

Trabalho 4

Entrega: 14 de agosto de 2021 até as 23:59 pelo class.

Exercício 1: Corrida com arrasto do ar turbulento.

Uma forma de modelar uma corrida de 100 metros rasos faz uso do arrasto do ar turbulento F_{ar} que é contrário ao movimento do atleta. A força das pernas do atleta será modelada com uma força constante F_0 na direção de movimento da corrida. A força de arrasto é dada por

$$F_{\text{ar}} = \frac{1}{2} \rho C_d A v^2$$

onde ρ é a densidade do ar, C_d o coeficiente de arrasto adimensional e A é a seção reta da área do corpo do atleta atravessando o ar e v é a sua velocidade.

A segunda lei de Newton fornece

$$F_0 - \frac{1}{2} \rho C_d A v^2 = m \frac{dv}{dt} \implies a_0 - \beta v^2 = \frac{dv}{dt} \quad \text{e} \quad v = \frac{dx}{dt},$$

onde definimos por simplicidade $\beta = \frac{1}{2m} \rho C_d A$, uma constante para um dado atleta e $a_0 = F_0/m$ é a aceleração constante desenvolvida pelas pernas do atleta.

(a) Encontre as soluções analíticas para $v(t)$ e $x(t)$ das equações acima. Utilize o Online Integral Calculator se achar necessário. Encontre o melhor ajuste para os parâmetros a_0 e β para Bolt, Gay e Powell. Com o melhor ajuste também encontre a velocidade máxima atingida por cada atleta e compare com o resultado da velocidade limite

$$v_{\text{lim}} = \lim_{t \rightarrow \infty} v(t).$$

Comente sucintamente os resultados lembrando que a ordem de chegada foi Bolt, Gay e Powell.

(b) Faça uma estimativa da área de seção reta dos três atletas utilizando os resultados do item anterior. Utilize que tipicamente $C_d = 0.5$ e $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ e a massa dos três atletas são de aproximadamente 80 kg. O seu resultado é razoável?