

# Zylindrische Gefäße

Aufgabennummer: A\_055

Technologieeinsatz:

möglich ☒

erforderlich ☐

Die Außenfläche eines zylindrischen, oben offenen Gefäßes lässt sich mit folgender Funktion beschreiben:

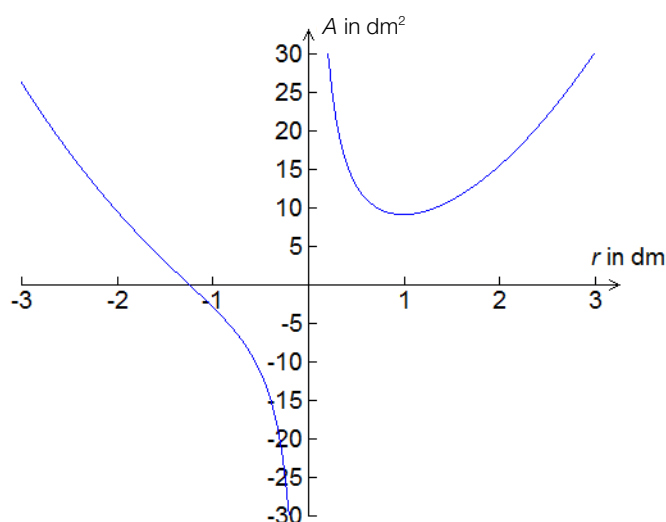
$$A(r) = r^2 \cdot \pi + \frac{2 \cdot V}{r} \text{ mit } V = \text{konstant}$$

$r$  ... Radius in Dezimetern (dm)

$A$  ... Außenfläche in  $\text{dm}^2$

$V$  ... Fassungsvermögen (Volumen) des Gefäßes in Litern (L)

Die nebenstehende Grafik zeigt eine Darstellung der Abhängigkeit der Außenfläche  $A$  vom Radius  $r$  für ein Gefäß mit einem Fassungsvermögen von 3 Litern, wie sie von einer Mathematiksoftware ausgegeben wird.



- Beschreiben Sie das Verhalten der Funktion, wenn  $r$  gegen 0 strebt.  
 – Geben Sie unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Funktion  $A$  eine Außenfläche beschreiben soll, einen mathematisch sinnvollen Definitionsbereich für  $r$  an.
- Entnehmen Sie dem Graphen die möglichen Radien für eine Außenfläche von  $25 \text{ dm}^2$ .  
 – Begründen Sie, warum es sich nicht um eine Funktion handelt, wenn man den Radius  $r$  in Abhängigkeit von  $A$  darstellt.
- Berechnen Sie mithilfe der Differenzialrechnung jenen Radius  $r$ , für den die Außenfläche eines oben offenen Zylinders mit Fassungsvermögen  $V = 5 \text{ L}$  am geringsten ist.  
 Runden Sie Ihr Ergebnis auf 1 Nachkommastelle.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

- a) Bei einer linksseitigen Annäherung von  $r$  an 0 strebt der Funktionswert gegen  $-\infty$ .  
Bei einer rechtsseitigen Annäherung von  $r$  an 0 strebt der Funktionswert gegen  $\infty$ .  
An der Stelle  $r = 0$  hat die Funktion eine Polstelle. Der Funktionswert an der Stelle 0 ist nicht definiert.

Definitionsbereich  $D = \mathbb{R}^+$

- b) Die möglichen Radien sind 0,2 dm und 2,7 dm.  
*Eine angemessene Ungenauigkeit beim Ablesen der Werte wird toleriert.*

Die Zuordnung Radius in Abhängigkeit der Außenfläche ist keine Funktion, da bei dieser Zuordnung einem Wert  $A$  aus der Definitionsmenge bis auf eine Ausnahme immer 2 Werte  $r$  der Wertemenge zugeordnet werden. Dies widerspricht der Definition einer Funktion.

- c) Es wird die 1. Ableitung  $A'(r)$  berechnet.

$$A'(r) = 2 \cdot r \cdot \pi - \frac{10}{r^2}$$

Das Auflösen der Gleichung  $A'(r) = 0$  ergibt  $r = 1,2$  dm.

Auf die rechnerische Kontrolle, ob es sich beim berechneten Wert tatsächlich um ein Minimum handelt, kann verzichtet werden, da die Funktion  $A$  für  $V = 3 \text{ dm}^3$  bereits in der Angabe grafisch dargestellt ist.

## Klassifikation

☒ Teil A

☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 4 Analysis
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) —
- c) 2 Algebra und Geometrie

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) C Interpretieren und Dokumentieren
- c) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) leicht
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 2

Thema: Alltag

Quellen: —