Wasserquelle

Aufgabennummer: A_129

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Unter dem *Volumenstrom* einer Wasserquelle versteht man dasjenige Wasservolumen, das pro Zeiteinheit durch die Öffnung der Quelle fließt. Man führt 3 unabhängige Messungen an einer Quelle durch, bei der im Laufe der Zeit der Volumenstrom exponentiell abnimmt. Der Volumenstrom wird in der Einheit Liter pro Stunde (L/h) angegeben.

a) Zu Beginn der 1. Messung fließen 20 000 L/h Wasser aus der Quelle.
Nach 150 Stunden misst man 17 800 L/h.

– Stellen Sie diejenige Gleichung der Funktion f auf, die den Volumenstrom in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden ab dem Beginn der Messung beschreibt.

b) Der zu einem bestimmten Zeitpunkt der 2. Messung vorliegende Volumenstrom kann mit der Funktion g beschrieben werden:

$g(t) = 17\,000 \cdot e^{-0{,}01 \cdot t}$

t … Zeit in Stunden (h)
$g(t)$ … Volumenstrom in L/h zur Zeit t

– Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate des Volumenstroms in den ersten 12 Stunden dieser Messung.
– Erklären Sie, was die 1. Ableitung zum Zeitpunkt $t = 5$ h in diesem Sachzusammenhang angibt.

c) Der Volumenstrom verläuft bei der 3. Messung nach der Funktion u mit:

$u(t) = 15\,000 \cdot 0{,}998^t$

t … Zeit in Stunden (h)
$u(t)$ … Volumenstrom in L/h zur Zeit t

Die Fläche unter der Kurve ist ein Maß dafür, wie viel Liter Wasser insgesamt innerhalb der angegebenen Zeitgrenzen aus der Quelle geflossen sind.

– Kreuzen Sie an, mit welcher Rechnung das ausgetretene Wasservolumen der ersten 9 Tage berechnet werden kann. *[1 aus 5]*

$\int_0^{216} (15\,000 \cdot 0{,}998 \cdot t)\,\mathrm{d}t$	☐
$15\,000 + \int_0^{216} 0{,}998^t\,\mathrm{d}t$	☐
$\int_0^{9} (15\,000 + 0{,}998 \cdot t)\,\mathrm{d}t$	☐
$\int_0^{9} (15\,000 \cdot 0{,}998^t)\,\mathrm{d}t$	☐
$15\,000 \cdot \int_0^{216} 0{,}998^t\,\mathrm{d}t$	☐

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $f(t) = 20\,000 \cdot e^{\lambda \cdot t}$

$17\,800 = 20\,000 \cdot e^{\lambda \cdot 150}$

$e^{150 \cdot \lambda} = 0{,}89 \;\Rightarrow\; \lambda \approx -7{,}769 \cdot 10^{-4}$

$f(t) = 20\,000 \cdot e^{-0{,}0007769 \cdot t}$

Die Aufgabe kann auch mit dem Abnahmefaktor gelöst werden:
$f(t) = 20\,000 \cdot 0{,}9992^t$

b) $g(0) = 17\,000$
$g(12) \approx 15\,077{,}65$

$\frac{g(12) - g(0)}{12} = -160{,}196\ldots$

Die mittlere Änderungsrate in den ersten 12 Stunden entspricht einer stündlichen Abnahme des Volumenstroms von ca. 160,20 L/h.

$g'(5)$ entspricht der momentanen Änderungsrate des Volumenstroms zu diesem Zeitpunkt, das heißt, 5 Stunden nach dem Beobachtungsbeginn nimmt der Volumenstrom pro Stunde ungefähr um den Wert $g'(5)$ ab.

c)

[...]	
[...]	
[...]	
[...]	
$15\,000 \cdot \int_0^{216} 0{,}998^t \, dt$	☒

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 2 Algebra und Geometrie
b) 4 Analysis
c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) –
c) –

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) A Modellieren und Transferieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) D Argumentieren und Kommunizieren
c) –

Schwierigkeitsgrad:

a) mittel
b) mittel
c) mittel

Punkteanzahl:

a) 2
b) 2
c) 1

Thema: Physik

Quellen: –