Anm. LM:

Die Aufgabe ist nicht der HUM zugeordnet. Ist zum Üben aber sicher tauglich.



Abnehmen

Aufgabennummer: B-C7_02

Technologieeinsatz: möglich □ erforderlich ⊠

Ein Mann hat eine Masse von 95 kg und möchte "abspecken".

Die Entwicklung seiner Körpermasse durch Training und eine entsprechende Diät folgen ungefähr folgender Funktionsgleichung:

$$M(t) = \left(A - \frac{D}{\rho}\right) \cdot \left(1 - \rho\right)^t + \frac{D}{\rho}$$

M(t) ... Masse in Kilogramm (kg) zum Zeitpunkt t

t ... Zeit in Wochen

A ... Ausgangsmasse in kg

D ... wöchentliche Zunahme der Masse in kg durch Ernährung und Muskelaufbau

 $p\dots$ (0 < p < 1) Anteil der Abnahme der Körpermasse pro Woche bezogen auf die Masse zu Wochenbeginn

a) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion M mit den Werten

A = 95 kg

D = 0.64 kg

p = 0.01

für $t \in [0;200]$.

Berechnen Sie, um wie viele Kilogramm sich die Masse in den ersten 100 Wochen verändert hat, und zeichnen Sie die Körpermasse des Mannes nach 100 Wochen in die Grafik ein.

- b) Argumentieren Sie, warum sich nach der gegebenen Funktion für *M* die Körpermasse laufend verringert und langfristig gegen einen unteren Grenzwert strebt.
- c) Der 95 kg schwere Mann hat einen K\u00f6rperfettanteil von 32 %. Berechnen Sie (ohne Zuhilfenahme der obigen Formel) seine K\u00f6rpermasse, wenn er durch Training seinen K\u00f6rperfettanteil auf 25 % verringert, zugleich aber 2,3 kg an Muskelmasse zugelegt hat.

(Die Masse der Körperteile, die nicht Fett oder Muskeln sind, bleibt konstant.)

Hinweis zur Aufgabe:

Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

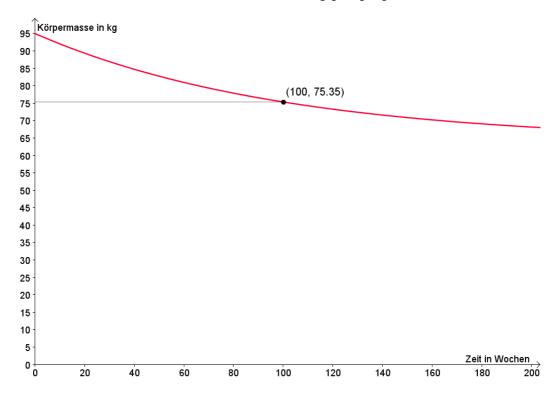
Abnehmen 2

Möglicher Lösungsweg

a)
$$M(100) = (95 - \frac{0.64}{0.01}) \cdot (1 - 0.01)^{100} + \frac{0.64}{0.01} = 75.35$$

$$95 - 75,35 = 19,65$$

Die Masse ist in den ersten 100 Wochen um 19,65 kg geringer geworden.



b) $\frac{D}{\rho}$ ist ein konstanter Wert.

(1-p) liegt zwischen 0 und 1, t ist eine positive Zahl, daher geht $(1-p)^t$ langfristig, d. h. für große t, gegen null.

Wenn der Faktor $(1-p)^t$ für große t gegen null geht, geht auch das Produkt $\left(A - \frac{D}{\rho}\right) \cdot (1-p)^t$ gegen null.

Es bleibt daher langfristig nur der konstante Wert $\frac{D}{\rho}$ als Grenzwert für das erreichte Körpergewicht übrig.

c)
$$\frac{95 \cdot (1-0.32) + 2.3}{1-0.25} = 89.2 \text{ kg}$$

Die Körpermasse des Mannes beträgt 89,2 kg.

Oder:

30,4 kg Fett sowie 64,6 kg Muskeln und Sonstiges werden zu 25 % Fett und 66,9 kg Muskeln und Sonstiges, also wiegt er nunmehr 66,9:0,75=89,2 kg.

Auch andere Berechnungsmodelle, die zum richtigen Ergebnis führen, sind zulässig.

Abnehmen 3

Klassifikation

□ Teil A □ Teil B: Cluster 7

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 1 Zahlen und Maße

Nebeninhaltsdimension:

- a)
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) —
- c) —

Schwierigkeitsgrad:

a) mittel

b) schwer

c) mittel

a) 2

Punkteanzahl:

b) 2

c) 2

Thema: Sport

Quellen: -