

Hustensaft

Aufgabennummer: B_138

Technologieeinsatz:

möglich ☐

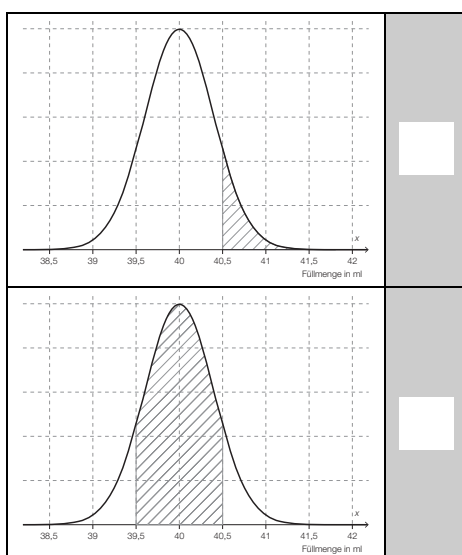
erforderlich ☒

Ein Unternehmen hat das Monopol auf den Vertrieb eines bestimmten Hustensafts. Der Hustensaft wird in kleinen Flaschen abgefüllt, deren Füllmenge in Millilitern (ml) angegeben ist.

- a) Die Füllmenge für Flaschen einer bestimmten Größe kann als annähernd normalverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert von 40 ml angenommen werden. Die Standardabweichung beträgt 0,4 ml. Zum Ausschuss zählen alle Flaschen, deren Füllmenge außerhalb des Toleranzbereichs von $[39,5; 40,5]$ ml liegt.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Flasche zum Ausschuss zählt.
- Ordnen Sie den durch die schraffierten Flächen dargestellten Wahrscheinlichkeiten in den beiden Skizzen je eine von den in A bis D gegebenen Füllmengen x richtig zu. Schreiben Sie den entsprechenden Buchstaben in das leere Feld neben der Skizze.

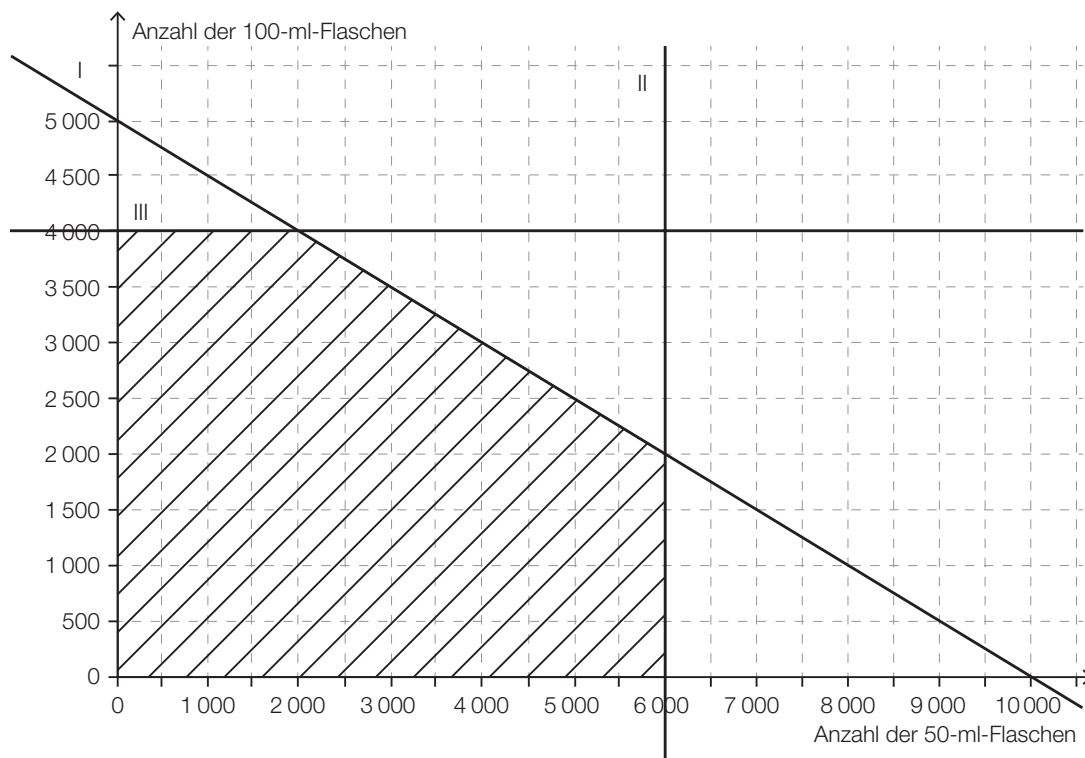
[2 zu 4]



A	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 39,5 \wedge x \geq 40,5\}$ mit x in ml
B	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 39,5 \wedge x \leq 40,5\}$ mit x in ml
C	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 39,5 \wedge x \leq 40,5\}$ mit x in ml
D	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 39,5 \wedge x \geq 40,5\}$ mit x in ml

- b) Das Unternehmen füllt pro Tag 500 Liter Hustensaft in x Flaschen mit 50 ml und y Flaschen mit 100 ml ab.
Der Verkaufspreis für eine 50-ml-Flasche beträgt € 5,40.
Für eine 100-ml-Flasche erzielt man einen Preis von € 9,60.

Der Lösungsbereich für die möglichen Verkaufszahlen der beiden unterschiedlichen Flaschen ist in der nachstehenden Grafik dargestellt.



- Lesen Sie aus der Grafik die Ungleichung der einschränkenden Bedingung I ab.
- Erstellen Sie die Gleichung der Zielfunktion für den maximalen Erlös.
- Zeichnen Sie in die Grafik diejenige Gerade ein, für die der optimale Wert der Zielfunktion angenommen wird.
- Ermitteln Sie grafisch diejenige Anzahl von Flaschen, die das Unternehmen von beiden Größen verkaufen sollte, um einen maximalen Erlös zu erzielen.

- c) Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der abgefüllten 100-ml-Flaschen und dem Verkaufspreis p pro Flasche wird in der folgenden Tabelle dargestellt.

x	1	5	10	15	20	25	30	35	40
$p(x)$	23,90	22,90	21,80	20,50	19,90	18,10	17,90	17,10	16,60

x ... Flaschen in Mengeneinheiten (ME)

$p(x)$... Preis bei einem Absatz von x ME in Geldeinheiten pro Mengeneinheit (GE/ME)

- Ermitteln Sie die Funktionsgleichung für die Preis-Absatz-Funktion mithilfe einer linearen Regression.
- Erstellen Sie die Gleichung der Erlösfunktion.
- Berechnen Sie den maximalen Erlös.
- Erklären Sie den Zusammenhang zwischen der 2. (oberen) Erlösgrenze und der Sättigungsmenge.

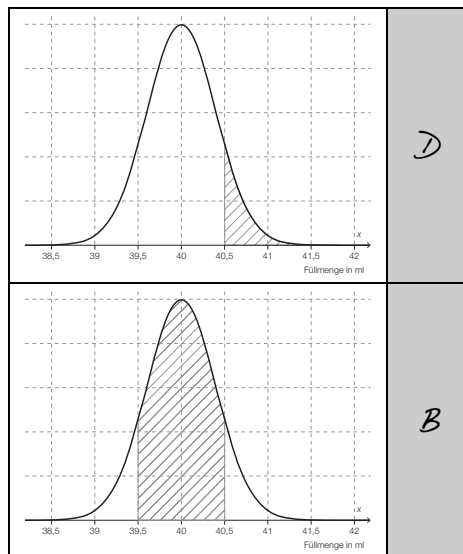
Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $P(X < 39,5) = \Phi\left(\frac{39,5 - 40}{0,4}\right) = 0,105649\dots$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig entnommene Flasche Ausschuss ist, beträgt das Doppelte, nämlich rund 21,13 %.

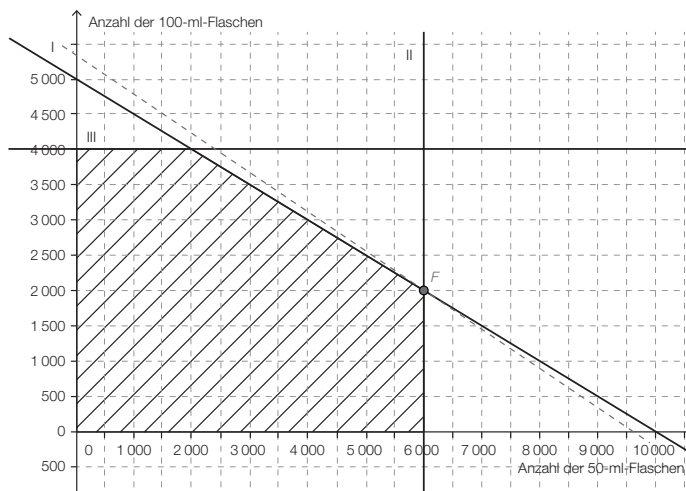


A	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 39,5 \wedge x \geq 40,5\}$ mit x in ml
B	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 39,5 \wedge x \leq 40,5\}$ mit x in ml
C	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 39,5 \wedge x \leq 40,5\}$ mit x in ml
D	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 39,5 \wedge x \geq 40,5\}$ mit x in ml

b) Ungleichung der einschränkenden Bedingung I: $y \leq 5000 - 0,5x$

$Z(x, y) = E = 5,4x + 9,6y \dots$ soll maximal werden

$$Z_0 = -\frac{5,4}{9,6}x$$



$$F = (6000 \mid 2000)$$

Bei einem Verkauf von 6000 50-ml-Flaschen und 2000 100-ml-Flaschen ist maximaler Erlös zu erwarten.

(Ablesung genügt, Toleranz: ± 50 Flaschen)

c) $p(x) = -0,1916x + 23,71$
 $E(x) = -0,1916x^2 + 23,71x$
Maximum des Erlöses: $E_{\max} = 733,51$ GE

Die Sättigungsmenge ist die Menge, bei der der Stückpreis null ist. Es gibt daher keine Einnahmen.

An dieser Stelle ist auch der Erlös null.

Die 2. (obere) Erlösgrenze ist an der Stelle der Sättigungsmenge.

Klassifikation

☐ Teil A

☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 5 Stochastik
- b) 2 Algebra und Geometrie
- c) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 5 Stochastik

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz, C Interpretieren und Dokumentieren
- c) D Argumentieren und Kommunizieren, A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:

- a) mittel
- b) mittel
- c) leicht

Punkteanzahl:

- a) 3
- b) 4
- c) 4

Thema: Wirtschaft

Quellen: —