Name:	
Klasse/Jahrgang:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

Angewandte Mathematik

9. Mai 2014

Teil A + Teil B (Cluster 8)

BMBF Bundesministerium für Bildung und Frauen

Bundesinstitut bifie

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Das vorliegende Aufgabenheft (Teil A und Teil B) enthält acht Aufgaben mit je drei oder vier Teilaufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen insgesamt 270 Minuten an reiner Arbeitszeit für Teil A und Teil B zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich das Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Antwortblätter. Schreiben Sie auf der ersten Seite des Aufgabenheftes Ihren Namen in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes Antwortblatt Ihren Namen und Ihren Schülercode. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch.

Als Hilfsmittel dürfen Sie eine für Ihre Schulform approbierte Formelsammlung sowie die im Unterricht genutzte Technologie (ohne Internet-Anbindung) verwenden.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Antwortblätter.

Mit der Beantwortung der Aufgaben im vorliegenden Aufgabenheft können höchstens 47 Punkte erreicht werden.

Es gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

42–47 Punkte	Sehr gut
34–41 Punkte	Gut
26–33 Punkte	Befriedigend
17–25 Punkte	Genügend
weniger als 17 Punkte	Nicht genügend

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Die Übungsfirma einer Tourismusschule möchte selbstgemischtes Studentenfutter an Schüler/innen derselben Schule verkaufen.

a) Die Mitarbeiter/innen der Übungsfirma stellen eine Studentenfutter-Mischung aus Rosinen, Mandeln und Walnüssen her. Insgesamt werden 80 kg dieser Mischung hergestellt. Der Einkaufspreis für 1 kg Rosinen beträgt € 6, für 1 kg Mandeln € 12 und für 1 kg Walnüsse € 14. Das Mischungsverhältnis soll so sein, dass der Massenanteil von Rosinen und Mandeln gleich ist.

– Berechnen Sie, wie viele Kilogramm Rosinen, Mandeln und Walnüsse gekauft werden müssen, wenn 1 Kilogramm der Mischung in der Herstellung € 10 kosten soll. *[2 Punkte]*

b) Die Übungsfirma führt eine Umfrage in der Schule durch, um festzustellen, welchen Preis die Schüler/innen für eine Packung der Studentenfutter-Mischung zu bezahlen bereit sind. Das Ergebnis der Umfrage ist in der nachstehenden Tabelle dargestellt.

Preis	Anzahl der Schüler/innen
€ 1,20	356
€ 1,50	123
€ 2	41

– Erklären Sie in Worten, wie Sie aus dieser Tabelle das arithmetische Mittel der Preise, die die Schüler/innen zu bezahlen bereit sind, bestimmen können. *[1 Punkt]*

c) Die Füllmenge in den Packungen kann näherungsweise als normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 100$ g und der Standardabweichung $\sigma = 5$ g angenommen werden.

– Skizzieren Sie den Graphen der Wahrscheinlichkeitsdichte. Achten Sie dabei auf ein korrektes Einzeichnen des Erwartungswertes μ. *[1 Punkt]*
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge einer Packung weniger als 96 g beträgt. *[1 Punkt]*

Aufgabe 2

Ein Hotel muss zusätzlich zur „normalen" Treppe eine Rampe für Rollstühle einbauen.

a) Die Rampe soll nicht steiler als 6,5 % sein.

   – Ermitteln Sie den maximal erlaubten Steigungswinkel. *[1 Punkt]*
   – Berechnen Sie, welche Strecke man mit einem Rollstuhl mindestens zurücklegen muss, wenn ein Höhenunterschied von 45 cm überwunden werden muss. *[1 Punkt]*

b) – Erklären Sie, warum sich der Steigungswinkel einer Rampe nicht verändert, wenn sowohl der horizontale als auch der vertikale Abstand verdoppelt werden. *[1 Punkt]*

c) Beobachtungen zufolge sind 2 % aller Gäste mit einem Rollstuhl unterwegs.

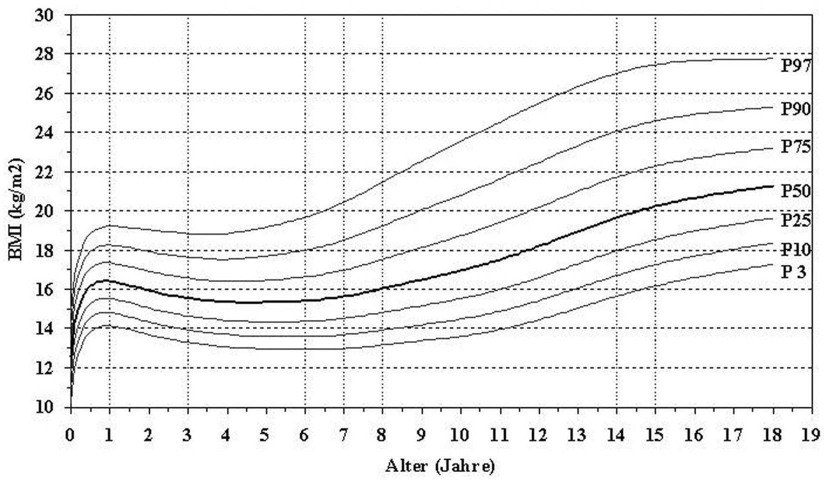
   – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich mehr als 2 Rollstuhlfahrer/innen unter 50 Gästen befinden. *[2 Punkte]*

Aufgabe 3

Der Body-Mass-Index (BMI) ist eine Maßzahl für die Bewertung der Masse eines Menschen in Relation zu seiner Körpergröße.
Die Formel für die Berechnung des BMI lautet: $BMI = \frac{m}{l^2}$

m ... Masse in Kilogramm (kg)
l ... Körpergröße in Metern (m)

a) Zur Klassifikation der Masse eines Kindes wird von österreichischen Kinderärzten oft folgendes Diagramm verwendet:



Perzentile für den Body-Mass-Index von Mädchen im Alter von 0 bis 18 Jahren

Quelle: http://www.familienhandbuch.de/ernaehrung/von-kindern-und-jugendlichen/mein-kind-ist-zu-dick

Bezeichnungen:

P50 ... Median
P25 ... unteres Quartil
P75 ... oberes Quartil

Die restlichen Bezeichnungen (P3, P10, P90, P97) können Sie unberücksichtigt lassen.

– Lesen Sie aus der obenstehenden Grafik ab, wie viel Prozent der 15-jährigen Mädchen einen höheren BMI als 18,5 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ haben. *[1 Punkt]*

Ein Mädchen ist 3 Jahre alt, 16 kg schwer und 97 cm groß.

– Überprüfen Sie, ob der BMI des Mädchens im oberen Viertel seiner Altersgruppe liegt. *[1 Punkt]*

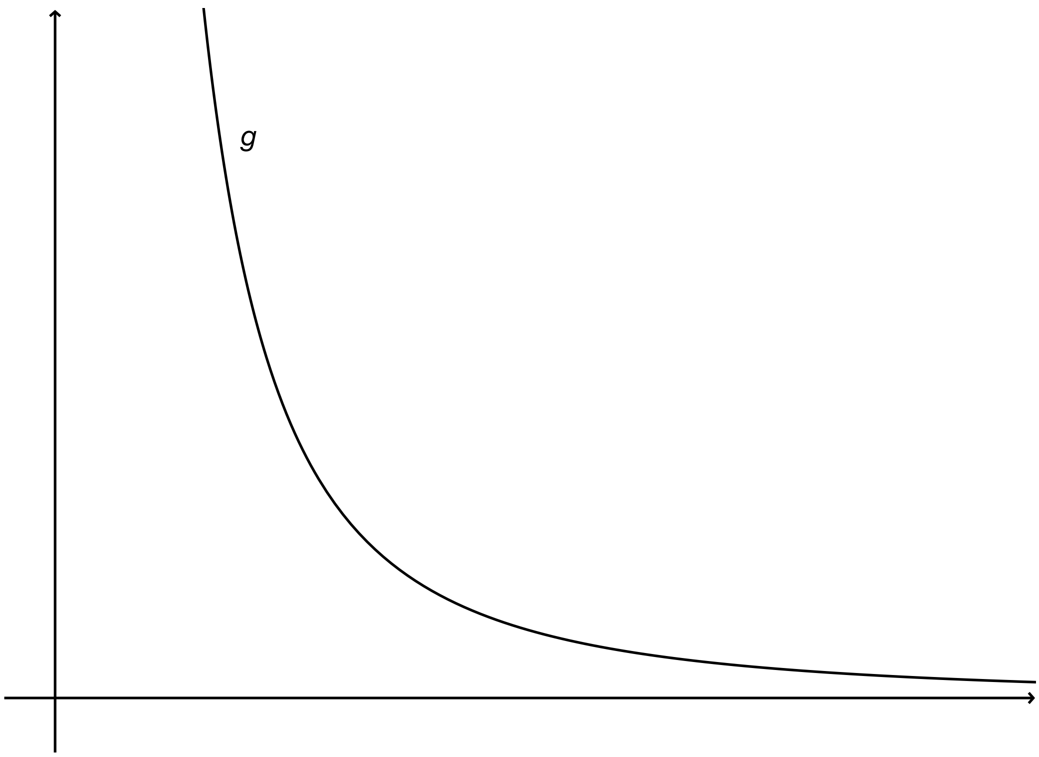
b) Georg ist um 10 % größer als Fritz, sie wiegen aber gleich viel.

– Stellen Sie eine Formel für den BMI von Georg auf, wenn die Masse und die Körpergröße von Fritz bekannt sind. *[1 Punkt]*
– Berechnen Sie, um wie viel Prozent Georgs BMI kleiner ist als jener von Fritz. *[1 Punkt]*

c) Die Abhängigkeit des BMI von der Körpergröße l wird durch die Funktion g beschrieben:

$$g(l) = \frac{m}{l^2}$$

– Beschriften Sie in der unten dargestellten Abbildung des Funktionsgraphen von g die Koordinatenachsen. *[1 Punkt]*
– Erklären Sie, warum der unten dargestellte Funktionsgraph den oben genannten Zusammenhang richtig beschreibt. *[1 Punkt]*



Aufgabe 4

In den USA gibt es eine Grillenart, die ihre Zirp-Rate abhängig von der Temperatur verändert: Je wärmer es ist, desto öfter zirpt die Grille. Daher wird sie als *Thermometergrille* bezeichnet.

a) Bei 75 °F zirpt eine Thermometergrille 140-mal pro Minute und bei 65 °F 100-mal pro Minute.

– Stellen Sie die Gleichung derjenigen linearen Funktion auf, die die Temperatur in °F in Abhängigkeit von der Anzahl der Zirpgeräusche pro Minute beschreibt. *[1 Punkt]*

b) Der Zusammenhang zwischen der Anzahl der Zirpgeräusche pro Minute und der Temperatur wird durch die Modellfunktion T beschrieben:

$$T(N) = 60 + \frac{N - 92}{4{,}7}$$

N ... Anzahl der Zirpgeräusche pro Minute
$T(N)$ ... Temperatur in °F bei N Zirpgeräuschen pro Minute

– Bestimmen Sie, wie oft die Thermometergrille durchschnittlich in 15 Sekunden bei einer Temperatur von 70 °F zirpt. *[2 Punkte]*

c) Der Zusammenhang zwischen der Anzahl der Zirpgeräusche pro Minute und der Temperatur wird durch die Modellfunktion T beschrieben:

$$T(N) = 60 + \frac{N - 92}{4{,}7}$$

N ... Anzahl der Zirpgeräusche pro Minute
$T(N)$ ... Temperatur in °F bei N Zirpgeräuschen pro Minute

– Bestimmen Sie den Wert der Steigung. *[1 Punkt]*
– Beschreiben Sie, welche Bedeutung der Wert der Steigung in diesem Sachzusammenhang hat. *[1 Punkt]*

Aufgabe 5

Bei einem Zwischenfall in einem Kernkraftwerk wurden in der näheren Umgebung Messungen der Dosisleistung durchgeführt. (Die Dosisleistung ist ein Maß für die Wirkung von Strahlung auf lebendes Gewebe pro Zeiteinheit.)

a) An einem bestimmten Tag wurden folgende Messwerte aufgezeichnet:

Uhrzeit in Stunden (h)	Dosisleistung in Millisievert pro Stunde (mSv/h)
0	0,0092
12	350
24	1050

Der zeitliche Verlauf der Dosisleistung wird durch die Funktion f beschrieben:

$f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$

t ... Uhrzeit in Stunden (h)
$f(t)$ ... Dosisleistung zum Zeitpunkt t in Millisievert pro Stunde (mSv/h)

– Stellen Sie dasjenige Gleichungssystem auf, mit dem Sie die Koeffizienten a, b und c berechnen können. *[1 Punkt]*

b) An einer anderen Messstelle wurden ebenfalls Daten für die Dosisleistung in mSv/h erhoben. Dieser zeitliche Verlauf der Dosisleistung kann durch die Funktion g beschrieben werden:

$g(t) = 1{,}36 \cdot t^2 + 20{,}7 \cdot t + 0{,}003$

t ... Zeit in Stunden (h)
$g(t)$ ... Dosisleistung zum Zeitpunkt t in Millisievert pro Stunde (mSv/h)

Die Gesamtdosis in einem Zeitintervall in Millisievert wird mithilfe des Integrals der Dosisleistung in diesem Zeitintervall berechnet.

– Berechnen Sie die Gesamtdosis an diesem Tag, beginnend bei $t = 0$ h. *[1 Punkt]*
– Bestimmen Sie das ganzzahlig gerundete Ergebnis in Sievert (Sv). *[1 Punkt]*

c) In einer Zeitungsmeldung wird behauptet: „Nach dem Unfall im japanischen Kraftwerk Fukushima war die Dosisleistung in Fukushima 10000-mal höher als in Österreich."

Es liegen folgende Vergleichsdaten vor:
• Österreich/Sonnblick: 150 Nanosievert pro Stunde (nSv/h)
• nach dem Zwischenfall im Kernkraftwerk Fukushima: 1500 Millisievert pro Stunde (mSv/h)

– Überprüfen Sie anhand der Vergleichsdaten die Zeitungsmeldung auf ihre Richtigkeit. *[1 Punkt]*

Aufgabe 6 (Teil B)

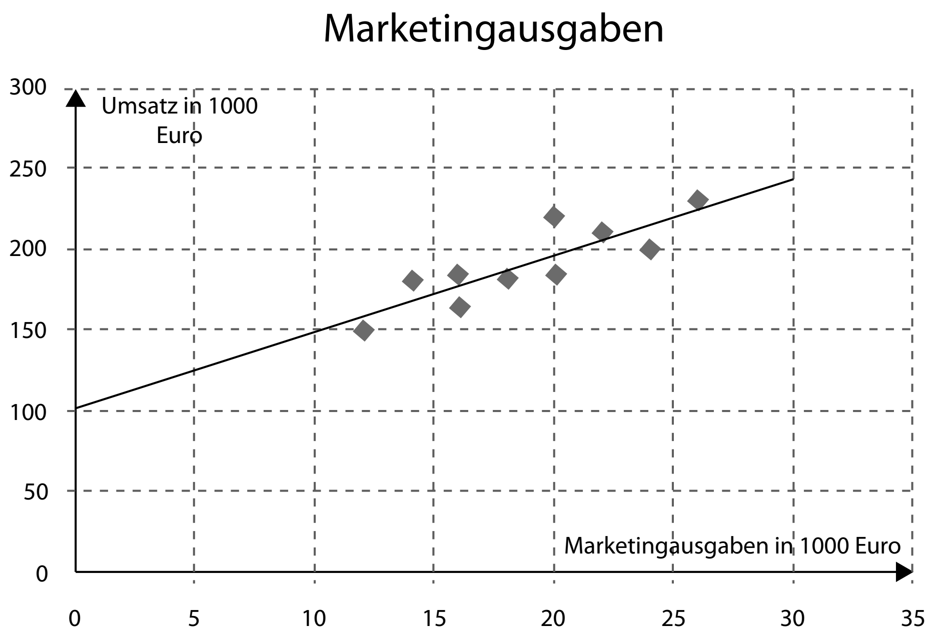
Die Marketingabteilung einer Handelskette möchte wissen, ob ihre Werbemaßnahmen wirken. Die Buchhaltung liefert Informationen über die monatlichen Umsätze. Die Umsätze von 10 aufeinanderfolgenden Monaten mit den entsprechenden Marketingausgaben liefern folgende Daten (Beträge in 1.000 Euro):

Monat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Marketingausgaben	24	16	20	26	14	16	20	12	18	22
Umsatz	200	184	220	230	180	164	185	150	182	210

a) – Ermitteln Sie den Korrelationskoeffizienten zwischen Marketingausgaben und Umsatz. *[1 Punkt]*
   – Interpretieren Sie diesen Korrelationskoeffizienten. *[1 Punkt]*

b) – Ermitteln Sie die Gleichung derjenigen Regressionsgeraden, die den Umsatz in Abhängigkeit von den Marketingausgaben beschreibt. *[1 Punkt]*
   – Interpretieren Sie den Wert der Steigung der Regressionsgeraden im Hinblick auf den Umsatz und die Marketingausgaben. *[1 Punkt]*

c) In der nachstehenden Grafik sind die Datenpunkte und die dazugehörige Regressionsgerade dargestellt.



   – Lesen Sie aus der Grafik denjenigen Umsatz ab, den die Handelskette bei Marketingausgaben von € 10.000 erwarten kann. *[1 Punkt]*

Aufgabe 7 (Teil B)

a) In der Marketingabteilung eines Zahnpastaproduzenten stellt man fest, dass sich bei einem Preis von € 2,00 pro Tube täglich 500 Stück absetzen lassen. Nach einer Preissenkung auf € 1,80 lassen sich täglich 600 Stück absetzen.

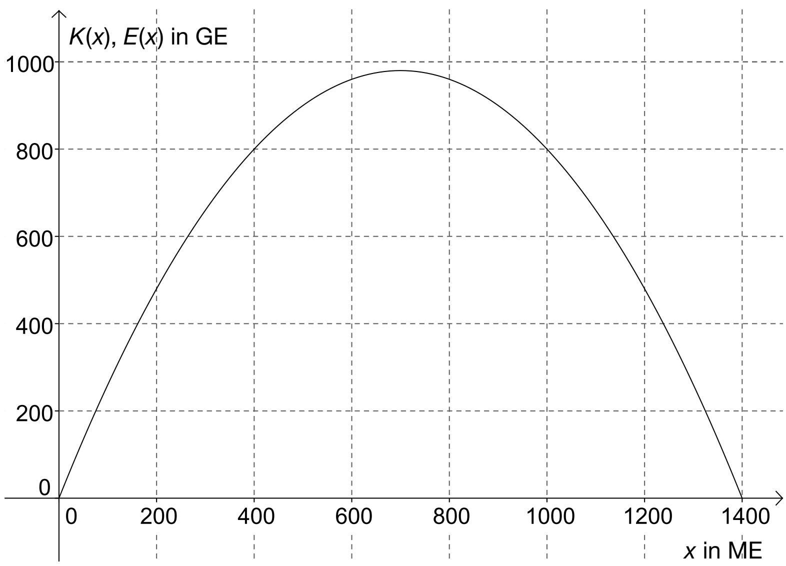
– Beschreiben Sie, wie sich durch diese Preissenkung der Erlös ändert. *[1 Punkt]*
– Berechnen Sie die Bogenelastizität bei der Preissenkung von € 2,00 auf € 1,80. *[1 Punkt]*

b) Bei einem Preis von € 2,00 pro Tube lassen sich täglich 500 Stück in einer bestimmten Region absetzen, bei einem Preis von € 1,80 lassen sich täglich 600 Stück absetzen. Der Höchstpreis liegt bei € 3,15.

Es soll der Zusammenhang zwischen dem Preis p in Euro und der nachgefragten Menge x in Stück durch eine quadratische Funktion $p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ dargestellt werden.

– Stellen Sie die Gleichung der Preisfunktion der Nachfrage auf. *[2 Punkte]*
– Berechnen Sie die Sättigungsmenge. *[1 Punkt]*
– Erklären Sie, warum die Funktion nur im Intervall zwischen null und der Sättigungsmenge ein sinnvolles Modell für diesen Zusammenhang liefert. *[1 Punkt]*

c) In der nachstehenden Grafik ist die Erlösfunktion E eines Zahnpastaproduzenten dargestellt. Für die zugehörige lineare Kostenfunktion K gelten Fixkosten in Höhe von 400 GE und variable Kosten in Höhe von 0,5 GE/ME.



– Zeichnen Sie den Graphen der Kostenfunktion K in die vorgegebene Grafik ein. *[1 Punkt]*
– Lesen Sie aus der Grafik ab, bei welcher Menge der Gewinn maximal ist. *[1 Punkt]*

d) Aufgrund einer Lohnerhöhung steigen die Fixkosten.

– Begründen Sie, warum sich die gewinnmaximale Menge dadurch nicht verändert. *[1 Punkt]*

Aufgabe 8 (Teil B)

Ein Unternehmen will einen Lieferwagen anschaffen.

a) Für das Lieferwagen-Modell *A* betragen die Anschaffungskosten € 34.000, die Nutzungsdauer wird mit 4 Jahren veranschlagt. An Einnahmen erwartet das Unternehmen € 12.000 im ersten Jahr, dann jährlich € 2.000 mehr gegenüber dem Vorjahr. Der Liquidationserlös wird mit 20 % der Anschaffungskosten angenommen. Bei den Ausgaben kalkuliert das Unternehmen mit € 0,10 Treibstoffkosten pro km, wobei der Lieferwagen jährlich 40 000 km im Einsatz sein soll. Die jährlichen Fixkosten für Versicherung, Service und Steuern werden mit € 2.000 angesetzt.

– Übertragen Sie für den Zeitraum der Nutzungsdauer die Einnahmen und die Ausgaben in die nachstehende Tabelle. *[2 Punkte]*

Jahr	Einnahmen	Ausgaben
0		
1		
2		
3		
4		

b) Für das etwas teurere Lieferwagen-Modell *B* mit dem Anschaffungspreis € 42.000 ermittelt das Unternehmen folgende Rückflüsse (Einnahmen minus Ausgaben):

Jahr	Rückflüsse
1	€ 8.000
2	€ 10.000
3	€ 12.000
4	€ 22.000

Das Unternehmen kalkuliert mit einem Zinssatz von 6 % p. a.

– Berechnen Sie den Kapitalwert für das Modell *B*. *[1 Punkt]*
– Begründen Sie mithilfe des Kapitalwerts, warum diese Investition vorteilhaft ist. *[1 Punkt]*

c) In einer Wirtschaftszeitschrift stoßen Sie auf folgende Aussage: „Niedrige Zinssätze führen zu hohen Kapitalwerten."

– Erklären Sie, warum diese Aussage richtig ist. *[1 Punkt]*

d) Für das Lieferwagen-Modell *C* mit einem Anschaffungspreis von € 45.000 ermittelt das Unternehmen folgende Rückflüsse (Einnahmen minus Ausgaben):

Jahr	Rückflüsse
1	€ 9.000
2	€ 11.000
3	€ 13.000
4	€ 15.000

Die Rückflüsse können zum Zinssatz 4,5 % p. a. wiederveranlagt werden.

– Berechnen Sie den Endwert der wiederveranlagten Rückflüsse. *[1 Punkt]*
– Berechnen Sie den modifizierten internen Zinssatz. *[1 Punkt]*
– Interpretieren Sie den modifizierten internen Zinssatz im Hinblick auf die Vorteilhaftigkeit der Investition. *[1 Punkt]*