

Sparbuch*

Aufgabennummer: B_222

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

- a) Von einem Sparbuch soll über 10 Jahre hinweg jeweils am Monatsende ein Betrag von € 200 abgehoben werden. Unmittelbar nach der letzten Abhebung sollen noch € 1.500 am Sparbuch verbleiben. Der Zinssatz beträgt 1,5 % p. a.
- Berechnen Sie die Höhe desjenigen Betrages, der zu Beginn auf das Sparbuch einbezahlt werden muss (ohne Berücksichtigung der KEST.).
- b) Auf ein Sparbuch wird einmalig ein Betrag von € 10.000 und 5 Jahre später einmalig ein Betrag x einbezahlt. Nach insgesamt 8 Jahren soll ein Betrag von € 20.000 zur Verfügung stehen. Der Zinssatz beträgt 1,5 % p. a.
- Erstellen Sie eine Zeitlinie, die diesen Sachverhalt darstellt.
 - Berechnen Sie die Höhe des Betrages x ohne Berücksichtigung der KEST.
 - Begründen Sie, warum sich die Höhe des Betrages x verringert, wenn er bereits nach 2 Jahren einbezahlt wird.
- c) Auf einem Sparbuch stehen zu Jahresbeginn € 25.000 zur Verfügung. In den folgenden 12 Jahren sollen jeweils am Jahresende € 2.300 abgehoben werden können, sodass das Guthaben zur Gänze aufgebraucht ist.
- Berechnen Sie den entsprechenden jährlichen Zinssatz auf 2 Nachkommastellen (ohne Berücksichtigung der KEST.).

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

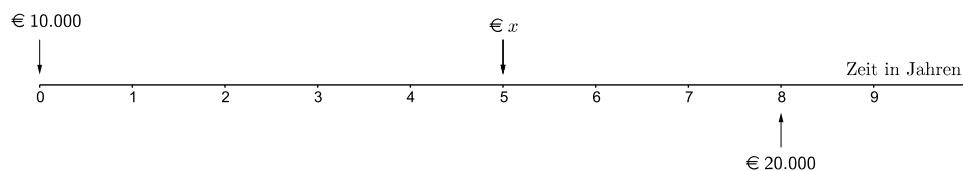
a) $r_{12} = 1 + i_{12} = \sqrt[12]{1,015} \approx 1,0012$

Barwert der Ratenzahlung: $200 \cdot \frac{1}{r_{12}^{120}} \cdot \frac{r_{12}^{120} - 1}{r_{12} - 1} = 22\,285$

Barwert des Restbetrages: $\frac{1500}{1,015^{10}} = 1\,292,50$

Es müssen zu Beginn € 23.577,50 auf das Sparbuch einbezahlt werden.

b)



$$10\,000 \cdot 1,015^8 + x \cdot 1,015^3 = 20\,000$$

$$x = 8\,353,50$$

Es muss ein Betrag in Höhe von € 8.353,50 nach 5 Jahren einbezahlt werden.

Wird der Betrag x schon nach 2 Jahren einbezahlt, so können dafür zusätzlich 3 Jahre lang Zinsen lukriert werden. Um diesen Betrag sinkt die Höhe von x bei früherer Einzahlung.

c) $25\,000 \cdot (1 + i)^{12} = 2\,300 \cdot \frac{(1 + i)^{12} - 1}{i}$
 $i = 1,56 \%$

Der jährliche Zinssatz beträgt ca. 1,56 %.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A für das Erkennen des richtigen finanzmathematischen Modells (Barwert)
 1 × B1 für die Verwendung des richtigen (monatlichen) Zinssatzes
 1 × B2 für die richtige Berechnung des am Beginn einzuzahlenden Betrages
- b) 1 × A für die richtige Erstellung der Zeitlinie
 1 × B für die richtige Berechnung der Höhe des Betrages x
 1 × D für die richtige Begründung
- c) 1 × A für einen richtigen Ansatz zur Berechnung des jährlichen Zinssatzes
 1 × B für die richtige Berechnung des jährlichen Zinssatzes auf 2 Nachkommastellen