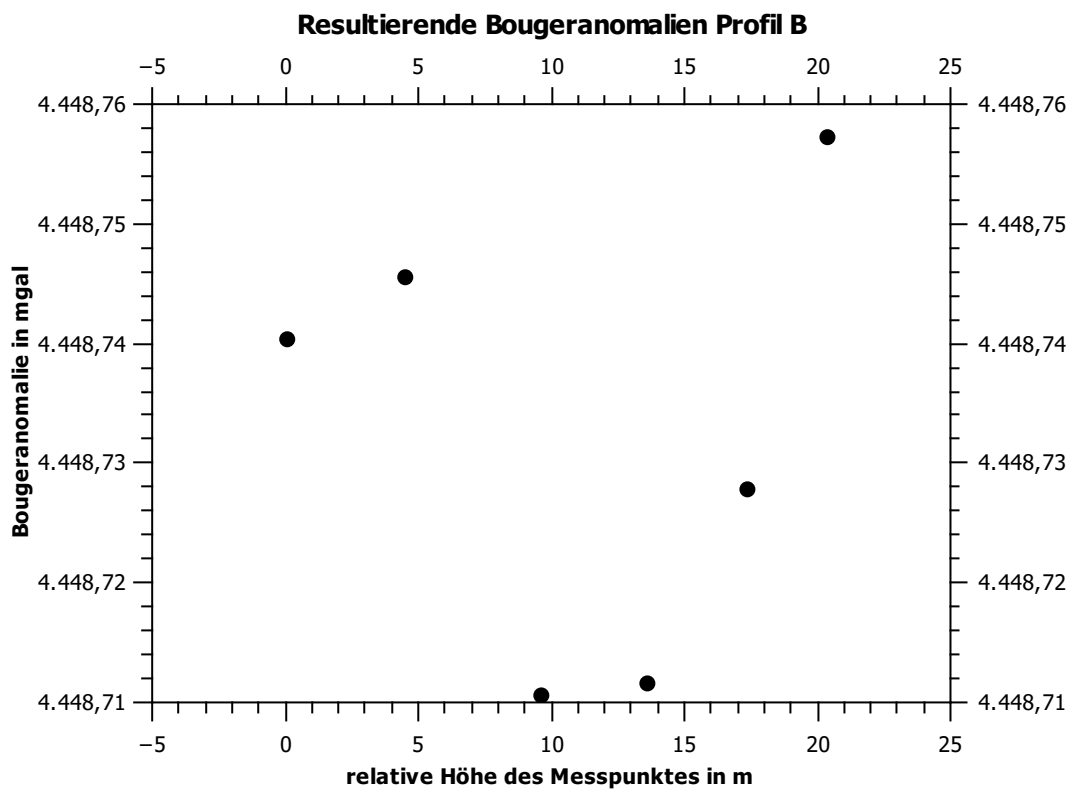
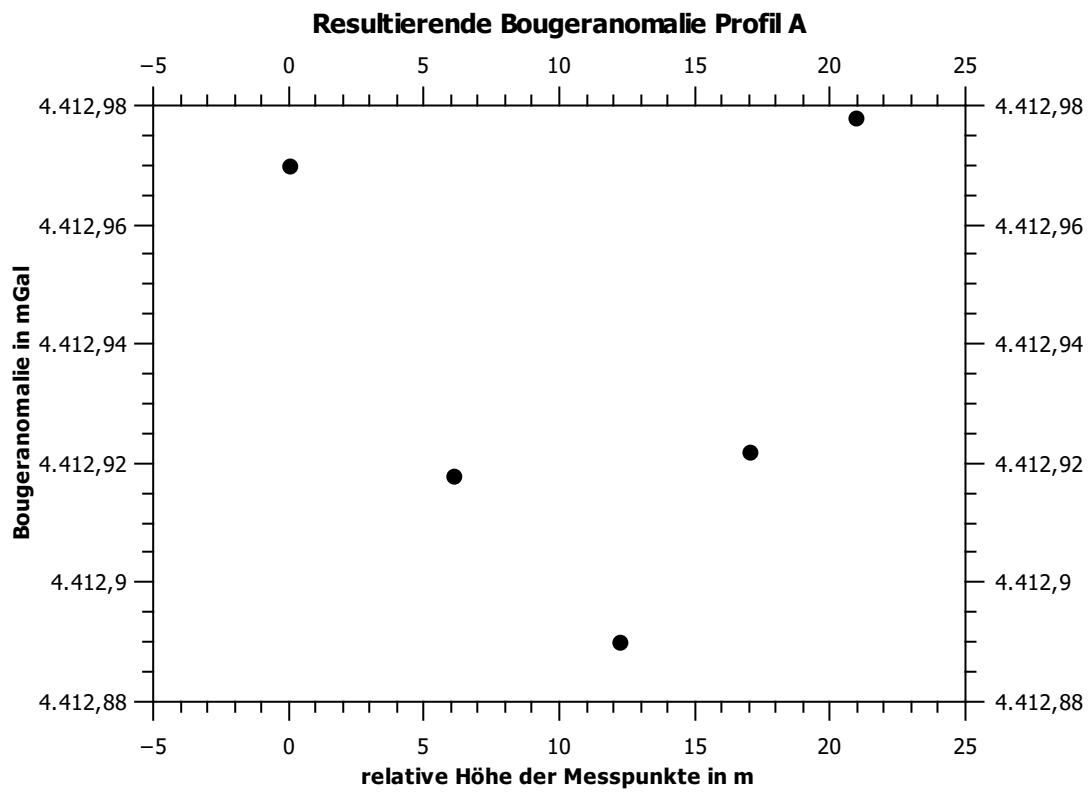


Abbildung 5: **Bougeranomalie.** Für beide Profile ist die Bougeranomalie über die Höhe der Messpunkte aufgetragen. Höhe und Bougeranomalie korrelieren in beiden Fällen nicht.

6 Fehlerbetrachtung

Die Fehlerbetrachtung orientiert sich an den Hinweisen zur Fehlerrechnung und Fehlerdiskussion (Westermann 2016?)

In diesem Abschnitt soll die Genauigkeit der bestimmten Dichten diskutiert werden.

6.1 Fehler bei den gravimetrischen Messungen im Gelände

Bei den gravimetrischen Messungen im Gelände gibt es folgende Fehlerquellen:

Der Schwingarmzeiger kann nicht exakt mittig gestellt werden und der angezeigte Messwert wird ungenau abgelesen. Das ergibt zusammen einen Fehler von ungefähr $\delta x_{\text{Messwert}} \approx 0,003 \text{ SE}$.

Die Gerätehöhe wurde mit den Zollstock auf $\delta x_{\text{Zollstock}} \approx 0,005 \text{ m}$ genau bestimmt.

Ungenaues Ablesen der Uhr und der Gezeitenkurve verfälschen die Gezeitenkorrektur. Hier ist das Ablesen der Gezeitenkurve ungenauer als das Ablesen der Uhr und hat daher den entscheidenden Einfluss. Dieser Fehler wird auf $\delta x_{\text{Gezeiten}} \approx 5 \mu\text{gal}$ geschätzt.

Die Summe dieser Fehler auf den Messwert g , der bereits in Schwere umgerechnet, gerätehöhenreduziert und gezeitenreduziert ist, kann mit Hilfe der Größtfehlerabschätzung berechnet werden:

$$\delta g_1 = \sum_i \left\| \frac{\partial g}{\partial x_i} \right\| \delta x_i \quad (11)$$

Dabei sind x_i die fehlerbehafteten Größen und δx_i die Fehler. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} \delta g_1 &= I \cdot \delta x_{\text{Messwert}} + 0,309 \frac{\text{mgal}}{\text{m}} \cdot \delta x_{\text{Zollstock}} + \delta x_{\text{Gezeiten}} \\ &\approx 0,10 \text{ mgal} \end{aligned}$$

Dabei wird für den Interpolationsfaktor $I=1,06993$ eingesetzt. Dies ist der Größere der beiden Interpolationsfaktoren. Er wird ausgewählt, da es sich um eine Größtfehlerabschätzung handelt. Ein weiterer Fehler, der im Gelände gemacht wird, ist ungenaues Horizontieren des Gravimeters. Das führt dazu, dass nicht der gesamte Betrag des vertikalen Schwerevektors g gemessen wird, sondern nur $g \cos(\alpha)$, falls das Gravimeter zur Horizontalen um den Winkel α geneigt ist. In diesem Fall stellt g den absoluten Schwerewert dar. Der dadurch verursachte Fehler ist $\delta g_{\text{horizontal}} = g - g \cos(\alpha)$. Es wird angenommen, dass die Libellen am Gravimeter auf einen Teilstrich genau eingespielt werden können. Das entspricht einem Winkel von $1,45 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.

Für den absoluten Schwerwert werden 981 gal eingesetzt. Da es sich um eine ungefähre Fehlerabschätzung handelt, muss der genaue absolute Schwerwert im Messgebiet nicht bekannt sein. Es ergibt sich $\delta g_{\text{horizontal}} \approx 0,010 \text{ mgal}$.

Der Gesamtfehler auf die Messwerte beträgt also:

$$\delta g = \delta g_1 + \delta g_{\text{horizontal}} \approx 0,020 \text{ mgal} \quad (12)$$

Die Maßgabe, dass die beiden Ablesewerte einer Messung um maximal 0,010 SE, also ungefähr 0,010 mgal voneinander abweichen dürfen, ist also recht eng gefasst, aber dennoch nicht unrealistisch, da es sich bei 0,020 mgal um den größtmöglichen Fehler und nicht um einen durchschnittlichen Fehler handelt

6.2 Fehler der Reduktionen während der Auswertung

Es lassen sich nur über den Einfluss der Höhenmessungen mit dem Tachymeter und der Ortsmessungen mit GPS quantitative Aussagen über die Größe der Fehler während der Reduktionen machen. Alle anderen Fehlergrößen, die in die Reduktionen mit eingehen, wie die Genauigkeiten des digitalen Geländemodells, des regionalen Trends, des lokalen Vertikalgradienten und des Nord-Süd-Gradienten, lassen sich auf Grund mangelnder Informationen nicht quantifizieren. Die Genauigkeit der Höhenmessung mittels Tachymetrie kann ebenfalls mit einer Größtfehlerabschätzung bestimmt werden. Die

$$\delta \Delta H_{\text{Tachymeter}} = \frac{\partial \Delta H}{\partial l} \cdot \delta l + \frac{\partial \Delta H}{\partial \alpha} \cdot \delta \alpha \quad (13)$$

Mit Formel 10 ergibt sich:

$$\delta \Delta H_{\text{Tachymeter}} = \sin(\alpha) \cdot \delta l + \cos(\alpha) l \cdot \delta \alpha \quad (14)$$

Es wird zur Abschätzung der Größenordnung $\alpha = 0,25\pi \text{ rad}$ und $l = 50 \text{ m}$ eingesetzt. Die Genauigkeiten des Tachymeters liegen für Winkelmessungen bei 2 mgon und für Streckenmessungen bei 5 mm. Damit ist $\delta \Delta H_{\text{Tachymeter}} \approx 0,005 \text{ m}$. Bei einem Vertikalgradienten von $0,309 \frac{\text{mgal}}{\text{m}}$ ist damit ein Fehler im Bereich von $10^{-4} \frac{\text{mgal}}{\text{m}}$ auf die Schwerwerte verbunden. Dieser kann im Vergleich zu den oben diskutierten Fehlern vernachlässigt werden.

Die Genauigkeiten der Ortsmessungen mit GPS liegen bei $\delta x = 1,5 \text{ cm}$. Das ergibt durch den regionalen Trend und den Nord-Süd-Gradienten einen Fehler im Bereich von $10^{-5} \frac{\text{mgal}}{\text{m}}$ und kann

damit ebenfalls vernachlässigt werden.

Entscheidend für die Genauigkeit der Ergebnisse sind somit nur die Fehler, die im Gelände gemacht werden.

6.3 Auswirkung der Fehler der Schwerewerte auf die Bestimmung der Dichtewerte

Um zu untersuchen, wie sich die Fehler der Schwerewerte auf die Bestimmung der Dichte auswirken, wurden die reduzierten Schwerewerte am Beispiel von Profil A in den Grenzen des Fehlers von 0,020 mgal verändert. Die beiden größten Schwerewerte werden um 0,020 mgal erhöht, die beiden niedrigsten um 0,020 mgal verkleinert. Somit sollte sich die Steigung der Ausgleichsgeraden und damit die Dichte erhöhen. Die so erhaltenen Werte werden geplottet und eine neue Ausgleichsgerade wird gelegt. Der Graph ist in Abbildung ?? zu sehen. Die neue Steigung beträgt $2.530 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Das entspricht einer Veränderung von ungefähr $50 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Zusammen mit der von Qti-Plot ausgegebenen Ungenauigkeit der Ausgleichsgeraden von ebenfalls ungefähr $50 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ergibt sich insgesamt eine Ungenauigkeit von $100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ für die Dichten.

6.4 Statistisches Fehlermaß für Doppelmessungen

Zuletzt soll ein statistisches Fehlermaß berechnet werden, in das auch die bisher nicht betrachteten Effekte wie nicht korrigierte Driftanteil oder Temperatur, Druck- oder Magnetfeldschwenkungen im Gerät mit eingehen. Die Standardabweichungen der Messwerte für jeden Messpunkt auszurechnen ist nicht sinnvoll, denn dafür liegen pro Punkt nicht genug Messungen vor. Daher wird die Standardabweichung der Differenzen der Messwerte an jedem Messpunkt für beide Profile mit folgender Formel berechnet:

$$\delta g_{\text{Std}} = \sqrt{\frac{\sum_i (\Delta g_i - \overline{\Delta g})^2}{n - 1}} \quad (15)$$

Dabei ist Δg_i die Differenz der Ergebnisse der beiden Messungen am Messpunkt i , $\overline{\Delta g}$ der Mittelwert dieser Differenzen und n die Anzahl der Messpunkte. Diese sollte ähnlich groß sein, wie die Standardabweichungen der Messwerte. Die Berechnungen sind in den Tabellen 6 und 7 dargestellt.

Tabelle 6: **Statistische Fehler Proil A.** In der Tabelle sind zu jedem Messpunkt alle driftkorrigierten Messwerte dargestellt. Die Differenzen zwischen den Messwerten werden für jeden Punkt berechnet. Dabei wird am Punkt A0 die größte Differenz gewählt. Daraus werden der Mittelwert der Differenzen und deren Standardabweichung bestimmt.

Messpunkt	driftkorrigierte Messwerte	Δg_i	$\overline{\Delta g}$	δg_{Std}
	mgal	mgal	mgal	mgal
A0	4408,375	0,008	0,008	0,012
A0	4408,374			
A0	4408,367			
A1	4409,061	0,018		
A1	4409,079			
A2	4409,95	0,002		
A2	4409,948			
A3	4411,144	0,004		
A3	4411,148			
A4	4412,375	0,017		
A4	4412,358			

Tabelle 7: **Statistische Fehler Proil B.** In der Tabelle sind zu jedem Messpunkt alle driftkorrigierten Messwerte dargestellt. Die Differenzen zwischen den Messwerten werden für jeden Punkt berechnet. Dabei wird am Punkt B0 die größte Differenz gewählt. Daraus werden der Mittelwert der Differenzen und deren Standardabweichung bestimmt.

Messpunkt	driftkorrigierte Messwerte	Δg_i	$\overline{\Delta g}$	δg_{Std}
	mgal	mgal	mgal	mgal
B0	4444,400	0,004	0,0105	0,006
B0	4444,404			
B0	4444,402			
B1	4444,962	0,021		
B1	4444,941			
B2	4445,652	0,007		
B2	4445,659			
B3	4446,41	0,009		
B3	4446,419			
B4	4447,416	0,009		
B4	4447,425			
B5	4448,299	0,013		
B5	4448,312			

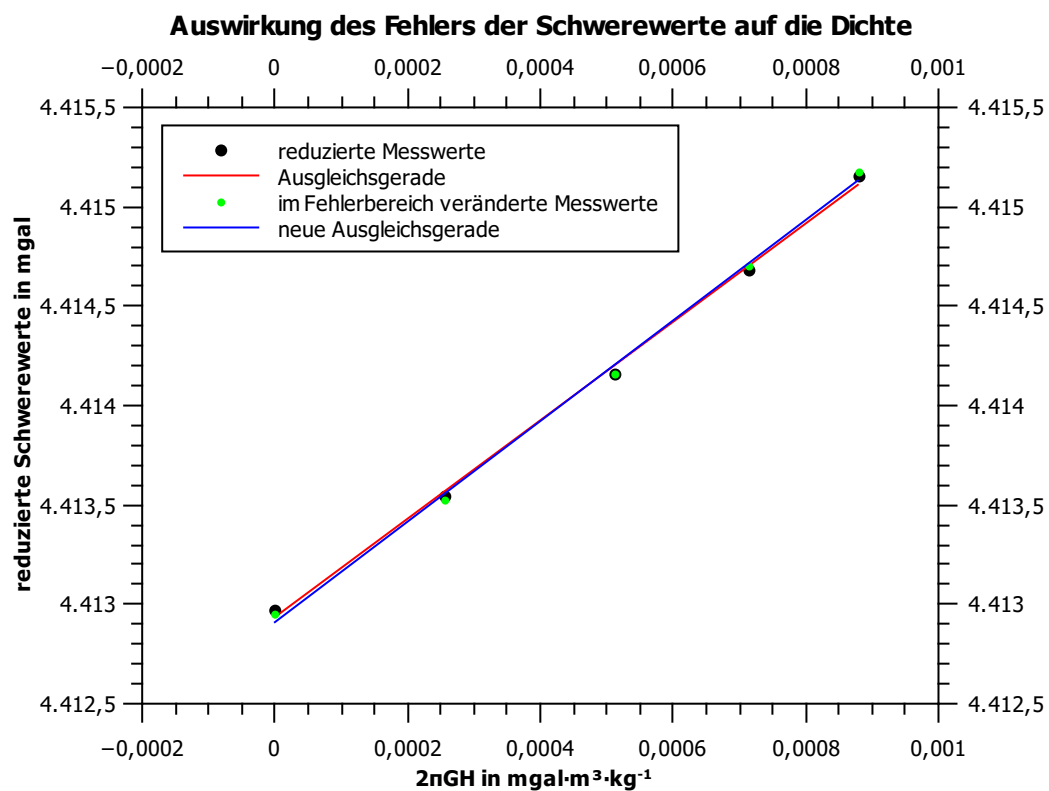


Abbildung 6: **Untersuchung des Fehlers der Dichte.** Am Beispiel von Profil A werden die reduzierten Dichtewerte im Bereich ihres Fehlers verändert und die daraus resultierende Veränderung der Dichte wird untersucht.

Die ermittelten δg_{Std} sind nicht größer als δg der Größtfehlerabschätzung. Somit sind die in der Größtfehlerabschätzung nicht beachteten Effekte klein im Vergleich zu den beachteten. Der Fehler auf die Dichten muss nicht neu geschätzt werden.

7 Geologische Interpretation

Die Ergebnisse der Messungen zeigen mit $(2.480 \pm 100) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ für Profil A und $(2.400 \pm 100) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ für Profil B, dass der Basaltgang keine Auswirkung auf die Bestimmung der Durchschnittsdichte mit dem Nettelton-Verfahren hat, denn die Dichte von Basalt ist mit $2.900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (Berckhemer 1997) größer als die bestimmten Durchschnittsdichten. Im Falle einer Auswirkung des Basaltgangs sollte damit die Durchschnittsdichte unter Profil B größer sein als die unter Profil A. Dies ist aber nicht der Fall. Grund dafür ist zum einen der zu geringe Dichteunterschied von nur ungefähr $400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Dennoch hätte ein massiver Basaltgang mit einer Mächtigkeit in der Größenordnung von mindestens der halbe Berghöhe direkt unter dem Messprofil, also von ungefähr 10 m eine Auswirkung auf die Durchschnittsdichte haben müssen. Denn dies würde eine Durchschnittsdichte von

$$0,5 \cdot 2.400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 0,5 \cdot 2.900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2650 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (16)$$

ergeben. Die gemessene Dichte von $2.400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ auf Profil B weicht davon deutlich auch im Rahmen der Messungenauigkeit ab. Auch hätte ein solcher Dichtekontrast einen Knick in der Ausgleichsgeraden des Nettelton-Verfahrens erzeugen müssen. Da aus den magnetischen Messungen bekannt ist, dass in der unteren Hälfte von Profil B kein Basalt zu finden ist. Es lässt sich also sagen, dass kein massiver Basaltgang vorliegt, der unter dem Messprofil eine Mächtigkeit von mehr als 10 m hat.

Die gemessenen Dichtewerte passen besser zur Dichte von Kalk mit $2.500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (Berckhemer 1997), als zur allgemeinen Dichte der Sedimente aus dem Jura (Knödel et al. 1997). Das bedeutet, dass der Hügel zu größeren Teilen aus Kalk als aus Juranagelfluh besteht. Da die Grenze zwischen Juranagelfluh und Kalken im Tal mit seismischen Messungen in einer Tiefe von $(16,8 \pm 2,0)$ m gefunden wurde und der Berg selbst nur 20 m hoch ist, muss somit diese Grenze steiler als die Steigung des Hügels sein. Dies stimmt gut mit der geologischen Karte (Anlage ?) überein, die Kalk im höheren Bereich des Hügels als Deckschicht angibt.

Dass die gemessene Schwere auf Profil B geringer ist als Profil A kann einerseits an der Messungenauigkeit liegen, ließe sich aber auch folgendermaßen erklären: Im unteren Bereich des Hügels ist die Dichte geringer, da sich dort mehr Juranagelfluh und weniger Kalk befindet. Da Profil B länger ist als Profil A und die höchsten Punkte der Profile auf gleicher Höhe liegen, gehen in die Durchschnittsdichte von Profil B Dichten aus niedrigeren Bereiche des Berges und

damit geringer Dichten, mit ein, die nicht in die Durchschnittsdichte von Profil A eingehen.

8 Zusammenfassung

Die Messungen haben folgende Durchschnittsdichten des Hügels ergeben: $(2.480 \pm 100) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ unter Profil A und $(2.400 \pm 100) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ unter Profil B. Daraus lässt sich schließen, dass der Hügel zum größeren Teil aus Kalk als aus Juranagelfuh besteht. Daraus folgt, dass die mit Hilfe der Seismik gefundene Grenze zwischen Juranagelfuh und Kalk steiler geneigt ist als der Berg.

Aus dem Vergleich der bestimmten Durchschnittsdichte unter Profil A und unter Profil B kann gefolgert werden, dass der Basaltgang unter Profil B eine Mächtigkeit von weniger als 10 m direkt unter dem Profil hat, oder dass er nicht massiv ist.

Literatur

Berckhemer, H. 1997, *Grundlagen der Geophysik*, Frankfurt: Johann Wolfgang Goethe Universität, Seite 49

Forbriger, F., J. Altmann, E. Gottschämmer, S. Heider, U. Kastner, A. Kurzmann, M. Mayer, A. Reiß, K. Seitz, B. Wawerzinek, M. Westerhaus, R. Widmer, W. Zürn, 2016, *Skriptum zu den Geophysikalischen Geländeübungen 2016*, Karlsruhe: Geophysikalisches Institut der Karlsruher Institutes für Technologie, Kapitel 3

Knödel, K., H. Krummel, G. Lange, 1997. *Geophysik*, Berlin, Heidelberg: Springer Verlag