

# AULA 9

# Pilhas



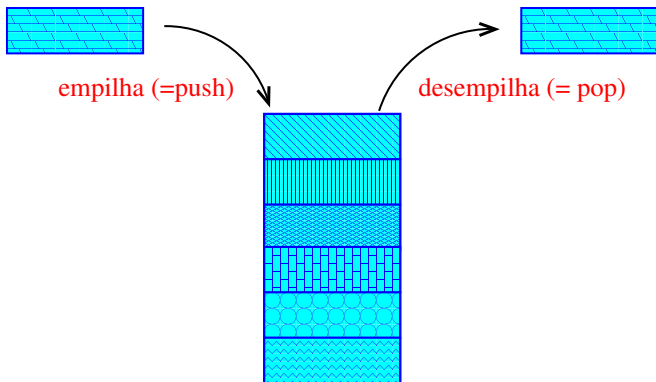
Fonte: <http://dontmesswithtaxes.typepad.com/>

PF 6.1 e 6.3

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/pilha.html>

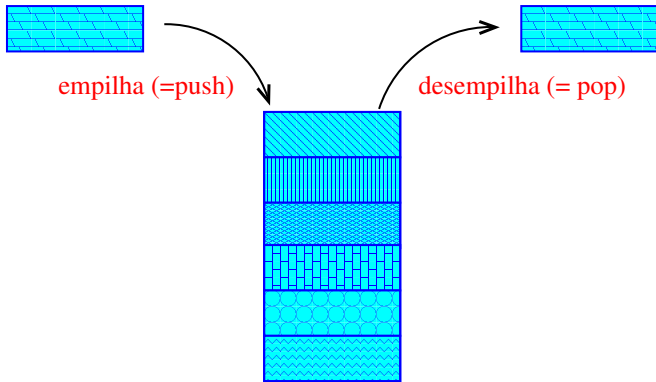
# Pilhas

Uma **pilha** (= *stack*) é uma **lista** (= *sequência*) dinâmica em que todas as operações (**inserções**, **remoções** e **consultas**) são feitas em uma mesma extremidade chamada de **topo**.



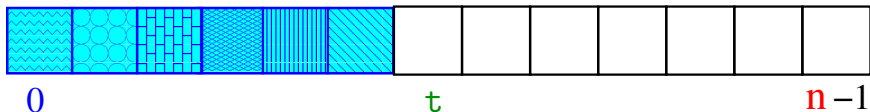
# Pilhas

Assim, o **primeiro** objeto a ser **removido** de uma pilha é o **último** que foi **inserido**. Esta política de manipulação é conhecida pela sigla **LIFO** (= *Last In First Out*)



# Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor  $s[0 \dots n-1]$ .



O índice  $t$  indica o **topo** ( $=top$ ) da pilha.

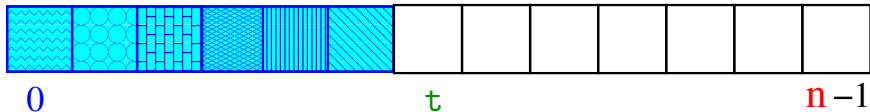
Esta é a **primeira posição vaga** da pilha.

A pilha está **vazia** se " $t == 0$ ".

A pilha está **cheia** se " $t == n$ ".

## Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor  $s[0 \dots n-1]$ .



Para **remover** (=desempilhar=*pop*) um elemento faça

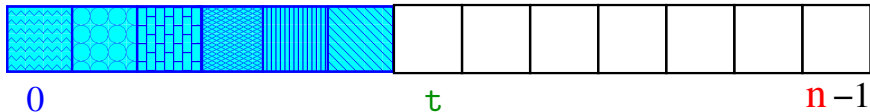
```
x = s[--t];
```

que é equivalente a

```
t -= 1;  
x = s[t];
```

## Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor  $s[0 \dots n-1]$ .



Para **inserir** (=empilhar=*push*) um elemento faça

```
 $s[t++] = x;$ 
```

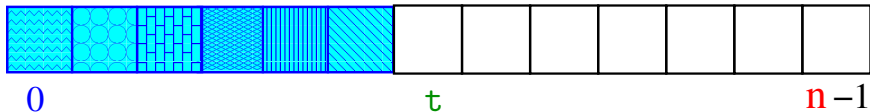
que é equivalente a

```
 $s[t] = x;$ 
```

```
 $t += 1;$ 
```

## Implementação em um vetor

A pilha será armazenada em um vetor  $s[0 \dots n-1]$ .



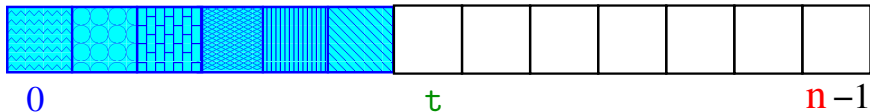
Para consultar um elemento, sem removê-lo, faça

```
x = s[t-1];
```



# Implementação em um vetor

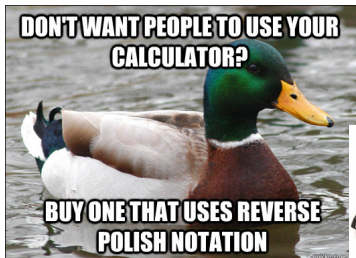
A pilha será armazenada em um vetor  $s[0 \dots n-1]$ .



Tentar **desempilhar** de uma pilha que está **vazia** é um erro chamado *stack underflow*.

Tentar **empilhar** em uma pilha **cheia** é um erro chamado *stack overflow*.

# Notação polonesa (reversa)



Fonte: <http://www.quickmeme.com/> e  
<http://danicollinmotion.com/>

## PF 6.3

<http://www.ime.usp.br/~pf/algoritmos/aulas/pilha.html>

[http://en.wikipedia.org/wiki/RPN\\_calculator](http://en.wikipedia.org/wiki/RPN_calculator)

[http://en.wikipedia.org/wiki/Shunting-yard\\_algorithm](http://en.wikipedia.org/wiki/Shunting-yard_algorithm)

# Notação polonesa

Usualmente os operadores são escritos **entre** os operandos como em

$$(A + B) * D + E / (F + A * D) + C$$

Essa é a chamada **notação infixa**.

# Notação polonesa

Usualmente os operadores são escritos **entre** os operandos como em

$$(A + B) * D + E / (F + A * D) + C$$

Essa é a chamada **notação infixa**.

Na **notação polonesa** ou **posfixa** os operadores são escritos **depois** dos operandos

$$A B + D * E F A D * + / + C +$$

# Notação polonesa

**Problema:** Traduzir para **notação posfixa** a expressão infixa armazenada em uma cadeia de caracteres **inf**.

# Notação polonesa

**Problema:** Traduzir para **notação posfixa** a expressão infixa armazenada em uma cadeia de caracteres **inf**.  
**Suponha que** na expressão só ocorrem os **operadores binários** '+', '-', '\*', '/' além de '(', ')'.

## Notação polonesa

**Problema:** Traduzir para **notação posfixa** a expressão infixa armazenada em uma cadeia de caracteres **inf**.  
Suponha que na expressão só ocorrem os **operadores binários** '+', '-', '\*', '/' além de '(', ')', e '3'.

infixa	posfixa
$A+B*C$	$ABC*+$
$A*(B+C)/D-E$	$ABC+*D/E-$
$A+B*(C-D*(E-F)-G*H)-I*3$	$ABCDEF-*--GH*-**+I3*-$
$A+B*C/D*E-F$	$ABC*D/E*+F-$
$A+(B-(C+(D-(E+F))))$	$ABCDEF+-+--+$
$A*(B+(C*(D+(E*(F+G))))$	$ABCDEFG+*+*+*$

# Simulação

**inf** = expressão **infixa**

**s** = pilha

**posf** = expressão **posfixa**



# Simulação

$\text{inf} = (A * (B * C + D))$

$\text{inf}[0 \dots i-1]$	$s[0 \dots t-1]$	$\text{posf}[0 \dots j-1]$
(	(	
(A	(	A
(A*	(*	A
(A*(	(*(	A
(A*(B	(*(	AB
(A*(B*	(*(	AB
(A*(B*C	(*(	ABC
(A*(B*C+	(*(	ABC*
(A*(B*C+D	(*(	ABC*D
(A*(B*C+D)	(*	ABC*D+
(A*(B*C+D))		ABC*D+*

## Infixa para posfixa

Recebe uma expressão infixada **inf** e devolve a correspondente expressão **posfixa**.

```
char *infixaParaPosfixa(char *inf) {  
    char *posf; /* expressao polonesa */  
    int n = strlen(inf);  
    int i; /* percorre infixada */  
    int j; /* percorre posfixa */  
    char *s; /* pilha */  
    int t; /* topo da pilha */  
    char x; /* item do topo da pilha */  
  
    /*aloca area para expressao polonesa*/  
    posf = mallocSafe((n+1)*sizeof(char));  
    /* 0 '+1' eh para o '\0' */
```

cases '(' e ')'

```
s = mallocSafe(n * sizeof(char));  
t = 0;  
  
/* examina cada item da infixa */  
for (i = j = 0; i < n; i++) {  
    switch (inf[i]) {  
        case '(':  
            s[t++] = inf[i];  
            break;
```

cases '(' e ')'

```
s = mallocSafe(n * sizeof(char));
t = 0;

/* examina cada item da infixa */
for (i = j = 0; i < n; i++) {
    switch (inf[i]) {
        case '(':
            s[t++] = inf[i];
            break;

        case ')':
            while ((x = s[--t]) != '(')
                posf[j++] = x;
            break;
```

```
cases '+', '-', '*', e '/'
```

```
case '+':
```

```
case '-':
```

```
    while (t != 0 && (x = s[t-1]) != '(')
```

```
        posf[j++] = s[--t];
```

```
    s[t++] = inf[i];
```

```
    break;
```

```
cases '+', '-', '*', e '/'
```

```
case '+':
```

```
case '-':
```

```
    while (t != 0 && (x = s[t-1]) != '(')
```

```
        posf[j++] = s[--t];
```

```
    s[t++] = inf[i];
```

```
    break;
```

```
case '*':
```

```
case '/':
```

```
    while (t != 0 && (x = s[t-1]) != '('
```

```
        && x != '+' && x != '-')
```

```
        posf[j++] = s[--t];
```

```
    s[t++] = inf[i];
```

```
    break;
```

## default e finalizações

```
default:
    if (inf[i] != ' ')
        posf[j++] = inf[i];
    } /* fim switch */
} /* fim for (i=j=0...) */
```

## default e finalizações

```
default:
    if (inf[i] != ' ')
        posf[j++] = inf[i];
    } /* fim switch */
} /* fim for (i=j=0...) */

/* desempilha todos os operadores que restaram */
while (t != 0)
    posf[j++] = s[--t];
posf[j] = '\0'; /* fim expr polonesa */

free(s);
return posf;
} /* fim funcao */
```

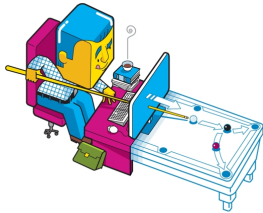


## Consumo de tempo e espaço

O consumo de tempo da função `infixaParaPosfixa(inf)` é proporcional a *n*, onde *n* é o número de caracteres na string *inf*.

O espaço extra utilizado pela função `infixaParaPosfixa(inf)` é proporcional a *n*, onde *n* é o número de caracteres na string *inf*.

# Interfaces



Fonte: <http://allfacebook.com/>

*Before I built a wall I'd ask to know  
What I was walling in or walling out,  
And to whom I was like to give offence.  
Something there is that doesn't love a wall,  
That wants it down.*

Robert Frost, *Mending Wall*

The Practice of Programming

B.W.Kernigham e R. Pike

S 3.1, 4.2, 4.3, 4.4

# Interfaces

Uma **interface** (= *interface*) é uma fronteira entre a **implementação** de uma biblioteca e o **programa que usa** a biblioteca.

Um **cliente** (= *client*) é um programa que chama alguma função da biblioteca.

## Implementação

```
double sqrt(double x){  
    [...]  
    return raiz;  
}  
    [...]
```

libm

## Interface

```
double sqrt(double);  
double sin(double);  
double cos(double);  
double pow(double, double);  
    [...]
```

math.h

## Cliente

```
#include <math.h>  
  
    [...]  
c = sqrt(a*a+b*b);  
    [...]
```

prog.c

# Interfaces

Para cada função na biblioteca o **cliente** precisa saber

- ▶ o seu **nome**, os seus **argumentos** e os tipos desses argumentos;
- ▶ o tipo do **resultado** que é retornado.

Só a quem **implementa** interessa os detalhes de implementação.

Implementação

Responsável por  
como as funções  
funcionam

lib

Interface

Os dois lados concordam  
sobre os protótipos  
das funções

xxx.h

Cliente

Responsável por  
como usar as funções

yyy.c

# Interfaces

Entre as decisões de projeto estão

**Interface:** quais serviços serão oferecidos?

A **interface** é um “contrato” entre o usuário e o projetista.

**Ocultação:** qual informação é **visível** e qual é **privada**?

Uma interface deve prover acesso aos componente enquanto **esconde** detalhes de implementação que **podem ser alterados sem afetar o usuário**.

**Recursos:** quem é **responsável** pelo gerenciamento de **memória** e outros recursos?

**Erros:** quem **detecta e reporta erros** e como?

# Interfaces para pilhas



Fonte: <http://rustedreality.com/stack-overflow/>

S 3.1, 4.2, 4.3, 4.4

## Interface item.h

```
/* item.h */  
  
#ifndef HEADER_Item  
  
#define HEADER_Item  
  
typedef char Item;  
  
#endif
```

## Interface stack.h

```
/*  
 * stack.h  
 * INTERFACE: funcoes para manipular uma pilha  
 */  
  
#include "item.h"  
  
void stackInit(int);  
int stackEmpty();  
void stackPush(Item);  
Item stackPop();  
Item stackTop();  
void stackFree();  
void stackDump();
```



## Infixa para posfixa novamente

Recebe uma expressão infixada **inf** e devolve a correspondente expressão **posfixa**.

```
char *infixaParaPosfixa(char *inf) {  
    char *posf; /* expressao polonesa */  
    int  n = strlen(inf);  
    int  i; /* percorre infixada */  
    int  j; /* percorre posfixa */  
    char x; /* item do topo da pilha */  
  
    /*aloca area para expressao polonesa*/  
    posf = mallocSafe((n+1)*sizeof(char));  
    /* 0 '+1' eh para o '\0' */
```

```
cases '(' e ')'
```

```
stackInit(n) /* inicializa a pilha */
```

cases '(' e ')'

```
stackInit(n) /* inicializa a pilha */  
  
/* examina cada item da infixa */  
for (i = j = 0; i < n; i++) {  
    switch (inf[i]) {  
        case '(':  
            stackPush(inf[i]);  
            break;  
        case ')':  
            while((x = stackPop()) != '(')  
                posf[j++] = x;  
            break;
```

```
cases '+', '-', '*' e '/'
```

```
case '+':
```

```
case '-':
```

```
    while (!stackEmpty())
```

```
        && (x = stackTop()) != '(')
```

```
        posf[j++] = stackPop();
```

```
    stackPush(inf[i]);
```

```
    break;
```

```
case '*':
```

```
case '/':
```

```
    while (!stackEmpty())
```

```
        && (x = stackTop()) != '('
```

```
        && x != '+' && x != '-')
```

```
        posf[j++] = stackPop();
```

```
    stackPush(inf[i]);
```

```
    break;
```

## default e finalizações

```
default:
    if(inf[i] != ' ')
        posf[j++] = inf[i];
    } /* fim switch */
} /* fim for (i=j=0...) */

/* desempilha todos os operandos que restaram */
while (!stackEmpty())
    posf[j++] = stackPop()
posf[j] = '\0'; /* fim expr polonesa */
stackFree();
return posf;
} /* fim funcao */
```