

Trabalho 2

Entrega: 19 de julho de 2021 até as 23:59 pelo class.

Exercício 1: Idade do universo.

O nosso atual modelo cosmológico descreve o universo em grande escala com uma ótima precisão. Este modelo é denominado de Λ CDM^a e apenas possui 6 parâmetros livres. Entretanto para calcular a idade do universo só se faz necessário utilizar dois desses 6: H_0 , a notória constante de Hubble, que fornece a taxa de expansão do universo; Ω_m o parâmetro de densidade da matéria^b do universo.

De acordo com esse modelo matemático baseado na relatividade geral de Einstein, a idade do universo é dada pela integral

$$T = \frac{1}{H_0} \int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)E(x)} \quad \text{e} \quad E(x) = \sqrt{\Omega_m(1+x)^3 + 1 - \Omega_m}$$

Os valores atuais medidos mais precisos foram encontrados pelo satélite Planck em 2015,

$$\Omega_m = 0.308 \pm 0.012 \quad \text{e} \quad H_0 = (67.8 \pm 0.9) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}.$$

Note que Ω_m é um parâmetro adimensional. Já H_0 possui uma dimensão que pode parecer estranha num primeiro momento. Porém Mpc (megaparsec ou 10^6 parsec) é uma unidade de distância assim como km (quilômetro), desta forma elas se cancelam sobrando somente a unidade de inverso no tempo.

(a) Ache a idade do universo com os valores encontrados pela colaboração do satélite Planck dados acima. Dê a sua resposta em giga-ano.

(b) Varie Ω_m linearmente entre os valores $0.15 \leq \Omega_m \leq 0.45$ com 100 divisões e calcule a idade do universo para cada um desses 100 valores. Faça um gráfico com Ω_m na horizontal e a idade do universo na vertical. Tente explicar sucintamente por que a curva possui derivada negativa, $dT/d\Omega_m < 0$. Lembre que a gravidade da matéria é sempre atrativa, ou seja, quanto mais matéria, mais gravidade e que o universo começa com uma velocidade inicial de expansão (o Big bang).

^aLê-se lambda+C+D+M mais conhecido pelo seu apelido *Big Bang*.

^bEu, você, a Terra, o sistema solar, a galáxia...