

Informelle Kompetenzmessung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung

BHS

Jänner 2015

Angewandte Mathematik

Teil A
Prüfungsaufgabensammlung



Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

- Jede Berechnung ist mit einem nachvollziehbaren Rechenansatz und einer nachvollziehbaren Dokumentation des Technologieeinsatzes (die verwendeten Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben werden) durchzuführen.
- Selbst gewählte Variablen sind zu erklären und gegebenenfalls mit Einheiten zu benennen.
- Ergebnisse sind eindeutig hervorzuheben.
- Ergebnisse sind mit entsprechenden Einheiten anzugeben.
- Werden Diagramme und Skizzen als Lösungen erstellt, so sind die Achsen zu skalieren und zu beschriften.
- Werden geometrische Skizzen erstellt, so sind die lösungsrelevanten Teile zu beschriften.
- Vermeiden Sie frühzeitiges Runden.
- Legen Sie allfällige Computerausdrucke der Lösung mit Ihrem Namen beschriftet bei.
- Wird eine Aufgabe mehrfach gerechnet, so sind alle Lösungswege bis auf einen zu streichen.

Aufgabe 1

Bevölkerungswachstum und -abnahme

Die Entwicklung der Einwohnerzahl eines Landes kann näherungsweise durch eine Exponentialfunktion modelliert werden.

- a) Für Deutschland wird die Anzahl der Einwohner/innen näherungsweise durch die Funktion N modelliert:

$$N(t) = 82,5 \cdot e^{-0,00043347 \cdot t}$$

t ... Anzahl der vergangenen Jahre seit 2005

$N(t)$... Einwohnerzahl nach t Jahren in Millionen

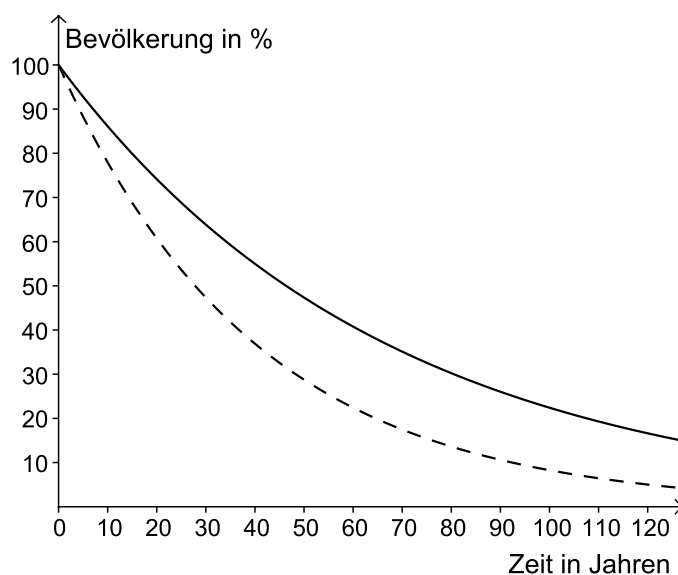
- Interpretieren Sie die Bedeutung des negativen Vorzeichens der Hochzahl in diesem Sachzusammenhang. [1 Punkt]

- b) Mit Stand 1. Jänner 2011 lebten in Österreich 8,402 Millionen Menschen. Die Bevölkerung wächst jedes Jahr um jeweils 0,3 % des Vorjahreswertes.

- Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, die die Entwicklung der Bevölkerung in Österreich ab 1. Jänner 2011 modelliert. [1 Punkt]
- Berechnen Sie, für welches Kalenderjahr das Modell erstmals eine Bevölkerungszahl von mehr als 10 Millionen vorhersagt. [1 Punkt]

- c) Zwei verschiedene Modelle für die Bevölkerungsentwicklung einer Region sind im unten stehenden Diagramm dargestellt. Diese beiden Modelle prognostizieren unterschiedliche Zeitpunkte, zu denen die Bevölkerung auf 50 % des Ausgangswertes gesunken ist.

- Kennzeichnen Sie im nachstehenden Diagramm die Zeitdifferenz zwischen diesen beiden Zeitpunkten. [1 Punkt]



d) Beim Logarithmieren von Gleichung (1) ist ein Fehler passiert:

(1) $N = 8 \cdot 1,02^t$

(2) $\ln(N) = \ln(8) \cdot t \cdot \ln(1,02)$

– Stellen Sie die logarithmierte Gleichung (2) richtig. [1 Punkt]

Aufgabe 2

Die Streif

Jedes Jahr findet auf der Kitzbüheler *Streif* das weltberühmte *Hahnenkammrennen* statt. Die Veranstalter dieses Rennens veröffentlichten folgende Daten über eine Trainingsfahrt für den Abfahrtslauf:

Zeit in Sekunden	Name des Streckenpunkts	Meereshöhe in Metern	zurückgelegter Weg in Metern
0,0	Start	1 665	0
8,5	Mausefalle	1 605	160
39,3	Gschöss	1 386	853
49,2	Alte Schneise	1 331	1 292
63,2	Seidlalm	1 244	1 609
118,1	Zielschuss	922	2 906
131,6	Ziel	805	3 312

- a) – Beschreiben Sie, was mit dem Quotienten $\frac{1\,292\text{ m} - 853\text{ m}}{49,2\text{ s} - 39,3\text{ s}}$ in diesem Sachzusammenhang berechnet wird. [1 Punkt]
- b) – Berechnen Sie den durchschnittlichen Neigungswinkel dieser Trainingsfahrt. [1 Punkt]
- c) Die Geschwindigkeit einer anderen Trainingsfahrt in Abhängigkeit von der Zeit kann für einen Abschnitt durch folgende Funktion näherungsweise beschrieben werden:
- $$v(t) = -0,045 \cdot t^2 + 6,594 \cdot t - 204,571 \quad \text{mit } 60 \leq t \leq 90$$
- t ... Zeit in Sekunden (s)
 $v(t)$... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in Metern pro Sekunde (m/s)
- Bestimmen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem die Geschwindigkeit in diesem Abschnitt maximal ist. [1 Punkt]
 - Stellen Sie eine Formel auf, mit der der Weg, der in diesem Abschnitt zurückgelegt wird, berechnet werden kann. [1 Punkt]
- d) Der in einem Abschnitt zurückgelegte Weg s ist eine Funktion der Zeit t .
- Beschreiben Sie, wie man – ausgehend von dieser Weg-Zeit-Funktion – die Momentangeschwindigkeit zu jedem beliebigen Zeitpunkt dieses Abschnitts ermitteln kann. [1 Punkt]

Aufgabe 3

Planeten

Die folgenden Daten zu den Planeten unseres Sonnensystems sind gegeben:

	Merkur	Venus	Erde	Mars
große Bahnhalbachse in km	57 909 175	108 208 930	149 597 890	227 936 640
mittlerer Äquatorradius in km	2 440	6 050	6 380	3 400
	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun
große Bahnhalbachse in km	778 412 020	1 426 725 400	2 870 972 200	4 498 252 900
mittlerer Äquatorradius in km	71 490	60 270	25 560	24 760

- a) Für eine Astronomie-Ausstellung sollen die Planeten maßstabgetreu verkleinert als Kugelmodelle aufgestellt werden. Die größte vorhandene Kugel hat einen Radius von 42 cm und ist für den Planeten Jupiter reserviert.

– Erklären Sie, warum eine Kugel mit einem Radius von ca. 2 cm für den Planeten Mars passt. [1 Punkt]

- b) Das 3. Kepler'sche Gesetz lautet: „Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die dritten Potenzen der großen Bahnhalbachsen.“ Daher gilt:

$$a_1^3 : a_2^3 = u_1^2 : u_2^2$$

a_1 ... große Bahnhalbachse des Planeten 1

a_2 ... große Bahnhalbachse des Planeten 2

u_1 ... Umlaufzeit des Planeten 1

u_2 ... Umlaufzeit des Planeten 2

– Berechnen Sie die Umlaufzeit des Planeten Neptun. (Hinweis: Die Umlaufzeit der Erde beträgt 1 Jahr.) [1 Punkt]

- c) Die großen Bahnhalbachsen zweier Planeten sollen auf einem Zahlenstrahl veranschaulicht werden. Dabei soll 1 cm auf dem Zahlenstrahl einer tatsächlichen Streckenlänge von 10^8 km entsprechen.

– Veranschaulichen Sie auf einem solchen Zahlenstrahl jeweils ausgehend vom Nullpunkt die großen Bahnhalbachsen der Planeten Erde und Saturn. [1 Punkt]

Aufgabe 4

Diabetes

In Österreich leiden 4,6 % der Bevölkerung an Diabetes („Zuckerkrankheit“).

a) Im Jahr 2014 hatte Österreich 8,5 Millionen Einwohner/innen.

- Berechnen Sie, wie viele Personen in Österreich im Jahr 2014 an Diabetes leiden.
[1 Punkt]

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 30 nach dem Zufallsprinzip ausgewählten Österreicherinnen/Österreichern mindestens 2 an Diabetes leiden. [2 Punkte]

c) Die Wirksamkeit eines neuen Medikaments soll an 120 Personen getestet werden. 70 Personen erhalten das Medikament, der Rest erhält ein Placebo (Medikament ohne Wirkstoff).

Von den 120 Personen werden 2 nach dem Zufallsprinzip ausgewählt. Die Wahrscheinlichkeit, dass genau eine von ihnen ein Placebo erhält, kann man folgendermaßen berechnen:

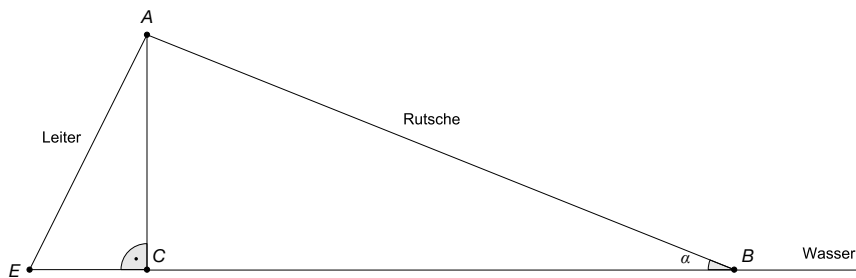
$$\frac{70}{120} \cdot \frac{50}{119} \cdot 2$$

- Erklären Sie die Bedeutung der beiden Brüche in diesem Sachzusammenhang. [1 Punkt]
- Erklären Sie die Bedeutung des Faktors 2 in diesem Sachzusammenhang. [1 Punkt]

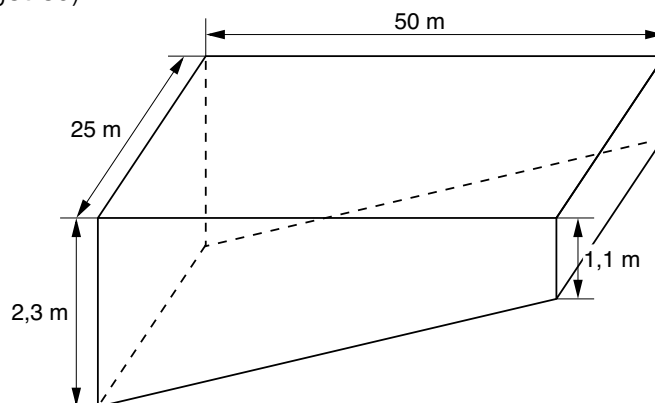
Aufgabe 5

Schwimmbad

- a) Im Kinderbereich eines Schwimmbads soll eine Kinderrutsche errichtet werden. Die unten stehende, stark vereinfachte Abbildung veranschaulicht den Aufbau dieser Kinderrutsche (nicht maßstabgetreu). Die Rutsche taucht unter einem Winkel von $\alpha = 20^\circ$ bei Punkt B ins Wasser ein und ist 3 Meter lang (\overline{AB}). Der Abstand zwischen den Punkten E und C beträgt 0,5 Meter.



- Berechnen Sie die Länge der Leiter \overline{AE} , die für diese Kinderrutsche benötigt wird. [2 Punkte]
- b) In der nachstehenden Abbildung sind die Abmessungen eines Schwimmbeckens eingezeichnet (nicht maßstabgetreu):



Dieses Schwimmbecken soll vollständig befüllt werden. Die Hygienevorschriften sehen vor, dass pro Liter Wasser 0,3 Milligramm eines bestimmten Desinfektionsmittels zugefügt werden müssen.

- Berechnen Sie, wie viel Kilogramm dieses Desinfektionsmittels zugefügt werden müssen. [2 Punkte]
- c) Zur Reinigung eines Schwimmbeckens muss das Wasser abgelassen werden. Zu Beginn sind 2 Millionen Liter Wasser im Becken. Mithilfe von Pumpen werden gleichmäßig 5 000 Liter pro Minute abgesaugt.
- Stellen Sie diejenige Funktionsgleichung auf, die die noch im Becken vorhandene Wassermenge in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. [1 Punkt]
- Berechnen Sie, wie lange das Abpumpen der gesamten Wassermenge dauert. [1 Punkt]