Anmerkung LM:

Die Aufgabe ist vom mathematischen Inhalt her als Übungsaufgabetauglich. Wegen des Sachzusammenhangs wurde es vom bifie der HUM nicht zugeordnet.



Ammonium im Fluss

Aufgabennummer: B-C5_10

Technologieeinsatz:

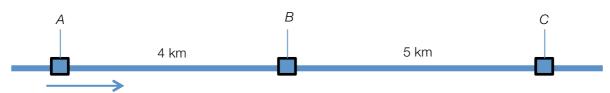
möglich ⊠

erforderlich

Die Selbstreinigungskraft eines fließenden Gewässers hängt von dessen Sauerstoffgehalt ab. Bleibt der Sauerstoffgehalt konstant, erfolgt der Abbau von Ammonium exponentiell.

a) Bei konstanter Fließgeschwindigkeit baut ein bestimmter Fluss nach jeweils 2 Kilometern (km) 50 % des Ammoniums ab. Am Punkt A beträgt der Ammoniumgehalt 1 Milligramm pro Liter (mg/L). Durch Einleitung von Abwasser erhöht sich der Ammoniumgehalt am Punkt B um 0,4 mg/L und am Punkt C um 0,5 mg/L.

Die nachstehende Grafik zeigt schematisch den Verlauf dieses Flusses.



– Übertragen Sie den Ammoniumgehalt in Milligramm pro Liter (mg/L) während der ersten 6 Kilometer in ein Koordinatensystem. Wählen Sie Punkt A als Startpunkt.

Bei konstanter Fließgeschwindigkeit lässt sich der Abbau von Ammonium durch folgende Funktion *N* beschreiben:

$$N(s) = N_0 \cdot e^{-0.3466 \cdot s}$$

s ... Fließstrecke in km

N(s) ... Ammoniumgehalt nach der Fließstrecke s in mg/L

N₀ ... Anfangsgehalt an Ammonium in mg/L

- Berechnen Sie, wie hoch der Ammoniumgehalt in mg/L unmittelbar nach dem Punkt C ist.
- b) Durch den Einbau von Wehrstufen soll der Sauerstoffeintrag in den Fluss und damit dessen Selbstreinigungskraft erhöht werden. Der Fluss sollte danach imstande sein, schon nach 1 km die Hälfte des eingetragenen Ammoniums abzubauen.
 - Stellen Sie eine Formel auf, die abhängig von der Flussstrecke und dem Anfangsgehalt den Ammoniumgehalt in mg/L beschreibt.
- c) An einer bestimmten Stelle des Flusses beträgt der Durchfluss 1 390 m³/s. Der mittlere Ammoniumgehalt beträgt 0,13 mg/L.
 - Berechnen Sie die Menge an Ammonium (in Tonnen), die pro Tag an dieser Stelle durchfließt.

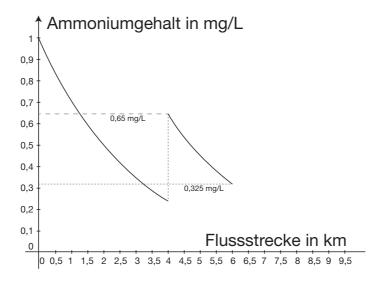
Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Ammonium im Fluss 2

Möglicher Lösungsweg

a) Die Skizze kann auch durch Kenntnis der *Halbwertsstrecke* konstruiert werden.



Eintrag von A

$$N_A(9) = 1 \cdot e^{-0.3466 \cdot 9} \approx 0.044 \text{ mg/L}$$

Eintrag von B

$$N_B(5) = 0.4 \cdot e^{-0.3466 \cdot 5} \approx 0.071 \text{ mg/L}$$

Eintrag von C

$$N_C = 0.5 \text{ mg/L}$$

Gesamtgehalt an Ammonium ≈ 0,044 + 0,071 + 0,5 = 0,615 mg/L

Es sind auch andere Lösungswege möglich (z. B. Berechnung von Abschnitt zu Abschnitt).

b)
$$N(1) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot 1}$$

 $0.5 = e^{-\lambda}$
 $\ln(0.5) = -\lambda$
 $\lambda \approx 0.6931$
 $N(s) = N_0 \cdot e^{-0.6931 \cdot s}$

c)
$$1390 \ \frac{m^3}{s} = 1390 \cdot \frac{1000}{\frac{1}{86400}} \ \frac{L}{Tag} = 1,20096 \cdot 10^{11} \frac{L}{Tag}$$

Transportiertes Ammonium:

$$= 1,20096 \cdot 10^{11} \frac{L}{Tag} \cdot 0,13 \frac{mg}{L} = 1,561248 \cdot 10^{10} \frac{mg}{Tag} = 1,561248 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-9} \frac{t}{Tag} \approx 15,61 \frac{t}{Tag}$$

Pro Tag transportiert der Fluss an dieser Stelle rund 15,61 Tonnen Ammonium.

Ammonium im Fluss 3

Klassifikation

☐ Teil A ☐ Teil B: Cluster 5

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 1 Zahlen und Maße

Nebeninhaltsdimension:

- a) –
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

a) leicht

b) leicht

c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 2
- c) 2

Thema: Umwelt

Quellen: -