

Lebensversicherung

Aufgabennummer: B-C6_03

Technologieeinsatz:

möglich ☐

erforderlich ☒

Beim Abschluss einer Lebensversicherung auf Ableben spielt der Begriff *Sterbewahrscheinlichkeit* eine große Rolle. Man versteht darunter die Wahrscheinlichkeit, mit der eine versicherte Person innerhalb eines Versicherungsjahres verstirbt.

- a) Die Sterbewahrscheinlichkeit ist unter anderem vom Lebensalter der versicherten Person exponentiell abhängig und verdoppelt sich bei jüngeren Personen schätzungsweise alle 9 Jahre. Laut Statistik Austria verstirbt in Österreich ein 30-jähriger Mann innerhalb eines Versicherungsjahres mit einer Wahrscheinlichkeit von nur ungefähr 0,088 %.

– Ermitteln Sie diejenige Funktion y , die diese Abhängigkeit beschreibt. Runden Sie auf 4 Nachkommastellen.

$$y(t) = y_0 \cdot a^t$$

t ... Alter in Jahren (a)

$y(t)$... Sterbewahrscheinlichkeit in Prozent im Alter von t Jahren

- b) Ein junger Mann, dessen altersbedingte Sterbewahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt des Vertragsabschlusses mit 0,09 % eingeschätzt wird, schließt eine Lebensversicherung über einen bestimmten Betrag ab, der im Falle des Ablebens an seine Angehörigen ausbezahlt wird.

– Erstellen Sie für diese Situation ein geeignetes Baumdiagramm für die ersten 3 Jahre nach Vertragsabschluss unter modellhafter Annahme einer konstanten Sterbewahrscheinlichkeit.
 – Berechnen Sie, wie wahrscheinlich es ist, dass die Versicherung diese Summe innerhalb der ersten 3 Jahre nach Vertragsabschluss ausbezahlen muss.

- c) Statt jährlich € 100 in eine Lebensversicherung mit einer Versicherungssumme von € 20.000 einzuzahlen, möchte ein 30-jähriger Mann jährlich vorschüssig € 100 ansparen. Das Geld soll der Familie nach seinem Ableben zur Verfügung stehen.

– Berechnen Sie, wie lange es dauern würde, bis er gleich viel Geld gespart hat, wie die Lebensversicherungssumme ausmachen würde. Gehen Sie dabei von konstant bleibenden 2,5 % p. a. aus und berücksichtigen Sie die jährlich abzuführende Kapitalertragsteuer.
 – Beurteilen Sie anhand des Ergebnisses die Sinnhaftigkeit des Ansparens im Vergleich mit der Einzahlung in die Lebensversicherung.

- d) Ein 30-jähriger Mann und ein 40-jähriger Mann möchten am selben Tag eine Ablebensversicherung abschließen.

– Erklären Sie, warum sich die zu bezahlenden Prämien der Männer bei gleicher Versicherungssumme und gleicher Laufzeit unterscheiden werden.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

- a) t ... Alter in Jahren (a)
 $y(t)$... Sterbewahrscheinlichkeit in Prozent im Alter von t Jahren
 $y(t) = y_0 \cdot a^t$

1. Gleichung: $0,088 = y_0 \cdot a^{30}$
 2. Gleichung: $2 \cdot 0,088 = y_0 \cdot a^{39}$
 $2 = a^9$

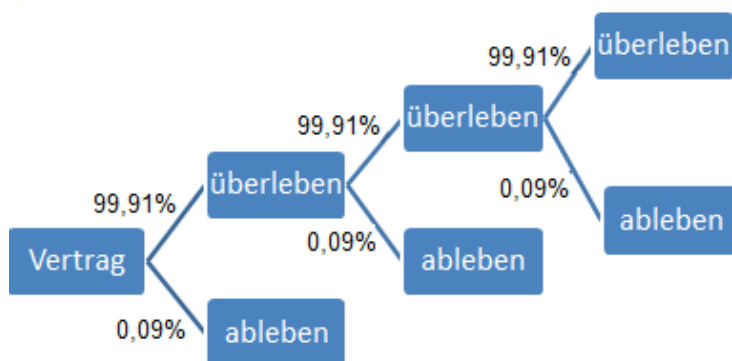
Einsatz von Technologie: $\rightarrow a \approx 1,0801$

$$y_0 = 0,00873 \approx 0,0087$$

Gleichung der Funktion:

$$y(t) = 0,0087 \cdot 1,0801^t$$

- b)



$$0,0009 + 0,9991 \cdot 0,0009 + 0,9991^2 \cdot 0,0009 = 0,0026976 \approx 0,27 \%$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Versicherte innerhalb der ersten 3 Jahre nach Vertragsabschluss stirbt, ist 0,27 %.

Andere Rechenansätze sind möglich und zulässig.

- c) Ansatzgleichung: $20\,000 = 100 \cdot r \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}$

$r = 1,01875$ nach Berücksichtigung der KEST (25 % jährlich auf die Zinsen bei 2,5 % p. a.)

$$r^n = \frac{200(r-1)}{r} + 1$$

$$n = \frac{\ln 4,68098}{\ln 1,01875} \approx 83$$

Erst ungefähr 83 Jahre nach dem Beginn der Spar-Einzahlungen und im Alter von 113 Jahren hätte der Mann unter den vorgegebenen Bedingungen den Betrag von € 20.000 beisammen. 113 Jahre liegen weit über der durchschnittlichen Lebenserwartung. Daher ist das Ansparen von € 20.000 mit € 100 jährlich nicht zielführend.

Da die Lebensversicherung auch dann ausbezahlt wird, wenn der Versicherte nur wenige Jahre nach Versicherungsabschluss stirbt, ist sie günstiger als das Sparen mit derart niedrigen Jahresbeträgen.

- d) Die Sterbewahrscheinlichkeit eines 40-Jährigen ist höher als jene eines 30-Jährigen. Bei gleicher Versicherungssumme und gleicher Laufzeit wird der 40-Jährige daher eine höhere Prämie bezahlen müssen als der 30-Jährige.

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B: Cluster 6

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 3 Funktionale Zusammenhänge
- b) 5 Stochastik
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) —
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) D Argumentieren und Kommunizieren; A Modellieren und Transferieren
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) mittel
- d) leicht

Punkteanzahl:

- a) 4
- b) 2
- c) 3
- d) 1

Thema: Versicherungen

Quellen: —