

Leuchtmittel*

Aufgabennummer: A_109

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

In einem Betrieb werden Leuchtmittel erzeugt. Untersuchungen haben ergeben, dass 5 % der erzeugten Leuchtmittel fehlerhaft sind. Die übrigen Leuchtmittel funktionieren einwandfrei. Nun wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ untersucht.

- a) – Erklären Sie, warum die Binomialverteilung hier als Modell zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten verwendet werden kann.
- b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass 6 oder 7 fehlerhafte Leuchtmittel in der Stichprobe zu finden sind.
- c) – Beschreiben Sie, welche Wahrscheinlichkeit durch den Ausdruck

$$0,05^4 \cdot 0,95^{96} \cdot \binom{100}{4}$$

berechnet wird.

- d) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Stichprobe 5 fehlerhafte Leuchtmittel gefunden werden, beträgt 18 %.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in 2 unabhängigen Stichproben gleichen Umfangs jeweils 5 fehlerhafte Leuchtmittel gefunden werden.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

* ehemalige Klausuraufgabe

Möglicher Lösungsweg

- a) Es gibt genau 2 Möglichkeiten des Ausgangs: „fehlerhaft“ oder „nicht fehlerhaft“.
Die Versuche sind voneinander unabhängig.
Die Wahrscheinlichkeiten bleiben konstant.
- b) $P(X = 6) + P(X = 7) = 0,1500 + 0,1060 = 0,2560$
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt 25,60 %.
- c) Durch diesen Ausdruck kann man die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass in der Stichprobe genau 4 fehlerhafte Leuchtmittel gefunden werden.
- d) Nach dem Multiplikationssatz für unabhängige Ereignisse ergibt sich für die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $0,18 \cdot 0,18 = 0,0324 \approx 3,24 \%$.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × D für die richtigen Erklärungen zur Verwendung der Binomialverteilung
- b) 1 × B für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
- c) 1 × C für die richtige Beschreibung zur berechneten Wahrscheinlichkeit
- d) 1 × B für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit