Nombre: .... Legajo: .... Carrera: ....
e-mail: ....

Nota Ej. 1	Nota Ej. 2	Nota Ej. 3	Nota Final

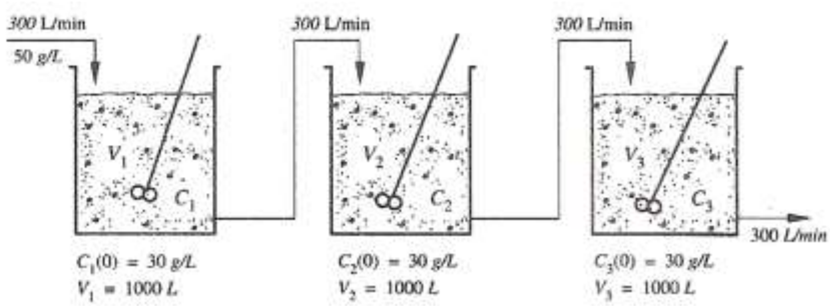
Observaciones:
- Resolver cada ejercicio en una hora por separado.
- Todo lo resuelto con Matlab debe ser copiado en la hoja tal cual fue escrito en el software.
- Para aprobar el totalizador la nota final debe ser mayor o igual a 4 y se debe tener nota NO inferior a 4 en por lo menos dos ejercicios.

1) Se tienen tres tanques de 1000 litros de capacidad cada uno, perfectamente aislados. Los tres recipientes están completamente llenos con una solución cuya concentración es 30 g/l. A partir de cierto momento, se alimenta al primer tanque con una solución cuya concentración es de 50 g/l, con un gasto de 300 l/min (los tanques están interconectados de manera que al haber una descarga en el primero, la misma cantidad fluye en el segundo, y así al tercero, y de éste hacia afuera del sistema, con lo que se mantienen constante el volumen de todos ellos). El problema es representado por el siguiente sistema:

$$\frac{dC_1}{dt} = 15 - 0{,}3\,C_1$$
$$\frac{dC_2}{dt} = 0{,}3\,(C_1 - C_2)$$
$$\frac{dC_3}{dt} = 0{,}3\,(C_2 - C_3)$$
$$C_i(0) = 30, \quad i = 1, 2, 3$$

donde C1, C2 y C3 son las concentraciones en los tanques 1, 2 y 3 respectivamente.

a) Calcule la concentración en cada tanque después de tres y de cinco minutos de haber empezado a agregar solución al primero. Para ello, utilice el método de Heun con intervalos de un minuto.



b) ¿Qué representa el grado de los métodos de Runge-Kutta? ¿A qué grado corresponde Heun? ¿Es este último un método implícito o explícito?

c) ¿Podría haber resuelto el punto a) por diferencias fintas? Justifique.

d) Resuelva el punto a) mediante la función ODE45 de Matlab. ¿A qué método/s corresponde dicha función?

e) Compare con los resultados obtenidos en a) y en d). En cuanto al método, el resultado obtenido en d), ¿debería ser más exacto que el obtenido en a)? ¿Por qué?

2) Sean los puntos:

x	-6	-1	4	9
y	-4	6	1	14

Nombre: ....

a) Utilice este método de ajuste por mínimos cuadrados para obtener un polinomio de grado 1, usando los puntos de la tabla.

b) Explique brevemente en qué se basa este método y qué ventajas y desventajas posee frente a los métodos de interpolación.

c) Utilice el método de diferencias divididas de Newton para obtener un polinomio interpolante. (Mostrando la pirámide y aunque sea el cálculo de una de las diferencias divididas).

d) Si agrega el punto $(14{,}80)$, ¿cómo quedaría el nuevo polinomio interpolante?

e) Grafique los resultados obtenidos en a, c y d.

f) Calcule el valor de y para x=12, usando los tres polinomios obtenidos.

g) ¿Qué diferencia hay entre interpolación y extrapolación? Mencione algo referente a esto relacionándolo con lo observado en e) y f).

h) Utilice el método de Simpson 1/3, para calcular la integral desde x=-6 hasta x=14.

3) a) Considere el sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} 4x^2 - 9y^2 - 16x - 18y - 29 = 0 \\ x^2 - 6x + y^2 - 4y - 36 = 0 \end{cases}$$

a.1) Determine la solución ubicada en el tercer cuadrante con un error menor a 10^{-3} usando el método de Newton-Raphson y tomando como valor inicial el punto $(-2,-3)$.

a.2) Determine, sin realizar iteraciones, si el siguiente arreglo es convergente para el método del punto fijo tomando como valor inicial el punto $(-2,-3)$:

$$x = \frac{4x^2 - 9y^2 - 18y - 29}{16}$$

$$y = \frac{x^2 - 6x + y^2 - 36}{4}$$

b) Responda las siguientes preguntas y justifique su respuesta:

b.1) En el método de punto fijo para la resolución de sistemas de ecuaciones no lineales, ¿qué condición asegura que un sistema tiene por lo menos una solución en [a, b]?

b.2) En el mismo método, ¿qué condición asegura que el sistema tiene una única solución en [a, b]?

b.3) ¿Qué criterios de aproximación puede utilizar para la solución a un sistema de ecuaciones? Si existe más de uno, ¿son excluyentes entre sí?

c) Resolver el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} -2x + 6y - z + t = 8 \\ x - y + 3z = 2 \\ y + z + 4t = 1 \\ 10x - y - 2z + 2t = 4 \end{cases}$$

usando el método de Gauss-Seidel tomando como punto inicial $(1,-1,1,-1)$. Realizar 6 iteraciones del método pedido.