Taschengeld

Aufgabennummer: A_002

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Sandra, Barbara und Monika erhalten heuer zum ersten Mal ein Taschengeld. Jede bekommt in diesem 1. Jahr 10 Euro monatlich. In den folgenden Jahren wird das monatliche Taschengeld Jahr für Jahr erhöht.

a) Sandra bekommt vom 2. Jahr bis einschließlich des 7. Jahres jährlich eine Erhöhung des monatlichen Taschengelds um 5 Euro. Ab dem 8. Jahr erhält sie jährlich einen um 30 % höheren Monatsbetrag als im Vorjahr. Stellen Sie die Höhe des monatlichen Taschengeldes in den ersten 10 Jahren in einem Stabdiagramm dar und geben Sie den Betrag (gerundet auf Euro) an, den Sandra im 10. Jahr monatlich erhält.

b) Barbara bekommt ab dem 2. Jahr und jedes weitere Jahr jeweils um 25 % mehr monatliches Taschengeld als im Vorjahr. Die Höhe des Monatsbetrags G in den einzelnen Jahren kann durch eine Gleichung mit der folgenden Form beschrieben werden:

$$G(n) = a \cdot b^{n-1}$$

G … monatlicher Geldbetrag
n … Anzahl der Jahre (heuer bedeutet $n = 1$)

Ermitteln Sie die Parameter a und b dieser Gleichung.

c) Die Entwicklung des Taschengeldes von Monika in den ersten 3 Jahren ist in der folgenden Tabelle dargestellt:

	monatliches Taschengeld in Euro
1. Jahr	10
2. Jahr	12
3. Jahr	14,4

Zeigen Sie, dass das monatliche Taschengeld von Monika sich in diesen 3 Jahren jeweils um den gleichen *Faktor* vermehrt, und geben Sie diesen an. Berechnen Sie das Taschengeld (auf Euro gerundet), welches Monika im 10. Jahr monatlich bekommt, wenn es sich weiterhin jährlich um diesen Faktor vermehrt.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Luftdruck (1)

Aufgabennummer: A_003		
Technologieeinsatz:	möglich ☐	erforderlich ☒

Die Beziehung zwischen dem Luftdruck p und der Höhe h lässt sich bei konstanter Temperatur mit der folgenden Funktion beschreiben:

$$p(h) = a \cdot e^{-\lambda \cdot h} \quad \ldots \; a, \lambda \in \mathbb{R}^+$$

$p(h)$ … Luftdruck in der Höhe h in Hektopascal (hPa)
h … Höhe in Metern (m)

Villach liegt 501 m über dem Meeresspiegel (ü. d. M.). Man misst dort einen durchschnittlichen Luftdruck von $p = 962$ hPa.
In der Nähe von Villach erhebt sich der Dobratsch auf eine Höhe von 2 167 m ü. d. M. mit einem durchschnittlichen Luftdruck von 790 hPa auf dem Gipfel.
Der Gipfel des Mount Everest liegt auf 8 850 m ü. d. M. Es herrscht dort im Durchschnitt ein Druck von 326 hPa.

Empfehlung:
Wählen Sie bei dieser Aufgabe das Koordinatensystem so, dass für Villach $h = 0$ m gilt.

a) – Interpretieren Sie, was die gegebene Funktion über den Zusammenhang von Luftdruck und Höhe aussagt.
   – Beschreiben Sie die Bedeutung der Parameter a und λ.

b) – Berechnen Sie aus den vorliegenden Messwerten von Villach und dem Dobratsch die Funktionsgleichung für den Druck p.
   – Überprüfen Sie die Qualität dieser Näherung mithilfe des Messwerts auf dem Mount Everest und geben Sie den Unterschied an.

c) Ein anderes Rechenmodell beschreibt den Luftdruck p in Abhängigkeit von der Höhe h näherungsweise mit der folgenden quadratischen Funktion:

$$p(h) = 4{,}87 \cdot 10^{-6} h^2 - 0{,}11h + 962$$

$h = 0$ m entspricht der Höhe von Villach (501 m ü. d. M.).

   – Zeichnen Sie den Funktionsgraphen für Höhen von 0 bis 20 000 m.
   – Erklären Sie, warum diese Näherungsfunktion ab $h \approx 11\,300$ m nicht mehr gültig ist.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Altersbestimmung

Aufgabennummer: A_007

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Zur Altersbestimmung von organischen archäologischen Fundstücken eignet sich die so genannte Radiokarbon-Methode. Das Kohlenstoffisotop ^{14}C ist radioaktiv und in jedem lebenden Organismus in Spuren vorhanden. Nach dem Tod eines Organismus verringert sich der Anteil an ^{14}C entsprechend dem Gesetz für den radioaktiven Zerfall.
Dieses Gesetz lautet:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N_0 ... Menge an ^{14}C zum Zeitpunkt des Absterbens
$N(t)$ ... noch vorhandene Menge an ^{14}C zum Zeitpunkt t
t ... Alter des Fundstücks
λ ... Zerfallskonstante

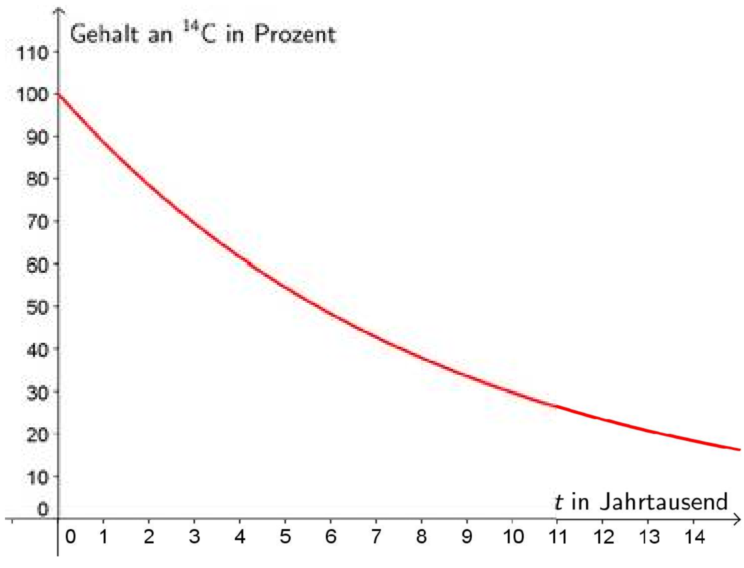
a) – Formen Sie die angegebene Funktionsgleichung nach dem Alter t des Fundstücks um.
– Begründen Sie, warum die Umformung das Logarithmieren erfordert.
– Geben Sie den entsprechenden Rechenschritt an.

b) – Erklären Sie, was man unter der Halbwertszeit versteht.
– Stellen Sie den Ansatz für die Berechnung der Halbwertszeit auf.

c) – Ermitteln Sie aus der gegebenen grafischen Darstellung der Zerfallsfunktion von ^{14}C, um wie viel Prozent der ^{14}C-Gehalt im ersten Jahrtausend ungefähr abnimmt.

Die berühmte Gletschermumie Ötzi hat heute noch ca. 53 % der ursprünglichen Menge an ^{14}C.

– Bestimmen Sie aus der Grafik das Alter der Mumie.



Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Holzbestand und Waldfläche

Aufgabennummer: A_010

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

In einzelnen Waldgebieten werden eine Abnahme des Holzbestands und die Vernichtung von Waldfläche beobachtet.

a) Der Holzbestand B eines bestimmten Waldgebiets nimmt jährlich um einen gleichbleibenden Betrag D ab.

– Erklären Sie, ob der Holzbestand B in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren in diesem Gebiet durch eine lineare oder durch eine exponentielle Funktion beschrieben werden kann.
– Erstellen Sie eine Funktion, die den Holzbestand B in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren beschreibt.

b) Ein weiteres Waldgebiet hatte ursprünglich einen Holzbestand B_0 von 110 000 m³ Holz. Dieser nimmt jährlich um $p = 4$ % ab.

– Erstellen Sie eine zu den angegebenen Werten passende Funktionsgleichung.
– Berechnen Sie, wann der Holzbestand in diesem Waldgebiet nur mehr halb so groß sein wird wie zu Beginn. Runden Sie Ihr Ergebnis auf Jahre.

c) Die Zerstörung von Waldfläche zum Zwecke anderer Landnutzungsformen wird für ein bestimmtes Gebiet mit der folgenden Gleichung angegeben:

$$A(t) = 2{,}16 \cdot 10^6 \cdot t$$

t … Zeit in Monaten
$A(t)$ … zerstörte Fläche in Hektar (ha) zum Zeitpunkt t

– Berechnen Sie, wie viel Hektar Waldfläche in diesem Gebiet pro Minute zerstört werden. (Der Monat wird mit 30 Tagen gerechnet.)

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Bundesinstitut bifie Wien | Zentrum für Innovation & Qualitätsentwicklung

Bevölkerung

Aufgabennummer: A_011

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

In 4 Regionen Österreichs untersuchte man die Bevölkerungszahl. Für die Regionen R_1 und R_2 erhielt man jeweils zu Jahresbeginn 2005, 2008 und 2010 folgende Daten:

Bevölkerungszahl zu → ↓ in	Jahresbeginn 2005	Jahresbeginn 2008	Jahresbeginn 2010
Region R_1	50 000	64 750	77 000
Region R_2	65 000	77 000	85 000

a) – Erstellen Sie aus den Bevölkerungszahlen von 2005 und 2010 in der Region R_1 die Exponentialfunktion der Form:

$$N(t) = a \cdot b^t$$

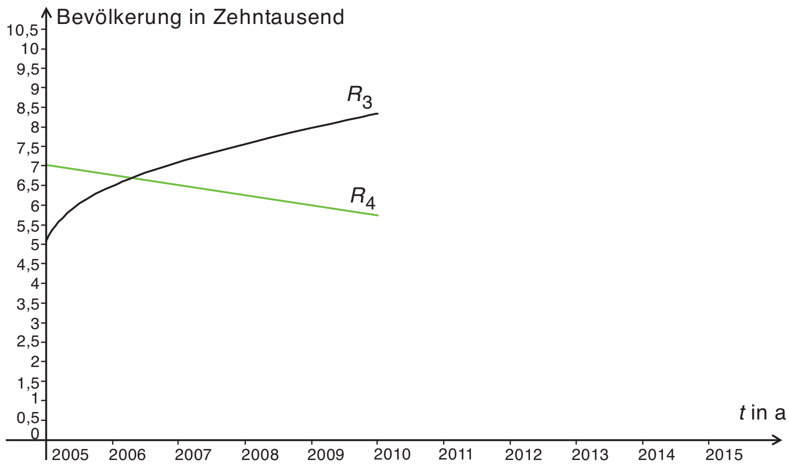
$N(t)$ … Zahl der Personen in einer Region zum Zeitpunkt t
t … Zeit in Jahren (a)

Wählen Sie zur Vereinfachung $t = 0$ für den Jahresbeginn 2005.

– Überprüfen Sie, ob der Wert zu Beginn des Jahres 2008 in der Region R_1 diese Gleichung erfüllt.

b) In der Region R_2 liegt eine lineare Zunahme vor.
– Zeichnen Sie den dazugehörigen Graphen.
– Lesen Sie davon ab, wie groß die Bevölkerung zu Beginn des Jahres 2015 bei gleichbleibender Entwicklung sein wird.

c) Die Bevölkerungsentwicklung in den Regionen R_3 und R_4 ist bis zum Jahr 2010 durch den folgenden Funktionsgraphen wiedergegeben:



– Geben Sie durch Ablesung aus der Grafik ungefähr an, in welchem Jahr und Monat beide Regionen gleich stark besiedelt waren.
– Schätzen Sie ab, wie groß die Bevölkerung in R_3 und in R_4 zu Beginn des Jahres 2015 ungefähr sein wird, wenn der Entwicklungstrend gleich bleibt.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Erdbeben

Aufgabennummer: A_027

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Die Stärke von Erdbeben wird meist auf der Richterskala angegeben. Dabei wird der Ausschlag gemessen, den ein Erdbeben auf einem Seismographen (Messgerät) verursacht, und so die Magnitude M ermittelt.

a) Für die bei einem Beben freigesetzte Energie E in Kilojoule (kJ) gilt die Funktion

$$E(M) = 63 \cdot 10^{1,5 \cdot M}$$

M ... Magnitude (Maß für die Stärke von Erdbeben)
$E(M)$ ... Energie bei Magnitude M in Kilojoule

– Erklären Sie mithilfe der Potenzregeln, warum sich die freigesetzte Energie um den Faktor 1 000 erhöht, wenn die Magnitude M um 2 größer wird.

b) Die seismische Energie kann auch mithilfe des TNT-Äquivalents beschrieben werden. Dabei wird die Menge W des Sprengstoffs TNT angegeben, die der freigesetzten Energie entspricht:

$$W(M) = \frac{1}{1\,000} \cdot 10^{1,5 \cdot M}$$

M ... Magnitude
$W(M)$ ... TNT-Menge in Tonnen bei Magnitude M

– Berechnen Sie, welche Magnitude M das Erdbeben im Jahr 1972 mit dem Epizentrum in Seebenstein (NÖ) hatte, bei dem seismische Energie mit einen TNT-Äquivalent von ca. 89 125 Tonnen freigesetzt wurde.

c) Für einen d Kilometer vom Epizentrum des Bebens entfernten Seismographen gilt:

$$M = \lg\left(\frac{A(d)}{A_0(d)}\right)$$

M ... Magnitude
$A(d)$ ... Ausschlag des Bebens in Mikrometern (µm)
$A_0(d)$ ... Ausschlag (in µm) eines Bebens der Magnitude $M = 0$

– Geben Sie an, wie sich die Magnituden zweier Beben unterscheiden, wenn der Ausschlag des zweiten Bebens 10-mal so groß ist wie derjenige des ersten Bebens. Erklären Sie Ihr Ergebnis mithilfe der logarithmischen Rechengesetze.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein.

Laptops

Aufgabennummer: A_033

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

a) Vor 2 Jahren kaufte eine Firma eine bestimmte Anzahl an Laptops um insgesamt € 9.600. Heute bekommt sie um denselben Betrag um 2 Laptops mehr, weil der Preis um € 400 pro Laptop gefallen ist.

– Berechnen Sie, wie viele Laptops die Firma heute für € 9.600 bekommt.

b) Eine Firma, die Laptops verkauft, hat eine quadratische Gewinnfunktion ermittelt:

$$G(x) = -0{,}2 \cdot x^2 + 200 \cdot x + c$$

x … Stückzahl verkaufter Laptops
$G(x)$ … erzielter Gewinn beim Verkauf von x Laptops in Geldeinheiten (GE)

Zur Berechnung der Gewinngrenzen benötigt man die Nullstellen der Gewinnfunktion, die sich mit der Lösungsformel

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

für die allgemeine quadratische Gleichung $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ berechnen lassen.

– Argumentieren Sie anhand der Lösungsformel, für welche Werte des Parameters c der Gewinnfunktion G man

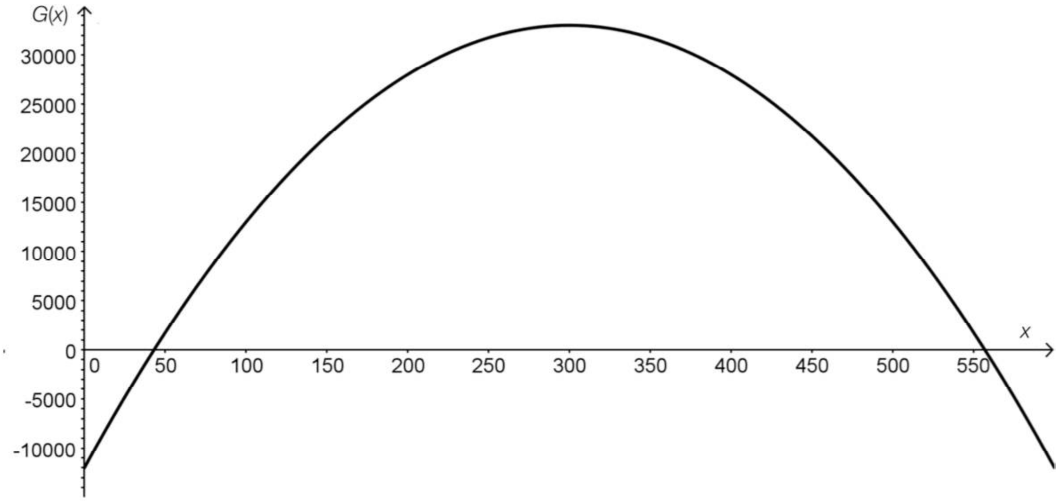
- keine reelle Nullstelle
- genau 1 Nullstelle
- 2 reelle Nullstellen

als Lösung erhält.

c) Argumentieren Sie, welche der 4 angegebenen Gewinnfunktionen in der nachstehenden Grafik dargestellt ist, indem Sie auf die Bedeutung der Koeffizienten der jeweiligen Funktionsgleichung eingehen.

A) $G(x) = -0{,}5x^2 - 12\,000$ B) $G(x) = -0{,}5x^2 + 300x - 12\,000$

C) $G(x) = 0{,}5x^2 + 300x - 12\,000$ D) $G(x) = -0{,}5x^2 + 300x - 9\,000$



Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein.

Elektrischer Widerstand eines Drahts

Aufgabennummer: A_050

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Der elektrische Widerstand R einer Drahtleitung mit kreisförmigem Querschnitt wird mithilfe folgender Formel beschrieben:

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{r^2 \cdot \pi}$$

R … Widerstand in Ohm (Ω)

l … Drahtlänge in Metern (m)

r … Radius des Drahtquerschnitts in Millimetern (mm)

ϱ … spezifischer Widerstand (Materialkonstante) in Ohm mal Quadratmillimeter durch Meter ($\frac{\Omega \ \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$)

a) – Begründen Sie, welcher der untenstehenden Graphen die Abhängigkeit des Widerstands R von der Drahtlänge l angibt.

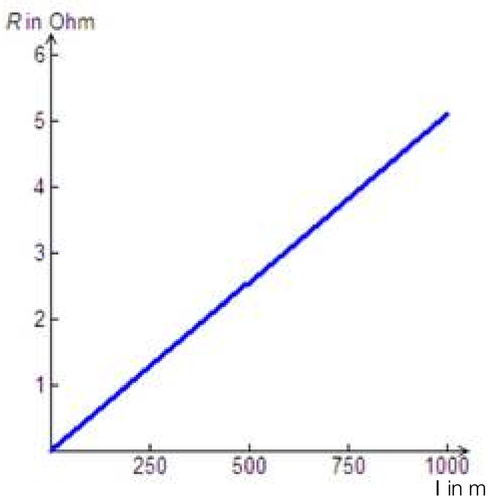


Abbildung 1

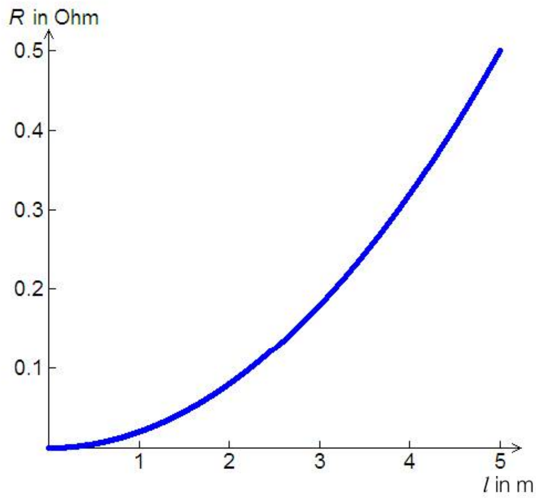


Abbildung 2

b) – Erklären Sie, wie sich eine Verdoppelung des Radius des Drahtquerschnitts auf den Widerstand R auswirkt.

c) Da die Hersteller von Drähten normalerweise den Durchmesser d und nicht den Radius r des Drahtes angeben, wurde in der untenstehenden Formel der Radius r durch den Durchmesser d des Drahtquerschnitts ersetzt.

$$R = \varrho \cdot \frac{2 \cdot l}{d^2 \cdot \pi}$$

– Argumentieren Sie, ob die Umformung richtig vorgenommen wurde.
– Stellen Sie die Formel gegebenenfalls richtig.

d) In einem Labor wurde in einer Versuchsreihe der Widerstand eines 1 Meter langen Kupferdrahts ermittelt.

– Berechnen Sie den Radius des untersuchten Drahts, wenn der spezifische Widerstand ϱ von Kupfer 0,016 $\frac{\Omega \ \text{mm}^2}{\text{m}}$ ist und die gemessenen Widerstandswerte im Durchschnitt 20 Milliohm (mΩ) betrugen. Achten Sie dabei auf die Einheiten.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Regenrinne

Aufgabennummer: A_051

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

a) Der Querschnitt einer Regenrinne hat die Form eines Kreisabschnitts mit den Maßen laut Abb. 1.

R ... Radius des Kreises
h ... Höhe der Rinne

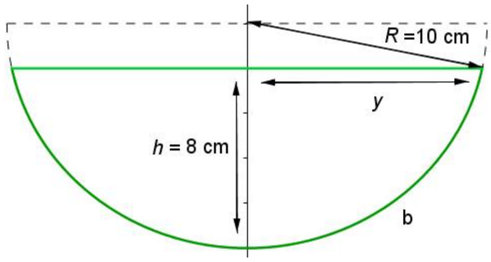


Abb. 1

– Berechnen Sie die Breite der Rinne ($2 \cdot y$) und die Bogenlänge b.

b) Eine halbkreisförmige Rinne verbraucht Material, das mit der Formel $M = R \cdot \pi \cdot L$ berechnet werden kann.

R … Radius der halbkreisförmigen Rinne in cm
L … Länge der Rinne in cm
x … Breite der kastenförmigen Rinne in cm

– Begründen Sie mithilfe der entsprechenden Formeln, warum eine kastenförmige Rinne mit gleich großer Querschnittsfläche und gleich großer Höhe mehr Material benötigt.

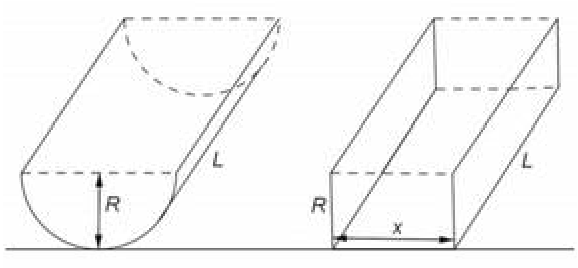


Abb. 2

c) Der Materialverbrauch M für eine kastenförmige Rinne mit einer Länge von 1 m kann bei vorgegebener gleichbleibender Querschnittsfläche von 112,5 cm² in Abhängigkeit von der Breite x in cm mit dem Graphen aus Abb. 3 dargestellt werden.

– Lesen Sie aus der Grafik den Wert für diejenige Breite ab, bei der der Materialverbrauch am geringsten ist.
– Berechnen Sie die Höhe der Rinne mithilfe des abgelesenen Werts.

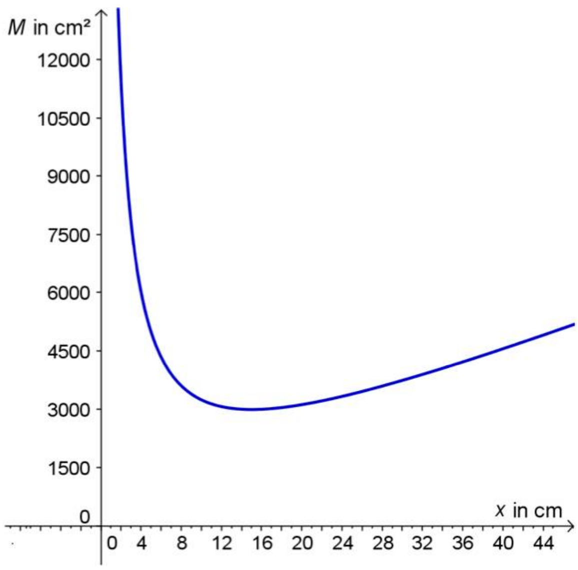


Abb. 3

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Neuronen der Großhirnrinde

Aufgabennummer: A_061		
Technologieeinsatz:	möglich ☒	erforderlich ☐

Die Anzahl der Neuronen in der Großhirnrinde bei Frauen kann durch folgende Funktionsgleichung berechnet werden:

$$N(t) = e^{3{,}05 - 0{,}00145 \cdot t}$$

$N(t)$ ... Anzahl der Neuronen in Milliarden (Mrd.) in Abhängigkeit vom Lebensalter t
t ... Lebensalter in Jahren (a)

a) „Innerhalb von 50 Jahren nimmt die Anzahl der Neuronen in der Großhirnrinde bei Frauen um 10 % ab."

– Überprüfen Sie mithilfe des gegebenen Modells, ob diese Behauptung für die ersten 50 Lebensjahre zutrifft.

b) – Formen Sie die gegebene Funktionsgleichung auf die Form $N(t) = N_0 \cdot a^t$ um.

c) – Dokumentieren Sie die Vorgangsweise zur Erstellung eines linearen Modells aus der gegebenen Exponentialfunktion für die Abnahme der Anzahl der Neuronen bis zum 80. Lebensjahr.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Die Sonne

Aufgabennummer: A_062

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

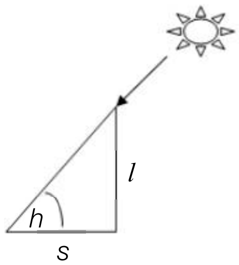
Die Sonne ist das Zentrum unseres Sonnensystems.

a) Das Volumen der Sonne wird mit $V = 1{,}41 \cdot 10^{18}$ km³ und ihre Dichte mit $\rho = 1{,}41$ g/cm³ angegeben.

– Berechnen Sie die Masse m der Sonne in kg, wenn der Zusammenhang zwischen dem Volumen, der Dichte und der Masse gegeben ist durch $\rho = \frac{m}{V}$.

b) Unter der Sonnenhöhe h versteht man den Winkel, den die einfallenden Sonnenstrahlen mit einer horizontalen Ebene bilden.

– Geben Sie eine Formel an, mit deren Hilfe die Schattenlänge s eines Stabes der Länge l bei einer Sonnenhöhe h bestimmt werden kann.



c) Für die Berechnung der Distanz r eines Sterns zur Erde kann die Differenz zwischen scheinbarer (m) und absoluter (M) Helligkeit eines Sterns nach der folgenden Formel benützt werden:

$$m - M = 5 \cdot \log_{10} r - 5$$

m … scheinbare Helligkeit in Magnituden (mag)
Sie gibt an, wie hell ein Stern von der Erde aus erscheint.
M … absolute Helligkeit in Magnituden (mag)
Sie gibt die tatsächliche Helligkeit eines Sterns an.
r … Entfernung eines Sterns von der Erde in Parsec (pc)
1 pc = $30{,}856 \cdot 10^{12}$ km

– Berechnen Sie die Entfernung Sonne – Erde in km, wenn die Sonne eine scheinbare Helligkeit $m = -26{,}73$ mag und eine absolute Helligkeit $M = +4{,}84$ mag besitzt.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben

Wirksame Substanz eines Medikaments

Aufgabennummer: A_085

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Einem Patienten werden Medikamente mit einer bestimmten wirksamen Substanz verabreicht.

a) Ein sofort wirksames Medikament mit einer Halbwertszeit von 6 Stunden wird injiziert. Nach 18 Stunden befinden sich im Blut des Patienten noch 10 Milligramm (mg) der wirksamen Substanz.

– Erklären Sie, welche allgemeine Funktionsgleichung den Abbau der wirksamen Menge M in Abhängigkeit von der Zeit richtig beschreibt.

t … Zeit in Stunden (h)
$M(t)$ … Menge der wirksamen Substanz nach t Stunden in Milligramm (mg)

– Berechnen Sie, welche Menge an wirksamer Substanz zu Beginn in diesem Medikament enthalten war.

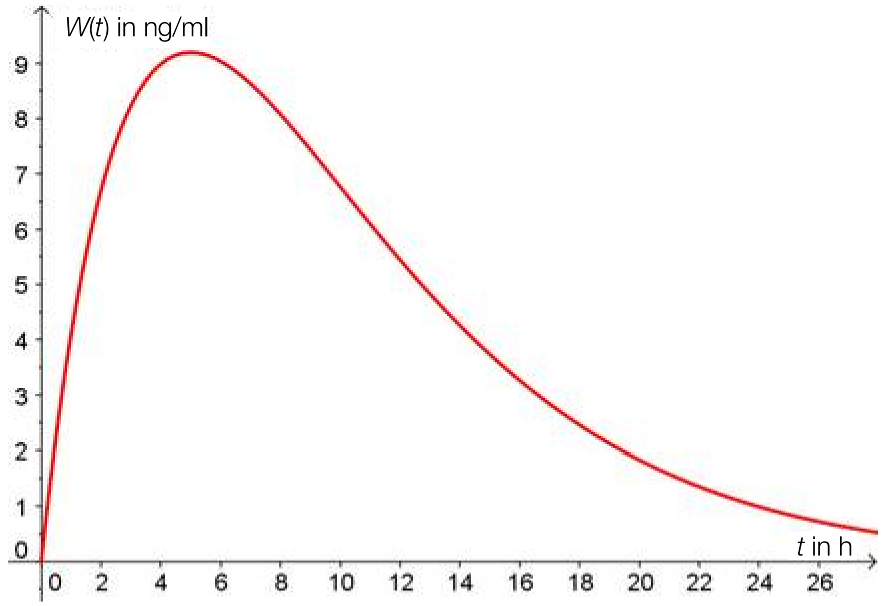
b) Die Abnahme der Konzentration W der wirksamen Substanz eines anderen Medikaments pro Milliliter Blut kann mit der folgenden Funktion W beschrieben werden:

$$W(t) = 45 \cdot e^{-0{,}223 \cdot t}$$

t … Zeitdauer nach Einnahme des Medikaments in Stunden (h)
$W(t)$ … Konzentration der wirksamen Substanz nach t Stunden in Nanogramm pro Milliliter (ng/ml) Blut

– Formen Sie die gegebene Gleichung nach der Zeit t um.
– Berechnen Sie diejenige Zeit, nach der noch 20 % der ursprünglichen Konzentration vorhanden sind.

c) Der nachstehende Graph zeigt die Konzentration einer wirksamen Substanz im Blut in Abhängigkeit von der Zeit. Die Wirkung des Medikaments ist erst bei einer Konzentration von 4 ng/ml nachweisbar.



– Kreuzen Sie die auf diesen Sachverhalt zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Das Medikament ist erst dann wirksam, wenn die Konzentration der wirksamen Substanz im Blut mindestens 10 ng/ml beträgt.	☐
Ungefähr 10 Stunden nach der Einnahme wurde die maximale Konzentration an wirksamer Substanz erreicht.	☐
Die wirksame Substanz wird am stärksten nach ungefähr 10 Stunden abgebaut.	☐
Die Abbaurate der wirksamen Substanz beträgt ca. 10 ng/ml pro Stunde.	☐
Das Medikament wirkt höchstens 10 Stunden lang.	☐

Hinweis zur Aufgabe:
Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Bungeejumping

Aufgabennummer: A_088

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Beim Bungeejumping befindet man sich so lange im freien Fall, bis sich das Seil zu dehnen beginnt. Der während des freien Falles zurückgelegte Weg wird annähernd durch die Weg-Zeit-Funktion *s* beschrieben:

$$s(t) = \frac{g}{2} \cdot t^2$$

t … Zeit in Sekunden (s)
$s(t)$ … zurückgelegter Weg in Metern (m) zum Zeitpunkt t
g … Erdbeschleunigung ($\approx$ 10 m/s²)

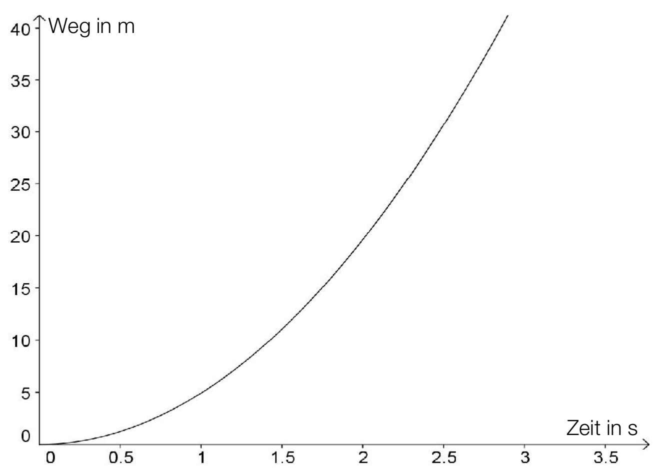
a) Für einen Bungeejump von der Jauntalbrücke in Kärnten wird ein 23 m langes Seil verwendet.

– Berechnen Sie, wie lang der freie Fall dauert.

b) Beim Sprung vom Wiener Donauturm wird ein längeres Seil verwendet. Der freie Fall dauert 2,8 Sekunden.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Momentangeschwindigkeit.
– Berechnen Sie die Momentangeschwindigkeit nach 2,8 Sekunden.

c) Das nachstehende Weg-Zeit-Diagramm zeigt den freien Fall eines Bungeejumpers.



– Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Für 30 m im freien Fall braucht der Bungeejumper etwa 2 Sekunden.	☐
Die Geschwindigkeit erhöht sich, je länger der freie Fall dauert.	☐
Nach 1,5 Sekunden im freien Fall hat der Bungeejumper ca. 16 m zurückgelegt.	☐
In der 2. und der 3. Sekunde legt der Bungeejumper die gleiche Strecke zurück.	☐
Die Geschwindigkeit während der ersten 2 Sekunden ist konstant.	☐

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Vergessenskurve nach Ebbinghaus

Aufgabennummer: A_097

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Hermann Ebbinghaus hat das menschliche Erinnerungsvermögen untersucht.
Ein Ergebnis seiner Untersuchungen ist die Vergessenskurve, die mathematisch mithilfe folgender Funktion näherungsweise beschrieben werden kann:

$$W(t) = \frac{35}{1 - 0{,}65 \cdot e^{-1{,}24 \cdot t}}$$

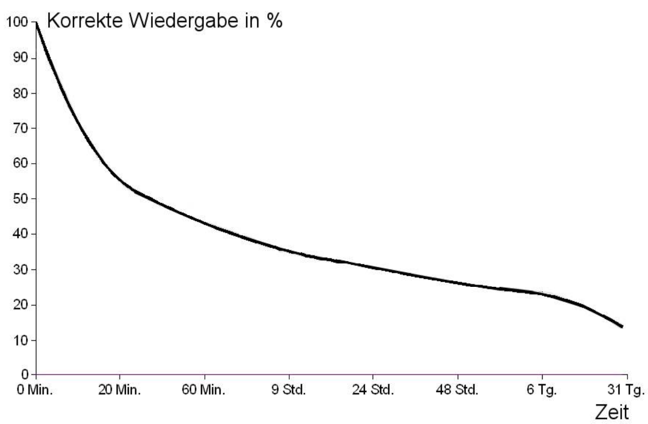
t … Zeit in Stunden (h)
$W(t)$ … vorhandenes Wissen nach t Stunden in Prozent

a) Die Ergebnisse der Versuche von Ebbinghaus waren wie folgt:
Der Mensch kann 20 Minuten nach dem Lernen 60 % des Erlernten abrufen. Nach 1 Stunde sind noch 45 %, nach 1 Tag 34 % und nach 6 Tagen 23 % des Erlernten im Gedächtnis. Dauerhaft abrufbar sind nur etwa 15 % des Erlernten.

– Erstellen Sie eine Tabelle, mit deren Hilfe Sie die Werte von $W(t)$ mit den Ergebnissen von Ebbinghaus vergleichen können.
– Beurteilen Sie, in welchem Zeitraum die Funktion W eine sinnvolle Näherung für die Ergebnisse von Ebbinghaus darstellt.

b) – Berechnen Sie mithilfe der Funktion W, nach welcher Zeit noch 40 % des Erlernten abrufbar sind.
– Geben Sie das Ergebnis in Stunden und Minuten an.

c) Im Internet findet sich die folgende Darstellung der Vergessenskurve:



Der Funktionsgraph verläuft zwischen 20 min und 48 h annähernd geradlinig.

– Erklären Sie, warum man daraus nicht auf einen annähernd linearen Zusammenhang schließen kann.

– Beurteilen Sie, wie sich die Entwicklung im Zeitraum 20 min bis 60 min von jener im Zeitraum 60 min bis 9 h unterscheidet.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.