Plancha de ejercicios 2

Leandro Spagnolo, Ignacio Ortego y Agustin Lopez

Contents

1 Consigna:

Resolver los ejercicios 1, 2, 3, 4, 7 y 12 de la Plancha 2.

2 Ejercicio 1

2.1 a)

$$29 = 1101 = 1.1101 \cdot 2^4$$

IEEE754: 0 10000011 11010000000000000000000

2.2 b)

$$0.625 = 0.101 = 1.01 \cdot 2^{-1}$$

IEEE754: 0 01111110 01000000000000000000000

2.3 c)

$$0.1 = 0.00011001100110011001100110011001100 = 1.10011... \cdot 2^{-4}$$

IEEE754: 0 01111011 10011001100110011001101

2.4 d)

$$5.75 = 101.11 = 1.0111 \cdot 2^2$$

IEEE754: 0 10000001 01110000000000000000000

2.5 e)

$$-138 = -10001010 = -1.000101 \cdot 2^7$$

IEEE754: 1 10000110 00010100000000000000000

2.6 f)

$$-15.125 = -1111.001 = -1.111001 \cdot 2^3$$

IEEE754: 1 10000010 11100100000000000000000

2.7 g)

$$0.1 = 0.00011001100110011001100110011001100 = 1.10011... \cdot 2^{-4}$$

IEEE754: 0 01111011 10011001100110011001101

3 Ejercicio 2

Adjuntamos main.c

4 Ejercicio 3

Número a convertir: 6.225

$$110_2 = 6$$

$$\begin{aligned}
0.225 \cdot 2 = 0.45 &\quad \Rightarrow \quad 0 \\
0.45 \cdot 2 = 0.9 &\quad \Rightarrow \quad 0 \\
0.9 \cdot 2 = 1.8 &\quad \Rightarrow \quad 1 \\
0.8 \cdot 2 = 1.6 &\quad \Rightarrow \quad 1 \\
0.6 \cdot 2 = 1.2 &\quad \Rightarrow \quad 1 \\
0.2 \cdot 2 = 0.4 &\quad \Rightarrow \quad 0 \\
0.4 \cdot 2 = 0.8 &\quad \Rightarrow \quad 0 \\
0.8 \cdot 2 = 1.6 &\quad \Rightarrow \quad 1 \\
0.6 \cdot 2 = 1.2 &\quad \Rightarrow \quad 1 \\
0.2 \cdot 2 = 0.4 &\quad \Rightarrow \quad 0 \\
&...
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad 6.225 = 110.0011100110011...$$

$$\text{Notación científica:} \quad 1.100011100110011 \cdot 2^2$$

$$\text{Signo:} \quad 0$$

$$\text{Exponente:} \quad 2 \cdot 2^2$$

$$\text{Exponente ieee754:} \quad 127 + 2 = 129_{10} = 10000001_2$$

$$\text{Mantisa:} \quad 10001110011001100110011$$

$$\text{Número en decimal:} \quad 6.2249999046325683359375$$

$$\text{Error:} \quad 6.225 - 6.2249999046325683359375 = -6.224999905 \cdot 10^{-21}$$

$$\text{Exponente ieee754 double:} \quad 1023 + 2 = 1025 = 10000000001$$

$$\text{Mantisa double:} \quad 1000111001100110011001100110011001100110011001100110$$

$$\text{Número en decimal:} \quad 6.22499999999999964472863211994990706444$$

$$\text{Error:} \quad 6.225 - 6.22499999999999964472863211994990706444 = -6.225 \cdot 10^{-49}$$

5 Ejercicio 4

5.1 a)

$$N_1 \otimes (N_2 \oplus N_3)$$

$$N_1 = (100000)_{10} = (11000011010100000)_2 = 1.1000011010100000{\cdot}2^{16}$$
$$Exp = 16 + 127 = (143)_{10} = (10001111)_2$$
$$(N_1)_{IEEE754} = 0\ 10001111\ 10000110101000000000000$$

$$N_2 = (0.2)_{10} = (0.001100110011...)_2 = 1.100110011... \cdot 2^{-3}$$
$$Exp = -3 + 127 = (124)_{10} = (01111100)_2$$
$$(N_2)_{IEEE754} = 0\ 01111100\ 10011001100110011001101$$

$$(N_3)IEEE754 = (0.1)10 = 0\ 01111011\ 10011001100110011001101$$

Por ejercio 1

$$N_2 \oplus N_3 = 1.100110011... \cdot 2^{-3} + 1.100110011... \cdot 2^{-4}$$
$$= 1.100110011... \cdot 2^{-3} + 11.00110011... \cdot 2^{-3}$$
$$\begin{array}{r} 1.100110011001 \\ +\ \ 11.001100110011 \\ \hline 100.110011001100 \end{array}$$
$$100.110011001100 = 1.001100110011 \cdot 2^{-2}$$

Entonces:

$$Exp = -2 + 127 = (125)_{10} = (1111101)_2$$
$$N_2 \oplus N_3 = 0\ 01111101\ 00110011001100110011001$$

$$N_1 \otimes (N_2 \oplus N_3) = N_1 \otimes 0\ 01111101\ 00110011001100110011001$$
$$= 2^{16} \cdot 1.52587890625 \otimes 2^{-2} \cdot 1.199951171875$$
$$= 2^{16-2} \cdot (1.52587890625 \cdot 1.199951171875)$$
$$= 0.3051012754 \cdot 2^{14} = (29998.7793)_{10}$$

Entonces

$$(N_1 \otimes (N_2 \oplus N_3))_{IEEE754} = 0\ 10001101\ 11010100101110110001111$$

5.2 b)

$$(N_1 \otimes N_2) \oplus (N_1 \otimes N_3)$$

$$N_1 \otimes N_2 = 1.52587890625 \cdot 2^{16} \otimes 1.60000002384185791016 \cdot 2^{-3}$$

$$= 2^{16-3} \cdot (1.52587890625 \cdot 1.60000002384185791016)$$

$$2^{13} \cdot 2,441406286 = (20000.0003)_{10}$$

$$= 100111000100000.00000000000100111011$$

$$= 1.0011100010000000000000000100111011 \cdot 2^{14}$$

$$N_1 \otimes N_3 = 1.52587890625 \cdot 2^{16} \otimes 1.60000002384185791016 \cdot 2^{-4}$$

$$= 2^{16-4} \cdot (1.52587890625 \cdot 1.60000002384185791016)$$

$$2^{12} \cdot 2,441406286 = (10000.00015)_{10}$$

$$= 10011100010000.00000000000010011101$$

$$= 1.001110001000000000000000010011101 \cdot 2^{13}$$

$$= 0.1001110001000000000000000010011101 \cdot 2^{14}$$

$$\begin{array}{r} 1.00111000100000000000000 \\ +0.10011100010000000000000 \\ \hline 1.11010100110000000000000 \end{array}$$

$$1.11010100110000000000000 * 2^{14}$$

Entonces

$$(N_1 \otimes N_2) \oplus (N_1 \otimes N_3) =$$

$$0\ 10001101\ 11010100110000000000000$$

$$= (30000)_{10}$$

5.3 c)

$$N_1 = 0\ 10000001111\ 1000011010100000000000000000000000000000000000000000$$
$$= 1.10000110101 \cdot 2^{16}$$
$$N_2 = 0\ 01111111100\ 1001100110011001100110011001100110011001100110011010$$
$$= 1.1001100110011... \cdot 2^{-3}$$
$$N_3 = 0\ 01111111011\ 1001100110011001100110011001100110011001100110011010$$
$$= 1.1001100110011... \cdot 2^{-4}$$
$$= 11.001100110011... \cdot 2^{-3}$$

$$N_1 \otimes (N_2 \oplus N_3)$$

$$N_2 \oplus N_3 = 1.001100110011 \cdot 2^{-2}$$
$$= 0\ 01111111101\ 0011001100110011001100110011001100110011001100110011$$

$$N_1 \otimes (N_2 \oplus N_3) = 2^{16} \cdot 1.52587890625 \otimes 2^{-2} * 1.2$$
$$= 2^{14} \cdot 1,831054688$$
$$= 0\ 10000001101\ 1101010011001101010011110101001111010100111101010011$$
$$= (30000)_{10}$$

$$(N_1 \otimes N_2) \oplus (N_1 \otimes N_3)$$

$$(N_1 \otimes N_2) = 1.52587890625 \cdot 2^{16} \otimes 1.6000000238418579101 6 \cdot 2^{-3}$$
$$= 2^{13} \cdot 2,441406286 = (20000.0003)_{10}$$
$$= 0\ 10000001101\ 00111000100000000000000110001001001101110100101111001$$

$$(N_1 \otimes N_3) = 1.52587890625 \cdot 2^{16} \otimes 1.60000002384185791016 \cdot 2^{-4}$$
$$= 2^{12} \cdot 2,441406286 = (10000.00015)_{10}$$
$$= 0\ 10000001100\ 00111000100000000000000110001001001101110100101111001$$

$$
\begin{array}{r}
1.00111000100000000000000110001001001101110100101111001 \\
+0.10011100010000000000000011000100100110111010010111100 \\
\hline
1.11010100110000000000001001001101110100101111000110101
\end{array}
$$

$$(N_1 \otimes N_2) \oplus (N_1 \otimes N_3)$$

$$= 0\ 10000001101\ 11010100110000000000001001001101110100101111000110101$$

$$= (30000.0003) - 10$$

5.4 d)

Podemos notar que la propiedad distributiva no se aplica a las operaciones $\otimes$ y $\oplus$ en el sistema de punto flotante IEEE754.

6 Ejercicio 7

6.1 a)

Dado el número binario:

$$N1 = (11000010111011010100000000000000)_2$$

Representación en formato IEEE 754:

$$\text{IEEE 754} : 1\ 10000101\ 11011010100000000000000$$

Separamos los componentes:

- **Signo (S)**: 1 (negativo)
- **Exponente (E)**: $10000101_2 = 133_{10}$
- **Mantisa (M)**: $11011010100000000000000_2$

Cálculo del exponente

$$\text{Exponente real} = E - \text{sesgo} = 133 - 127 = 6$$

Cálculo de la mantisa

La mantisa en formato normalizado se representa como $1.M$. Por lo tanto:

$M = 1{+}0.11011010100000000000000_2 = 1{+}0.853515625 = 1.853515625$

Cálculo del número en decimal
El número en decimal se calcula de la siguiente manera:

$$(-1)^1 \cdot 1.853515625 \cdot 2^6 = -118.625$$

El número es **normalizado** porque el exponente no es el máximo (255) ni el mínimo (0).

6.2 b)

Dado el número hexadecimal:

$$N2 = (40600000)_{16}$$

Conversión a binario

$$40600000_{16} = 0100\ 0000\ 0110\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_2$$

Representación en formato IEEE 754:

$$\text{IEEE 754} : 0\ 10000000\ 11000000000000000000000$$

Separamos los componentes:

- **Signo (S)**: 0 (positivo)
- **Exponente (E)**: $10000000_2 = 128_{10}$
- **Mantisa (M)**: $11000000000000000000000_2$

Cálculo del exponente

$$\text{Exponente real} = E - \text{sesgo} = 128 - 127 = 1$$

Cálculo de la mantisa

$$M = 1 + 0.11000000000000000000000_2 = 1 + 0.75 = 1.75$$

Cálculo del número en decimal
El número en decimal se calcula de la siguiente manera:

$$(-1)^0 \cdot 1.75 \cdot 2^1 = 3.5$$

El número es **normalizado** porque el exponente no es el máximo (255) ni el mínimo (0).

6.3 c)

Dado el número hexadecimal:

$$N3 = (00600000)_{16}$$

Conversión a binario

$$00600000_{16} = 0000\ 0000\ 0110\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000_2$$

Representación en formato IEEE 754:

$$\text{IEEE 754} : 0\ 00000000\ 11000000000000000000000$$

Separamos los componentes:

- **Signo (S)**: 0 (positivo)
- **Exponente (E)**: $00000000_2 = 0_{10}$
- **Mantisa (M)**: $11000000000000000000000_2$

Cálculo del exponente

Como el exponente es 0, el número puede ser **desnormalizado** o 0. Dado que en este caso la mantisa es distinta de 0, se trata de un número desnormalizado. Al estar en precisión simple:

$$e_{\min} = 1 - 127 = -126$$

Este será nuestro exponente.

Cálculo de la mantisa

Como el número no es normalizado, la mantisa se representa como $0.M$. Por lo tanto:

$$M = 0 + 0.11000000000000000000000_2 = 0 + 0.75 = 0.75$$

Cálculo del número en decimal

El número en decimal se calcula de la siguiente manera:

$$(-1)^0 \cdot 0.75 \cdot 2^{-126} = 8.816207631 \times 10^{-39}$$

El número es **desnormalizado** porque el exponente es 0.

7 Ejercicio 12

7.1 a)

Primero debemos convertir los números $A = 24$, $B = 30$ y $C = 15.75$ al formato IEEE 754 de precisión simple:

Convertir $A = 24$ a IEEE 754 simple precisión:

- El número 24 en binario es 11000_2, es decir 1.1×2^4.
- El exponente con sesgo es $4 + 127 = 131$, lo cual en binario es 10000011_2.
- La mantisa es $10000000000000000000000_2$ (se omite el bit implícito).
- El bit de signo es 0 (positivo).

Entonces, la representación IEEE 754 para $A = 24$ es:

$$0\ 10000011\ 10000000000000000000000$$

Convertir $B = 30$ a IEEE 754 simple precisión:

- El número 30 en binario es 11110_2, es decir 1.1110×2^4.
- El exponente con sesgo es $4 + 127 = 131$, lo cual en binario es 10000011_2.
- La mantisa es $11110000000000000000000_2$.
- El bit de signo es 0 (positivo).

Entonces, la representación IEEE 754 para $B = 30$ es:

$$0\ 10000011\ 11110000000000000000000$$

Convertir $C = 15.75$ a IEEE 754 simple precisión:

- El número 15.75 en binario es 1111.11_2, es decir 1.1111×2^3.
- El exponente con sesgo es $3 + 127 = 130$, lo cual en binario es 10000010_2.
- La mantisa es $11111000000000000000000_2$ (omitimos el bit implícito).
- El bit de signo es 0 (positivo).

Entonces, la representación IEEE 754 para $C = 15.75$ es:

$$0\ 10000010\ 11111000000000000000000$$

Suma $S = A + B + C$**:**

Para realizar la suma en formato IEEE 754, convertimos los números a sus equivalentes binarios de coma flotante, alineamos los exponentes y realizamos la suma, normalizando el resultado final.

Primero sumamos los dos primeros números:

$$\begin{array}{r} 1.10000000000000000000000 \\ +\ 1.11110000000000000000000 \\ \hline 11.01110000000000000000000 \end{array}$$

Ahora, normalizamos el resultado:

$$11.01110000000000000000000 = 1.10111000000000000000000 \times 2^5$$

Luego sumamos el tercer número. Ajustamos el exponente de C (de 10000010 a 10000101):

$$\begin{array}{r} 1.10111000000000000000000 \times 2^5 \\ +0.11111000000000000000000 \times 2^5 \\ \hline 10.10111000000000000000000 \end{array}$$

Normalizando nuevamente:

$$10.10111000000000000000000 = 1.01011100000000000000000 \times 2^6$$

Finalmente, el resultado en formato IEEE 754 es:

$$0\ 10000110\ 01011100000000000000000$$

7.2 b)

Una vez obtenido el resultado $S = 69.75$, lo convertimos a su representación en formato IEEE 754 de precisión simple:

$$S_{\text{simple}} = 0x428b8000$$

7.3 c)

Al convertir $S = 69.75$ a formato IEEE 754 de doble precisión (64 bits), obtenemos:

$$S_{\text{doble}} = 0x4051700000000000$$