

Vermessung

Aufgabennummer: B_008

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

- a) Zwischen zwei Berggipfeln B_1 und B_2 liegt im Tal in derselben Vertikalebene der einsehbare Punkt A.
 B_2 liegt auf einer Meereshöhe von 3 007 m.
 A liegt auf einer Meereshöhe von 800 m.
 Vom Punkt A wird zum Berggipfel B_1 der Höhenwinkel $\beta_1 = 14^\circ 26'$ und zum Berggipfel B_2 der Höhenwinkel $\beta_2 = 17^\circ 23'$ gemessen.
 Vom Berggipfel B_2 wird zum Berggipfel B_1 der Tiefenwinkel $\alpha = 2^\circ 46'$ gemessen.

- Erstellen Sie eine geeignete Skizze.
- Berechnen Sie die Meereshöhe vom Berggipfel B_1 .

- b) Bei der Landvermessung wurde von einer horizontalen Standlinie AB vom Punkt A der Höhenwinkel $\alpha = 35^\circ$ zu einem Punkt C gemessen.
 Die Strecke AC beträgt 61,48 km und die Strecke BC beträgt 40,72 km.
 Der Winkel β des in Abbildung 1 maßstabgetreu dargestellten Dreiecks wurde wie folgt mit einem CAS berechnet:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} \Rightarrow \beta = \arcsin \frac{b \cdot \sin \alpha}{a} = \begin{cases} \beta_1 \approx 60^\circ \\ \beta_2 \approx 120^\circ \end{cases}$$

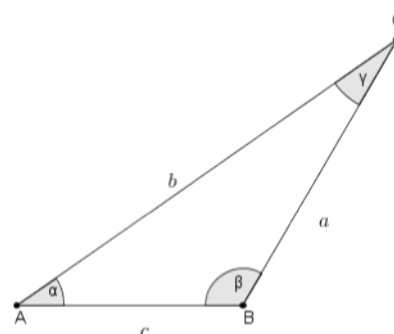
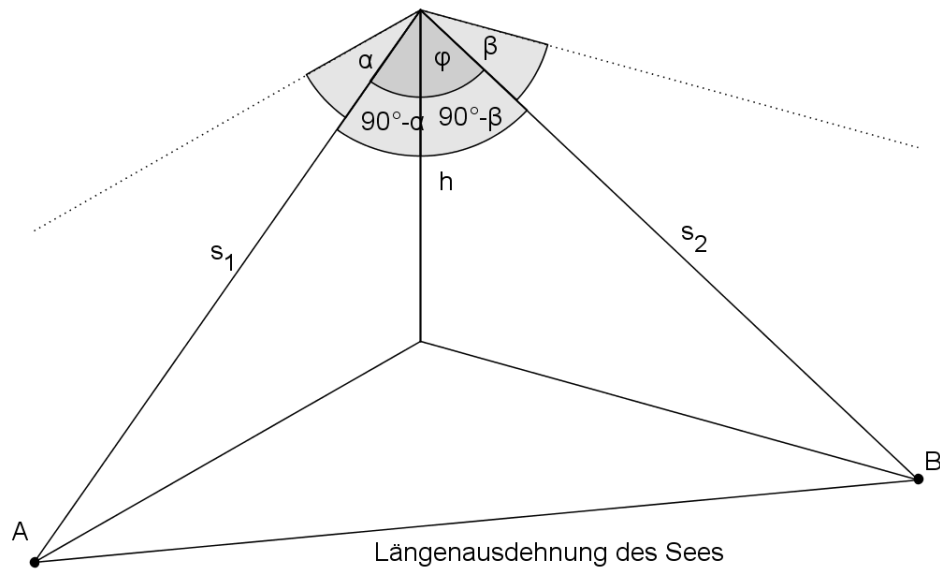


Abbildung 1

- Erklären Sie, warum es im CAS zwei Lösungen für dieses Dreieck gibt.
 - Begründen Sie, warum nur eine der beiden Lösungen der Problemstellung richtig ist.
 - Interpretieren Sie die richtige Lösung für diesen Sachzusammenhang.
- c) Von einer auf der Höhe h befindlichen Berghütte aus sieht man einen See. Dieser erstreckt sich zwischen den zwei Geländepunkten A und B.
 Der mit einem Winkelmesser ausgerüstete Vermesser möchte den Abstand zwischen A und B bestimmen.



h ... vertikale Distanz zur Seeoberfläche in m

A, B ... Geländepunkte an den beiden Enden des Sees

s_1, s_2 ... Länge der Sehstrahlen zu den Punkten A und B in m

α ... Tiefenwinkel zum Geländepunkt A in $^\circ$

β ... Tiefenwinkel zum Geländepunkt B in $^\circ$

φ ... Winkel zwischen den Sehstrahlen in $^\circ$

\overline{AB} ... Längenausdehnung des Sees

- Dokumentieren Sie anhand der oben stehenden Skizze einen Lösungsweg für die Berechnung der Strecke AB .

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $\beta_1 = 14^\circ 26'$
 $\beta_2 = 17^\circ 23'$
 $\alpha = 2^\circ 46'$

$$3\,007\text{ m} - 800\text{ m} = 2\,207\text{ m}$$

$$a = \frac{2\,207}{\sin \beta_2} \Rightarrow a = 7\,387,121\ldots\text{ m}$$

$$\gamma = \beta_2 - \alpha$$

$$\gamma = 14,616^\circ$$

$$\delta = \beta_1 + \alpha$$

$$\delta = 17,2^\circ$$

$$\frac{a}{\sin \delta} = \frac{b}{\sin \gamma}$$

$$b = 6\,304,009\ldots\text{ m}$$

$$x = \sin \beta_1 \cdot b$$

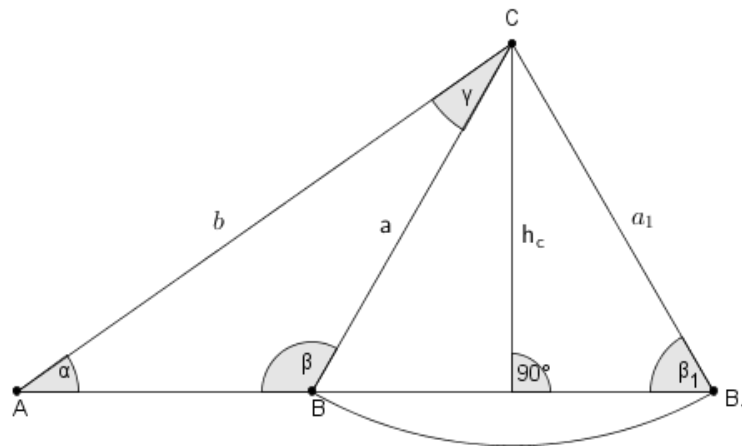
$$x = 1\,571,295\ldots\text{ m}$$

$$1\,571,295\ldots\text{ m} + 800\text{ m} \approx 2\,371,3\text{ m}$$

Die Meereshöhe vom Berggipfel B_1 beträgt 2 371,3 m.

Auch andere zielführende Rechenwege sind als richtig zu werten.

- b) Sind von einem Dreieck zwei Seiten und der der kleineren Seite gegenüberliegende Winkel gegeben, dann besitzt das Dreieck genau zwei Lösungen für $\sin \alpha \cdot b < a$.

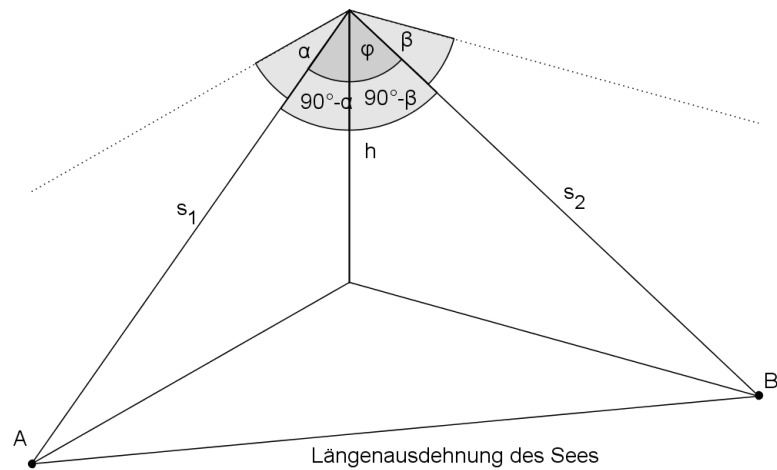


Weitere Winkel können mit $\sin \beta = \sin(180^\circ - \beta)$ berechnet werden.

In diesem Sachzusammenhang muss β ein stumpfer Winkel sein, deshalb ist $\beta_2 \approx 120^\circ$ die richtige Lösung.

Auch andere, gleichwertige Argumentationen sind zulässig.

c)



Es gelten folgende Beziehungen:

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{h}{s_1}$$

$$s_1 = \frac{h}{\cos(90^\circ - \alpha)}$$

$$\cos(90^\circ - \beta) = \frac{h}{s_2}$$

$$s_2 = \frac{h}{\cos(90^\circ - \beta)}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 - 2 \cdot s_1 \cdot s_2 \cdot \cos \varphi}$$

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 2 Algebra und Geometrie

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) A Modellieren und Transferieren, C Interpretieren und Dokumentieren
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 3
- c) 2

Thema: Sonstiges

Quellen: —