

U-Bahn*

Aufgabennummer: A_103

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

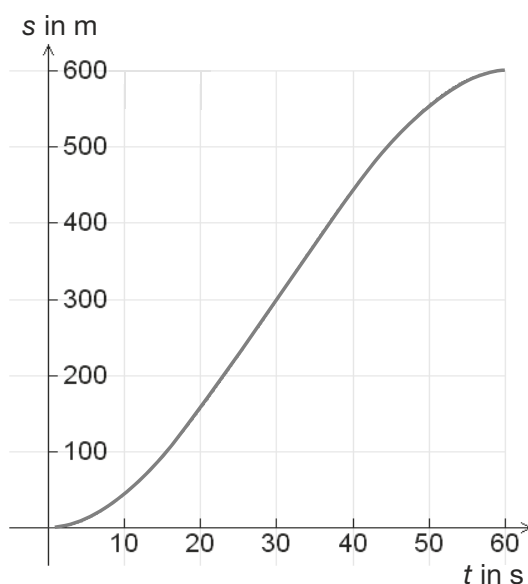
Für die Strecke zwischen der Haltestelle *Rathaus* und der Haltestelle *Volkstheater* benötigt ein Zug der U-Bahn-Linie U2 in Wien durchschnittlich 60 Sekunden. Der zurückgelegte Weg des Zugs zwischen diesen beiden Haltestellen lässt sich annähernd durch die Zeit-Weg-Funktion s wie folgt beschreiben:

$$s(t) = -\frac{1}{180} \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot t^2$$

t ... Zeit nach der Abfahrt in Sekunden (s), $0 \leq t \leq 60$

$s(t)$... zurückgelegter Weg in Metern zum Zeitpunkt t

- Berechnen Sie die Strecke s in Metern, die der U-Bahn-Zug zwischen den beiden Haltestellen zurücklegt.
- Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit des U-Bahn-Zugs in m/s für das Zeitintervall $[30; 45]$.
- Berechnen Sie die Momentangeschwindigkeit des U-Bahn-Zugs in m/s für $t = 45$ s.
- Erklären Sie, wie am unten abgebildeten Zeit-Weg-Diagramm die Momentangeschwindigkeit abgelesen werden kann.
 – Lesen Sie näherungsweise den Zeitpunkt ab, zu dem die Momentangeschwindigkeit maximal ist.



Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $s(60) = 600$

Die Strecke zwischen den beiden Haltestellen beträgt 600 m.

b) mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall $[t_1; t_2]$: $\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$
für $[30; 45]$: $\bar{v} = \frac{506,25 - 300}{45 - 30} = 13,75$

Die mittlere Geschwindigkeit beträgt 13,75 m/s.

c) Momentangeschwindigkeit $v(t) = s'(t) = -\frac{1}{60} \cdot t^2 + t$
 $v(45) = 11,25$

Die Momentangeschwindigkeit für $t = 45$ beträgt 11,25 m/s.

- d) Die Momentangeschwindigkeit ist die (momentane) Änderungsrate der Weg-Zeit-Funktion und entspricht geometrisch der Steigung des Graphen der Weg-Zeit-Funktion. Der Graph der Weg-Zeit-Funktion hat die größte Steigung und damit die maximale Momentangeschwindigkeit im Wendepunkt bei 30 Sekunden.

Lösungsschlüssel

- a) 1 x B für die richtige Berechnung
b) 1 x A für den richtigen Ansatz (Verwendung des Differenzenquotienten)
1 x B für die richtige Berechnung
c) 1 x A für den richtigen Ansatz (Verwendung der 1. Ableitung)
1 x B für die richtige Berechnung
d) 1 x D für die richtige Erklärung
1 x C für das richtige Ablesen des Zeitpunkts mit maximaler Momentangeschwindigkeit