

Pinboard

Aufgabennummer: A_037

Technologieeinsatz:

möglich ☒

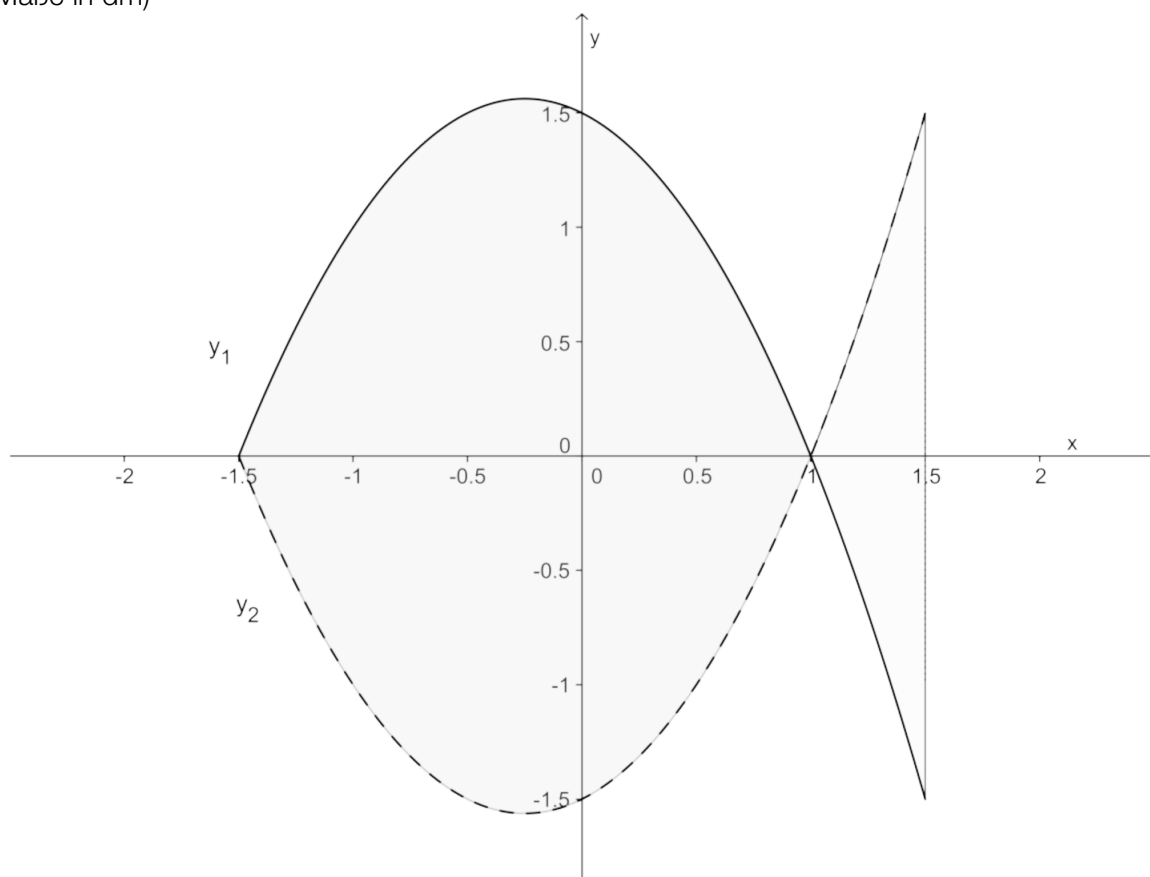
erforderlich ☐

Es sollen Pinboards in der Form eines Fisches angefertigt werden.

$$y_2(x) = x^2 + \frac{1}{2} \cdot x - \frac{3}{2} \quad -1,5 \leq x \leq 1,5$$

Die Funktionsgraphen von y_1 und y_2 schließen die im Diagramm dargestellte Fläche ein. Die Funktionen y_1 und y_2 sind symmetrisch bezüglich der x-Achse.

(Maße in dm)



- a) – Berechnen Sie den im Diagramm dargestellten Flächeninhalt des Fisches.
- b) Ein anderes Pinboard wird durch eine quadratische Funktion, die durch die Punkte $P_1 = (-1,5|0)$, $P_2 = (0|1)$ und $P_3 = (1|0)$ verläuft, begrenzt.
 - Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten dieser Polynomfunktion 2. Grades auf.
 - Berechnen Sie die entsprechende quadratische Funktionsgleichung.
- c) – Argumentieren Sie mithilfe der Differenzialrechnung, dass die Funktion y_2 nur eine lokale Extremstelle und keine Wendestelle hat – ohne die Betrachtung der Randstellen des Intervalls.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $y_2(x) = x^2 + \frac{1}{2} \cdot x - \frac{3}{2}$

$$A_1 = \int_{-1,5}^1 y_2(x) dx \quad A_1 = -2,6042$$

$$A_2 = \int_1^{1,5} y_2(x) dx \quad A_2 = 0,3542$$

$$2(|A_1| + A_2) = 5,9167$$

Die Fläche des Fisches beträgt $A \approx 5,92 \text{ dm}^2$.

b) Gleichungssystem:

$$(1) \quad \frac{9}{4} \cdot b_0 - \frac{3}{2} \cdot b_1 + b_2 = 0$$

$$(2) \quad b_2 = 1$$

$$(3) \quad b_0 + b_1 + b_2 = 0$$

Koeffizienten:

$$b_0 = -\frac{2}{3}, b_1 = -\frac{1}{3}, b_2 = 1$$

quadratische Funktion:

$$f(x) = -\frac{2}{3} \cdot x^2 - \frac{1}{3} \cdot x + 1$$

c) y_2 ist eine Polynomfunktion 2. Grades. An der Stelle $x_S = -\frac{1}{4}$ ist der kleinstmögliche Funktionswert, nämlich $y_2(x_S) = -\frac{25}{16}$. Für alle $x < x_S$ ist die Funktion streng monoton fallend und für alle $x > x_S$ streng monoton steigend. Die 2. Ableitung ergibt eine konstante Funktion, nämlich $y_2''(x) = 2$, daher besitzt y_2 keinen Wendepunkt. Die Funktion hat daher genau den einen lokalen Extrempunkt $S = (x_S | y_S)$.

Auch andere Argumentationen sind möglich:

Die 2. Ableitung ergibt eine konstante Funktion, nämlich $y_2''(x) = 2 > 0$, daher besitzt y_2 keinen Wendepunkt und ist links gekrümmt. Die Nullstelle der 1. Ableitungsfunktion ergibt $x_S = -\frac{1}{4}$, deren y -Koordinate $y_S = -\frac{25}{16}$ beträgt. Daher ist $S = (x_S | y_S)$ der einzige lokale Extrempunkt.

Klassifikation

☒ Teil A

☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 2

Thema: Alltag

Quellen: —