Bundesinstitut bifie Wien | Zentrum für Innovation & Qualitätsentwicklung

Bankomatbehebungen

Aufgabennummer: A_016

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Das Tagesprotokoll eines Bankomaten weist folgende behobene Geldbeträge auf (kleinstmögliche wählbare Geldeinheit: € 10):

behobener Betrag in €	Häufigkeit
10 bis 100	36
110 bis 200	142
210 bis 300	135
310 bis 400	78

Tabelle 1

a) – Bestimmen Sie die Klassenmitten der in Tabelle 1 angegebenen Klassen.
– Berechnen Sie mit deren Hilfe die Höhe des durchschnittlich behobenen Geldbetrags.

b) – Erstellen Sie ein Säulendiagramm zu den Daten aus Tabelle 1. Achten Sie dabei auf die Skalierung und die Achsenbeschriftung.

c) Zur Überprüfung der Rentabilität des Bankomatstandorts wurde die Anzahl der Behebungen pro Woche über einen Zeitraum von 8 Wochen dokumentiert.

Woche	1	2	3	4	5	6	7	8
Anzahl der Behebungen	1420	1950	2321	8600	3455	1876	1756	2325

Tabelle 2

– Erklären Sie, warum aufgrund der vorliegenden Daten das arithmetische Mittel kein geeignetes Lagemaß ist.
– Bestimmen Sie ein aussagekräftigeres Lagemaß und begründen Sie Ihre Auswahl.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein.

Bundes institut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Schiunfälle

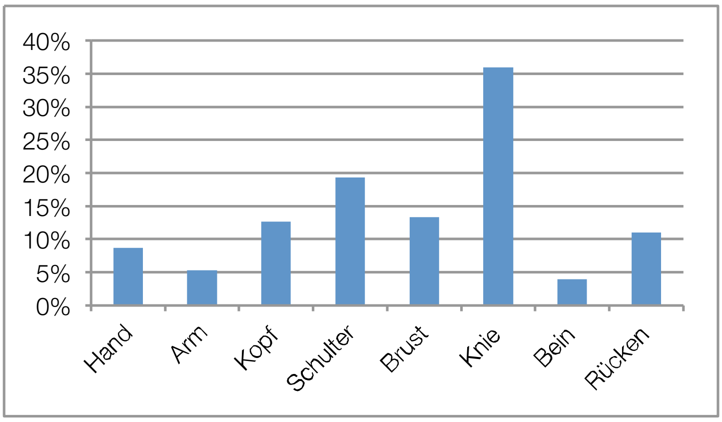
Aufgabennummer: A_019

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

a) Laut Statistik sind jährlich etwa 0,75 % aller Schifahrer/innen von einem Schiunfall mit Verletzungen betroffen. Ungefähr 30 % der Verletzungen von Schifahrerinnen und Schifahrern sind so schwer, dass ein Rettungswagen angefordert werden muss.
In einem bestimmten Schigebiet sind durchschnittlich 440 000 Schifahrer/innen jährlich auf den Pisten unterwegs.

– Berechnen Sie die Anzahl der Personen, die sich in diesem Schigebiet in einem Jahr beim Schifahren verletzen.
– Berechnen Sie, mit wie vielen Einsätzen pro Jahr die Rettungsorganisationen in diesem Schigebiet rechnen müssen.

b) Manche Schifahrer/innen verletzen sich an mehreren Körperteilen. Im untenstehenden Diagramm ist dargestellt, wie sich die Verletzungen auf die einzelnen Körperteile verteilen.



– Vergleichen Sie die Verletzungshäufigkeit von Kopf und Rücken.
– Lesen Sie die Häufigkeit einer Bein- oder Knieverletzung ab.

c) Die Zahl der Verletzungen beim Schifahren ist rückläufig. Sie nimmt pro Jahr um ca. 2 % im Vergleich zum Vorjahreswert ab. Im Jahr 2009 gab es österreichweit etwa 66 200 Verletzungen.

– Erstellen Sie eine Funktion, mit der Sie die Anzahl der Verletzungen beim Schifahren in Abhängigkeit von der Zeit t modellieren können.
– Berechnen Sie die ungefähre Zahl der Verletzungen im Jahr 2014.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Brieflos

Aufgabennummer: A_023

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Die Österreichischen Lotterien bieten eine Onlineform des Briefloses an.
Ein Online-Brieflos kostet € 1. Die Höhe und die Anzahl der Gewinne können der nachstehenden Tabelle entnommen werden.

Gewinne in €	100 000	10 000	1 000	500	100	10	2	1
Anzahl	3	10	50	100	2 000	21 700	400 000	1 400 000

Insgesamt wurden 6,6 Millionen Online-Lose aufgelegt.

a) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass jemand beim Online-Kauf eines einzelnen Loses
(i) genau seinen Spieleinsatz in Höhe von € 1 zurückgewinnt,
(ii) einen höheren Gewinn als den Lospreis erzielt.

b) Herr P. möchte den Hauptpreis € 100.000 gewinnen. Er glaubt, dass er dieses Ziel durch den Kauf von sehr vielen Losen realisieren kann.

– Argumentieren Sie dabei mithilfe der Anzahl der Lose, die Herr P. kaufen müsste, um sicher einen Hauptpreis zu gewinnen.

c) Bei der „klassischen" Variante des Briefloses ermöglicht ein Fünftel aller Lose, dass die Besitzerin/der Besitzer sich für die Teilnahme an der Brieflos-Show anmeldet.
In jeder Brieflos-Show wird 1 Los aus N Einsendungen für die darauf folgende Show gezogen. Die Besitzerin/der Besitzer dieses Loses kann in der nächsten Show ein Glücksrad mit 80 Gewinnfeldern drehen. Insgesamt 3 dieser Felder zeigen den Hauptgewinn an.

– Dokumentieren Sie, wie sich für die Käuferin/den Käufer eines Briefloses die Wahrscheinlichkeit für den Hauptgewinn beim Glücksrad berechnen lässt.

d) Die Wahrscheinlichkeit, dass jemand beim Glücksrad mindestens € 50.000 gewinnt, beträgt ungefähr 7,8 %.

– Berechnen Sie, wie viele Personen das Glücksrad drehen müssen, damit mit mindestens 90%iger Wahrscheinlichkeit mindestens 1-mal ein Betrag dieser Höhe ausbezahlt werden muss.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein.

Reinanken

Aufgabennummer: A_029

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

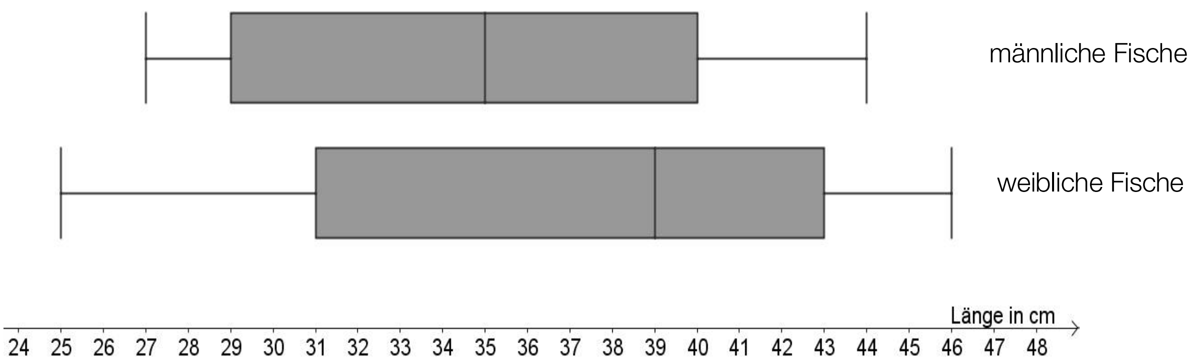
Man hat Längenmessungen an einer bestimmten Sorte von Fischen (Reinanken) im Wörthersee durchgeführt und tabellarisch festgehalten. Die Altersklasse von Fischen wurde dabei in Lebens-Sommern („sömmrig") angegeben.

Altersklasse (sömmrig)	männliche Fische	weibliche Fische	mittlere Länge in cm
3	18	4	31,4
4	28	10	34,7
5	22	12	38
6	12	8	40,3
7	8	14	44
8	2	10	46,9

a) Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten für das Vorkommen weiblicher Fische in den unterschiedlichen Altersklassen bezogen auf die Gesamtzahl der Fische in der jeweiligen Altersklasse. Stellen Sie diese relativen Häufigkeiten in einem Säulendiagramm dar.

b) Berechnen Sie das arithmetische Mittel der mittleren Längen für alle gefangenen Fische und erklären Sie Ihre Vorgehensweise.

c) Bei einer Untersuchung der Längen von männlichen und weiblichen Fischen wurden die untenstehenden Boxplot-Diagramme ermittelt. Es wurden jeweils 120 Fische untersucht.



Vergleichen Sie die Diagramme der männlichen und der weiblichen Fische bezüglich der Aussage des in diesem Boxplot-Diagramm veranschaulichten Parameters *Spannweite*.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Fräsmaschine

Aufgabennummer: A_038

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Die Rohlinge (das sind Werkstücke, die noch weiter bearbeitet werden müssen) für eine Fräsmaschine werden in 3 Behältern geliefert. Im ersten befinden sich 6 Rohlinge, im zweiten 5 Rohlinge und im dritten 7 Rohlinge. Aufgrund von Transportproblemen befindet sich in jedem Behälter je 1 defekter Rohling.

a) Jedem Behälter wird genau 1 Rohling entnommen. Von diesen 3 Rohlingen ist keiner defekt.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis.

b) Umbauarbeiten an der Maschine erfordern eine Umstellung. Die 18 Rohlinge werden nun in einem Behälter geliefert, der 3 defekte Rohlinge enthält. Dem Behälter werden 3 Rohlinge entnommen. Von diesen 3 Rohlingen sind 2 defekt.

d … defekt, ***nd*** … nicht defekt

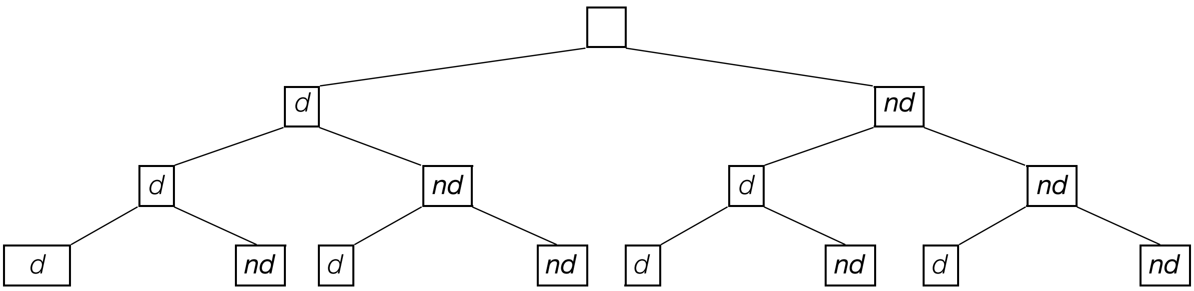


Abbildung 1

– Beschreiben Sie, ohne die Rechnung durchzuführen, die erforderlichen Lösungsschritte, die zur Ermittlung der Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses notwendig sind.
– Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten für die Einzelziehungen in Abbildung 1.

c) Der Abteilungsleiter soll für die 13 Arbeiter im April (30 Tage) einen Dienstplan erstellen. Neben den Vollzeitarbeitern (mit einem 100%igen Beschäftigungsgrad) gibt es auch Teilzeitarbeiter. Die Anzahl der Arbeiter und der Beschäftigungsgrad sind in der folgenden Tabelle angegeben:

Anzahl der Arbeiter	Beschäftigungsgrad der Arbeiter in Prozent
5	100
4	75
4	50

Die Fräsmaschine benötigt zur Bedienung 2 Arbeiter pro Schicht. Es wird in 2 Schichten pro Tag gearbeitet.

– Berechnen Sie, wie viele Schichten auf jeden Arbeiter entfallen.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Energieverbrauch und Joggen

Aufgabennummer: A_045

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Der Energieverbrauch in Kilojoule (kJ) pro Minute (min) beim Joggen ist unter anderem abhängig von der Körpermasse in Kilogramm (kg). Der Verbrauch bei einer bestimmten Geschwindigkeit durch ebenes Gelände wird durch die folgende Tabelle beschrieben:

Körpermasse in kg	50	60	70	80	90	100
Energieverbrauch in kJ pro min	58	66	73	82	90	98

a) – Berechnen Sie aus den Werten der obigen Tabelle die mittlere Änderungsrate zwischen 50 kg und 100 kg des Energieverbrauchs pro Kilogramm Körpermasse.
– Erklären Sie die mathematische Bedeutung der mittleren Änderungsrate in einem linearen Modell.

b) Eine Person mit 70 kg Körpergewicht beginnt mit einer bestimmten Geschwindigkeit zu joggen und wird aufgrund von Erschöpfung langsamer. Damit sinkt ihr Energieverbrauch pro Minute um 0,5 %.
– Stellen Sie eine Funktion der Zeit auf, die den sinkenden Energieverbrauch dieser Person beschreibt.

c) Eine Joggerin mit einer Körpermasse von 60 kg joggt bergauf. Dabei bleibt der Energieverbrauch pro Minute nicht konstant und kann näherungsweise durch die folgende quadratische Funktionsgleichung beschrieben werden:

$$f(t) = -0{,}05t^2 + 3t + 66 \qquad 0\text{ min} \leq t \leq 30\text{ min}$$

t … Zeit in Minuten (min)
$f(t)$ … Energieverbrauch in Kilojoule pro Minute (kJ/min) zum Zeitpunkt t

Der Gesamtenergieverbrauch E während des Trainings lässt sich über diejenige Fläche berechnen, die der Graph der Funktion f mit der Zeitachse im Intervall [0 min; t min] einschließt.
– Stellen Sie diejenige Gleichung auf, aus der man die Zeitdauer berechnen kann, die die Joggerin bergauf laufen müsste, um die gleiche Menge an Energie zu verbrauchen, die sie für 30 min Joggen in der Ebene benötigt.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Ölabfüllung

Aufgabennummer: A_047

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Eine Flasche soll 300 Milliliter (ml) Olivenöl enthalten. Die Genauigkeit der Abfüllanlage wird mit einer Stichprobe von 25 Flaschen überprüft. Es ergeben sich die folgenden Abfüllmengen in ml:

296	298	302	301	304
300	295	296	297	301
298	296	295	300	302
295	297	295	296	303
300	295	297	298	300

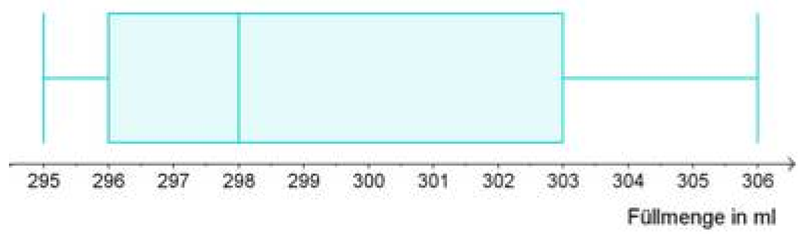
a) – Berechnen Sie das arithmetische Mittel und den Median der gemessenen Abfüllmengen.
– Erklären Sie, wie sich beide Größen verändern, wenn die Flasche mit der Abfüllmenge 304 ml einen wesentlich höheren Messwert gehabt hätte.

b) Eine weitere Überprüfung der Anlage hat die nebenstehenden Kennzahlen geliefert.

– Erstellen Sie einen Boxplot.

statistische Größe	Füllmenge in ml
Minimum (Min)	295
1. Quartil (Q1)	296
Median (Med)	298
3. Quartil (Q3)	301
Maximum (Max)	304

c) Als Ergebnis einer 3. Überprüfung der Abfüllanlage wurde der folgende Boxplot erstellt:



– Interpretieren Sie den Boxplot in Hinblick auf die Bedeutung der 5 Kennzahlen (Min, Q1, Med, Q3, Max).
– Beschreiben Sie die Verteilung der Daten links und rechts vom Median.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Arbeitslosigkeit

Aufgabennummer: A_065

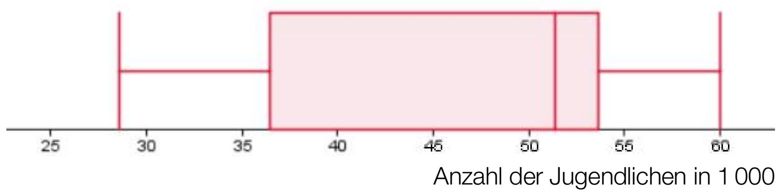
Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Die nachstehende Tabelle zeigt die Entwicklung der Arbeitslosigkeit in Österreich von 1994 bis 2011. Die Anzahl der Arbeitslosen ist in 1000 angegeben.

1994	133,9
1995	139,3
1996	155,4
1997	158,9
1998	159,6
1999	141,6
2000	133,8
2001	137,1
2002	156,2
2003	169,6
2004	194,6
2005	207,7
2006	195,6
2007	185,6
2008	162,3
2009	204,4
2010	188,2
2011	179,0

a) – Berechnen Sie die Spannweite der Arbeitslosenzahlen insgesamt.
– Berechnen Sie, wie viel Prozent des Höchststands der niedrigste Stand der Arbeitslosigkeit beträgt.

b) Im nachstehenden Boxplot ist die Anzahl arbeitsloser Jugendlicher im Alter von 15 bis 24 Jahren für die Jahre 1994 bis 2011 dargestellt.



– Lesen Sie aus dem Boxplot den Median und das 1. Quartil ab.
– Erklären Sie deren Bedeutung.

c) – Stellen Sie die Daten aus der Tabelle in einem Liniendiagramm dar.
– Interpretieren Sie die lokalen Extrema im Zeitraum von 2006 bis 2010.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Spieleabend

Aufgabennummer: A_069

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Eine Familie spielt ein Brettspiel. Bei diesem Spiel werden 2 gleiche Würfel (mit den Augenzahlen von 1 bis 6) geworfen. Die geworfenen Augenzahlen der beiden Würfel werden zusammengezählt. Alle Augenzahlen sind gleich wahrscheinlich.

a) Max benötigt die Augensumme „6", die schon seit einigen Runden nicht mehr geworfen wurde. Er weiß, dass die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme „6" zu werfen, bei ungefähr 14 % liegt. Daher meint er, dass die Augensumme „6" spätestens jedes 7. Mal geworfen werden müsste, weil sich die Wahrscheinlichkeit auf die Augensumme „6" mit zunehmender Anzahl an Würfen erhöhen würde.

– Argumentieren Sie den Wahrheitsgehalt von Max' Aussage.

b) Die Augensumme „7" zu werfen, ist für dieses Spiel ungünstig.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit in Prozent, dass die geworfene Augensumme nicht „7" beträgt.

c) Die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme „12" zu werfen, beträgt $\frac{1}{36}$.

– Stellen Sie die prozentuellen Wahrscheinlichkeiten, dass bei 100 Würfen 1-, 2-, 3- oder 4-mal die Augensumme „12" geworfen wird, in Form eines Säulendiagramms dar.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Stadtlauf (2)

Aufgabennummer: A_079

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

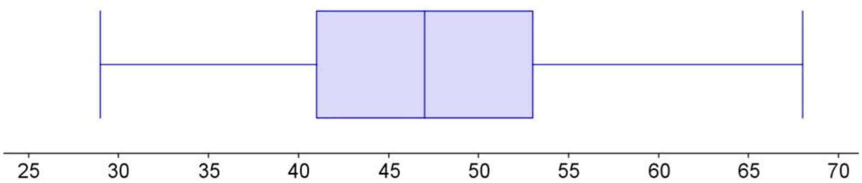
In einer Stadt findet jährlich ein Laufwettbewerb statt.

a) Eine Gruppe von Schülerinnen und Schülern einer Maturaklasse hat am Stadtlauf teilgenommen. In der folgenden Tabelle sind ihre Laufzeiten in Minuten aufgelistet:

46	50	43	49	59	61
53	54	53	56	67	39

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel und den Median der Laufzeiten.
– Begründen Sie, warum der Median gegenüber extremen Einzelwerten („Ausreißern") stabiler ist als das arithmetische Mittel.

b) Die nachstehende Grafik zeigt einen Boxplot über die Laufzeiten aller Teilnehmer/innen des Stadtlaufs. Die Laufzeiten sind in Minuten angegeben.



– Lesen Sie die ungefähren Werte der 5 Kenngrößen des Boxplots ab.
– Interpretieren Sie anhand der abgelesenen Kenngrößen das obere Quartil in Bezug auf die erreichten Laufzeiten.
– Begründen Sie, warum man anhand des Boxplots keine Aussage über die Anzahl der Teilnehmer/innen machen kann.

c) Erfahrungsgemäß nehmen etwa 6,3 % der Hobbyläufer/innen Dopingmittel.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, mit der mindestens 1 Person Dopingmittel verwendet hat, wenn n zufällig ausgewählte Personen getestet werden.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Autorennspiel

Aufgabennummer: A_087

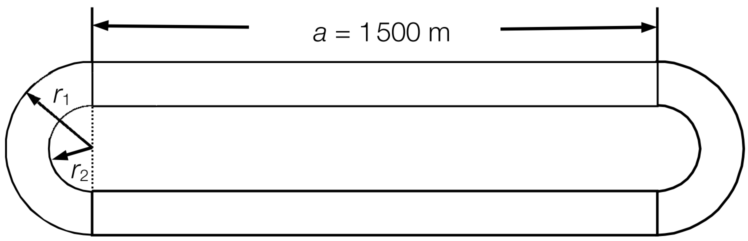
Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Susanne und René spielen ein Autorennspiel auf einer Spielkonsole. Dabei fahren sie mit je einem Auto einige Runden auf einem Rundkurs.

a) Der Kurs hat die in der nachstehenden Abbildung dargestellte Form.

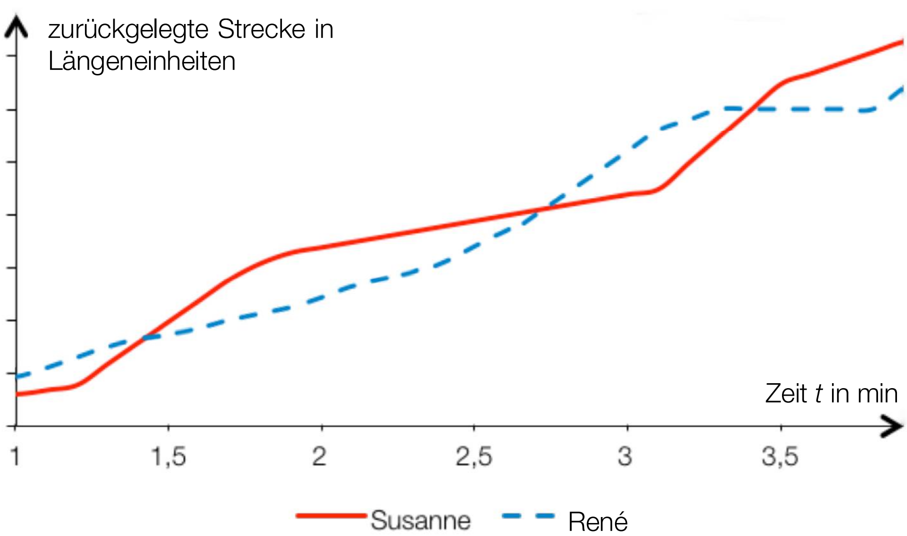
$r_1 = 225$ m

$r_2 = 110$ m



– Berechnen Sie die Länge der Strecke, die ein Auto in einer Runde zurücklegen würde, wenn es in der Mitte der Fahrbahn führe.

b) Das nachstehende Diagramm gibt einen Abschnitt des Spielverlaufs wieder.



– Kreuzen Sie die auf den in der Grafik dargestellten Streckenabschnitt zutreffende Aussage an. *[1 aus 5]*

Susanne liegt nach 3 Minuten vor René.	☐
Susanne überholt René genau 3-mal.	☐
Susanne liegt genau 1-mal vor René.	☐
René bleibt genau 1-mal stehen.	☐
Susanne bleibt genau 1-mal stehen.	☐

c) Bei dem Spiel kann man die Autos der Gegner mit Reißnägeln bewerfen und so ihre Geschwindigkeit verringern. Man hat höchstens 2 Versuche.

1. Versuch: 70 % Trefferwahrscheinlichkeit
2. Versuch: 40 % Trefferwahrscheinlichkeit

– Erstellen Sie ein passendes Baumdiagramm zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, das gegnerische Auto mit den Reißnägeln zu treffen.
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das Auto zu treffen.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.