

# Kostenanalyse

Aufgabennummer: B-C6\_24

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Betrieb stellt im Wesentlichen 2 verschiedene Produkte her. Um gewinnbringend zu produzieren, wurden jeweils die bei der Produktion anfallenden Kosten in Abhängigkeit von der produzierten Menge untersucht. Dabei werden folgende Bezeichnungen verwendet:

$x$  ... erzeugte Menge in Mengeneinheiten (ME)

$K(x)$  ... Gesamtkosten bei  $x$  erzeugten ME in Geldeinheiten (GE)

- a) In der nachstehenden Tabelle sind die Gesamtkosten des 1. Produkts bei unterschiedlichen Produktionsmengen aufgelistet.

$x$	0	10	20	30	40	50	60
$K(x)$	49	58	74	100	132	173	222

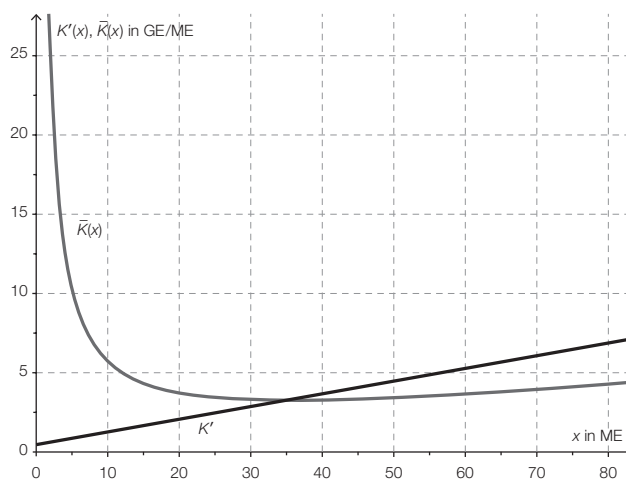
– Stellen Sie die Wertepaare in einem Koordinatensystem dar.

Die Abhängigkeit der Kosten von der Produktionsmenge soll durch eine Polynomfunktion beschrieben werden.

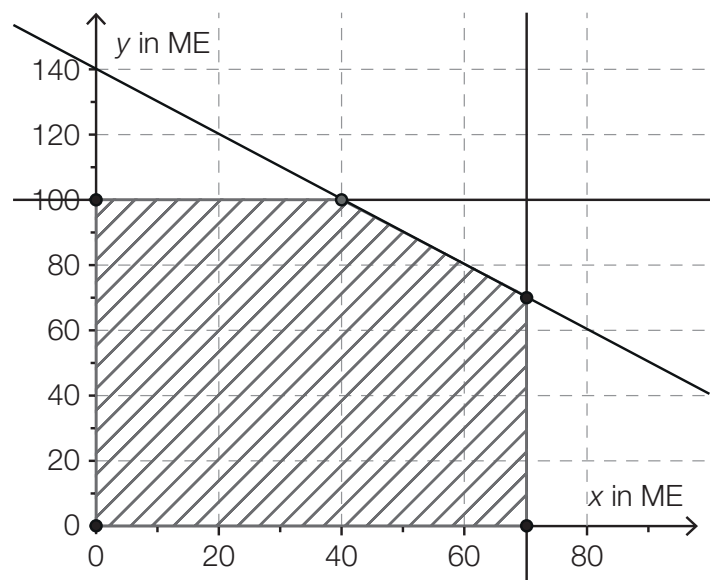
– Ermitteln Sie die Gleichung der quadratischen Kostenfunktion mittels Regression.

- b) Die nebenstehende Grafik stellt die Stückkosten  $\bar{K}$  und die Grenzkosten  $K'$  im Herstellungsprozess des 2. Produkts in Abhängigkeit von der Produktionsmenge dar.

- Interpretieren Sie die Bedeutung der  $x$ -Koordinate des Schnittpunkts dieser Funktionsgraphen im Sachzusammenhang.
- Lesen Sie die langfristige Preisuntergrenze aus der Grafik ab.
- Dokumentieren Sie in Worten, wie man das Betriebsoptimum und die langfristige Preisuntergrenze mithilfe der Differenzialrechnung berechnen kann.



- c) Der Betrieb kann täglich die in der nachstehenden Grafik im schraffierten Lösungsbereich angezeigten Mengen  $x$  des 1. Produkts und  $y$  des 2. Produkts herstellen. Die Mengen sind in Mengeneinheiten (ME) angegeben.
- Die Herstellungskosten für 1 ME des 1. Produkts betragen 21 GE/ME, jene für das 2. Produkt 15 GE/ME.
- Die Verkaufspreise betragen für 1 ME des 1. Produkts 51 GE/ME und für das 2. Produkt 39 GE/ME.
- Die Produktionsmengen der beiden Produkte sollen so gewählt werden, dass insgesamt ein möglichst hoher Gewinn erwirtschaftet wird.



- Stellen Sie die zugehörige Zielfunktion zur Berechnung des maximalen Gewinns auf.
- Zeichnen Sie die zur Zielfunktion passende Gerade durch den Koordinatenursprung in die obige Grafik ein.
- Ermitteln Sie, wie viel von jedem Produkt gefertigt werden soll, damit der Gewinn maximal ist.

*Hinweis zur Aufgabe:*

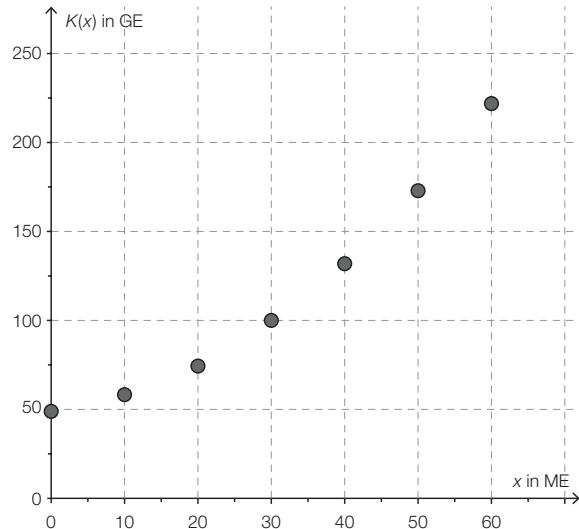
*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

a)  $K(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Mittels Technologieeinsatz kann man die Regressionsfunktion berechnen:

$$K(x) = 0,04x^2 + 0,475x + 49,02$$



- b) Die x-Koordinate des Schnittpunkts der beiden Kurven ist die Minimumstelle der Stückkostenfunktion, also das Betriebsoptimum.  
 Die langfristige Preisuntergrenze liegt bei etwa 3,5 GE/ME (Toleranzintervall: [3; 4]).  
 Mithilfe der Differenzialrechnung löst man die Gleichung  $\bar{K}'(x) = 0$ .  
 Die Lösung der Gleichung liefert das Betriebsoptimum  $x_0$  und das Einsetzen von  $x_0$  in  $\bar{K}(x)$  die Höhe der langfristigen Preisuntergrenze.

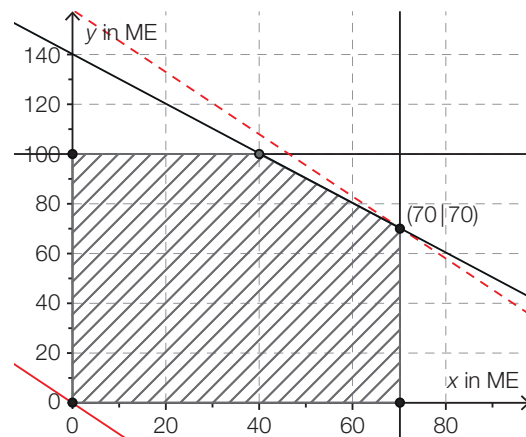
- c) x ... Menge von Produkt 1 in ME  
 y ... Menge von Produkt 2 in ME

$$z(x, y) = 30 \cdot x + 24 \cdot y$$

Gerade durch den Koordinatenursprung:

$$y = -\frac{30x}{24}$$

Es sollen täglich 70 ME des 1. Produkts und 70 ME des 2. Produkts gefertigt werden.



## Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) 4 Analysis
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) —
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 3
- c) 3

Thema: Wirtschaft

Quellen: —