Name:	
Klasse/Jahrgang:	

Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reife- und Diplomprüfung

Angewandte Mathematik

Haupttermin 2013

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Bearbeitungshinweise

Im vorliegenden Aufgabenheft befinden sich insgesamt fünf Aufgaben, die aus unterschiedlich vielen Unteraufgaben bestehen.

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen ausschließlich auf die dafür vorgesehenen karierten Seiten. Wenn Sie die Aufgaben am Computer lösen, dann heften Sie bitte die jeweiligen Ausdrucke an die entsprechende karierte Seite und versehen Sie die Ausdrucke mit ihrem Schülercode.

Falls Sie mit den zur Verfügung gestellten karierten Seiten nicht auskommen sollten, wird Ihnen die Aufsichtsperson ein leeres Blatt zur Verfügung stellen, welches Sie mit Ihrem Schülercode und mit der Aufgabennummer beschriften und zu Ihrer Lösung in das Aufgabenheft heften.

Alle Unteraufgaben sind unabhängig voneinander lösbar, sodass Sie sich mit jeder einzelnen Unteraufgabe separat beschäftigen können.

Sie haben **insgesamt 270 Minuten** für die Bearbeitung der Aufgaben (Teil A und Teil B) Zeit. Nach der vorgesehenen Zeit füllen Sie bitte den Rückmeldebogen am Ende des Aufgabenhefts aus. Darin bitten wir Sie um ein Feedback zu den von Ihnen bearbeiteten Teil-A-Aufgaben.

Viel Erfolg!

Angaben zur Person

Geschlecht:

- ☐ weiblich
- ☐ männlich

Welche Technologie haben Sie bei der Prüfung verwendet?

- ☐ grafikfähiger Taschenrechner (z. B. TI-82, TI-83, SHARP EL-9900G SII etc.)
- ☐ Computeralgebrasystem (z. B. Mathcad, TI Voyage 200, GeoGebra, TI-89, TI-92, TI-Nspire etc.)
- ☐ einfacher wissenschaftlicher Rechner (z. B. TI-30 etc.)
- ☐ Tabellenkalkulation (z. B. Microsoft Excel, OpenOffice Calc etc.)
- ☐ andere: ____________________

Was ist Ihre Muttersprache:

- ☐ Deutsch
- ☐ eine andere Sprache
- ☐ Ich bin mehrsprachig aufgewachsen.

Wenn Deutsch nicht Ihre Muttersprache ist oder wenn Sie mehrsprachig aufgewachsen sind: Wie gut können Sie im Vergleich zu der anderen Sprache/den anderen Sprachen in Deutsch lesen?

- ☐ besser
- ☐ gleich gut
- ☐ schlechter

Aufgabe 1

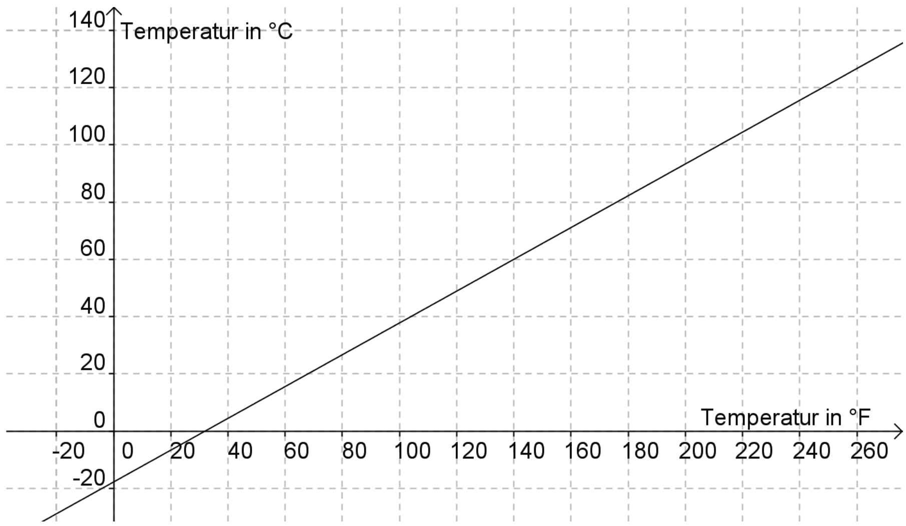
Temperaturumrechnung

Zur Temperaturmessung werden verschiedene Temperaturskalen verwendet. Zwei gängige Temperaturskalen sind die Celsius-Skala und die Fahrenheit-Skala.

a) Eine Rechenvorschrift für die Umrechnung der Temperatur in °C (Celsius) in eine Temperaturangabe in °F (Fahrenheit) lässt sich so formulieren:
„Erhöhen Sie die Temperaturangabe um 40, multiplizieren Sie das erhaltene Ergebnis mit 1,8 und vermindern Sie das Ergebnis um 40."

– Stellen Sie eine Formel auf, die dieser beschriebenen Umrechnung „Temperatur in °C → Temperatur in °F" entspricht. *[1 Punkt]*

b) Folgender Funktionsgraph zeigt den Zusammenhang zwischen der Temperatur in °F und der Temperatur in °C:



Eine Formel für diese Temperaturumrechnung lautet $C = \frac{F - 32}{1{,}8}$.

C ... Temperatur in °C
F ... Temperatur in °F

– Begründen Sie, warum die obige Abbildung eine grafische Darstellung der angegebenen Formel ist. *[1 Punkt]*

c) Für Ihre weiteren Berechnungen verwenden Sie die Formel $F = \frac{9}{5} \cdot C + 32$.

C ... Temperatur in °C
F ... Temperatur in °F

– Berechnen Sie denjenigen Zahlenwert, für den die Temperaturangabe in °C (C) und die Temperaturangabe in °F (F) den gleichen Wert haben. *[2 Punkte]*

Lösungen bitte hier:

Aufgabe 2

Koffein

Die Abbaurate von Koffein kann von Person zu Person stark variieren.

a) Für Lena liegt die Halbwertszeit bei 1,5 Stunden.

– Modellieren Sie den Abbau von 80 mg Koffein in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden) mithilfe einer Exponentialfunktion. *[2 Punkte]*

b) Klara hat eine große Prüfung vor sich und muss dafür lernen. Um beim Lernen „fit" zu sein, trinkt sie um 16 Uhr einen Energydrink, der 80 mg Koffein enthält. Um 17:30 Uhr isst sie eine Tafel Bitterschokolade, die 90 mg Koffein enthält.

Der Abbau von Koffein wird mit folgender Funktionsgleichung beschrieben:

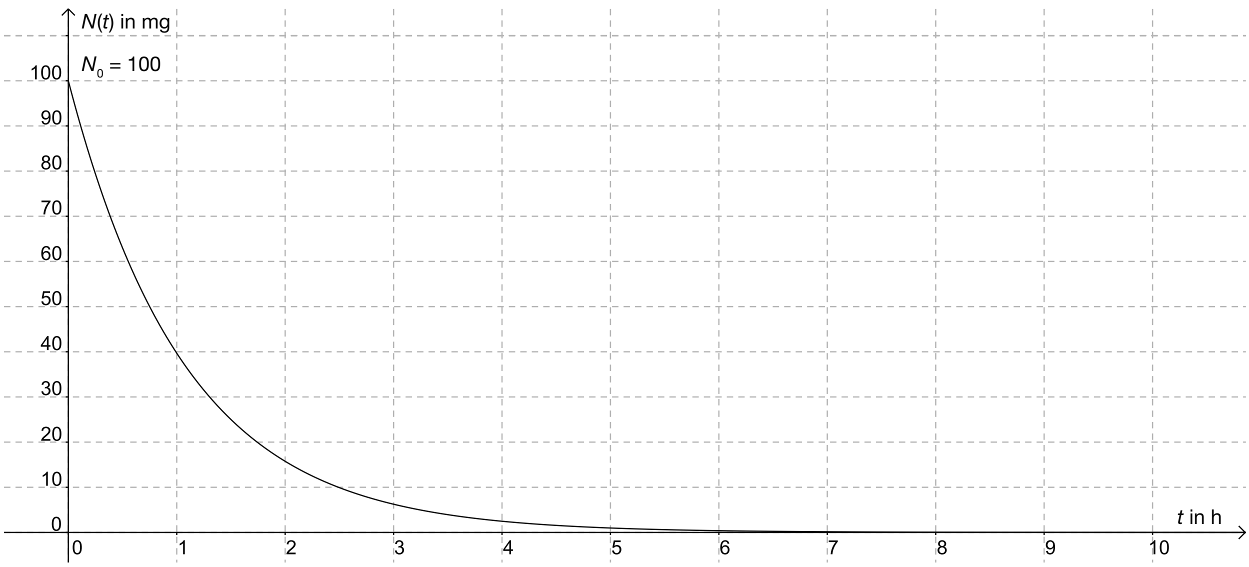
$$N(t) = N_0 \cdot 0{,}39685^t$$

$N(t)$ ... Koffeinmenge in mg zum Zeitpunkt t
N_0 ... Koffeinmenge in mg zum Zeitpunkt $t = 0$
t ... Zeit in Stunden

– Berechnen Sie, wie viel Koffein Klara um 20 Uhr in ihrem Körper hat. *[2 Punkte]*

c) Die untenstehende Grafik zeigt den exponentiellen Abbau von Koffein im Körper einer Person.

– Skizzieren Sie in die Grafik den Verlauf der Exponentialfunktion für Sabine, die 100 mg Koffein zu sich nimmt und mit einer Halbwertszeit von 6 Stunden abbaut. *[1 Punkt]*



d) Der Abbau von Koffein in Klaras Körper wird durch folgende Funktionsgleichung beschrieben:

$$N(t) = N_0 \cdot 0{,}39685^t$$

$N(t)$ ... Koffeinmenge in mg zum Zeitpunkt t
N_0 ... Koffeinmenge in mg zum Zeitpunkt $t = 0$
t ... Zeit in Stunden

Eine Menge von 500 mg Koffein kann z. B. Schlafstörungen, Unruhe und Nervosität hervorrufen.

– Berechnen Sie, wie viele ganze Dosen Energydrink (zu 200 ml mit 80 mg Koffein) Klara eine halbe Stunde vor dem Zubettgehen trinken müsste, sodass sie Schlafstörungen wegen des Koffeins hat. *[2 Punkte]*

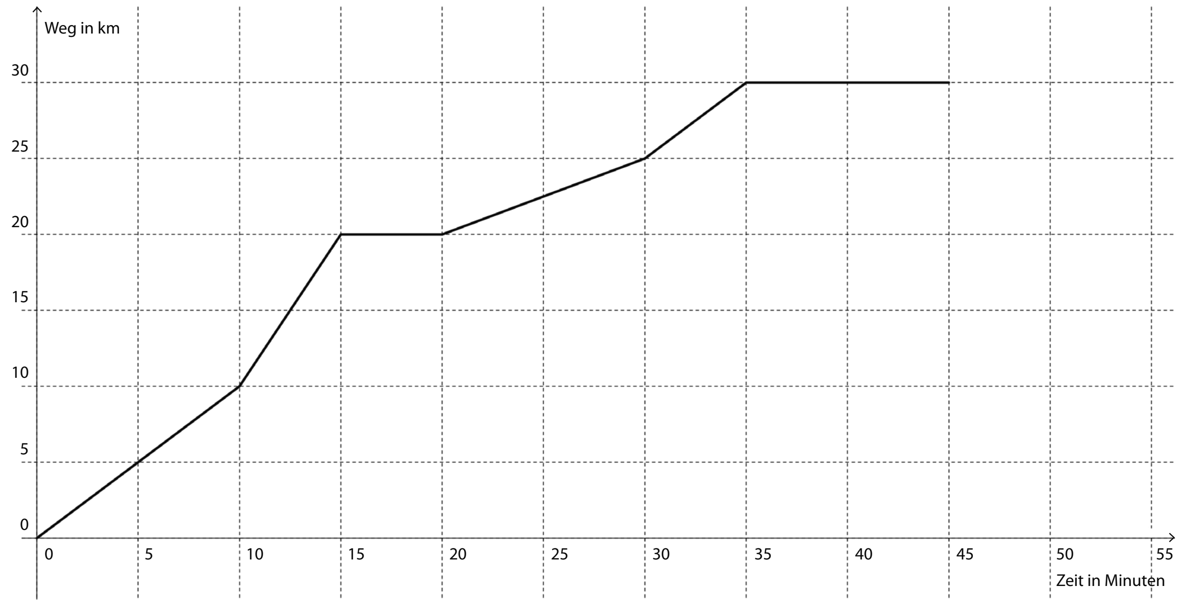
Lösungen bitte hier:

Aufgabe 3

Autofahrt

Frau Maier ist beruflich sehr viel mit dem Auto unterwegs und benutzt ihren Bordcomputer, um zurückgelegte Strecken, die mittlere Geschwindigkeit und den mittleren Kraftstoffverbrauch zu ermitteln.

a) Im Folgenden sehen Sie ein Weg-Zeit-Diagramm, das näherungsweise Frau Maiers Fahrverhalten an einem ihrer Arbeitstage beschreibt:



– Bestimmen Sie, in welchem Zeitintervall Frau Maier mit einer konstanten Geschwindigkeit von 30 km/h unterwegs ist. *[1 Punkt]*

b) Frau Maiers Bordcomputer kann die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge anzeigen. Intern berechnet der Computer für eine der Fahrten von Frau Maier die verbrauchte Benzinmenge in Abhängigkeit vom bisher zurückgelegten Weg mithilfe folgender Funktionsgleichung:

$$f(x) = 0{,}0000006x^3 + 0{,}0002x^2 + 0{,}08x$$

x ... Anzahl der seit Fahrtbeginn zurückgelegten Kilometer
$f(x)$ ... die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge in Litern

– Geben Sie eine Formel an, mit der man den durchschnittlichen Benzinverbrauch pro km für ein beliebiges Wegintervall berechnen kann. *[1 Punkt]*
– Berechnen Sie den durchschnittlichen Benzinverbrauch pro km im Wegintervall [50 km; 100 km]. *[1 Punkt]*

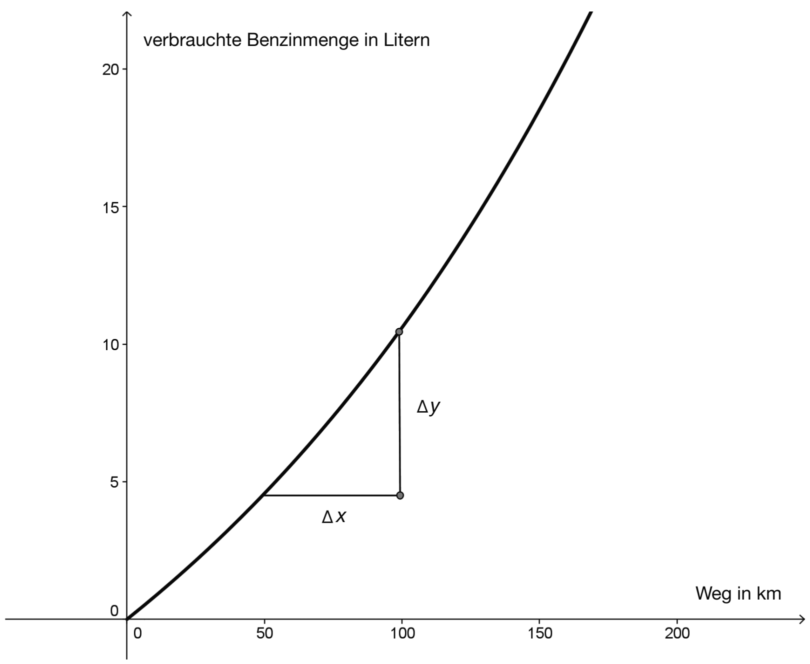
c) Die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge wird durch folgende Funktionsgleichung beschrieben:

$$f(x) = 0{,}0000006x^3 + 0{,}0002x^2 + 0{,}08x$$

x ... Strecke in km, die seit Fahrtbeginn zurückgelegt wurde
$f(x)$ ... die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge in Litern

– Geben Sie an, mit welcher Rechenoperation man den momentanen Benzinverbrauch bei x Kilometern berechnen kann. *[1 Punkt]*
– Berechnen Sie den momentanen Benzinverbrauch bei 50 Kilometern in Litern pro Kilometer (L/km). *[1 Punkt]*

d) – Erklären Sie anhand der untenstehenden Grafik, welche Größe man mithilfe des Steigungsdreiecks berechnet. *[1 Punkt]*
– Erläutern Sie, welche Größe man erhält, wenn Δx gegen null geht. *[1 Punkt]*



Lösungen bitte hier:

Aufgabe 4

Der Baikalsee

Der Baikalsee stellte bis 1996 (Ernennung zum Weltnaturerbe) mit 20 % der gesamten Süßwasservorräte der Erde unser größtes Süßwasserreservoir dar. Die Fläche des Sees betrug zu dieser Zeit ca. das 44-Fache der Fläche des Bodensees.
Durch Kraftwerke und die Entnahme von Wasser aus manchen Zuflüssen verringerte sich seither der Inhalt des Baikalsees um ca. 25 %, der nunmehrige Inhalt V beträgt ca. 18 400 km³.

a) – Geben Sie die gesamten Süßwasservorräte V_g der Erde im Jahr 1996 an. *[1 Punkt]*
– Schreiben Sie das Ergebnis in km³ in der Gleitkommadarstellung der Form $a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $k \in \mathbb{Z}$ an. *[1 Punkt]*

b) – Schreiben Sie eine Formel an, mit der man die Fläche F_{Bodensee} im Jahr 1996 mithilfe der damaligen Fläche $F_{\text{Baikalsee}}$ berechnen kann. *[1 Punkt]*

c) Sie lesen in einer Zeitung die folgende Aussage:
Mit dem Süßwasser des Baikalsees (V = 18 400 km³) können 7 Milliarden Menschen 50 Jahre lang mit Wasser versorgt werden. Man geht davon aus, dass jeder Mensch täglich 150 Liter (L) Wasser benötigt.

– Beurteilen Sie den Wahrheitsgehalt dieser Aussage unter Zuhilfenahme einer Rechnung. *[2 Punkte]*

d) Modelliert man die Erde als Kugel mit dem Radius R, so hat sie folgendes Volumen:

$$V_E = \frac{4 \cdot R^3 \cdot \pi}{3}$$

Verteilt man das gesamte Wasservolumen V des Baikalsees gleichmäßig über diese Kugel, so vergrößert sich der Radius der Kugel um h.

– Geben Sie eine Formel zur Berechnung von h in Abhängigkeit von R, V und V_E an. *[2 Punkte]*

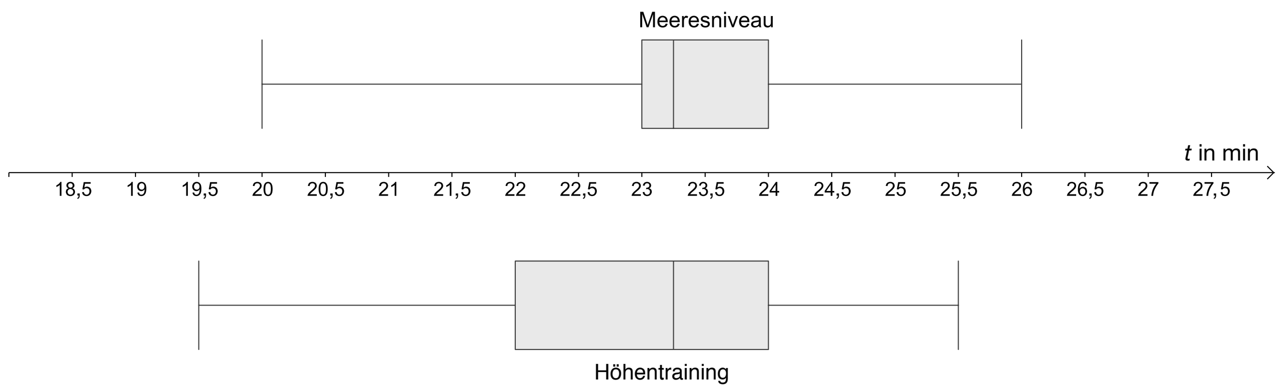
Lösungen bitte hier:

Aufgabe 5

Höhentraining

Eine Nachwuchsfußballmannschaft führte ein Experiment durch, bei dem die eine Hälfte der Mannschaft ein Trainingslager auf Meeresniveau und die andere Hälfte der Mannschaft ein Höhentrainingslager absolvierte.

a) Nach der Rückkehr vom Trainingslager mussten beide Gruppen mehrere Tests absolvieren. Bei einem Querfeldeinlauf wurden die Zeiten verglichen und statistisch ausgewertet:



– Vergleichen Sie die beiden Boxplots in Bezug auf die Zeit des schnellsten Läufers und die Spannweite. *[1 Punkt]*

Leo behauptet: „Etwa 50 % der Teilnehmer des Trainings auf Meeresniveau hatten eine kürzere Laufzeit als 23 Minuten."

– Überprüfen Sie anhand des passenden Boxplots, ob diese Aussage richtig ist. *[1 Punkt]*

b) Der Median und der arithmetische Mittelwert sind statistische Kenngrößen.

– Erklären Sie allgemein den Unterschied zwischen dem Median und dem arithmetischen Mittelwert. (Gehen Sie dabei auf die Art der Berechnung und auf den Einfluss von Ausreißerwerten ein.) *[2 Punkte]*

c) Bei einem 100-m-Lauf waren die Ergebnisse annähernd normalverteilt. Der Durchschnitt lag bei 11,9 Sekunden mit einer Standardabweichung von 0,3 Sekunden.

– Ermitteln Sie diejenige Zeit, die man höchstens laufen durfte, um zu den besten 10 % der Gruppe zu gehören. *[1 Punkt]*

d) Um die Treffsicherheit unter Belastung zu testen, musste ein Ball nach Überwindung einiger Hindernisse in einer Torwand versenkt werden. Einer der besten Spieler der Mannschaft erzielte bei diesem Test eine Treffsicherheit von 70 %.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Spieler bei 10 Versuchen mindestens 8-mal den Ball in der Torwand versenken kann. *[1 Punkt]*
- Geben Sie die für diese Problemstellung passende Wahrscheinlichkeitsverteilung an. *[1 Punkt]*

Lösungen bitte hier: