Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Steinschleuder

Aufgabennummer: A_004

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Andy hat eine einfache Steinschleuder gebaut. Er schießt zur Überprüfung des Geräts einen Stein vertikal nach oben. Der Stein steigt zunächst und fällt dann wegen der Erdanziehung wieder hinab.

Die vom Stein erreichte Höhe h ist von der Zeit t abhängig. Wenn die Abschusshöhe 1,7 m beträgt, kann die Höhe näherungsweise durch die folgende Funktion beschrieben werden:

$$h(t) = -5t^2 + 15t + 1{,}7$$

$h(t)$ … Höhe zum Zeitpunkt t in Metern (m)
t … Zeitpunkt nach dem Abschuss in Sekunden (s)

a) Die Steigungen der Tangenten an den Graphen der Funktion h geben Auskunft über die momentanen Geschwindigkeiten des Steins zu den einzelnen Zeitpunkten t.

- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion h und die Tangente an den Graphen bei $t = 2$ s.
- Bestimmen Sie aus der Grafik ungefähr die Steigung der Tangente.

b) Die momentane Geschwindigkeit v berechnet man zu jedem Zeitpunkt t durch die 1. Ableitung der Funktion h.

- Berechnen Sie mithilfe der 1. Ableitung, mit welcher Geschwindigkeit v (in m/s) der Stein auf dem Boden auftrifft.

c) – Erklären Sie, wie man mithilfe der 1. und der 2. Ableitung der Funktion h die maximale Höhe, die der Stein erreicht, berechnen kann.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Wasserstrahl

Aufgabennummer: A_006

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Ein Wasserstrahl tritt aus einem Gartenschlauch aus.

a) Der Verlauf eines Wasserstrahls kann mit der folgenden Funktion beschrieben werden:

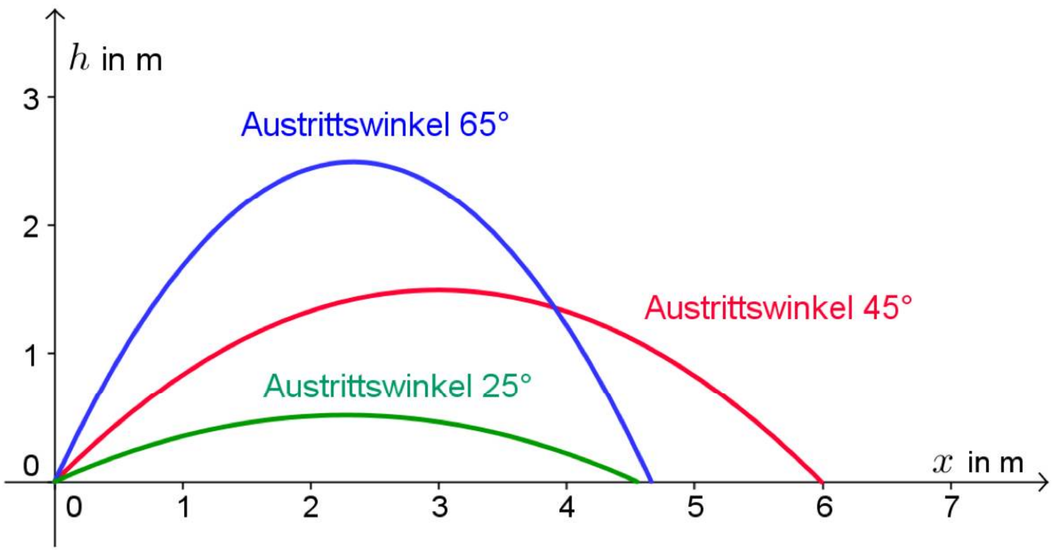
$$h(x) = -0{,}15x^2 + 0{,}9x + 0{,}6$$

$h(x)$ … Höhe des Strahls über einem Punkt am Boden in x Metern Entfernung vom Austrittsort in Metern (m)
x … horizontale Entfernung vom Austrittsort in Metern (m)

Berechnen Sie, in welcher horizontalen Entfernung x vom Austrittsort dieser Strahl auf dem Boden auftrifft. Argumentieren Sie, ob der Strahl in größerer Entfernung x auf dem Boden auftrifft, wenn man den Schlauch nur senkrecht nach oben verschiebt, ohne dabei die Strahlrichtung oder den Wasserdruck zu verändern.

b) Ein Wasserstrahl tritt in einer Höhe von 1 m aus. Nach 3 m horizontaler Entfernung vom Austrittsort erreicht der Strahl eine maximale Höhe von 2,5 m.
Ermitteln Sie jene Polynomfunktion 2. Grades, welche die Höhe h des Wasserstrahls in Abhängigkeit von der horizontalen Entfernung x vom Austrittsort des Wassers beschreibt.

c) Die untenstehende Grafik zeigt die Verläufe von 3 Wasserstrahlen, die unter gleichem Wasserdruck bei unterschiedlichen Austrittswinkeln entstehen. Lesen Sie die Reichweiten und maximalen Höhen für jede der dargestellten Kurven ungefähr ab. Interpretieren Sie außerdem, wie sich die Höhe und die Reichweite des Strahls verändern, wenn der Austrittswinkel variiert.



Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Ortsumfahrung

Aufgabennummer: A_013

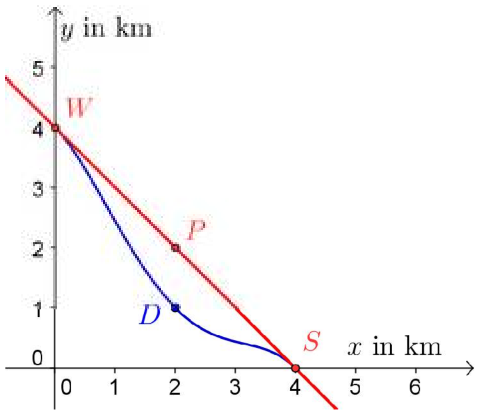
Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Eine große Ortschaft $P = (2|2)$ liegt auf einer geraden Straße zwischen den Dörfern $W = (0|4)$ und $S = (4|0)$. Es soll um die Ortschaft P eine Umfahrungsstraße gebaut werden, die über den Punkt $D = (2|1)$ führt und bei W bzw. S wieder in die gerade Straße einmündet. Die Koordinatenwerte sind in Kilometern angegeben.

a) Eine Umfahrungsstraße, die durch die Funktion

$$f(x) = -0{,}0625x^4 + 0{,}5x^3 - x^2 - x + 4$$

beschrieben werden kann, hat den Vorteil, dass sie in den Punkten S und W tangential in die ursprüngliche Straße einmündet.



– Zeigen Sie durch Berechnung, dass die Gerade durch die Punkte S und W in diesen beiden Punkten eine Tangente an die Funktion f ist.

b) Eine Umfahrungsvariante soll im Definitionsbereich $0 \leq x \leq 4$ durch eine quadratische Funktion beschrieben werden.

– Stellen Sie die Funktion 2. Grades auf, die die Punkte W, D und S enthält.

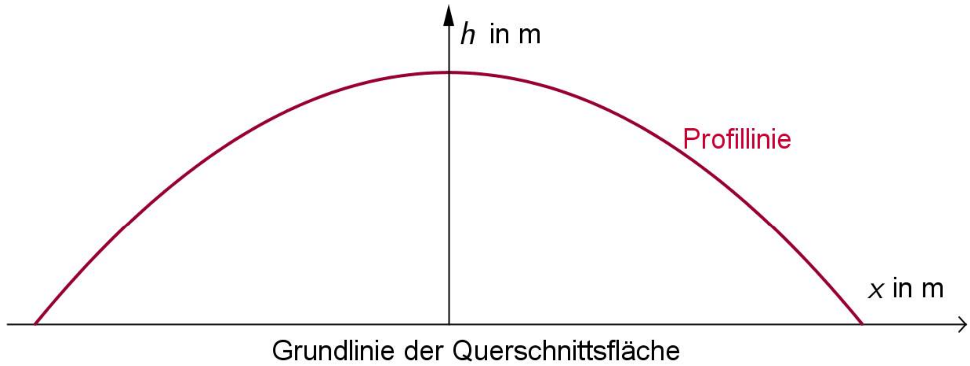
Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Erddamm

Aufgabennummer: A_014

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Ein Erddamm wird auf ebenem Gelände errichtet. Die folgende Funktionsgleichung beschreibt die Profillinie der Querschnittsfläche (siehe Skizze).



$$h(x) = \frac{-3x^2}{35} + 4{,}2 \quad \text{für} \quad -7 \leq x \leq 7$$

x … Koordinate der Querschnittsgrundlinie in Metern (m)
$h(x)$ … Höhe in Metern (m) am Ort x

a) Der Erddamm soll oben abgetragen werden, sodass ein horizontales Plateau mit einer Breite von 6 m entsteht. Erstellen Sie ein möglichst genaues grafisches Modell für diesen neuen Dammquerschnitt, indem Sie das Plateau in der richtigen Höhe einzeichnen. Geben Sie den Wert für die Höhe an.

b) Der Damm wird auf einer Länge von 600 m im Bereich von -3,5 m $\leq x \leq$ 3,5 m horizontal abgetragen.
Berechnen Sie das abgetragene Erdvolumen in Kubikmetern (m^3).
(Volumen = Querschnittsfläche des abgetragenen Teils mal Länge des Damms)

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Schispringen

Aufgabennummer: A_022

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

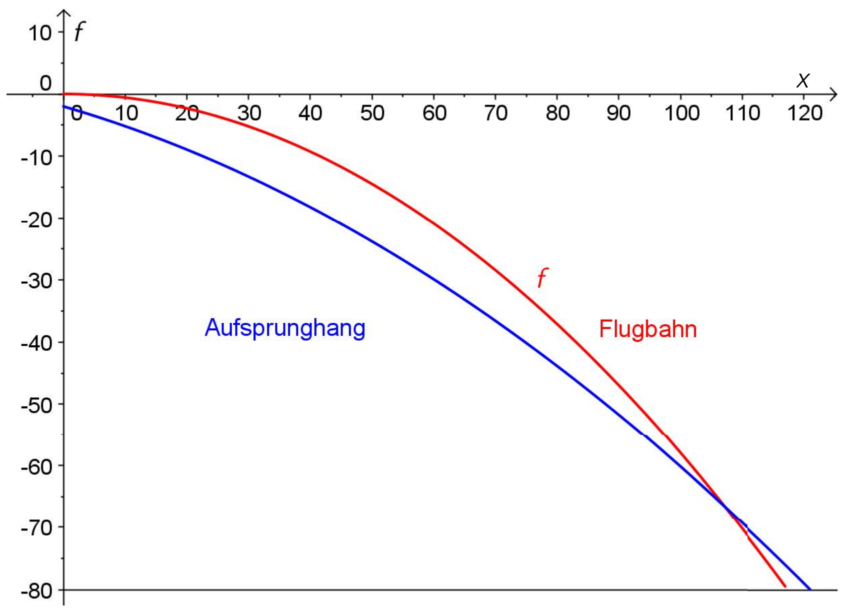
Die Bergisel-Schanze gilt als ein Wahrzeichen Innsbrucks.

a) Vom östlichen Stadion-Eingang führt ein Aufzug bis zum Schanzenturm. Berechnen Sie, welche Strecke dieser Aufzug zurücklegt, wenn er mit einer mittleren Geschwindigkeit von 7,5 Kilometern pro Stunde (km/h) die Besucher in 2 Minuten zum Turm bringt. Geben Sie Ihr Ergebnis in Metern an.

b) Die Flugbahn eines Springers lässt sich annähernd mit einer Funktion der folgenden Form beschreiben:

$$f(x) = a \cdot x^2 \text{ , } a \in \mathbb{R}^-$$

x … horizontale Entfernung vom Absprungsort in Metern (m)
$f(x)$ … vertikale Entfernung vom Absprungsort in Metern (m) an der Stelle x



Ermitteln Sie den Wert von a, indem Sie die dazu nötigen Daten aus der Grafik ablesen. Interpretieren Sie, welche Auswirkungen eine Verringerung von a auf die Flugbahn hat.

c) Das Profil des Aufsprunghangs lässt sich mit einer Polynomfunktion g beschreiben. Die für die Sprungwertung ausschlaggebende Landezone auf dem Aufsprunghang liegt um jenen Punkt, in dem der Hang das größte Gefälle aufweist. Erklären Sie, um welchen Punkt es sich dabei aus Sicht der Mathematik handelt, und beschreiben Sie, ohne die Berechnung auszuführen, wie man dessen x-Koordinate berechnet.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Beleuchtungsstärke

Aufgabennummer: A_025

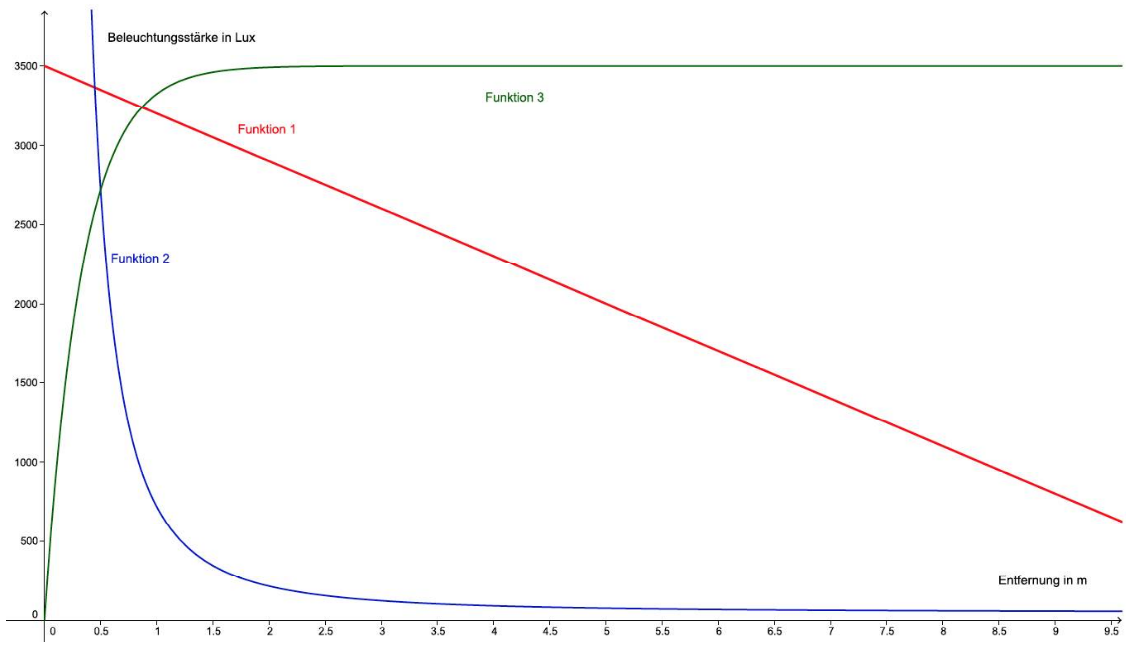
Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Mit einem Beamer wird eine Wand beleuchtet. Die Beleuchtungsstärke B des Beamers ist indirekt proportional zum Quadrat der Entfernung x von der beleuchteten Wand.

B … Beleuchtungsstärke, gemessen in Lux (lx)
x … Entfernung zwischen Beamer und bestrahlter Wand in Metern (m)

a) – Berechnen Sie, um wie viel Prozent man die Entfernung verändern muss, um die Beleuchtungsstärke auf das 1,5-Fache zu erhöhen.
– Geben Sie weiters an, ob es sich um eine Erhöhung oder Verringerung der Entfernung handelt.

b) – Begründen Sie, warum nur Funktion 2 den Sachverhalt richtig darstellt.



c) – Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Funktion 2 im Intervall [1; 2].
– Erklären Sie, warum bei Funktion 1 der Differenzenquotient dem Differenzialquotienten entspricht.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Simulation eines Golfballflugs

Aufgabennummer: A_026

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

In einem Simulationsprogramm soll die Flugbahn eines in ebenem Gelände geschlagenen Golfballs dargestellt werden. Sie kann näherungsweise durch folgende Funktion beschrieben werden:

$$h(x) = -\frac{1}{216\,000} \cdot x^3 + \frac{x}{5},\quad x \geq 0$$

x … waagrechte Entfernung vom Abschlag in Metern (m)
$h(x)$ … Höhe des Balls in Metern (m), wenn der Ball sich in x Metern Entfernung vom Abschlag befindet (Annahme: Der Golfball bewegt sich in einer Ebene.)

a) Ein 10 m hoher Baum, der genau in der Flugbahn des Golfballs steht, wird von diesem gerade noch überflogen. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion. Kennzeichnen Sie die möglichen Standorte des Baums in der Zeichnung und lesen Sie die Werte für die Entfernung des Baums vom Abschlag ab.

b) Der Ball fällt in einen Teich, der sich in derselben Höhe wie der Abschlag befindet. Dokumentieren Sie die erforderlichen Lösungsschritte zur Ermittlung des Winkels, unter dem der Ball eintaucht, ohne die Berechnung auszuführen.

c) Berechnen Sie die Koordinaten des höchsten Punkts der Flugbahn mithilfe der Differenzialrechnung.

d) Begründen Sie, warum die gegebene Funktion höchstens einen Hochpunkt (lokales Maximum) haben kann.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Straßenbahn

Aufgabennummer: A_028

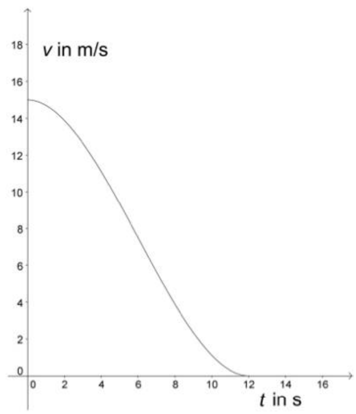
Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Die Funktion der Geschwindigkeit einer Straßenbahn verläuft zwischen den Stationen nahezu konstant. Der Bremsvorgang vor einer Station wird behutsam eingeleitet und mit einer möglichst langsamen Bremsung abgeschlossen. Beim Bremsen tritt eine negative Beschleunigung auf. Den Betrag dieser negativen Beschleunigung bezeichnet man als Bremsverzögerung.

a) Eine Straßenbahn fährt mit einer Geschwindigkeit von 15 m/s und beginnt vor der Haltestelle zu bremsen. Vom Bremsbeginn bis zum Stillstand lässt sich der Geschwindigkeitsverlauf näherungsweise durch die folgende Funktion beschreiben:

$$v(t) = \frac{5}{288} \cdot t^3 - \frac{5}{16} \cdot t^2 + 15; \quad 0\ \text{s} \leq t \leq 12\ \text{s}$$

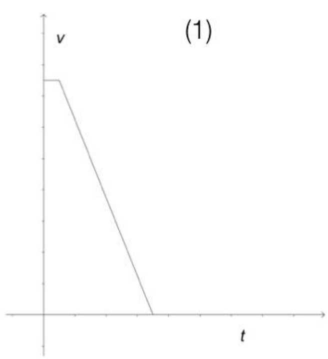
t … Zeit in Sekunden (s)
$v(t)$ … Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in Metern pro Sekunde (m/s)

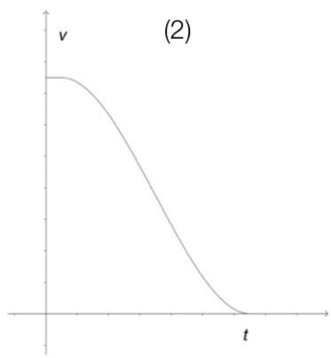


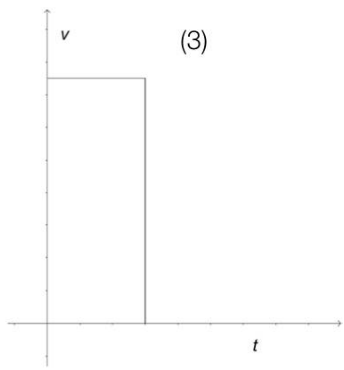
– Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem der Betrag der Bremsverzögerung maximal ist, und geben Sie diese Bremsverzögerung an.
– Erklären Sie anhand der obigen Grafik, um welchen besonderen Punkt des Funktionsgraphen es sich dabei handelt.

b) Eine Notbremsung, die zum Zeitpunkt $t = 0$ s bei einer Geschwindigkeit der Straßenbahn von 15 m/s eingeleitet wird, erfolgt mit einer konstanten Bremsverzögerung von 2,5 m/s².
– Erstellen Sie eine Grafik der Geschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Zeit t, die diesen Sachverhalt darstellt.

c) Bei einer Notbremsung (mit konstanter Bremsverzögerung) braucht der Straßenbahnfahrer eine gewisse Zeitspanne z, um den Bremsvorgang einzuleiten (Reaktionszeit).
– Erklären Sie, welcher der unten dargestellten Graphen diesen Umstand berücksichtigt.







Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Hefepilze

Aufgabennummer: A_030

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

In einer Petrischale (kreisrunde Glasschale mit ebenem Boden) wird eine Hefekultur angesetzt.

Die mit Hefepilzen bedeckte Fläche wächst abhängig von der Zeit t und lässt sich durch die folgende Funktionsgleichung beschreiben:

$$A(t) = c \cdot \frac{e^{a \cdot t}}{e^{a \cdot t} + 80}$$

$A(t)$ … Größe der mit Hefepilzen bedeckten Fläche in cm² in Abhängigkeit von der Zeit t
t … Zeit in Stunden (h)

a) Zu Beobachtungsbeginn $t = 0$ h ist in der Schale eine Fläche von 1 cm² mit Hefepilzen bedeckt. Nach 24 Stunden hat sich die bedeckte Fläche auf 9 cm² vergrößert.
Bestimmen Sie die Parameter c und a.

b) Zeichnen Sie den Funktionsgraphen für $c = 40$ cm² und $a = 0{,}1$ pro h im Intervall $t = [0\text{ h};100\text{ h}]$.
Interpretieren Sie anhand der Grafik die Bedeutung des Parameters c.

c) Erklären Sie, wie man mithilfe der Differenzialrechnung denjenigen Zeitpunkt berechnet, zu dem die mit Hefepilzen bedeckte Fläche in der Schale am schnellsten zunimmt.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Wasserkanal

Aufgabennummer: A_032

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Die Querschnittsfläche eines Kanals ist unten von einer Randkurve begrenzt, die mit der Funktion f beschrieben werden kann, wobei der Wasserspiegel genau entlang der x-Achse verläuft (Abb. 1).

$$f(x) = 0{,}015 \cdot x^4 - 3$$

x … horizontale Koordinate in Metern (m)
$f(x)$ … vertikale Koordinate eines Punktes auf der Randkurve an der Stelle x in Metern (m)

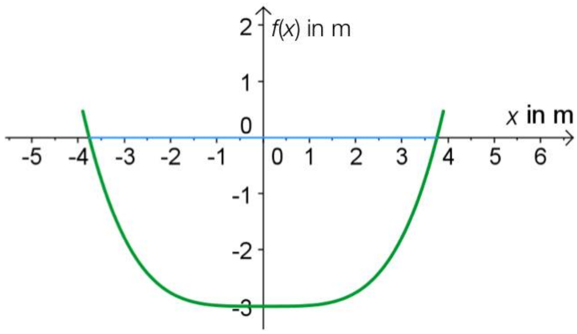


Abb. 1

a) Das Wasser fließt mit einer Geschwindigkeit von 1,2 Metern pro Sekunde (m/s) durch den Kanal.
– Berechnen Sie, wie viele Kubikmeter Wasser pro Sekunde durch den Kanalquerschnitt fließen.

b) – Erklären Sie, wie man mithilfe der Differenzialrechnung den Winkel der Seitenwände bestimmen kann, den sie jeweils mit der x-Achse einschließen.

c) Die Kanalhöhe wird durch Verlängerung der Randkurve bis zu einer Höhe von 2 m über dem Wasserspiegel vergrößert (Abb. 2).

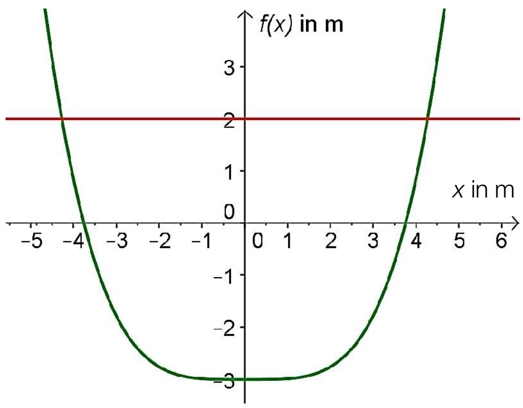


Abb. 2

– Finden Sie eine geometrische Figur, die die zusätzliche Querschnittsfläche näherungsweise beschreibt.
– Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Figur.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

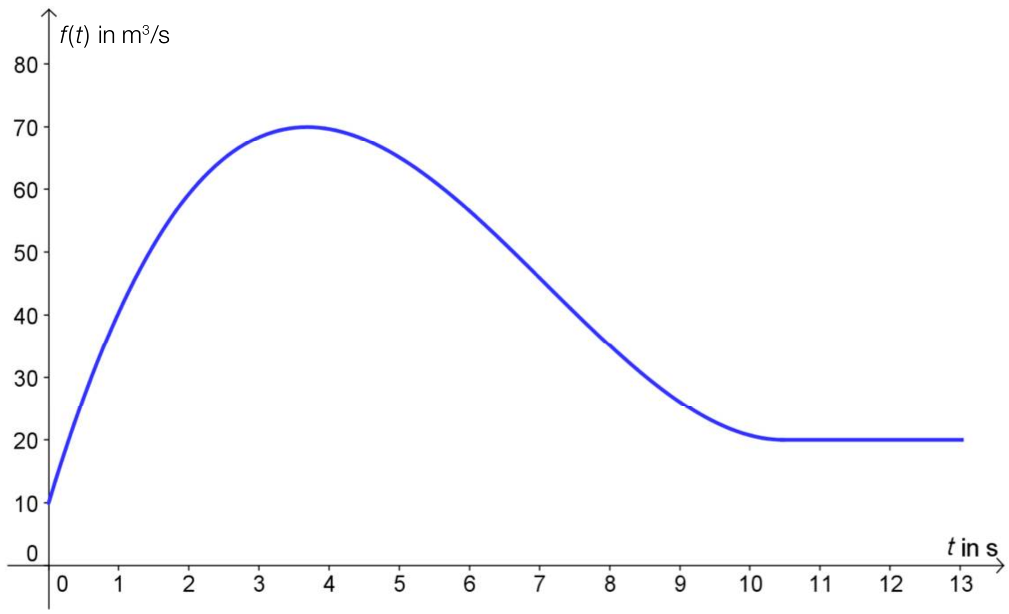
Volumenstrom

Aufgabennummer: A_049

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Wasser an einer Staustufe wird über Kanäle in einen Fluss abgelassen.
Das Wasservolumen, das pro Zeiteinheit an einer Messstelle in einem Kanal vorbeifließt, bezeichnet man als Volumenstrom.
Dieser geht nach dem Öffnen des Tores nach einem Schwall allmählich in einen konstanten Volumenstrom über.

a) Der nachstehende Graph stellt die Entwicklung des Volumenstroms f im 1. Kanal in den ersten 13 Sekunden nach Öffnen des Tores dar.



– Geben Sie an, wann der Volumenstrom am stärksten ist.
– Bestimmen Sie die momentane Änderungsrate zum Zeitpunkt $t = 1$ s und zum Zeitpunkt $t = 6{,}5$ s.

b) Der Verlauf des Volumenstroms im 2. Kanal folgt annähernd folgender Funktion:

$f(t) = 0{,}32t^3 - 6{,}76t^2 + 36{,}85t + 10$ im Zeitintervall $0\text{ s} \leq t \leq 10{,}4\text{ s}$,
$f(t) = 22{,}03$; für $t > 10{,}4$ s

t … Zeit in Sekunden (s)
$f(t)$ … Volumenstrom in m³/s nach t Sekunden

– Berechnen Sie das gesamte Wasservolumen V, das in den ersten 13 Sekunden durch den 2. Kanal geflossen ist. Es gilt der Zusammenhang $V = \int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$.
Runden Sie das Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.

c) Der Volumenstrom im 3. Kanal beträgt zu Beginn 12 m³/s. Der höchste Wert wird nach 4 Sekunden erreicht und beträgt 80 m³/s. Nach 11 Sekunden geht am Minimum der Funktion der Schwall in einen konstanten Strom über.

– Erstellen Sie das Gleichungssystem, mit dessen Hilfe man eine Polynomfunktion 3. Grades

$$g(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$$

berechnen kann, die den Verlauf des Volumenstroms in den ersten 11 Sekunden beschreibt.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Zylindrische Gefäße

Aufgabennummer: A_055

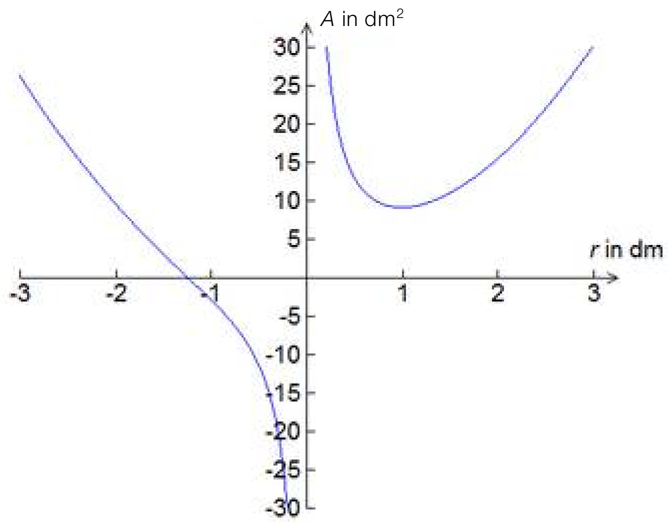
Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Die Außenfläche eines zylindrischen, oben offenen Gefäßes (gerader Drehzylinder) lässt sich mit folgender Funktion beschreiben:

$$A(r) = r^2 \cdot \pi + \frac{2 \cdot V}{r} \text{ mit } V = \text{konstant}$$

r … Radius in Dezimetern (dm)
A … Außenfläche in dm²
V … Fassungsvermögen (Volumen) des Gefäßes in Litern (L)

Die nebenstehende Grafik zeigt eine Darstellung der Abhängigkeit der Außenfläche A vom Radius r für ein Gefäß mit einem Fassungsvermögen von 3 Litern, wie sie von einer Mathematiksoftware ausgegeben wird.



a) – Beschreiben Sie das Verhalten der Funktion, wenn r gegen 0 strebt.
– Geben Sie unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Funktion A eine Außenfläche beschreiben soll, einen mathematisch sinnvollen Definitionsbereich für r an.

b) – Entnehmen Sie dem Graphen die möglichen Radien für eine Außenfläche von 25 dm².
– Begründen Sie, warum es sich nicht um eine Funktion handelt, wenn man den Radius r in Abhängigkeit von A darstellt.

c) – Berechnen Sie mithilfe der Differenzialrechnung jenen Radius r, für den die Außenfläche eines oben offenen Zylinders mit Fassungsvermögen V = 5 L am geringsten ist. Runden Sie Ihr Ergebnis auf 1 Nachkommastelle.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Kugelstoßen

Aufgabennummer: A_060

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Beim Kugelstoßen kann die Flugbahn der Kugel näherungsweise durch eine Funktion 2. Grades beschrieben werden.
Den österreichischen Rekord beim Kugelstoßen hält Klaus Bodenmüller (Linz, 13. Juni 1987).
Die folgende Funktionsgleichung beschreibt näherungsweise die Flugbahn der Kugel bei seinem Rekord:

$$h(x) = -0{,}08769 \cdot x^2 + 1{,}7269 \cdot x + 2$$

$h(x)$ … Höhe in Metern (m) an der Stelle x
x … horizontale Entfernung von der Abwurfstelle in Metern (m), $x \geq 0$

a) Berechnen Sie die Wurfweite, die den österreichischen Rekord darstellt, auf 2 Kommastellen genau.

b) Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Steigungswinkels in einem beliebigen Punkt beim Aufsteigen.

c) Entscheiden Sie, ob die folgende Beziehung gilt, und begründen Sie Ihre Antwort:

   Abstoßwinkel = – Aufprallwinkel

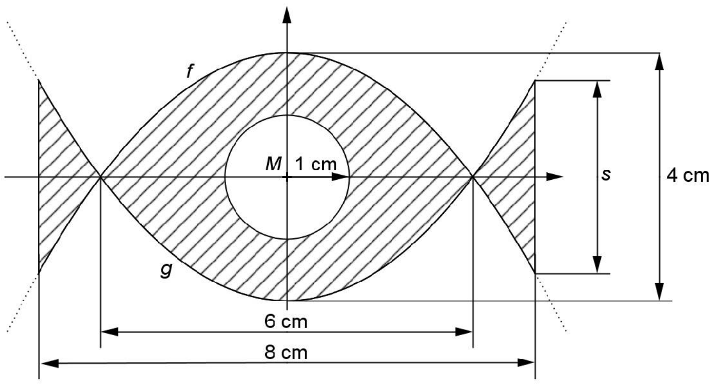
Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Schmuckstück

Aufgabennummer: A_064

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Ein Schmuckstück wird gemäß untenstehender Skizze in den schraffierten Teilen mit Blattgold belegt.



Der Koordinatenursprung des Koordinatensystems liegt im Punkt *M*.
Die Begrenzungslinien der Blattgoldfläche sind außen Parabeln und innen ein Kreis.
Die 1. Parabel wird durch die Funktion

$$f(x) = -\frac{2}{9} \cdot x^2 + 2$$

beschrieben, die 2. Parabel durch die Funktion

$$g(x) = \frac{2}{9} \cdot x^2 - 2$$

x ... waagrechte Koordinate in Zentimetern (cm)
$f(x)$ ... Funktionswert an der Stelle x in cm
$g(x)$ ... Funktionswert an der Stelle x in cm

a) – Berechnen Sie die Länge s.

b) – Berechnen Sie, wie groß die Fläche ist, die mit Blattgold belegt werden soll.

c) Die Blattgoldfläche soll vertikal um insgesamt 1 cm verbreitert werden. Die x-Achse als Symmetrieachse sowie die Schnittpunkte der beiden Funktionen bleiben unverändert.

– Stellen Sie die Funktionsgleichung einer der neuen Begrenzungsparabeln auf.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Minirampe

Aufgabennummer: A_091

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Ein Unternehmen, das Skate-Parks errichtet, plant eine neue Minirampe.

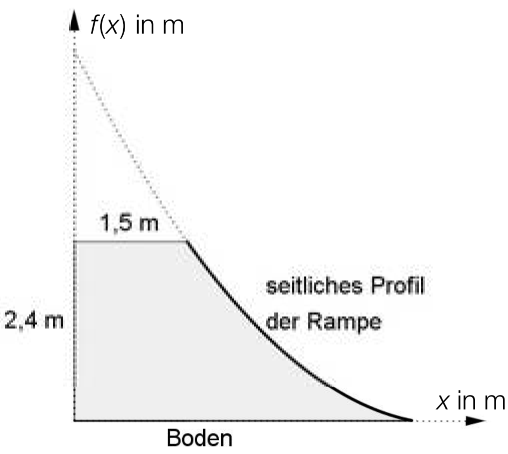


Abb. 1

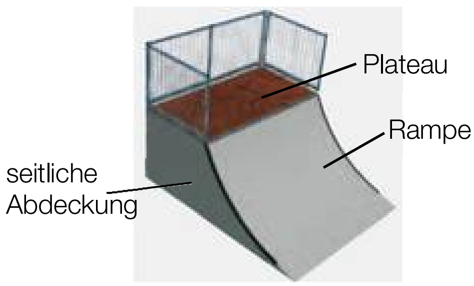


Abb. 2

Das seitliche Profil der Rampe kann durch eine Parabel 2. Ordnung modelliert werden:

$f(x) = 0{,}2 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 4{,}95$ mit $1{,}5 \leq x \leq 4{,}5$

x … waagrechte Entfernung von der Rückwand in Metern (m)
$f(x)$ … Höhe der Rampe in Metern (m) an der Stelle x

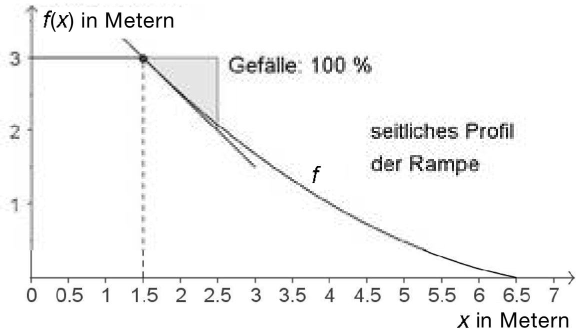
a) – Berechnen Sie die Querschnittsfläche einer seitlichen Abdeckung. Entnehmen Sie die dazu notwendigen Werte der Abbildung 1.

b) – Zeigen Sie, dass die gegebene Parabel 2. Ordnung beim Übergang zum Boden keine waagrechte Tangente aufweist.

c) – Dokumentieren Sie die Berechnung des Winkels zwischen Plateau und Rampe.

d) Auf Kundenwunsch wird eine höhere Rampe errichtet, deren seitliches Profil wieder durch eine Parabel 2. Ordnung beschrieben werden kann.

Höhe der Rampe: 3 m
Tiefe des Plateaus: 1,5 m
maximales Gefälle: 100 %
Bodenlänge der Rampe: 6,5 m



– Stellen Sie die Bedingungen auf, mit deren Hilfe man das Gleichungssystem für die Koeffizienten a, b und c die Funktionsgleichung 2. Ordnung entwickeln kann.
– Stellen Sie mit den gegebenen Angaben das Gleichungssystem in den Variablen a, b und c auf, um die Funktionsgleichung der Parabel 2. Ordnung ermitteln zu können.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.