

Trabalho 6

Entrega: 13 de setembro de 2021 até as 23:59 pelo class.

Exercício 1: Pêndulo caótico.

O pêndulo amortecido e forçado é descrito pelas seguintes equações diferenciais acopladas

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega(t) \quad \text{e} \quad \frac{d\omega(t)}{dt} = -q\omega(t) - \sin\theta(t) + b\cos(\omega_0 t),$$

onde $\theta(t)$ é a abertura angular entre o pêndulo e a vertical, $\omega(t)$ é a sua velocidade angular, q é o fator de amortecimento que tenta parar o pêndulo e b e ω_0 são a amplitude e a frequência angular da força externa aplicada. A frequência angular está associada com a frequência normal via a relação $\nu_0 = \omega_0/2\pi$. O termo, $-\sin\theta(t)$, é a força da gravidade para baixo, onde fizemos $g = 1$.

(a) Resolva esse sistema de equações diferenciais para um pêndulo amortecido e forçado com a condição inicial $\theta(t=0) = 90^\circ$ e $\omega(t=0) = 0$. Para os parâmetros utilize $q = 0.5$ e $\omega_0 = 2/3$. Encontre a solução para dois valores de b : 0.9 e 1.15. Faça o tempo evoluir até pelo menos 10^3 segundos com 100 mil pontos. Se puder/quiser faça mais pontos e mais tempo. Faça os gráficos de $\theta(t)$ na vertical e o tempo na horizontal até 200 segundos para os dois valores de b .

(b) Com resultado do item anterior, faça a transformada rápida de Fourier de $\theta(t)$ para os dois valores de b e encontre os módulos dos seus coeficientes espectrais $|c_n|$ e faça o gráfico com ν/ν_0 na horizontal e $|c_n|$ na vertical. Você consegue encontrar as frequências dominantes? Você conseguiria explicar de forma simples por que para $b = 1.15$ o espectro ficou ruidoso, porém ainda se mantém um pico na frequência $\nu/\nu_0 = 1$?