

## Lista II - Cálculo Numérico

Profa. Amanda Souza de Paula

Nome:\_\_\_\_\_ Turma:\_\_\_\_\_

### Questão 1

Considere a tabela de pontos abaixo:

$x$	0,00	0,50	1,00	1,50	2,00
$f(x)$	-0,1658	1,1495	4,5414	8,6856	16,3636

- Esboce um gráfico indicando os pontos na tabela (tente fazer em escala aproximada).
- Determine os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  que minimizam o erro quadrático ao aproximar  $f$  por  $\phi(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x$ .
- Determine os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  que minimizam o erro quadrático ao aproximar  $f$  por  $\phi(x) = \alpha_1 + \alpha_2 e^x$ .
- Determine os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  que minimizam o erro quadrático ao aproximar  $f$  por  $\phi(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x^2$ .
- Determine os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  que minimizam o erro quadrático ao aproximar  $f$  por  $\phi(x) = \alpha_1 x + \alpha_2 x^2$ .
- Determine os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  que minimizam o erro quadrático ao aproximar  $f$  por  $\phi(x) = \alpha_1 x + \alpha_2 e^x$ .
- Calcule o erro quadrático médio cometido em cada um dos casos acima. Analise seus resultados e veja se é coerente com o gráfico esboçado no item [(a)].

### Questão 2

*Fazer no computador e entregar*

Considere a tabela de pontos abaixo:

$x$	0,00	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
$f(x)$	-0.65	0.32	12.18	52.10	144.91	296.07	488.10	677.8287	770.27	618.56	4.2323

Determine os coeficientes  $\alpha_k$  de modo que o erro quadrático cometido ao aproximar  $f(x)$  por  $\phi(x)$  seja mínimo. A função  $\phi(x)$  é dada por:

$$\phi(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \cdots + \alpha_N x^N \quad (1)$$

Considere  $1 \leq N \leq 7$ . Para cada um dos valores de  $N$ , esboce o gráfico do polinômio obtido e calcule o erro. Na sua opinião, qual o grau do polinômio que melhor aproxima a função  $f$ ?

### Questão 3

Para cada uma das integrais indicadas abaixo: (i) estime seu valor pela Regra do Trapézio repetida considerando  $N = 4$  divisões do intervalo de integração, (ii) estime seu valor pela Regra de Simpson repetida considerando  $N = 4$  divisões do intervalo de integração, (iii) resolva a integral analiticamente, (iv) compare e comente os resultados de (i)-(iii), calcule o erro cometido em cada aproximação.

(a)  $\int_0^1 x^2$

(b)  $\int_0^1 e^x$

(a)  $\int_0^1 \sqrt{x}$

(a)  $\int_1^2 \ln(x)$

### Questão 4

*Fazer no computador e entregar*

Para cada integral abaixo, encontrar seu valor aproximado utilizando a Regra de Simpson repetida. Aplique o algoritmo dividindo o intervalo em  $N = 10, 50, 100$  intervalos iguais.

(a)  $\int_0^1 \exp(x^2)$

(b)  $\int_0^1 \arctan(x)$