

Ganzkörperhyperthermie*

Aufgabennummer: A_158

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

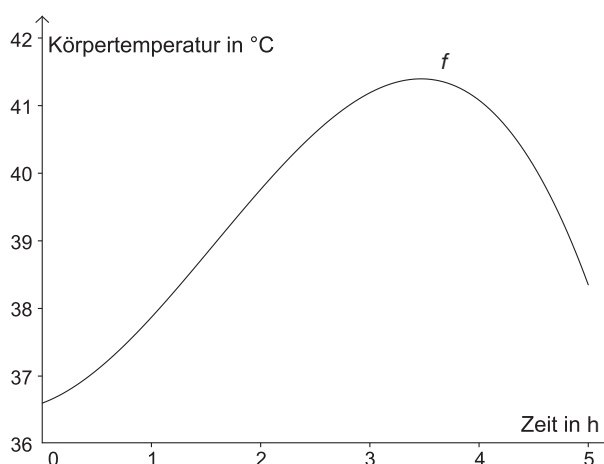
Bei einem Therapieverfahren wird die Körpertemperatur bewusst stark erhöht (künstliches Fieber). Die nebenstehende Grafik dokumentiert näherungsweise den Verlauf des künstlichen Fiebers bei einer solchen Behandlung.

Die Funktion f beschreibt den Zusammenhang zwischen Zeit und Körpertemperatur:

$$f(t) = -0,18 \cdot t^3 + 0,85 \cdot t^2 + 0,6 \cdot t + 36,6$$

t ... Zeit in Stunden (h) mit $0 \leq t \leq 5$

$f(t)$... Körpertemperatur zur Zeit t in °C



- Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem die Körpertemperatur 37 °C beträgt.
- Dokumentieren Sie, wie die maximale Körpertemperatur im angegebenen Zeitintervall mithilfe der Differenzialrechnung berechnet werden kann.
 – Begründen Sie, warum der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades höchstens 2 Extrempunkte haben kann.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt der maximalen Temperaturzunahme.
- Die mittlere Körpertemperatur \bar{f} während der 5 Stunden andauernden Behandlung soll ermittelt werden.

Die mittlere Körpertemperatur in einem Zeitintervall $[t_1; t_2]$ ist:

$$\bar{f} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

- Berechnen Sie die mittlere Körpertemperatur \bar{f} im Intervall $[0; 5]$.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $-0,18 \cdot t^3 + 0,85 \cdot t^2 + 0,6 \cdot t + 36,6 = 37$

Lösung der Gleichung mittels Technologieeinsatz: $t = 0,429... \Rightarrow t \approx 0,43 \text{ h}$

- b) Dazu muss das Maximum der Funktion f ermittelt werden: Man berechnet die Nullstellen der 1. Ableitung f' . Dann berechnet man die Funktionswerte an diesen Stellen und den Randstellen. Die größte dieser Zahlen ist der maximale Funktionswert.

Die 1. Ableitung einer Polynomfunktion 3. Grades ist eine quadratische Funktion. Eine quadratische Funktion hat höchstens 2 Nullstellen. Daher kann der Graph der Polynomfunktion 3. Grades nur höchstens 2 Extrempunkte haben.

- c) Die stärkste Temperaturzunahme erfolgt an der Maximumstelle von f' :

$$f''(t) = -1,08t + 1,7$$

$$-1,08t + 1,7 = 0 \Rightarrow t = 1,57... \approx 1,6$$

Rund 1,6 Stunden nach Beginn der Therapie ist die Temperaturzunahme am größten.

d) $\bar{f} = \frac{1}{5} \cdot \int_0^5 f(t) dt = 39,55... \approx 39,6$

Die mittlere Körpertemperatur beträgt rund 39,6 °C.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × B: für die richtige Berechnung des Zeitpunktes
- b) 1 × C: für die richtige Dokumentation zur Berechnung der maximalen Körpertemperatur
(In der Grafik ist klar zu erkennen, dass der Extremwert der maximalen Körpertemperatur entspricht. Daher sind eine Überprüfung mithilfe der 2. Ableitung und eine Überprüfung der Randstellen nicht erforderlich.)
- 1 × D: für die richtige Begründung
- c) 1 × A: für die richtige Modellbildung (Ermittlung der Wendestelle)
- 1 × B: für die korrekte Berechnung des Zeitpunktes der maximalen Temperaturzunahme
(In der Grafik ist klar zu erkennen, dass an der Stelle der maximalen Temperaturänderung eine Temperaturzunahme vorliegt. Daher ist eine rechnerische Überprüfung, ob an der berechneten Stelle eine Zu- oder Abnahme erfolgt, nicht erforderlich.)
- d) 1 × B: für die richtige Berechnung der mittleren Körpertemperatur