

Zylindrische Gefäße

Aufgabennummer: A_055

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Die Außenfläche eines zylindrischen, oben offenen Gefäßes lässt sich mit folgender Funktion beschreiben:

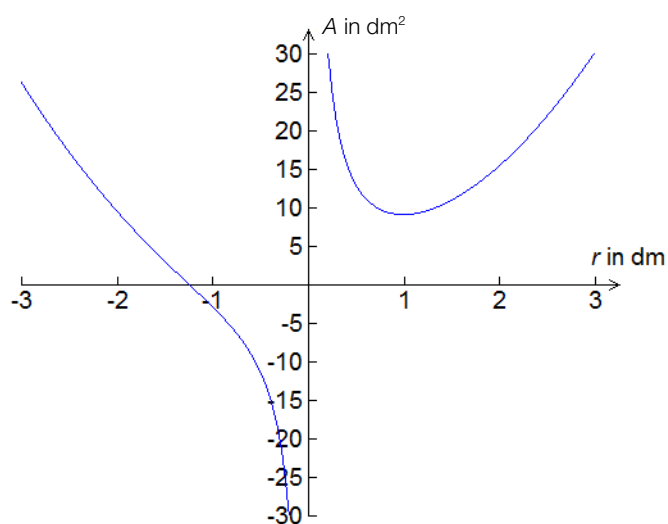
$$A(r) = r^2 \cdot \pi + \frac{2 \cdot V}{r} \text{ mit } V = \text{konstant}$$

r ... Radius in Dezimetern (dm)

A ... Außenfläche in dm^2

V ... Fassungsvermögen (Volumen) des Gefäßes in Litern (L)

Die nebenstehende Grafik zeigt eine Darstellung der Abhängigkeit der Außenfläche A vom Radius r für ein Gefäß mit einem Fassungsvermögen von 3 Litern, wie sie von einer Mathematiksoftware ausgegeben wird.



- Beschreiben Sie das Verhalten der Funktion, wenn r gegen 0 strebt.
 – Geben Sie unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Funktion A eine Außenfläche beschreiben soll, einen mathematisch sinnvollen Definitionsbereich für r an.
- Entnehmen Sie dem Graphen die möglichen Radien für eine Außenfläche von 25 dm^2 .
 – Begründen Sie, warum es sich nicht um eine Funktion handelt, wenn man den Radius r in Abhängigkeit von A darstellt.
- Berechnen Sie mithilfe der Differenzialrechnung jenen Radius r , für den die Außenfläche eines oben offenen Zylinders mit Fassungsvermögen $V = 5 \text{ L}$ am geringsten ist.
 Runden Sie Ihr Ergebnis auf 1 Nachkommastelle.

Hinweis zur Aufgabe:

Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

- a) Bei einer linksseitigen Annäherung von r an 0 strebt der Funktionswert gegen $-\infty$.
Bei einer rechtsseitigen Annäherung von r an 0 strebt der Funktionswert gegen ∞ .
An der Stelle $r = 0$ hat die Funktion eine Polstelle. Der Funktionswert an der Stelle 0 ist nicht definiert.

Definitionsbereich $D = \mathbb{R}^+$

- b) Die möglichen Radien sind 0,2 dm und 2,7 dm.
Eine angemessene Ungenauigkeit beim Ablesen der Werte wird toleriert.

Die Zuordnung Radius in Abhängigkeit der Außenfläche ist keine Funktion, da bei dieser Zuordnung einem Wert A aus der Definitionsmenge bis auf eine Ausnahme immer 2 Werte r der Wertemenge zugeordnet werden. Dies widerspricht der Definition einer Funktion.

- c) Es wird die 1. Ableitung $A'(r)$ berechnet.

$$A'(r) = 2 \cdot r \cdot \pi - \frac{10}{r^2}$$

Das Auflösen der Gleichung $A'(r) = 0$ ergibt $r = 1,2$ dm.

Auf die rechnerische Kontrolle, ob es sich beim berechneten Wert tatsächlich um ein Minimum handelt, kann verzichtet werden, da die Funktion A für $V = 3 \text{ dm}^3$ bereits in der Angabe grafisch dargestellt ist.

Klassifikation

☒ Teil A

☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) —
- c) 2 Algebra und Geometrie

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 2

Thema: Alltag

Quellen: —