

# Oligopolio

## Organización Industrial

Leandro Zipitría

Universidad de Montevideo

Licenciatura en Economía

# Objetivos

- 1 Presentar modelo de Cournot y sus extensiones
- 2 Presentar modelo de Bertrand y sus extensiones
- 3 Presentar modelo de empresas dominantes

# Presentación

- Hasta ahora se vieron las formas extremas: muchas o una empresa
- En aquellas estructuras las decisiones de las empresas no tenían impacto sobre las restantes
- Oligopolio: estructura de mercado en la cual hay pocos oferentes pero muchos demandantes

Existe interdependencia estratégica de las acciones.

# Presentación

- Hasta ahora se vieron las formas extremas: muchas o una empresa
- En aquellas estructuras las decisiones de las empresas no tenían impacto sobre las restantes
- Oligopolio: estructura de mercado en la cual hay pocos oferentes pero muchos demandantes

Existe interdependencia estratégica de las acciones.

# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- Modelo general
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

- Equilibrio de Bertrand
- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación

# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- Modelo general
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

- Equilibrio de Bertrand
- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación

# Supuestos

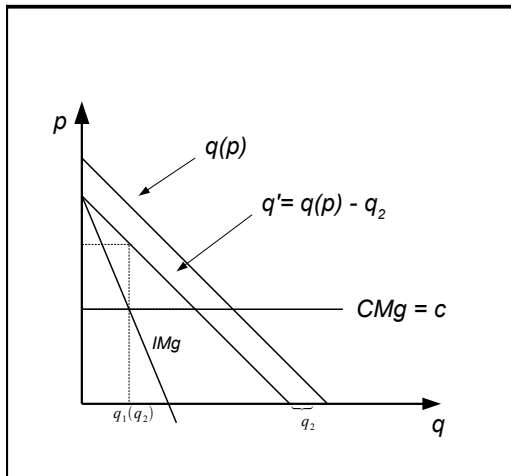
- 1 Las empresas venden bienes homogéneos
- 2 Juegan un juego en una etapa
- 3 Eligen en forma independiente y simultánea la cantidad que venden del producto
- 4 No enfrentan restricciones de capacidad
- 5 Tienen igual función de costos:  $CT_i = cq_i$  y no tienen costos fijos.

## Derivación geométrica

- Empresas:  $\{1, 2\}$
- Maximización de beneficios de la empresa 1,  $\pi_1$  que empresa 2 produce  $q_2$  dado
- Demanda  $q = a - bp$ , con  $q = \sum_{i=1}^2 q_i$
- La empresa 1 se enfrenta la demanda  $q' = q - q_2$
- Solución de la empresa:  $IMg = CMg$



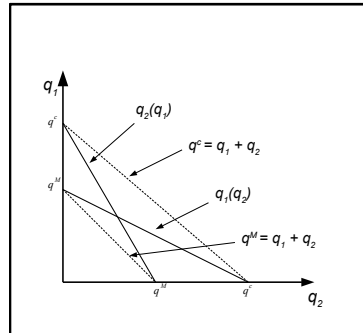
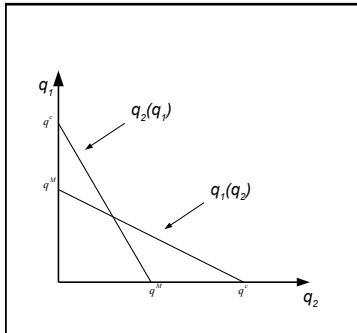
# Gráfica



# Casos

- Si  $q_2 = 0 \Rightarrow$  la reacción óptima es  $q_1(0) = q^M$
- Si  $q_2 = q^{CP} \Rightarrow$  entonces la demanda residual es siempre menor al  $CMg \Rightarrow q_1(q^c) = 0$
- Función de reacción: para cualquier  $q_2$  es el valor de  $q_1$  tal que  $\max_{q_1} \pi_1$

# Casos



# Resultado

- 1 Resultado intermedio entre la CP y el monopolio
- 2 No es de CP porque las empresas enfrentan demanda con pendiente negativa
- 3 No es el de monopolio porque no absorbe todo el impacto de su decisión

# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- **Modelo general**
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

- Equilibrio de Bertrand
- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación

# Modelo

- Las empresas deciden en forma simultánea la cantidad a producir  $q_1$  y  $q_2$
- El precio ajusta oferta y demanda:  $p(q_1 + q_2)$ ,
- $p(q)$  es la función inversa de demanda y se cumple que  $p'(q) < 0 \forall q \geq 0$  y  $p(0) > c$
- Cada empresa decide su nivel de producto dado el nivel de producto de la otra  $\bar{q}_k$

# Óptimo

- El problema de maximización es:

$$\max_{q_j} p(q_j + \bar{q}_k) q_j - c q_j$$

- CPO  $p'(q_j + \bar{q}_k) q_j + p(q_j + \bar{q}_k) = c$ .
- Similares a las de monopolio: el productor de Cournot es un monopolista en el mercado residual que no atiende su rival

# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- Modelo general
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

- Equilibrio de Bertrand
- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación



## Solución

- Empresa  $i$   $\max_{q_i} \pi_i(q_1, \dots, q_n)$ ;  $\pi_i(q_1, \dots, q_n) = (a - bq - c)q_i$
- CPO:  $\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0 = (a - bq_1 - \dots - bq_n - c) - bq_i$   
 $\Rightarrow q_i = \frac{a-c}{2b} - \frac{\sum q_{-i}}{2} = R_i(q_{-i})$
- Eq. simétrico:  $\Rightarrow q_i = q_j = q_i^* = \frac{a-c}{2b} - \frac{(n-1)q_i^*}{2}$

$$q_i^* = \frac{a-c}{b(n+1)} \Rightarrow q^* = nq_i^* = \frac{n(a-c)}{b(n+1)} \Rightarrow p^* = \frac{a+nc}{(n+1)}$$

# Propiedades del equilibrio

- 1  $\lim_{n \rightarrow \infty} p^* = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n+1} + \frac{n}{n+1}c = c = p^{cp}$
- 2  $PS = \frac{(p^* - p^{cp})(q^{cp} - q^*)}{2} = \frac{\left[\left(\left(\frac{a+nc}{n+1}\right) - c\right)\left(\frac{a-c}{b} - \left(\frac{n(a-c)}{(n+1)b}\right)\right)\right]}{2} = \frac{(a-c)^2}{2b(n+1)^2} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} PS = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-c)^2}{2b(n+1)^2} = 0$
- 3 Nota: mientras que el precio converge a la tasa  $n$ , la pérdida social disminuye a la tasa  $n^2$
- 4  $EC = \frac{(a-p)q^*}{2} = \frac{n^2(a-c)^2}{2b(n+1)^2} \Rightarrow \frac{\partial EC}{\partial n} = \left(\frac{n(a-c)^2}{b(n+1)^3}\right) > 0$
- 5  $EP = \sum_{i=1}^n \pi_i = \frac{n(a-c)^2}{b(n+1)^2} \Rightarrow \frac{\partial EP}{\partial n} = \left(\frac{(1-n)(a-c)^2}{b(n+1)^3}\right) < 0; \forall n > 2$

## Estimación de pérdida social

- $PS = 0 \Leftrightarrow n \rightarrow \infty$
- ¿Escenario menos estricto? Ej.:  $PS^C = 5\% PS^M$
- $$\frac{PS^C}{PS^M} = \frac{\frac{(a-c)^2}{2b(n+1)^2}}{\frac{(a-c)^2}{8b}} = \frac{8b}{2b(n+1)^2} = \frac{4}{(n+1)^2} < 5\% \Leftrightarrow \frac{4}{0,05} < (n+1)^2 \Leftrightarrow$$
  

$$80 < (n+1)^2 \Leftrightarrow \sqrt{80} < (n+1) \Leftrightarrow$$

$$n > 7,9$$

## Estimación de pérdida social

- $PS = 0 \Leftrightarrow n \rightarrow \infty$
- ¿Escenario menos estricto? Ej.:  $PS^C = 5\% PS^M$
- $$\frac{PS^C}{PS^M} = \frac{\frac{(a-c)^2}{2b(n+1)^2}}{\frac{(a-c)^2}{8b}} = \frac{8b}{2b(n+1)^2} = \frac{4}{(n+1)^2} < 5\% \Leftrightarrow \frac{4}{0,05} < (n+1)^2 \Leftrightarrow$$
$$80 < (n+1)^2 \Leftrightarrow \sqrt{80} < (n+1) \Leftrightarrow$$

$$n > 7,9$$

# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- Modelo general
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

- Equilibrio de Bertrand

- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación

# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- Modelo general
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

- Equilibrio de Bertrand
- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación

# Supuestos

- 1 Empresas venden bienes homogéneos
- 2 Juegan un juego en una etapa
- 3 Eligen en forma independiente y simultánea el precio al que venden del producto
- 4 No enfrentan restricciones de capacidad, pueden servir toda la demanda que reciban
- 5 Tienen igual función de costos:  $CT_i = cq$ ; no tienen costos fijos

# Demanda

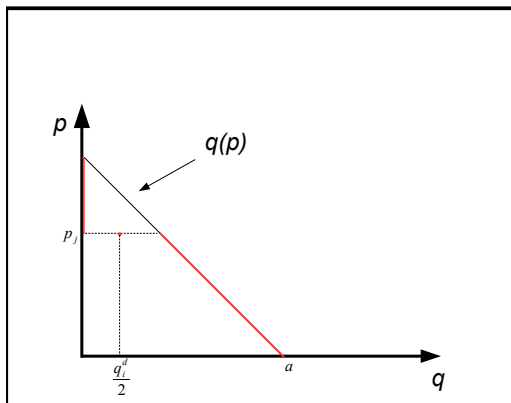
- La demanda que enfrentan la empresa  $i$  es de la siguiente forma:

$$q_i^d(p_i, p_j) = \begin{cases} q(p_i) & \text{si } p_i < p_j \\ \frac{q(p_i)}{2} & \text{si } p_i = p_j \\ 0 & \text{si } p_i > p_j \end{cases}$$

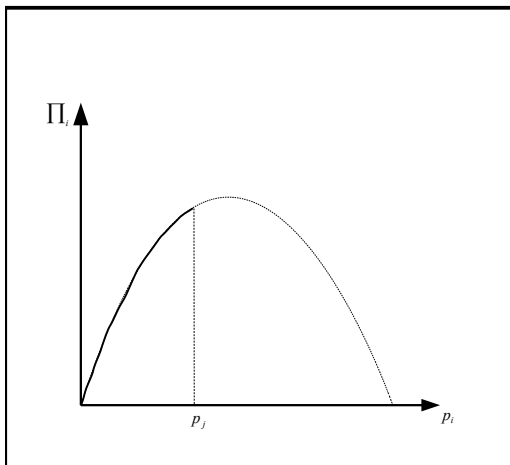
- Gráficamente:



## Demanda (gráfica)



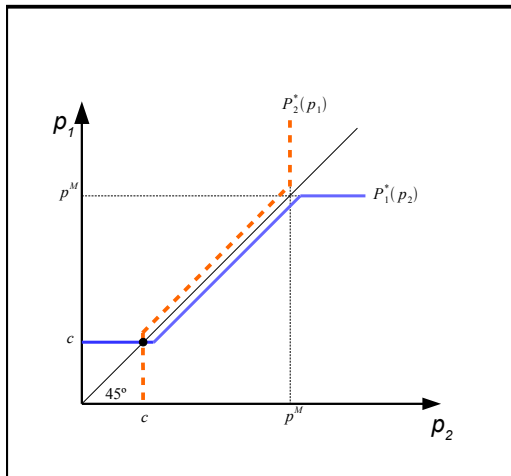
# Beneficios



## Funciones de reacción

$$p_i^*(p_j) = \begin{cases} p^M & \text{si } p_j > p^M \\ p_j - \varepsilon & \text{si } c \leq p_j \leq p^M \\ c & \text{si } p_j \leq c \end{cases}$$

## Funciones de reacción (gráfica)



# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- Modelo general
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

## • Equilibrio de Bertrand

- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación

# ENB

## Teorema

*Equilibrio de Bertrand: el único precio de equilibrio de este juego está dado por  $p_i^* = p_j^* = c$ , con  $\pi_i(p_i^*, p_j^*) = \pi_j(p_i^*, p_j^*) = 0$ .*

## ENB (Demostración)

### Demostración.

La demostración es en dos etapas: 1-  $p_i^* = p_j^* = c$  es un equilibrio de Nash (EN); 2-  $p_i^* = p_j^* = c$  es el único EN.

1) Para que sea un EN, ninguna empresa debe tener incentivos a desviarse dado lo que jugó la otra.

Sea  $p_1^* = c$  ¿tiene incentivo la empresa 2 a fijar  $p_2 \neq c$ ? Veamos: si  $p_2 = c \Rightarrow \pi_2 = 0$ ; si  $p_2 < c \Rightarrow \pi_2 < 0$  (tiene toda la demanda pero no cubre los costos); y si  $p_2 > c \Rightarrow \pi_2 = 0$  (nadie le compra).  $\Rightarrow$  si  $p_1^* = c$ ,  $p_2 = c$ .

El mismo razonamiento es válido para la empresa 1 cuando la empresa 2 juega  $p_2 = c$ .



## ENB (Demostración, cont.)

### Demostración.

Por contradicción, supongamos que existe un precio de equilibrio diferente a  $(c, c)$

(A)  $p_i^* < c \leq p_j^*$  o  $p_i^* < p_j^* \leq c$ . La empresa  $i$  está haciendo beneficios negativos, dado que toda la demanda recae sobre ella  $\Rightarrow$  puede llevar el precio a  $p_i' = c$  y ahora  $\pi_i' = 0 > \pi_i^* \Rightarrow$  no puede ser un EN.

(B)  $p_i^* = c < p_j^*$ . La empresa  $i$  hace  $\pi_i^* = 0 \Rightarrow$  puede fijar un precio  $p_i' = p_j^* - \varepsilon \Rightarrow \pi_i' > 0 = \pi_i^* \Rightarrow$  este no puede ser un EN.

(C)  $c < p_i^* \leq p_j^*$ .  $\pi_j^* = 0 \Rightarrow$  fija  $p_j' = p_i^* - \varepsilon$  y gana toda la demanda,  $\Rightarrow \pi_j' \geq \pi_j^* = 0 \Rightarrow$  este no puede ser un EN.





## ENB: interpretación

- Paradoja: precio igual al  $CMg$ , aún siendo 2 !!.
- No se sostiene si se levantan los supuestos
  - ① Diferenciación de productos
  - ② Competencia dinámica
  - ③ Restricciones de capacidad

# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- Modelo general
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

- Equilibrio de Bertrand

- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación

# Presentación

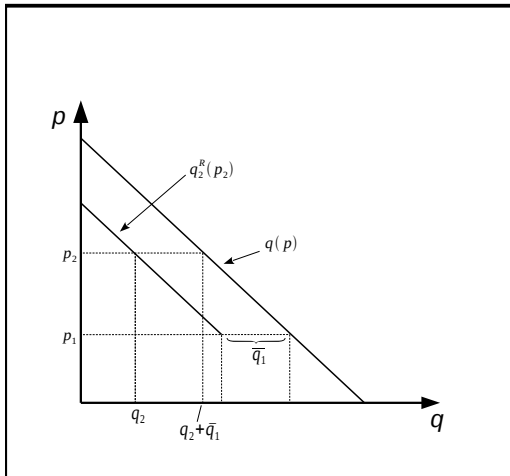
- Modelo en dos etapas:  $t = 1$  las empresas eligen capacidad;  $t = 2$  compiten en precio
- Costos:  $C_i^1(q_i) = \frac{3}{4}q_i$  para el momento 1;  $\frac{3}{4}$  es el costo por unidad de capacidad  $q_i$
- Costos:  $C_i^2 = \begin{cases} 0 & \text{si } q_i \leq \bar{q}_i \\ \infty & \text{si } q_i > \bar{q}_i \end{cases}$
- Demanda de mercado  $q = 1 - p \Rightarrow p = 1 - q_1 - q_2$

## Regla de racionamiento

- Regla de racionamiento eficiente: dos empresas con precios  $p_1 < p_2$
- $\bar{q}_1 < q(p_1)$ ; la empresa 1 no puede satisfacer toda la demanda al precio fijado
- La demanda residual de la empresa 2 es:

$$q_2^R(p_2) = \begin{cases} q(p_2) - \bar{q}_1 & \text{si } q(p_2) > \bar{q}_1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

## Regla de racionamiento (gráfico)



## Solución: previo

- Vamos a acotar los posibles valores de  $\overline{q}_i$
- Máximos beneficios en  $t = 2$   $\pi^M \Rightarrow \pi = pq = p(1-p) \Rightarrow \frac{\partial \pi}{\partial p} = 0 = (1-p) - p \Rightarrow p = \frac{1}{2} \Rightarrow q = \frac{1}{2} \Rightarrow \pi = \frac{1}{4}$
- Máximos beneficios en  $t = 1$  netos de costos de capacidad:  
 $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\overline{q}_i \Rightarrow \overline{q}_i \leq \frac{1}{3}$
- $\Rightarrow \overline{q}_1, \overline{q}_2 \in \left[0, \frac{1}{3}\right]$

## Solución: etapa 2

- Solución:  $p^* = 1 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2)$  único equilibrio

① ¿ $p_i < p^*$ ? No, porque están racionadas

② ¿ $p_i > p^*$ ?

- $\pi_i = p_i q_i = p_i(1 - p_i - \bar{q}_j)$ , incluye regla de racionamiento.  
Invirtiendo  $\pi_i = (1 - q_i(p_i) - \bar{q}_j) q_i(p_i)$ ;  $q_i(p_i)$  es la demanda residual de la empresa  $i$  por la regla de racionamiento  $\Rightarrow$   
 $q_i(p) \leq \bar{q}_i$ , debido a que  $p_i > p^*$
- $\left. \frac{\partial \pi}{\partial q_i(p)} \right|_{q_i(p)=\bar{q}_i} = 1 - 2\bar{q}_i - \bar{q}_j$ . Como  $\bar{q}_1, \bar{q}_2 \in [0, \frac{1}{3}]$ ,  
 $\Rightarrow \left. \frac{\partial \pi}{\partial q_i(p)} \right|_{q_i(p)=\bar{q}_i} > 0$ , y la función  $\pi_i$  es cóncava  $\Rightarrow$  cualquier  
 $q_i(p_i) < \bar{q}_i$  implica  $\pi_i(q_i(p)) < \pi_i(\bar{q}_i)$ ,  $\forall q_i(p) < \bar{q}_i$ .  $\Rightarrow$  fijar  
 $p_i > p^*$  no es óptimo

## Solución: etapa 1

- Beneficios  $\pi_i(\bar{q}_i, \bar{q}_j) = \left(p^* - \frac{3}{4}\right) \bar{q}_i = \left(1 - \bar{q}_i - \bar{q}_j - \frac{3}{4}\right) \bar{q}_i$
- Problema formalmente idéntico a Cournot
- $\Rightarrow$  Bertrand con restricciones de capacidad es un Cournot !
- La elección de la capacidad en  $t = 1$  relaja la competencia en  $t = 2$



# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- Modelo general
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

- Equilibrio de Bertrand
- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación

## Variable estratégica relevante

- En modelos de oligopolio la competencia en precios o cantidades arroja resultados diferentes
- ¿Cuál es la restricción relevante en el largo plazo?
- Capacidad:  $\Rightarrow$  modelo de Cournot: acero, cemento, autos, productos agrícolas
- Precio: dado el precio de empresa  $j$  la empresa  $i$  abastece toda la demanda  $\Rightarrow$  modelo de Bertrand: seguros, programas de software, ebooks

# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- Modelo general
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

- Equilibrio de Bertrand
- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación

# Índice

## 1 Cournot

- Presentación
- Modelo general
- Modelo n empresas

## 2 Bertrand

- Supuestos y problema de maximización

- Equilibrio de Bertrand
- Extensión: restricciones de capacidad

## 3 ¿Bertrand o Cournot?

## 4 Empresa dominante

- Presentación

# Introducción

- Muchos mercados se caracterizan por la existencia de una empresa dominante
- En Uruguay: el Banco de Seguros (seguros de autos); Conaprole (mercado lácteo); Canarias (yerba); Salus (agua mineral); Coca Cola (refrescos); FNC (cerveza)...
- Modelo de empresa dominante:
  - una empresa dominante y un margen competitivo;
  - la empresa dominante fija el precio dado el margen competitivo;
  - las empresas de la franja competitiva son precio aceptantes

# Modelo (I)

- Supuestos:
  - un producto homogéneo
  - una empresa dominante y un margen competitivo;
  - la empresa dominante fija el precio tomando como un dato la estrategia del margen competitivo
  - las empresas de la franja competitiva son precio aceptantes, fijan la cantidad al precio que determina la empresa dominante
- Variables:  $q(p)$ — la demanda del mercado;  $q^c(p)$  es la oferta del margen competitivo al precio  $p$ ;  $q^d(p) = (q(p) - q^c(p))$  es la demanda residual de la empresa dominante; y  $c(p) = c(q^d(p))$  son los costos de la empresa dominante

## Modelo (II)

- En este modelo el único que mueve es la empresa dominante que fija  $p$
- Las restantes empresas toman  $p$  como un dato y fijan la cantidad
- La empresa dominante considera la cantidad fijada por el margen competitivo y fija  $p$  de monopolio para la demanda residual  $q^d(p)$

$$\Pi^d = pq^d(p) - c(q^d(p))$$

# Resolución (I)

- Maximizando los beneficios de la empresa dominante se obtiene  $\frac{\partial \Pi^d}{\partial p} = 0 = q^d(p) + p \frac{\partial q^d(p)}{\partial p} - \frac{\partial c(q^d(p))}{\partial q^d(p)} \frac{\partial q^d(p)}{\partial p} \Leftrightarrow q^d(p) + \frac{\partial q^d(p)}{\partial p} \left( p - \frac{\partial c(q^d(p))}{\partial q^d(p)} \right) = 0$
- Ahora despejo:  $p - \frac{\partial c(q^d(p))}{\partial q^d(p)} = \frac{-q^d(p)}{\frac{\partial q^d(p)}{\partial p}}$ ; divido ambos lados entre  $p$  y recordando que  $q^d(p) = (q(p) - q^c(p))$ ;
- $\frac{p - \frac{\partial c(q^d(p))}{\partial q^d(p)}}{p} = \frac{-q^d(p)}{p \left( \frac{\partial q(p)}{\partial p} - \frac{\partial q^c(p)}{\partial p} \right)}$ , ahora multiplico y divido dentro del denominador del lado derecho entre  $q(p)$  y  $q^c(p)$  respectivamente
- $\frac{p - CM_g}{p} = - \frac{q^d(p)}{\left( \frac{\partial q(p)}{\partial p} \frac{p}{q(p)} q(p) - \frac{\partial q^c(p)}{\partial p} \frac{p}{q^c(p)} q^c(p) \right)}$







# Interpretación (I)

- Poder de mercado depende -inversamente- de:
  - ① elasticidad de la demanda: si  $\uparrow \varepsilon^m \Rightarrow \downarrow \frac{p - CMg}{p}$ , (sustituibilidad con productos alternativos)
  - ② elasticidad de la oferta del margen competitivo: si  $\uparrow \varepsilon^c \Rightarrow \downarrow \frac{p - CMg}{p}$ :
    - ① el exceso (o no) de capacidad instalada del margen competitivo
    - ② la posibilidad de que otras empresas comiencen a producir el bien
    - ③ la posibilidad de importar el bien de otras regiones
    - ④ las barreras a la entrada de potenciales competidores
  - ③ cuota de mercado del margen competitivo:  
 $\uparrow (1 - s^d) \text{ ó } \downarrow s^d \Rightarrow \downarrow \frac{p - CMg}{p}$

## Interpretación (II)

- Estamos en una situación de monopolio atenuado, dado que aparecen nuevos factores que disminuyen la capacidad de la empresa de fijar precios altos
- Este modelo es la base para entender el proceso de determinación del mercado relevante
- Permite deducir la capacidad de fijar precio por parte de una empresa a través de elementos que hacen a la estructura del mercado