

LEIS DE KIRCHHOFF

Por Leandro Teodoro
26 jan 2012

As leis de Kirchhoff são parte importante nos circuitos resistivos. São apresentadas abaixo as principais teorias, como as leis de Kirchhoff para corrente e tensão.

1. INTRODUÇÃO

O físico alemão Gustav Robert Kirchhoff nasceu em Königsberg em 12 de março de 1824, e morreu em Berlim em 17 de outubro de 1887. Filho de Friedrich Kirchhoff, advogado, e Johanna Henriette.

Ainda estudante, em 1845, fundamentou as leis dos nós e das malhas, principais leis da teoria dos circuitos elétricos. Em 1854 transferiu-se para a Universidade de Heidelberg. Embora lembrado muito pelas suas contribuições para a física dos circuitos elétricos, Kirchhoff ainda colaborou para estudos referentes à espectroscopia de alguns elementos químicos.

2. LEI DE KIRCHHOFF PARA TENSÃO

A lei de Kirchhoff para tensão afirma que *a tensão aplicada a um circuito fechado é igual a soma das quedas de tensão naquele circuito*. Aplicando essa teoria em um circuito série composto de uma fonte e três resistores, podemos representar a lei da seguinte forma:

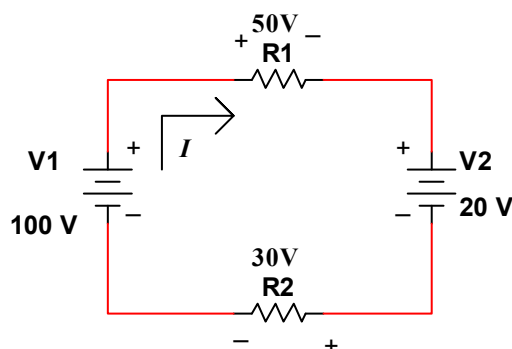
$$V = V_{R1} + V_{R2} + V_{R3}$$

Sendo;

V – Tensão aplicada ao circuito.

V_{R1} , V_{R2} , V_{R3} – Queda de tensões nos resistores em série $R1$, $R2$ e $R3$ respectivamente.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensão no circuito abaixo temos:



Esquema 1 – Circuito Série

Considere que a corrente (I) percorrendo de um sinal positivo (+) para um negativo (-), significa uma queda de tensão. Estes valores de tensão serão alocados na equação de um lado da igualdade. Agora, considere que a corrente percorrendo do sinal negativo para o sinal positivo seja um aumento de tensão. Segundo a lei, estes valores serão alocados no outro lado da igualdade.

Analisando todo o circuito, é retirada a equação:

$$\begin{aligned}
 V_1 &= V_{R1} + V_2 + V_{R2} \\
 100 &= 50 + 20 + 30 \\
 100 &= 100
 \end{aligned}$$

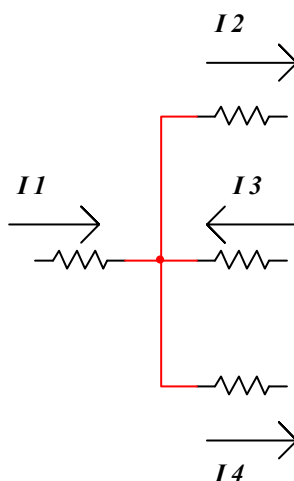
Note que a bateria V_2 está polarizada inversamente, a corrente está percorrendo do positivo para o negativo. Logo, ela é considerada uma queda de tensão.

A lei de Kirchhoff para a tensão também pode ser entendida como que o *somatório das tensões de um circuito é igual a zero* ($\sum V=0$).

$$\begin{aligned}
 V_1 &= V_{R1} + V_2 + V_{R2} \\
 V_1 - V_{R1} - V_2 - V_{R2} &= 0 \quad (\sum V=0)
 \end{aligned}$$

3. LEI DE KIRCHHOFF PARA A CORRENTE

A lei de Kirchhoff para a corrente, também conhecida como lei dos nós, afirma que *a soma das correntes que entram em uma junção é igual a soma das correntes que saem da junção*.



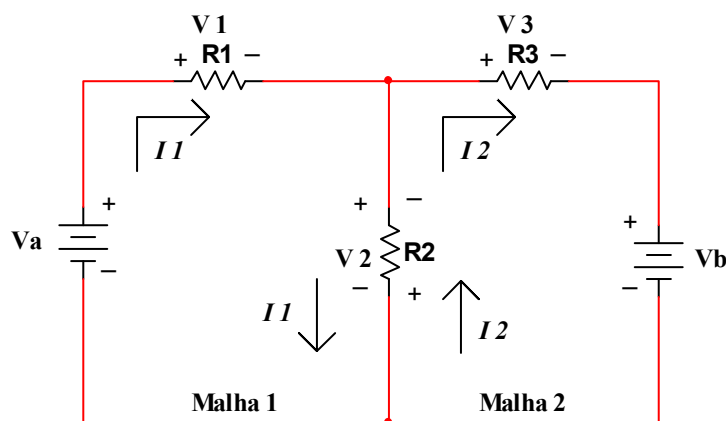
Esquema 2 – Lei dos nós

Então, analisando o circuito acima pode-se afirmar que: $I_1 + I_3 = I_2 + I_4$

4. ANÁLISE DE CIRCUITOS ELÉTRICOS

4.1. As correntes nas malhas

As leis de Kirchhoff podem ser aplicadas em análises de circuitos elétricos em um método chamado corrente nas malhas. A corrente percorrerá um percurso fechado, qualquer percurso fechado no circuito é considerado uma malha. Para cada malha será arbitrado um sentido para a corrente. Aplica-se a lei de Kirchhoff para a tensão ao longo do percurso da malha. Através das equações extraídas de cada malha, pode-se calcular a tensão e a corrente em qualquer resistor.



Esquema 3 – As correntes nas malhas

Analisando a malha 1 temos:

$$V_a - V_1 - V_2 = 0$$

Substituindo V_1 pela lei de Ohm:

$$V_a - (I_1 R_1) - V_2 = 0$$

Em V_2 , existe a contribuição tanto da corrente I_1 como da corrente I_2 . Substituindo V_2 pelo o equivalente da lei de Ohm tendo como referência I_1 , temos então:

$$V_a - (I_1 R_1) - (I_1 R_2) + (I_2 R_2) = 0$$

Analisando a malha 2 temos:

$$\begin{aligned} -V_b - V_3 - V_2 &= 0 \\ -V_b - (I_2 R_3) - V_2 &= 0 \end{aligned}$$

Substituindo V_2 pelo seu equivalente tendo como referência a corrente I_2 .

$$-V_b - (I_2 R_3) - (I_2 R_2) + (I_1 R_2) = 0$$

Com as equações das malhas temos o seguinte sistema:

$$\begin{aligned} V_a - (I_1 R_1) - (I_1 R_2) + (I_2 R_2) &= 0 \text{ (Eq. 1)} \\ -V_b - (I_2 R_3) - (I_2 R_2) + (I_1 R_2) &= 0 \text{ (Eq. 2)} \end{aligned}$$

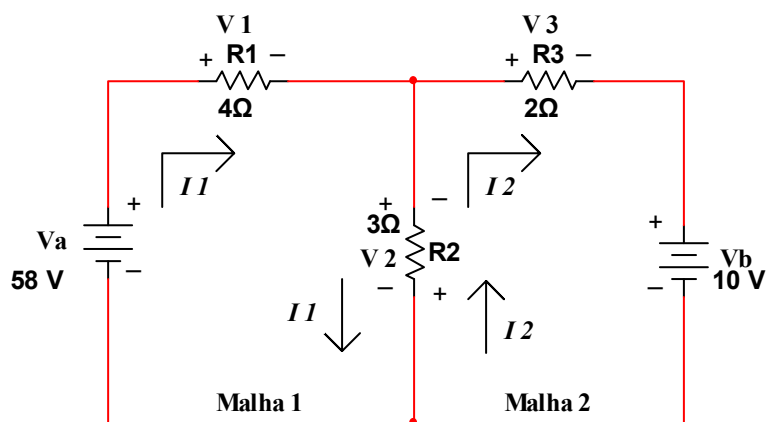
Resolvendo as equações simultaneamente encontramos os valores das correntes (I_1 e I_2). Com estes valores podemos calcular as quedas de tensões nos resistores.

A corrente resultante no resistor R_2 é calculada por:

$$I_{R2} = I_1 - I_2$$

Se após os cálculos qualquer uma das correntes apresentarem valor negativo, significa que o sentido arbitrado é o oposto do sentido real da corrente.

Exemplo 1:



Esquema 4 – Exemplo

Da malha 1: $58 - 4I_1 - 3I_1 + 3I_2 = 0$
 $7I_1 - 3I_2 = 58$ (Eq. 3)

Da malha 2: $-10 - 3I_2 + 3I_1 - 2I_2 = 0$
 $3I_1 - 5I_2 = 10$ (Eq. 4)

Resolvendo o sistema formado pelas equações 3 e 4:

$$\begin{aligned} 7I_1 - 3I_2 &= 58 \\ 3I_1 - 5I_2 &= 10 \end{aligned}$$

$$I_1 = 10\text{A e } I_2 = 4\text{A}$$

Para calcular a corrente no resistor R2:

$$I_{R2} = 10 - 4 = 6\text{A}$$

Calculando pela lei de Ohm as quedas de tensão nos resistores:

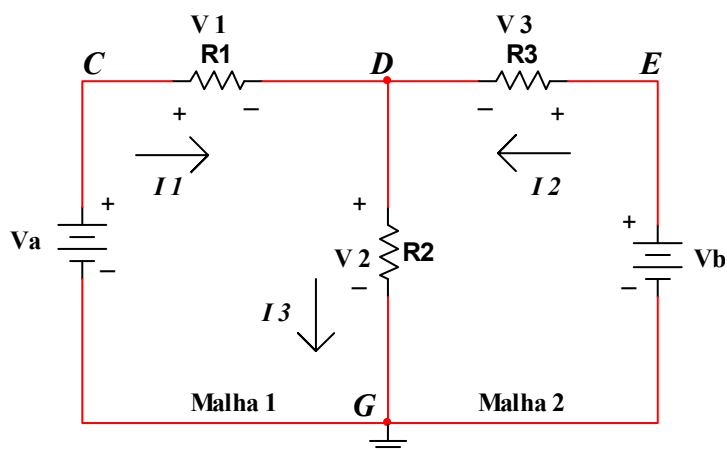
$$V1 = I_1 R_1 = 10 \times 4 = 40\text{V}$$

$$V2 = I_{R2} R_2 = 6 \times 3 = 18\text{V}$$

$$V3 = I_2 R_3 = 8\text{V}$$

4.2. Tensões nos nós

O método de tensões nos nós se baseia nas quedas de tensões e na lei de Kirchhoff das correntes nos nós para calcular a corrente em uma junção do circuito. Um nó significa a junção comum entre dois componentes, cada nó é indicado por uma letra.



Esquema 5 – Tensões nos nós

A tensão V_C significa que é a tensão medida no ponto C em relação a um ponto de referência, neste caso o nó G. A tensão V_{CD} significa a medida entre os pontos C e D.

O sentido das correntes é arbitrária. Com base na lei de Kirchhoff das correntes é retirada a equação:

$$I_3 = I_1 + I_2 \quad (\text{Eq. 5})$$

Pela lei de Ohm temos:

$$I_3 = \frac{V_D}{R_2}$$

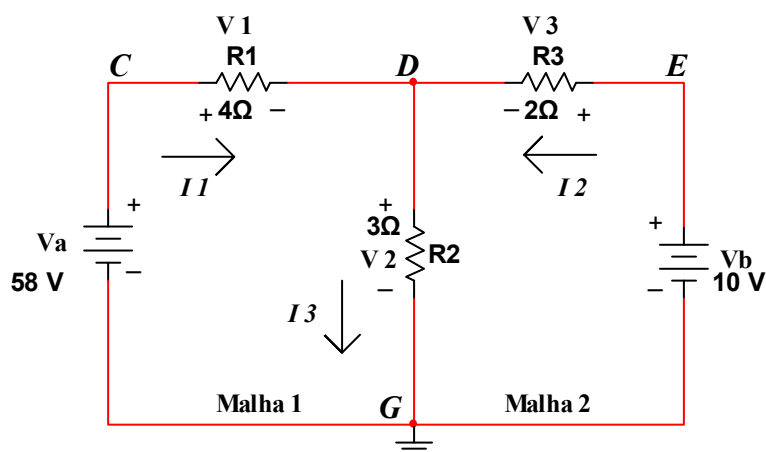
$$I_1 = \frac{V_C - V_D}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_E - V_D}{R_3}$$

Substituindo as relações acima na Eq. 5 temos:

$$\frac{V_D}{R_2} = \frac{V_C - V_D}{R_1} + \frac{V_E - V_D}{R_3} \quad (\text{Eq. 6})$$

Para exemplo, é aplicado valores no circuito anterior, ficando:



Esquema 6 – Exemplo

Como a análise das tensões nos nós fora realizada, aplicamos a Eq. 6. Note que os valores de V_C e V_E são conhecidos, sendo as tensões das fontes V_a (58V) e V_b (10V) respectivamente. Os valores nominais dos resistores também são apresentados.

Logo, temos:

$$\frac{V_D}{R_2} = \frac{V_C - V_D}{R_1} + \frac{V_E - V_D}{R_3}$$

$$\frac{V_D}{3} = \frac{58 - V_D}{4} + \frac{10 - V_D}{2}$$

$$V_D = 18V$$

Calculando as quedas de tensão:

$$V_{CD} = V_C - V_D = 58 - 18 = 40V$$

$$V_{ED} = V_E - V_D = 10 - 18 = -8V$$

Calculando as correntes:

$$I_3 = \frac{V_D}{R_2} = \frac{18}{3} = 6A$$

$$I_1 = \frac{V_C - V_D}{R_1} = \frac{58 - 18}{4} = 10A$$

$$I_2 = \frac{V_E - V_D}{R_3} = \frac{10 - 18}{2} = -4A$$

O valor negativo de I_2 indica que o sentido arbitrado para a corrente é o oposto do real, estando o resistor R_3 polarizado inversamente.

CONCLUSÃO

O estudo das leis de Kirchhoff é parte fundamental para compreensão dos circuitos elétricos e são largamente empregadas. Conforme aumentam o número de malhas, os cálculos ficam mais trabalhosos. Pode-se optar o uso do método de corrente nas malhas ou tensões nos nós conforme convier. Em qualquer um dos métodos, caso o resultado de alguma corrente apresentar valor negativo, o sentido arbitrado é o oposto da corrente real.

REFERÊNCIAS

WIKIPEDIA. Gustav Kirchhoff

Disponível em: < http://pt.wikipedia.org/wiki/Gustav_Kirchhoff >. Acesso em : 25 jan. 2012.

ELETRICIDADE BÁSICA, Milton Gussow, Editora McGraw-Hill, 2ªEdição