

## Erlebnisgarten (2)

Aufgabennummer: B\_160

Technologieeinsatz:

möglich ☐

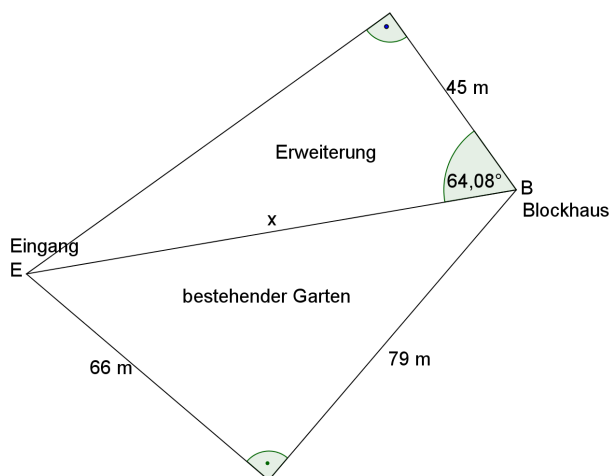
erforderlich ☒

Der Außenbereich eines Kindergartens wird vergrößert und zu einem Erlebnisgarten umgestaltet.

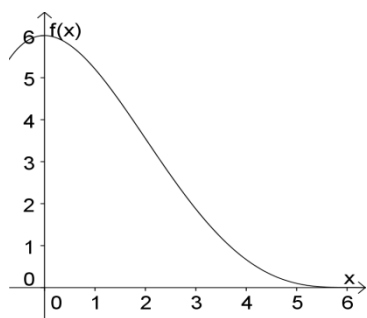
- a) Vom Eingang  $E$  zum Blockhaus  $B$  soll ein geradliniger Barfußweg angelegt werden (siehe nebenstehende Abbildung).

– Berechnen Sie die Länge  $x$  des Weges in Metern (m).

– Dokumentieren Sie, wie Sie den Flächeninhalt der Erweiterung berechnen können, wenn  $x$  als bekannt angenommen wird.



- b) Vom höchsten Punkt eines Hügels soll eine Rutsche herunterführen. Das Profil der geplanten Rutsche kann durch die folgende Funktion  $f$  annähernd beschrieben werden:



$$f(x) = -\frac{1}{72}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 432) \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 6$$

Der Neigungswinkel einer Spielplatzrutsche darf laut Norm aus Sicherheitsgründen an keiner Stelle 60 Grad (°) überschreiten, und der mittlere Neigungswinkel der gesamten Rutsche darf nicht größer als 40° sein.

– Überprüfen Sie mithilfe einer Differenzialrechnung, ob die geplante Rutsche normgerecht ist.

- c) Der gesamte Außenbereich soll neu gestaltet werden. Der Gärtner veranschlagt einen Preis von  $p$  Euro pro Quadratmeter (€/m<sup>2</sup>) exklusive 20 % Mehrwertsteuer. Bei Barzahlung gewährt der Gärtner einen Preisnachlass von 3 %.

– Erstellen Sie eine Formel für den Gesamtpreis  $P$  inklusive Mehrwertsteuer in Abhängigkeit von der Fläche  $A$  in m<sup>2</sup> bei Barzahlung.

– Begründen Sie, warum das Abziehen des Preisnachlasses vor bzw. nach der Berechnung der Mehrwertsteuer auf den gleichen Preis führt.

- d) Für die Gartengestaltung muss ein Kredit aufgenommen werden.  
Die Rückzahlungsraten werden wie folgt jeweils am Ende des Jahres bei einem Jahreszinssatz von 4,5 % p. a. vereinbart:

	1. Jahr	2. Jahr	3. Jahr	4. Jahr	5. Jahr
Rate	€ 4.000	€ 5.000	€ 3.000	€ 0	€ 4.500

- Berechnen Sie, wie viel man gleichwertig in bar hätte bezahlen müssen.
- Dokumentieren Sie, wie man die Höhe einer gleichwertigen monatlichen nachschüssigen Rückzahlungsrate berechnen kann, wenn eine konstante Ratenhöhe und eine gleichbleibende Laufzeit angenommen werden.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

a)  $x = \sqrt{66^2 + 79^2} = 102,9\dots$

Der Weg ist rund 103 m lang.

Um die Fläche zu berechnen, benötigt man die Höhe im rechtwinkligen Dreieck der Erweiterung. Die Höhe steht normal auf  $x$ , daher gilt:  $h = 45 \cdot \sin(64,08^\circ)$ .

Den Flächeninhalt erhält man demnach mit  $x \cdot \frac{h}{2}$ .

*Es gibt auch andere mögliche Lösungswege.*

b)  $f(x) = -\frac{1}{72}(x^4 - 16x^3 + 72x^2 - 432)$

$$f'(x) = -\frac{1}{72}(4x^3 - 48x^2 + 144x)$$

$$f''(x) = -\frac{1}{72}(12x^2 - 96x + 144)$$

Die Steigung (hier: das Gefälle) ist im Wendepunkt am größten:

$$f''(x) = 0$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 6$

$$f'(6) = 0 \Rightarrow \text{nicht relevant (Flachpunkt)}$$

$$f'(2) = -1,777\dots = k \quad k = \tan(\alpha)$$

$$\alpha = -60,642\dots \approx -61^\circ$$

Der maximal erlaubte Winkel wird überschritten.

$$f(0) = 6$$

$$f(6) = 0$$

$$k = -1 \Rightarrow \alpha = -45^\circ$$

Auch der Winkel der mittleren Neigung ist zu groß.

Die Rutsche ist nicht normgerecht.

c)  $P(A) = p \cdot A \cdot 1,2 \cdot 0,97$

Die Multiplikation ist kommutativ und assoziativ, daher gilt:

$$(p \cdot A \cdot 1,2) \cdot 0,97 = (p \cdot A \cdot 0,97) \cdot 1,2$$

*Auch andere Schreibweisen und andere korrekte Argumentationen sind zulässig.*

d) Barwert in €:

$$B = \frac{4\,000}{1,045} + \frac{5\,000}{1,045^2} + \frac{3\,000}{1,045^3} + \frac{4\,500}{1,045^5} \approx 14\,646,32$$

Man berechnet den gleichwertigen monatlichen Aufzinsungsfaktor  $r_{12} = \sqrt[12]{1,045}$ .

Diesen setzt man in die Barwertformel ein. Der Barwert ist bekannt.

$$B = \frac{R}{r_{12}^{60}} \cdot \frac{r_{12}^{60} - 1}{r_{12} - 1}$$

Aus dieser Gleichung kann  $R$  berechnet werden.

*Auch andere Schreibweisen sind zulässig.*

*Es genügt hier auch, wenn die genaue Vorgangsweise mit Technologieeinsatz beschrieben wird.*

## Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 4 Analysis
- c) 1 Zahlen und Maße
- d) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) A Modellieren und Transferieren, D Argumentieren und Kommunizieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) leicht
- d) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 4
- c) 2
- d) 2

Thema: Alltag

Quellen: —