Joghurt

Aufgabennummer: A_138

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Ein Kindergarten bestellt für den täglichen Bedarf Joghurt.

a) Für die Herstellung von Joghurt werden Milchsäurebakterien verwendet. Das Wachstum der Milchsäurebakterien kann durch die folgende Funktion N beschrieben werden:

$N(t) = 20 \cdot 1{,}02337^t$

t ... Zeit in Minuten (min)
$N(t)$ ... Bakterienmasse in Mikrogramm (μg) nach t Minuten

– Lesen Sie das prozentuelle Wachstum pro Minute ab.
– Berechnen Sie die Masse der Bakterien nach 1 Stunde in Gramm in der Gleitkommadarstellung.
– Begründen Sie, warum der nachstehend dargestellte Rechenschritt falsch ist.

$$\frac{a}{20} = 1{,}02337^t$$
$$\frac{\log(a)}{\log(20)} = t \cdot \log(1{,}02337)$$

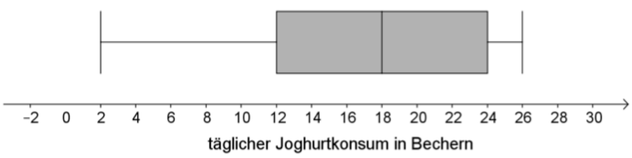
b) Für die Produktion der Joghurtbecher liegen 2 Angebote vor. Die Gesamtkosten K_1 und K_2 werden durch folgende Funktionen beschrieben:

$K_1(x) = 0{,}4 \cdot x + 270$
$K_2(x) = 0{,}001125 \cdot x^2 + 0{,}125 \cdot x + 200$

x ... Anzahl der produzierten Joghurtbecher mit $x \geq 0$
$K_1(x)$ ... Gesamtkosten im 1. Angebot in Euro (€) bei x produzierten Joghurtbechern
$K_2(x)$ ... Gesamtkosten im 2. Angebot in Euro (€) bei x produzierten Joghurtbechern

– Interpretieren Sie den Schnittpunkt beider Funktionsgraphen im Bezug auf die Kosten.
– Ermitteln Sie den Schnittpunkt der beiden Funktionsgraphen.

c) Es wird der tägliche Joghurtkonsum in einem Kindergarten erhoben. Mithilfe der ermittelten Daten wird folgender Boxplot erstellt:



– Lesen Sie den Median ab.
– Erklären Sie, warum der Median nicht von den Ausreißern abhängt.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Die Masse der Bakterien wächst um 2,337 % pro Minute.

$N(60) = 20 \cdot 1{,}02337^{60} \Rightarrow N(60) = 79{,}98$

80 µg = 0,000080 g = $8 \cdot 10^{-5}$ g

Nach 1 h sind rund $8 \cdot 10^{-5}$ g vorhanden.

Bei $\frac{\log(a)}{\log(20)} = t \cdot \log(1{,}02337)$ wurden die logarithmischen Rechenregeln falsch angewandt.
Die linke Seite der Gleichung muss lauten: $\log\left(\frac{a}{20}\right)$ bzw. $\log(a) - \log(20)$.

b) Der Schnittpunkt gibt diejenige Anzahl an Joghurtbechern an, für die die Kosten bei den beiden Angeboten gleich hoch sind.

$0{,}4x + 270 = 0{,}001125 \cdot x^2 + 0{,}125 \cdot x + 200$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $x_1 = -155{,}56$
$x_2 = 400$

Da nur eine positive Stückzahl im Definitionsbereich liegt und sinnvoll ist, wird mit 400 weitergerechnet.

$K_1(400) = 430 \Rightarrow$ Schnittpunkt: $S = (400|430)$

c) Der Median beträgt 18 Joghurtbecher pro Tag.

Der Median ist der mittlere Wert einer nach der Größe geordneten Liste. Auf die mittlere Position in der Reihe hat die Größe der Ausreißer keinen Einfluss.

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 3 Funktionale Zusammenhänge
c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

a) 1 Zahlen und Maße
b) –
c) –

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) D Argumentieren und Kommunizieren
c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

a) C Interpretieren und Dokumentieren, D Argumentieren und Kommunizieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad:	Punkteanzahl:
a) mittel	a) 3
b) mittel	b) 2
c) leicht	c) 2

Thema: Sonstiges

Quellen: –