

# Produzent von landwirtschaftlichen Geräten

Aufgabennummer: B-C7\_16

Technologieeinsatz:                      möglich ☐                      erforderlich ☒

Ein Hersteller landwirtschaftlicher Geräte entwickelt innovative Produkte.

- a) Er lässt sich diese innovativen Produkte sofort patentieren. Aufgrund dieser exklusiven Produktion kann man von einer Monopolstellung ausgehen.

Für einen bestimmten Teil eines Miststreuers lässt sich die verkaufbare Stückzahl durch folgende Nachfragefunktion  $x$  ermitteln:

$$x(p) = a \cdot p^2 + b \cdot p + c$$

$p$  ... Preis eines Teils in Euro/Stück

$x(p)$  ... nachgefragte Stückzahl bei einem Preis  $p$

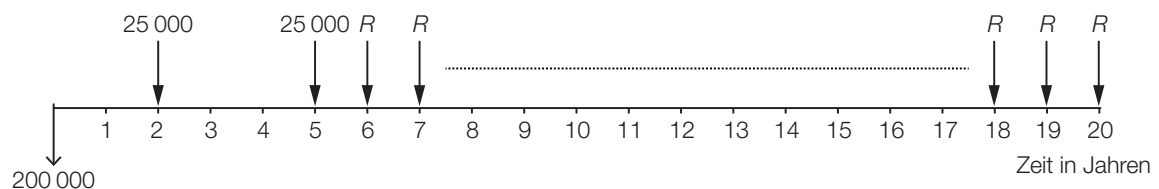
Die Sättigungsmenge für diese Teile wird mit 50 000 Stück angenommen.

Ab einem Preis von € 1.000/Stück gibt es keine Nachfrage mehr.

Zudem hat man ermittelt, dass bei einem Preis von € 200/Stück 47 980 Stück verkauft werden können.

- Erstellen Sie ein Gleichungssystem, mit dem man die Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$  berechnen kann.
- Berechnen Sie die Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$ .

- b) Für den Bau einer Produktionshalle muss das Unternehmen einen Kredit in Höhe von € 200.000 aufnehmen. Die folgende Grafik stellt das Angebot einer Rückzahlungsvariante dar:



- Beschreiben Sie den dargestellten Zahlungsverlauf.
- Dokumentieren Sie, wie man die Höhe der Rate  $R$  bei einem gegebenen Jahreszinssatz  $i$  berechnen kann.
- Berechnen Sie die Höhe der Rate  $R$  bei einem Zinssatz von 4 % p. a.

- c) Bei der Überprüfung von bestimmten kleinen Teilen hat man bei einer Qualitätskontrolle festgestellt, dass durchschnittlich jedes 5. Stück einen Lackierungsfehler aufweist.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Schachtel von 20 Stück mindestens 3 Teile mit Lackierungsfehler zu finden sind.
  - Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion der Anzahl von Teilen mit Lackierungsfehler für eine Schachtel, in der 5 Stück verpackt sind, grafisch dar.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg

$$\begin{aligned} \text{a) } 50\,000 &= a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ 0 &= a \cdot 1\,000^2 + b \cdot 1\,000 + c & a &= -0,049875 \quad b = -0,125 \quad c = 50\,000 \\ 47\,980 &= a \cdot 200^2 + b \cdot 200 + c \end{aligned}$$

- b) Der Kredit von € 200.000 wird zurückgezahlt, indem am Ende des 2. Jahres und am Ende des 5. Jahres jeweils € 25.000 bezahlt werden und ab dem 6. Jahr bis zum 20. Jahr immer am Ende des Jahres ein gleich hoher Betrag  $R$  bezahlt wird (bzw. der Rest in Form einer nachschüssigen Rente mit Raten der Höhe  $R$  innerhalb von 15 Jahren zurückgezahlt wird).

Die Höhe der Raten  $R$  wird berechnet, indem man den Betrag von € 200.000 5 Jahre mit dem Zinssatz  $i$  verzinst. Davon zieht man die € 25.000, die zu Ende des 5. Jahres bezahlt werden, und die 3 Jahre verzinsten € 25.000, die zu Ende des 2. Jahres bezahlt werden, ab. Die Differenz stellt den Barwert einer 15-jährigen nachschüssigen Rente mit Jahresraten der Höhe  $R$  bei einem Zinssatz  $i$  dar. Die Höhe dieser Rate  $R$  lässt sich mittels Technologieeinsatz berechnen.

$$200\,000 \cdot 1,04^5 - (25\,000 + 25\,000 \cdot 1,04^3) \approx 190\,208,98 \dots \text{ Barwert der 15-jährigen Rente}$$

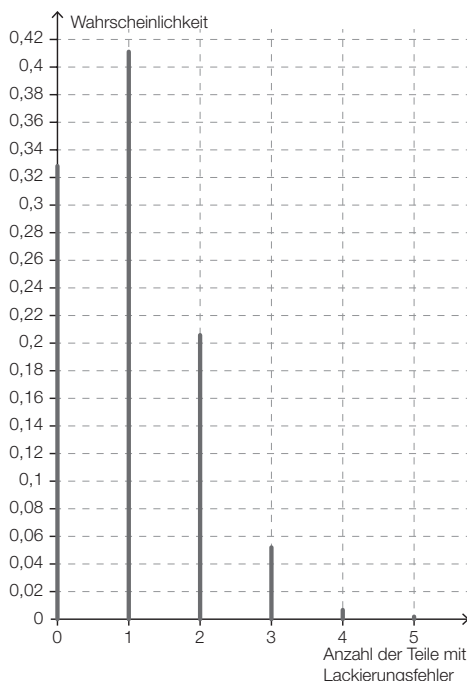
$$190\,208,98 = R \cdot \frac{1}{1,04^{15}} \cdot \frac{1,04^{15} - 1}{0,04} \Rightarrow R \approx 17\,107,60$$

Die Höhe der Rate  $R$  beträgt € 17.107,60.

Ebenso könnte man den Zeitpunkt der Kreditaufnahme als ersten Bezugszeitpunkt verwenden.  $[200\,000 - (25\,000/1,04^2 + 25\,000/1,04^5)] \cdot 1,04^6 \approx 190\,208,98 \dots \text{ Barwert der 15-jährigen Rente}$

$$\text{c) } P(X \geq 3) = \sum_{k=3}^{20} \binom{20}{k} \cdot 0,2^k \cdot 0,8^{20-k}$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt ungefähr 79,4 %.



## Klassifikation

☐ Teil A      ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren, B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 3
- c) 3

Thema: Wirtschaft

Quellen: —