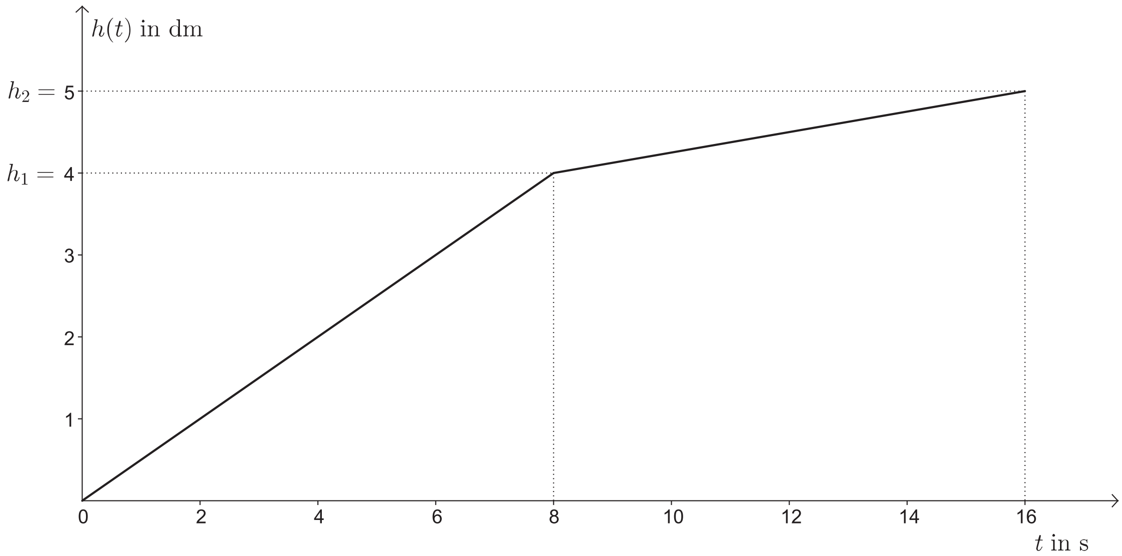
Füllstandmessung*

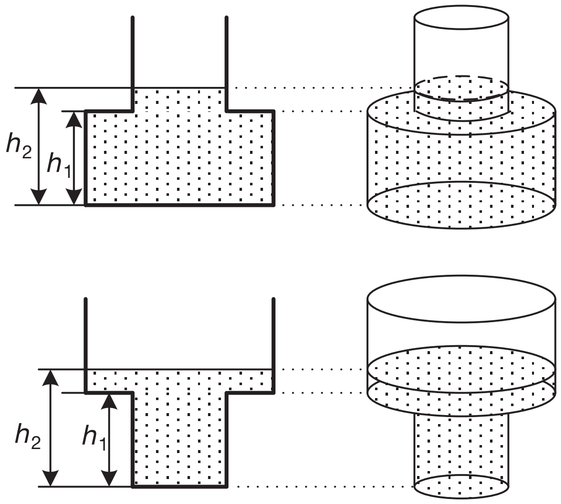
Aufgabennummer: A_024

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Ein Wasserauffanggefäß hat die Form zweier übereinandergestellter gleich hoher Zylinder.
Es wird durch einen konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde befüllt.
Der nachstehende Graph der Funktion *h* beschreibt die Füllhöhe des Gefäßes in Abhängigkeit von der Zeit.



Es stehen 2 Gefäße entsprechend der folgenden Abbildung zur Auswahl (Gefäß *B* entspricht dem „umgedrehten" Gefäß *A*):



* ehemalige Klausuraufgabe (Cluster 9)

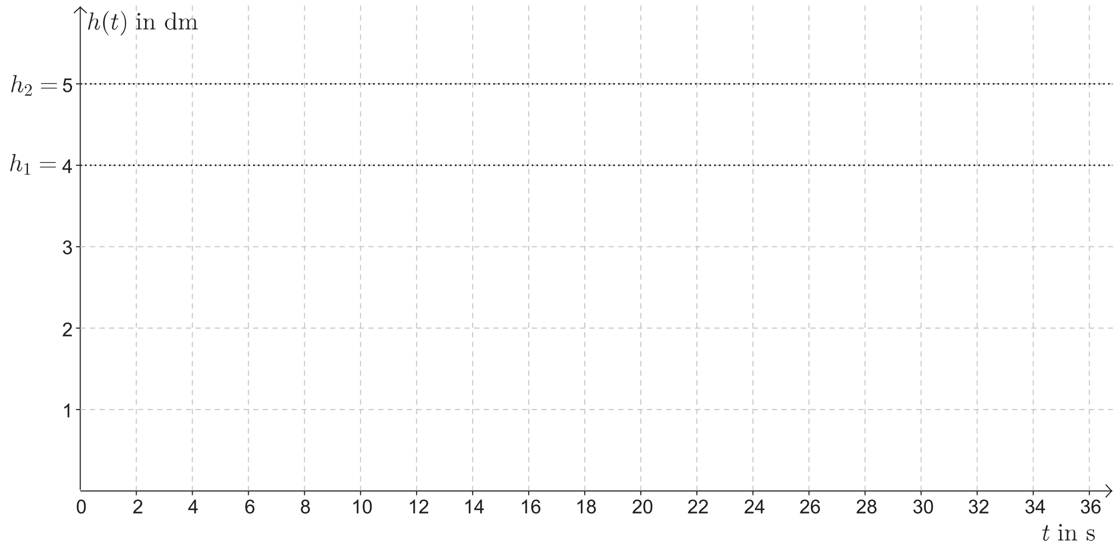
a) Der oben stehende Graph gibt die Füllhöhe h eines der beiden Gefäße richtig wieder.

– Begründen Sie, warum das Gefäß B zum angegebenen Graphen passt.

b) Das Gefäß A wird mit demselben konstanten Zufluss bis zu einer Höhe von 5 dm befüllt.
Die Funktion h beschreibt die Füllhöhe des Gefäßes in Abhängigkeit von der Zeit.

t ... Zeit in Sekunden (s)
$h(t)$ ... Füllhöhe zur Zeit t in Dezimetern (dm)

– Zeichnen Sie den Graphen dieser Funktion in das unten stehende Koordinatensystem ein.



c) Bei der Befüllung mit einem konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde wird der untere Zylinder des Gefäßes B innerhalb von 8 Sekunden bis zur Höhe $h_1 = 4$ dm befüllt.

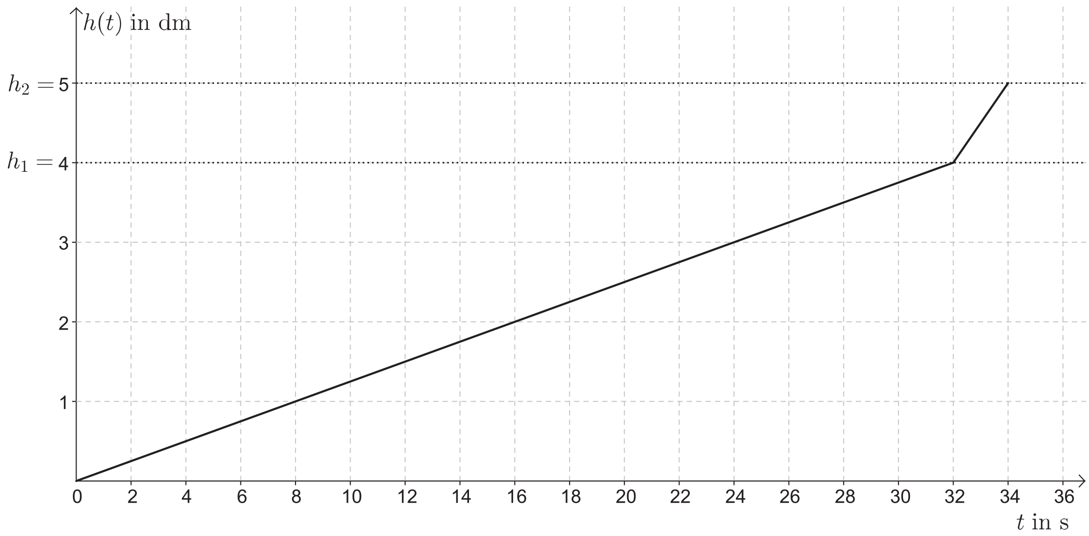
– Berechnen Sie den Radius dieses Zylinders.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Im Intervall [0; 8] steigt der Füllstand schneller als im Intervall [8; 16]. Bei einer kleinen Querschnittsfläche steigt der Füllstand schneller. Folglich wird bei dem dargestellten Füllprozess zuerst der Zylinder mit der kleineren Querschnittsfläche befüllt, also Gefäß *B*.

b)



c) Bei einem konstanten Zufluss von 1 Liter pro Sekunde sind nach 8 Sekunden insgesamt 8 Liter zugeflossen.

$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$
$8 = r^2 \cdot \pi \cdot 4$

$r = \sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0{,}79... \Rightarrow r \approx 0{,}8$ dm

Lösungsschlüssel

a) 1 × D: für die richtige Begründung, warum das Gefäß *B* zum angegebenen Graphen passt
b) 1 × A1: für das richtige Einzeichnen des Graphen für den ersten Abschnitt (bis 32 s)
1 × A2: für das richtige Einzeichnen des Graphen für den zweiten Abschnitt (ab 32 s)
c) 1 × A: für den richtigen Ansatz (Volumen als Produkt von Zeit und Zufluss)
1 × B: für die richtige Berechnung des Radius