

# Startkapital

Aufgabennummer: B\_146

Technologieeinsatz:                      möglich ☐                      erforderlich ☒

Simon möchte sich selbstständig machen. Er setzt für die Gründung seines Unternehmens als Startkapital seine Ersparnisse und einen Kredit ein.

- a) Er hat während der letzten 10 Jahre die folgenden Zahlungen auf ein mit 2,1 % p. a. verzinstes Sparbuch getätigt: Zu Beginn des 1. Jahres € 20.000, zu Beginn des 4. Jahres € 75.000 und ab dem Beginn des 8. Jahres eine monatliche vorschüssige Rate von € 450.

- Erstellen Sie eine Zeitlinie zu diesem Zahlungsfluss.
- Berechnen Sie, über welchen Betrag Simon nach diesen 10 Jahren verfügen kann.

Simon möchte mit monatlich nachschüssigen Raten  $R$  in 10 Jahren denselben Betrag ansparen.

- Erstellen Sie eine Gleichung, mit der die Höhe dieser Rate berechnet werden kann.

- b) Simon benötigt zusätzlich zu seinen Ersparnissen ein Kapital in der Höhe von € 45.000. Die Bank bietet ihm einen entsprechenden Kredit mit dem folgenden Tilgungsplan:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 45.000,00
1	€ 1.665,00	€ 9.000,00	€ 10.665,00	€ 36.000,00
2	€ 1.332,00	€ 9.000,00		€ 27.000,00
3	€ 999,00	€ 9.000,00	€ 9.999,00	€ 18.000,00
4	€ 666,00	€ 9.000,00	€ 9.666,00	€ 9.000,00
5	€ 333,00	€ 9.000,00	€ 9.333,00	€ 0,00

- Ermitteln Sie die fehlende Zahl im Tilgungsplan.
- Interpretieren Sie den Tilgungsplan hinsichtlich des jährlichen Zinssatzes.
- Beschreiben Sie ohne Berechnung anhand der Zeile des Jahres 1, wie sich der Tilgungsplan ändert, wenn man bei gleicher Laufzeit auf nachschüssige monatliche Rückzahlungsraten bei gleichwertigen (äquivalenten) Monatsraten und einem Zwölftel der Tilgungsrate umstellen möchte.

In einem anderen Angebot soll diese Schuld bei einem Zinssatz von 4 % p. a. durch 5 nachschüssige Jahresraten getilgt werden.

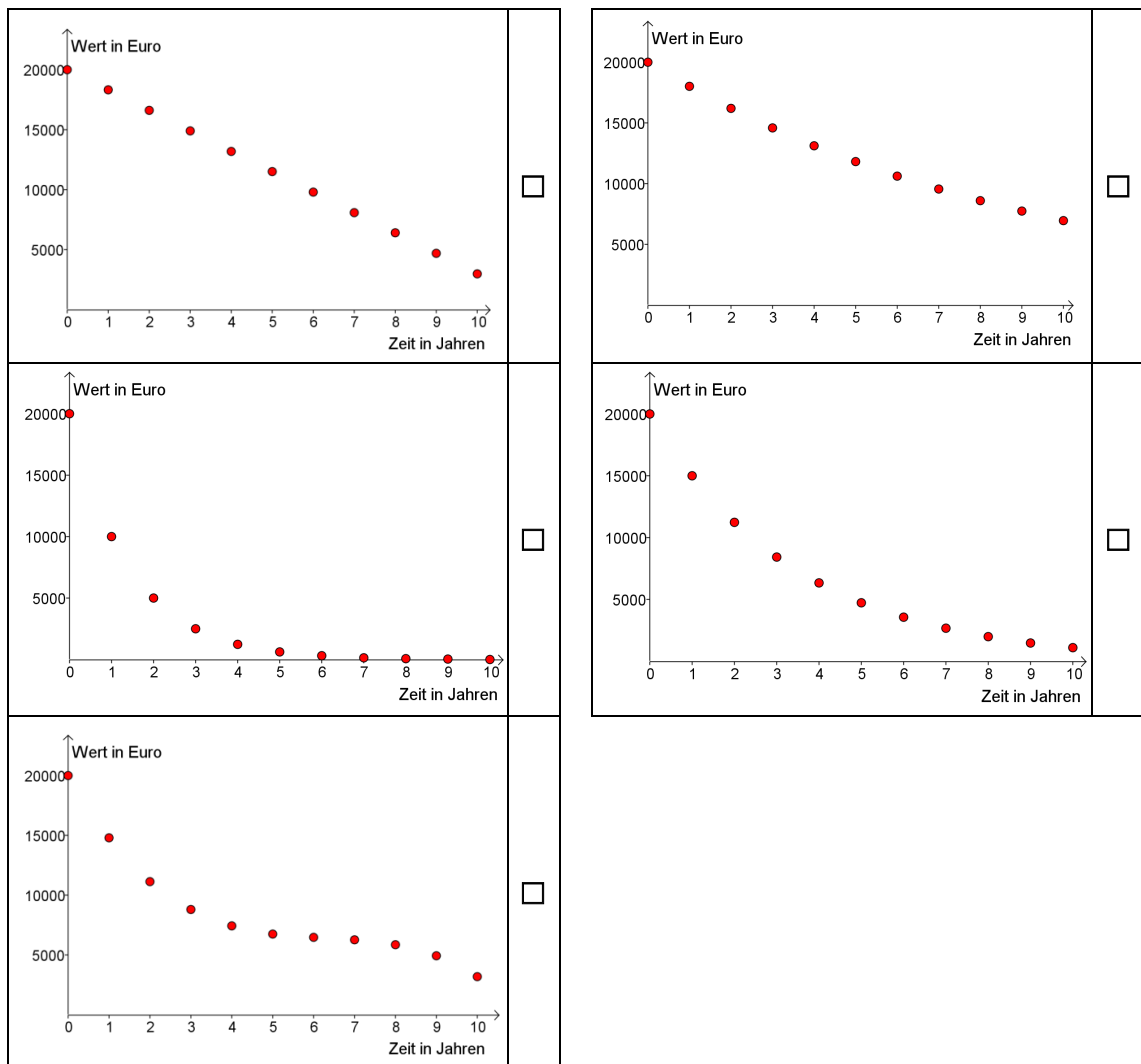
- Berechnen Sie die zugehörige Ratenhöhe.

- c) Simon kauft vom Startkapital zu Beginn des Jahres für sein Unternehmen eine Maschine um € 20.000. Die Maschine verliert gegenüber dem Vorjahr jährlich 25 % ihres Wertes. Die Wertminderung wird jeweils am Ende jedes Jahres berücksichtigt.

- Stellen Sie die Funktionsgleichung auf, die den Wert der Maschine jeweils zu Beginn jedes Jahres beschreibt.
- Geben Sie an, welche Definitionsmenge zu dieser Funktion passt. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Die nachstehenden grafischen Darstellungen sollen den Wert der Maschine zu Beginn jedes Jahres darstellen.

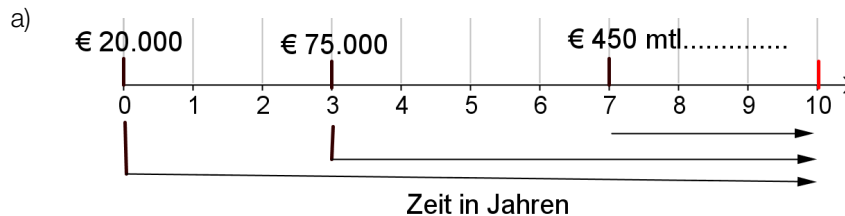
- Kreuzen Sie die korrekte Darstellung an. [1 aus 5]



*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.*

## Möglicher Lösungsweg



$$K_{10} = 20\,000 \cdot 1,021^{10} + 75\,000 \cdot 1,021^7 + 450 \cdot 1,021^{\frac{1}{12}} \cdot \frac{1,021^3 - 1}{1,021^{\frac{1}{12}} - 1} = 128\,094,52$$

Simon kann nach 10 Jahren € 128.094,52 beheben.

$$R \cdot \frac{r^{120} - 1}{r - 1} = 128\,094,52 \quad \text{mit } r = \sqrt[12]{1,021}$$

- b) fehlende Zahl:  
2. Zeile Annuität: € 10.332 (aus  $Z + T = 1\,332 + 9\,000$ )

Es handelt sich um einen Kredit mit einem konstanten jährlichen Zinssatz von 3,7 % p. a. (aus  $1\,665 : 45\,000 = 0,037$ ).

Der Zinssatz wird äquivalent auf den monatlichen Zinssatz umgerechnet:  $i_{12} = \sqrt[12]{1,037} - 1$ .  
Man berechnet damit die monatlich anfallenden Zinsen  $Z_{12}$ .

$T_{12}$  beträgt konstant ein Zwölftel von € 9.000.

Dadurch werden die Annuitäten mit  $T_{12} + Z_{12}$  entsprechend verringert und monatlich ausgewiesen. Die Gesamtlaufzeit ändert sich nicht: 60 Monate.

$$45\,000 = \frac{A}{1,04^5} \cdot \frac{1,04^5 - 1}{0,04}$$

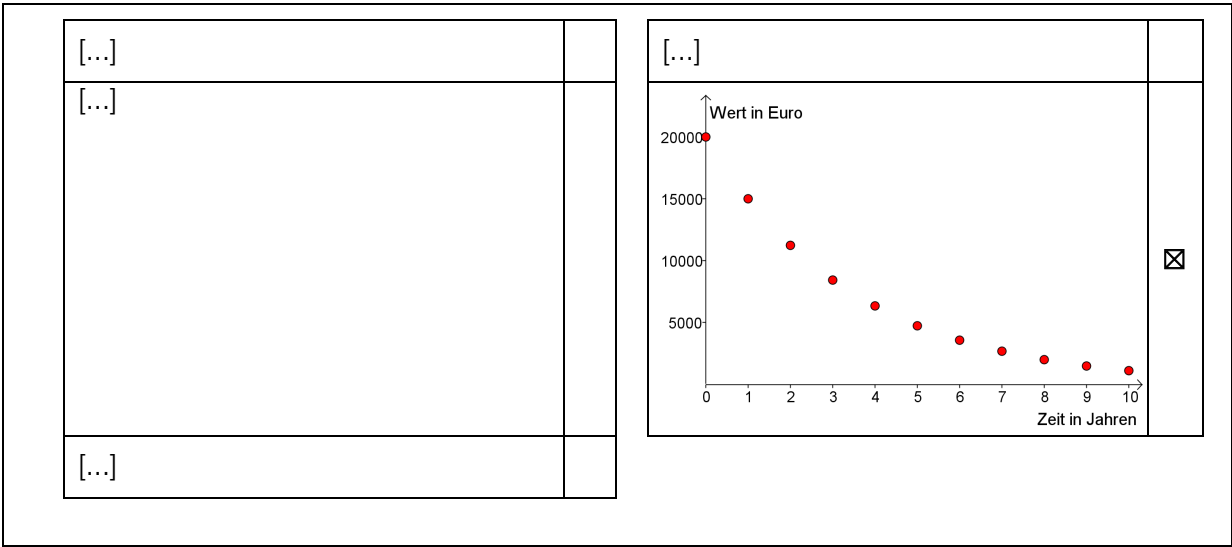
$$A = € 10.108,22$$

- c)  $W(t) = 20\,000 \cdot 0,75^t$  mit  $t \in \mathbb{N}$

$t$  ... Anzahl der Jahre (ganzzahlig)

$W(t)$  ... Wert zu Beginn des Jahres  $t$  in Euro (€)

Innerhalb eines Jahres bleibt der Wert der Maschine gleich groß wie zu Beginn. Erst am Ende des Jahres wird die Wertminderung von 25 % berücksichtigt. Beschreibt man den Wert jeweils zu Beginn des Jahres, so sind die natürlichen Zahlen (mit 0) als Definitionsmenge zu nehmen.



## Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) C Interpretieren und Dokumentieren, A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 4
- c) 3

Thema: Wirtschaft

Quellen: teilweise Mitarbeit der Gruppe HUM Itemwriterschulung OÖ 2014