Dada la siguiente tabla de puntos:

x	-6	-13/3	-8/3	-1	2/3	7/3	4	22/3	32/3	14
f(x)	-18.2000	-11.4222	-5.7556	-1.2000	2.2444	4.5778	10.1250	2.7452	-4.6148	4.0450

a) Calcule la integral utilizando Simpson 3/8 en el intervalo [-6,14].

b) Un exalumno de la Facultad de Ingeniería de Mar del Plata se tomó el trabajo de calcular el valor de integral por Simpson 1/3 simple, empleando diversos intervalos y obtuvo la siguiente tabla.

Intervalo		Integral	Intervalo		Integral
inicio	fin		inicio	fin	
-6	14	-18.3167	-6	-5	5.70833
-6	4	-19.0583	-4.75	-4	1.64583
4	14	-40.1167	-3.5	-2	-1.6354
-6	-1	1.583333	-2.25	-1	-4.1354
-1	4	-23.2792	-1	0.3	-5.8542
4	9	2.326042	0.25	1.5	-7.7861
9	14	-52.599	1.5	2.8	-7.7273
-6	-3.5	7.354167	2.75	4	-4.3735
-3.5	-1	-5.77083	4	5.3	0.24005
-1	1.5	-12.6458	5.25	6.5	2.51061
1.5	4	-13.5108	6.5	7.8	1.60319
4	6.5	2.760579	7.75	9	-2.365
6.5	9	-0.75192	9	10	-8.3247
9	11.5	-22.5691	10.25	12	-14.254
11.5	14	-30.3472	11.5	13	-17.18
			12.75	14	-13.177

Utilice los valores que le sean necesarios y calcule la mejor integral que se obtiene a partir del término R44 de la extrapolación de Richardson. Mencione que error final le quedaría en este caso.

Utilice los valores que le sean necesarios y calcule la mejor integral que se obtiene a partir del término R44 de la extrapolación de Richardson. Mencione que error final le quedaría en este caso.

c) La función a la cual se le aproximo la integral es:

f(x) = 0.2*x^2-0.7*x-5 para x<= -1
f(x) = 0.013*x^4-0.33*x^3+2.28*x^2-2.68*x-9.403 x>-1

Para el intervalo dado en a, grafique la función f junto con la representación del área que se aproximó en el inciso a.

d) Si en el inciso a hubiese utilizado trapecios, ¿cuántos intervalos hubiera debido utilizar para obtener un error menor a 10^-5?

e) Conociendo la función, pero teniendo la necesidad de utilizar métodos numéricos para el cálculo de la integral, ¿cómo podría haber mejorado el valor calculado en a o en b?

Punto 1.docx

FINAL VIRTUAL 2020.

1) a) SON 9 INTERVALOS $\Rightarrow$ SE PUEDE APLICAR SIMPSON 3/8.
9 $\rightarrow$ ES MULTIPLO DE 3.

$h = \frac{5}{3}$

-6	-13/3	-8/3	-1	2/3	7/3	4	22/3	32/3	14
-18,2	-11,422	-5,755	-1,2	2,244	4,577	10,125	2,745	-4,614	4,045

$h = \frac{5}{3}$ $\quad 6 = n$ $\qquad\qquad$ $h = \frac{10}{3}$ $\quad n = 3$

$I = -25,962$ $\qquad\qquad$ $I = 10,701$

$I_{TOT} = -25,462 + 10,701 = -15,261.$

b) COMO ES SIMPSON 1/3 SIMPLE, SIEMPRE $n = 1$

~~1 INTERV.~~ $\cancel{B_{1,1} = -18,3167}$

$\cancel{B_{2,1} = 14,0583 \quad 1,583333 + (-23,2792) + (-40,1167) = -61,8125}$

~~$h = 2,44 = \frac{22}{9}$~~ $\cancel{B_{3,1} =}$

LOS $B_{i,2}$ COINCIDEN CON LOS RESULTADOS DE SIMPSON 1/3

$\cancel{B_{1,2} = \int_{-6}^{14} = -13,3167}$

$h = 10$, $m_k = 2^{2-1} \rightarrow$ INTERVALOS $\quad B_{2,2} = \int_{-6}^{4} + \int_{4}^{14} = -14,0583 + -40,1167. = -54,175$

$m_k = 2^{3-1}$, $h = 5$ $\quad B_{3,2} = \int_{-6}^{-1} + \int_{-1}^{4} + \int_{4}^{9} + \int_{9}^{14} = 1,5833 + -23,27 + 2,32 - 52,599 = -71,965$

$m_k = 2^{4-1} = 8$, $h = 5/2$ $\quad B_{4,2} = \int_{-6}^{-3,5} + \int_{-3,5}^{-1} + \int_{-1}^{1,5} + \int_{1,5}^{4} + \int_{4}^{6,5} + \int_{6,5}^{9} + \int_{9}^{11,5} + \int_{11,5}^{14} =$

$= 7,35414 - 5,7708 - 12,6458 - 13,5108 + 2,7605 - 0,7519$

$+ -22,5691 - 30,3472 = -75,481.$

~~B3)~~ $R_{1,1}$

$\downarrow$

$R_{2,1} \rightarrow R_{22}$

$\downarrow$

$R_{3,1} \rightarrow R_{3,2} \rightarrow \underline{R_{3,3}}$

$R_{4,2} \rightarrow R_{4,3} \rightarrow R_{4,4}$

$$R_{3,3} = \frac{4^2 \times R_{3,2} - R_{2,2}}{4^2-1} = \frac{16 \times (-71{,}96) - (-54{,}175)}{16-1} = -73{,}0123$$

$$R_{4,3} = \frac{4^2 R_{4,2} - R_{3,2}}{4^{3-1}-1} = \frac{16(-74{,}481) - (-71{,}465)}{16-1} = -74{,}648.$$

$$R_{4,4} = \frac{4^3 R_{4,3} - R_{3,3}}{4^3-1} = \frac{4^3(-74{,}648) - (-73{,}0123)}{4^3-1} = -74{,}6739.$$

c) $f_1(x) = 0{,}2x^2 - 0{,}7x - 5 \qquad x \leq -1$

$f_2(x) = 0{,}013x^4 - 0{,}33x^3 + 2{,}28x^2 - 2{,}68x - 4{,}403 \qquad x > -1$

d) ERROR $< 10^{-5}$

USO LAS FUNCIONES DEL EJ C. EL MAXIMO DEL MODULO DE LA DERIVADA SEGUNDA ESTÁ EN $(-6, 0{,}4)$

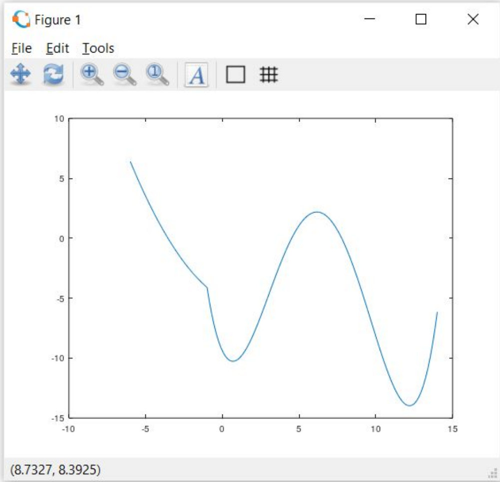
$n = 645. \leftarrow f_1 \rightarrow$

$f_2 \rightarrow |f''_{MAX}| = (14; 7{,}416) \quad n = 14.442$

e) USARIA INTEGRACIÓN ADAPTATIVA.

c)

```
>> f1
f1 =

@(x) 0.2 * x .^ 2 - 0.7 * x - 5

>> f2
f2 =

@(x) 0.013 * x .^ 4 - 0.33 * x .^ 3 + 2.28 * x .^ 2 - 2.68 * x - 9.403

>> x1=linspace(-6, -1);
>> x2=linspace(-1, 14);
>> y1=f1(x1);
>> y2=f2(x2);
>> Xtot=[x1 x2];
>> Ytot=[y1 y2];
>> fplot(Xtot, Ytot)
warning: range error for conversion to character value
warning: called from
    fplot at line 108 column 3

error: fplot: FN must be a function handle, inline function, or string
error: called from
    fplot at line 114 column 5
>> ezplot(Xtot, Ytot)
error: ezplot: F must be a string or function handle
error: called from
    __ezplot__ at line 150 column 5
    ezplot at line 83 column 21
>> plot(Xtot, Yot)
error: 'Yot' undefined near line 1, column 1
>> plot(Xtot, Ytot)
>> |
```



a) Un paracaidista de 75 kg se suelta desde un avión a una altura de 500 m. Después de 4 segundos el paracaídas se abre. Siendo y(t) la altura del paracaidista en función del tiempo, se conoce:

$$y'' = -g + \frac{1}{m}\alpha(t),$$

donde g = 9.81 m/s2 es la aceleración de la gravedad, m es la masa del paracaidista y $\alpha(t)$ es la resistencia del aire, la cual es proporcional al cuadrado de la velocidad del paracaidista, pero esta cambia cuando el paracaídas se abre según

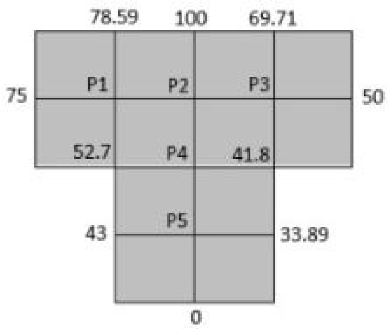
$$\alpha(t) = \begin{cases} K_1\, y'(t)^2 & ,\text{si } t < 4 \text{ seg} \\ K_2\, y'(t)^2 & ,\text{si } t \geq 4 \text{ seg} \end{cases}$$

a.1) Considerando K1 = 3/15, K2 = 2/15, calcule a qué altura se abre el paracaídas utilizando el método de Heun y $h = 1$.

a.2) Utilizando ode45 de Matlab calcule cuántos segundos se demora en llegar al suelo y cuál es la velocidad del impacto.

a.3) Grafique la velocidad en función del tiempo.

b) Dada la siguiente pieza, sujeta a las temperaturas mostradas en sus puntos exteriores y suponiendo que las líneas verticales y horizontales están a una misma distancia, calcule la temperatura en los puntos P1, P2, P3, P4 y P5.



Punto 2.docx

USANDO EULER MEJORADO

x	y	z	
0.00000	500.00000	0.00000	
1.00000	495.10000	-9.67195	
2.00000	480.65278	-18.85455	
3.00000	457.37223	-27.15702	
4.00000	426.29855	-34.34125	el paracaidas se abre a 426.29m
cambio de ED			
4.00000	429.29850	-34.34120	
5.00000	391.10558	-41.52158	
6.00000	346.21648	-47.71914	
7.00000	295.62144	-52.95358	
8.00000	240.26038	-57.29466	
9.00000	180.98365	-60.84104	
10.00000	118.53295	-63.70294	
11.00000	53.53717	-65.98984	
12.00000	-13.48186	-67.80298	

FINAL VIRTUAL 2020.

2) $y(t)$ = ALTURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO.

$y(0) = 500$

$m = 75\,kg$

$h = 1$

$$y'' = -g + \frac{1}{m}\alpha(t)$$

$$\alpha(t) = \begin{cases} \frac{3}{15} y'^2 & t < 4\,seg \\ \frac{2}{15} y'^2 & t \geq 4\,seg \end{cases}$$

PARA $0 < t < 4$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -9{,}8 + \frac{1}{75} \times \frac{3}{15}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \longrightarrow \text{ED DE SEGUNDO ORDEN.}$$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = z \\ \frac{dz}{dt} = -9{,}8 + \frac{1}{75} \times \frac{3}{15}(z)^2 \end{cases}$$

EN EL PROGRA:

$y(0) = 500$ (POSICIÓN)

$z(0) = 0$ (VELOCIDAD)

$x_0 = 0$ (TIEMPO)

$x_n = 4$ (TIEMPO FINAL)

X (TIEMPO)	Y (ALTURA)	Z (VELOCIDAD)
0	500	0
1	495,1	-9,6714
2	480,6527	-18,8545
3	457,3722	-27,1570
4	429,2485	-34,3412

LUEGO PARA $t > 4$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = z \\ \frac{dz}{dt} = -9{,}8 + \frac{1}{75} \times \left(\frac{2}{15}\right) z^2 \end{cases}$$

EN EL PROGRA:

$y(0) = 429{,}2985$

$z(0) = -34{,}3412$

$x_0 = 4$

$x_n = 20$

x	y	z
4	429,29	
5	391,10	
6	346,21	

7 Con ODE 45:

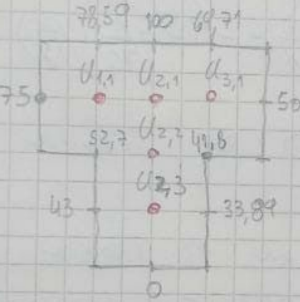
8 $f = @(t,x)\left[x(2);\ -9{,}8 + \frac{1}{75} \times \frac{3}{15} \times x(2)^{\wedge}2\right]$

9 $[t, x] = ODE45(f, [0, 4], [500, 0])$

10 $t_0 \quad t_f$

11

12



- $u_{2,1} + 75 + 78{,}59 + 52{,}7 - 4u_{1,1} = 0$
- $u_{3,1} + u_{1,1} + 100 + u_{2,2} - 4u_{2,1} = 0$
- $50 + u_{2,1} + 69{,}71 + 41{,}8 - 4u_{3,1} = 0$
- $41{,}8 + 52{,}7 + u_{2,1} + u_{2,3} - 4u_{2,2} = 0$
- $33{,}89 + 43 + u_{2,2} + 0 - 4u_{2,3} = 0$

$$\begin{cases} u_{2,1} - 4u_{1,1} = -206{,}29 \\ u_{3,1} + u_{1,1} + u_{2,2} - 4u_{2,1} = -100 \\ u_{2,1} - 4u_{3,1} = -161{,}51 \\ u_{2,1} + u_{2,3} - 4u_{2,2} = -94{,}5 \\ u_{2,2} - 4u_{2,3} = 76{,}89 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,1} \\ u_{2,1} \\ u_{3,1} \\ u_{2,2} \\ u_{2,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -206{,}29 \\ -100 \\ -161{,}51 \\ -94{,}5 \\ 76{,}89 \end{bmatrix}$$

$u_{1,1} = 68{,}681$

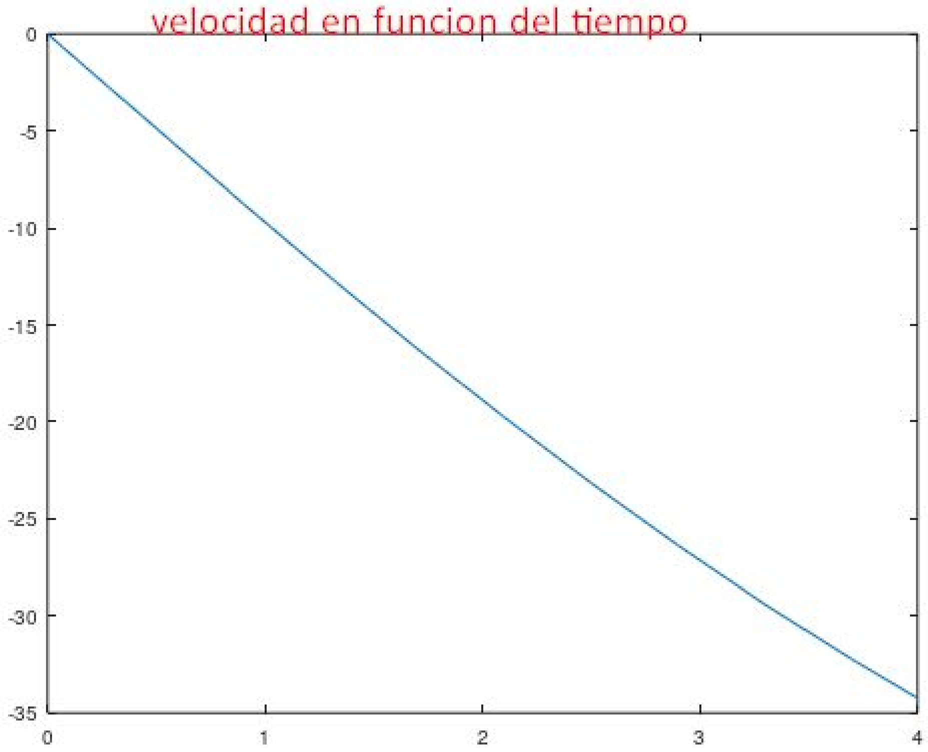
$u_{2,1} = 68{,}723$

$u_{3,1} = 57{,}55$

$u_{2,2} = 48{,}652$

$u_{2,3} = 31{,}38$

a)3


velocidad en funcion del tiempo
0
-5
-10
-15
-20
-25
-30
-35
0
1
2
3
4

a) Responder **con sus propias palabras** las siguientes preguntas:

a.1) ¿Por qué hay que evaluar convergencia en los métodos abiertos?

a.2) ¿Cómo calcularía con Matlab todas las raíces de un polinomio?

a.3) Explique la relación entre el método de regula falsi y el método de la secante.

a.4) Indique las razones que le permitirían elegir un método sobre otro.

b) Una partícula parte del reposo descendiendo sobre un plano inclinado empujada por su propio peso. El ángulo que forma el plano inclinado con la horizontal θ cambia con el tiempo con una velocidad constante w, siendo $\theta = 0$ en el instante inicial $t = 0$. La partícula se encuentra en dicho instante sobre el eje de giro del plano. Planteando este problema en un sistema de coordenadas polares con origen en dicho eje (ver Figura) se llega a la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2r}{dt^2} - r\,w^2 + g\,sin(wt) = 0$$

que describe la variación de la posición de la partícula (medida en metros) sobre la rampa.

Esta ecuación admite una integral analítica cuyas constantes se fijan utilizando las condiciones iniciales de posición y velocidad nulas:

$$r(t) = -\frac{g}{2\,w^2}\left(sinh(wt) - sin(wt)\right)$$

Se tomará la gravedad $g = 10\ m/s^2$.

Se supone que en un segundo la partícula ha recorrido 0.5 m, lo que significa, con el sentido dado a los ejes, que $w = d\theta/dt$ es negativa.

El objetivo es calcular el valor de w correspondiente a ese desplazamiento. Para ello se pide lo siguiente:

b.1) Formular el problema como la búsqueda de la raíz de una ecuación $f(w) = 0$.

b.2) Variar w empezando por $w = -1$, evaluando la función f en los distintos valores hasta detectar un cambio de signo que permita conocer un intervalo que contenga a la raíz buscada.

b.3) Dado el resultado obtenido en b.2 elegir los valores iniciales e iterar con el método de la Secante hasta que la diferencia entre dos iteraciones consecutivas sea en valor absoluto menor que 10^{-2}.

b.4) Reformular el problema $f(w) = 0$ en una ecuación de punto fijo $w = T(w)$. Asumiendo que el valor de ω obtenido en el inciso b.3 es la raíz buscada, estudiar la convergencia local del esquema $w = T(w)$.

---

a)1)
dado que en los metodos abiertos no se tiene un entorno que encierre a la raiz, es necesario analizar las condiciones de convergencia, ya que en caso de no cumplirlas, el metodo no encontrara las raices (diverge)
a2)
usaria el comando roots.

se emplea la función roots y se le pasa el vector p formado por los coeficientes del polinomio. La función roots devuelve un vector columna que contiene las raíces.
>> p=[a_1 a_2 ... a_n a_{n+1}];
>> x=roots(p)

a)3)
El método de regula falsi calcula una recta que pasa por los puntos (a, f(a)) y (b, f(b)) y busca la intersección con el eje x, por otro lado, el metodo de la secante, hace una aproximación de la derivada en el punto en el que comienza la iteración y busca la intersección con el eje x. Como usa una APROXIMACIÓN de la derivada, en realidad lo que hace es calcular la pendiente de una recta que pasa por dos puntos separados una

distancia h. Por lo tanto, ambos métodos funcionan calculando una recta y viendo la intersección con el eje x.

a)4)

La diferencia entre los métodos cerrados y los abiertos es que los primeros necesitan de un intervalo en el cual puedan ser evaluados y en los abiertos solo se necesita de unn punto para iniciar.

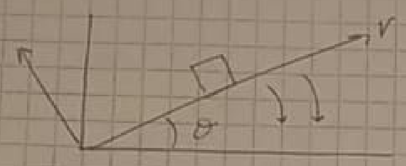
Las ventajas de los métodos abiertos es que se necesita un solo punto para comenzar, y convergen mas rápido que los métodos cerrados. Pero tienen la desventaja de que se necesita de una persona para hacer cálculos como derivar, despejar, etc. Y además pueden diverger mas fácilmente que los métodos cerrados, ya que al no tener un intervalo que encierre a la raíz, el resultado se puede alejar de la misma.

b1)fc="(-10/(2*x^2))*(sinh(x)-sin(x))-0.5"=0

b2)el cambio de signo se encuentra entre (-0.5;0)

b)3)

```
  N        X(n)         X(n+1)         X(n+2)          F(X(n))         F(X(n+1))     F(X(n+2)) (error en y)    error en x |Xr-Xa|=|Xa-Xb|/2
|-------|---------------|---------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------------|--------------------|

  0            -1            -0.5      -0.30042319        1.168651       0.33339534     0.00071017324       0.19957681
  1          -0.5     -0.30042319      -0.29999716      0.33339534    0.00071017324      8.766337e-08     0.00042603075

cantidad de cicls necesarios=  2
solucion=  -0.299997159874854
>> |
```



$v(t=0)=0$

$\theta(t=0)=0^\circ$

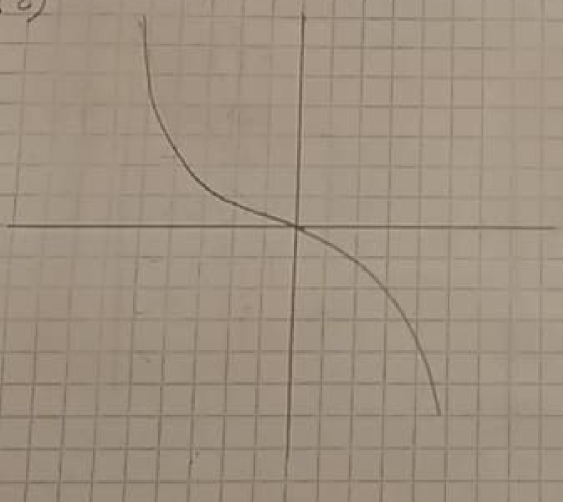
$$\begin{cases} \dfrac{d^2r}{dt^2} - r\,\omega^2 + g\sin(\omega t) = 0 \\ r(t) = \dfrac{-g}{2\omega^2}\left(\sinh(\omega t) - \sin(\omega t)\right) \\ g = 10 \end{cases}$$

$r(1s) = 0{,}5\,m$

$$r(1) = 0{,}5 \Rightarrow 0{,}5 = \frac{-g}{2\omega}\left(\sinh(\omega) - \sin(\omega)\right)$$

b.1) $\dfrac{-10}{2\omega^2}\left(\sinh(\omega) - \sin(\omega)\right) - 0{,}5 = 0 = f(\omega)$

b.2)



ω	$F(\omega)$
-1	$1{,}168$
0	$-0{,}5$
$-0{,}5$	$-0{,}4479$

LA RAIZ ESTA DENTRO DEL INTERVALO $\omega = (-0{,}5 ; 0)$

$$F(x) = \frac{-10}{2\omega^2}\left(\sinh(\omega) - \sin(\omega)\right) - 0{,}5 = 0$$

$$F(x) = \frac{-10}{2\omega^2} = \frac{0{,}5}{\sinh(\omega) - \sin(\omega)}$$

$$\frac{-10\left(\sinh(\omega) - \sin(\omega)\right)}{0{,}5} = 2\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{-10\left(\sinh(\omega) - \sin(\omega)\right)} \qquad \omega = \sqrt{10\left(\sin(\omega) - \sinh(\omega\right.}$$

$$\frac{dF}{dt} = \frac{5 \cdot \cos(w) - 5 \cdot \cosh(x)}{\sqrt{10 \cdot \sin(w) - 10 \sinh(w)}}$$

BUSCO EL MAXIMO EN EL INTERVALO $[-0,5 ; 0]$ DE $\frac{dF}{dt}$

ESTE SE ENCUENTRA UBICADO EN $(-0,5 ; 1,9367)$

DADO QUE ES MAYOR QUE 1, HAY QUE BUSCAR OTRO DESPEJE.

$$f = -\frac{5}{w^2}\left(\sinh(w) - \sin(w)\right) - 0,5 = 0$$

$$\sinh(w) - \sin(w) = \frac{0,5\, w^2}{-5}$$

$$\cancel{-}\sin(w) = \cancel{-}\frac{w^2}{10} - \sinh(w)$$

$$g = w = \arcsin\left(\frac{w^2}{10} + \sinh(w)\right)$$

$$\frac{dg}{dw} = \frac{\frac{w}{5} + \cosh(w)}{\sqrt{1 - \left(\frac{w^2}{10} + \sinh(w)\right)^2}}$$

SI TOMO EL INTERVALO $D = [-0,5 ; 0]$

EL MAXIMO SE ENCUENTRA EN $(-0,5 ; 1,1835)$

$\rightarrow$ EL MÉTODO DIVERGE.

SI ACHICO EL INTERVALO, NO ENCIERRO MÁS A LA RAIZ.