

USB-Sticks (2)

Aufgabennummer: B-C3_18

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Eine Firma bringt USB-Sticks auf den Markt.

- a) Für den Verkauf von 4-GB-USB-Sticks gibt es folgenden Zusammenhang zwischen Absatz x in Mengeneinheiten (ME) und Angebotspreisen p_A in Geldeinheiten/Mengeneinheiten (GE/ME):

x in ME	0	20	30
p_A in GE/ME	4	8	13,2

- Erstellen Sie mit den Werten aus der Tabelle eine quadratische Funktionsgleichung für den Angebotspreis p_A in Abhängigkeit von der Absatzmenge x :

$$p_A(x) = ax^2 + bx + c$$

- Geben Sie die Parameter der Gleichung mit 3 Nachkommastellen an.

- b) Die Erlösfunktion beim Verkauf von 2-GB-Sticks lautet:

$$E(x) = -1,25x^2 + 21x$$

$E(x)$... Erlös in GE bei x Mengeneinheiten

x ... Absatzmenge in ME

- Ermitteln Sie die Erlösgrenzen.
- Erklären Sie, warum nur innerhalb dieser Grenzen ein Erlös möglich ist.
- Berechnen Sie den maximalen Erlös.
- Weisen Sie mathematisch nach, dass es sich um ein Maximum handelt.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Beachten Sie, dass die Funktionen – wie in der Wirtschaftsmathematik üblich – näherungsweise als stetig angenommen werden, obwohl es sich um diskrete Werte handelt.

Möglicher Lösungsweg

- a) Mit Einsetzen in $p_A(x) = ax^2 + bx + c$ erhält man das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} p_A(0) &= 4: & c &= 4 \\ p_A(20) &= 8: & 20^2a + 20b &= 8 - 4 \\ p_A(30) &= 13,2: & 30^2a + 30b &= 13,2 - 4 \end{aligned}$$

oder

Lösung mit Technologie (quadratische Regression bzw. Matrix):

$$a = 0,011 \quad b = -0,013 \quad c = 4$$

$$\text{Angebotsfunktion: } p_A(x) = 0,011x^2 - 0,013x + 4$$

- b) Erlösgrenze: $-1,25x^2 + 21x = 0$,

$$x_1 = 0 \text{ (untere Erlösgrenze), } x_2 = 16,8 \text{ (obere Erlösgrenze)}$$

Einen Erlös kann man nur bei einem Verkauf von bis zu ca. 16,8 ME machen.

Ein Erlös ab 16,8 ME ist nicht möglich, weil die Sättigungsmenge für dieses Produkt überschritten wird.

$$E(x) = -1,25x^2 + 21x$$

$$E'(x) = -2,5x + 21 = 0$$

$$x = 21 : 2,5 = 8,4$$

$$E(8,4) = 88,2$$

$$E''(x) = -2,5$$

Die Erlösfunktion hat nur eine Extremstelle und die Krümmung ist durchwegs negativ. Diese eine Extremstelle ist daher ein Maximum.

Der maximale Erlös wird bei der Verkaufsmenge von 8,4 ME von 2-GB-USB-Sticks erzielt und er beträgt 88,2 GE.

Es kann diese Aufgabe auch nur über die Kenntnis der Parabelgleichung und mit Berechnung des Parabelscheitels ohne Differenzieren gerechnet werden. Auch dieser Lösungsweg ist zulässig.

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B: Cluster 3

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 4

Thema: Wirtschaft

Quellen: —