

Erweiterung der Produktpalette

Aufgabennummer: B-C6_25

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Ein Unternehmen möchte sein Angebot um ein neues Produkt erweitern. Im Zuge dessen werden die Gesamtkosten untersucht und es wird die Aufnahme eines Kredits in die Wege geleitet.

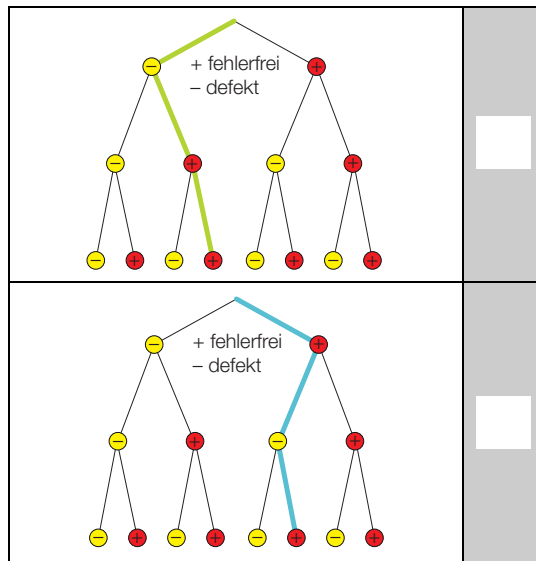
- a) Die Gesamtkosten lassen sich mit einer Polynomfunktion 3. Grades darstellen. Die Kostenkehre liegt bei 100 Stück, der Kostenzuwachs für eine zusätzlich produzierte Mengeneinheit an der Kostenkehre beträgt € 0,30/Stück, die Fixkosten betragen € 5.000, 250 Stück werden um € 10.000 hergestellt.
 - Erklären Sie die mathematische Bedeutung des Kostenzuwachses.
 - Erstellen Sie das Gleichungssystem, mit dem man die Koeffizienten dieser Kostenfunktion ermitteln kann.
 - Berechnen Sie die Koeffizienten der Kostenfunktion.
- b) Der Unternehmer benötigt einen Kredit von € 400.000. Die Rückzahlung erfolgt durch gleich hohe monatliche nachschüssige Raten über einen Zeitraum von 10 Jahren. Die Verzinsung erfolgt vierteljährlich mit einem Zinssatz von nominell 4,3 % p. a. Gebühren und Spesen sollen bei den weiteren Berechnungen unberücksichtigt bleiben.
 - Veranschaulichen Sie die Zahlungsströme mit einer Zeitlinie.
 - Berechnen Sie die monatlichen Rückzahlungsraten.
 - Erklären Sie, wie man den effektiven Jahreszinssatz bestimmt.
- c) Eine Gewinnminderung ergibt sich für den Unternehmer durch die Tatsache, dass bei der Produktion erwartungsgemäß 10 % fehlerhafte Artikel auftreten.

Man entnimmt der Produktion 10 Stück.

 - Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit mindestens 2 fehlerhafte Stück unter diesen 10 auftreten werden.

Gegeben sind zwei Baumdiagramme. Der markierte Ast des jeweiligen Baumdiagramms gibt bei Entnahme von 3 Stück aus der Produktion die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften bzw. fehlerfreien Produktionsreihe wieder.

– Ordnen Sie den beiden Diagrammen jeweils die zutreffende Aussage aus A bis D zu.



A	Nur das 2. Stück ist fehlerhaft.
B	Das 2. und das 3. Stück sind fehlerhaft.
C	Das 1. und das 3. Stück sind fehlerhaft.
D	Nur das 1. Stück ist fehlerhaft.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) Der Kostenzuwachs entspricht der lokalen Änderungsrate. Es wird die 1. Ableitung von K gebildet.

$$K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$$

$$K'(x) = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$$

$$K''(x) = 6a \cdot x + 2b$$

$$\text{Kostenkehre: } 600a + 2b = 0$$

$$\text{Änderungsrate: } 3a \cdot 100^2 + 2b \cdot 100 + c = 0,3$$

$$\text{Fixkosten: } d = 5\,000$$

$$\text{Kosten für 250 Stück: } a \cdot 250^3 + b \cdot 250^2 + c \cdot 250 + d = 10\,000$$

Mittels Technologieeinsatz die Koeffizienten berechnen:

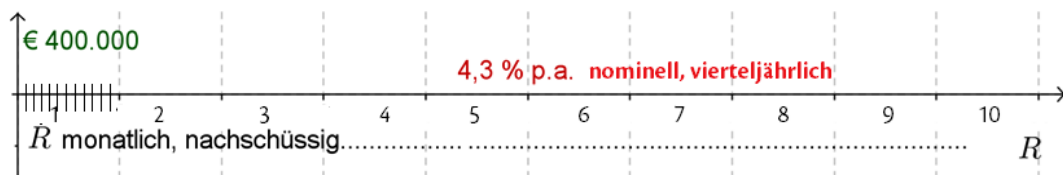
$$a = 0,001125$$

$$b = -0,3377\dots$$

$$c = 34,0714$$

$$d = 5\,000$$

- b)



Der Zinssatz, mit dem vierteljährlich verzinst wird, beträgt $i_4 = \frac{0,043}{4} = 0,01075$.

Dieser Zinssatz lässt sich in einen äquivalenten Monatszinssatz umrechnen:

$$i_{12} = (1 + i_4)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,00357$$

Die Monatsraten berechnet man mit Ansatzgleichung oder mit Technologie (Finanzlöser).

$$r_{12} = 1,00357$$

Ansatzgleichung:

$$400\,000 = \frac{R}{r_{12}^{120}} \cdot \frac{r_{12}^{120} - 1}{r_{12} - 1}$$

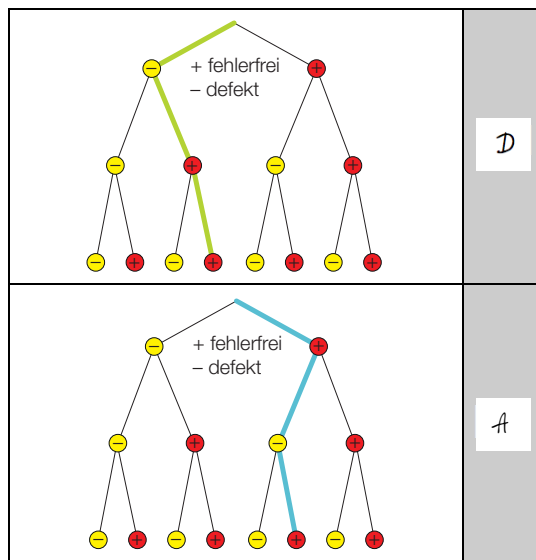
$$R = 4\,104,15$$

Die monatliche Rückzahlungsrate beträgt € 4.104,15.

Der effektive Jahreszinssatz wird aus dem unterjährigen Vierteljahreszinssatz berechnet, der in einen äquivalenten Jahreszinssatz umgerechnet wird:

$$i_{\text{eff}} = (1 + i_4)^4 - 1$$

c) $P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \approx 26,4 \%$



A	Nur das 2. Stück ist fehlerhaft.
B	Das 2. und das 3. Stück sind fehlerhaft.
C	Das 1. und das 3. Stück sind fehlerhaft.
D	Nur das 1. Stück ist fehlerhaft.

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) —
- c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) C Interpretieren und Dokumentieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 4
- c) 2

Thema: Wirtschaft

Quellen: —