Contratos - Selección adversa

Microeconomía III

Facultad de Ciencias Económicas y Administración

Licenciatura en Economía

Objetivos

- 1. Presentar un modelo sencillo de selección adversa
- 2. Introducir la renta por información
- 3. Discutir los contratos compatibles en incentivos
- 4. Presentar el principio de revelación
- 5. Discutir extensiones del modelo base

Índice

Introducción

Modelo base Equilibrio de información completa Contratos compatibles de El balance extracción de renta eficiencia

Ejemplos

Regulación

Crédito

Presentación

- Principal quiere delegar tarea en Agente
- Motivos:
 - retornos crecientes por especialización
 - falta de tiempo del Principal
- Información privada del Agente (ejemplos):
 - costo de oportunidad de la tarea
 - tecnología utilizada
 - vinculación entre la habilidad del Agente y la tecnología

Problema

- La información privada del Agente tiene implicaciones respecto al contrato bilateral que pueden establecer
- Principal tiene que averiguar la información privada del Agente
- Solución: dar parte de renta por información al agente
- Balance entre eficiencia asignativa y renta por información (Objetivo)
- Los agentes se ven por única vez ⇒ la vinculación solo se puede regular por un contrato

Paso 1

- Describir asignaciones posibles para el principal
- Asignación: producción posible y distribución de las ganancias del comercio
- Incorporar restricciones;
 - RCI: debido a la existencia de asimetría de información
 - RP: aseguran que el Agente quiere participar del contrato
- Las RCI + RP definen el conjunto de asignaciones posibles en incentivos

Paso 2

- Maximizar el bienestar del Principal sujeto a las asignaciones posibles en incentivos
- En el óptimo, las restricciones estarán activas ⇒ primer óptimo ≠ del óptimo restringido
- La selección adversa impide el comercio eficiente (ya visto en modelo de Akerlof de "limones")

Supuestos

- Principal y Agentes racionales: maximizan su utilidad individual
- Principal no conoce la información privada del Agente; distribución de probabilidades es conocimiento común
- Principal maximiza utilidad esperada ⇒ es un tipo de juego bayesiano dinámico

Índice

Introducción

Modelo base Equilibrio de información completa Contratos compatibles de El balance extracción de renta - eficiencia

Ejemplos

Regulación

Crédito

Modelo base

- Principal delega en Agente producción de q unidades
- Valor para P: S(q); S' > 0; S'' < 0; S(0) = 0
- Costo de producción no observable:
 - $C(q, \underline{\theta}) = \underline{\theta}q$, con probabilidad v
 - $C\left(q,\overline{ heta}
 ight)=\overline{ heta}q$, con probabilidad 1-v
- Sea $\triangle \theta = \overline{\theta} \underline{\theta} > 0$ el grado de incertidumbre respecto al costo
- ullet Contrato: par (q,t) producción + transferencia al Agente



Modelo base (cont.)

Funciones objetivo:

$$V = S(q) - t$$
 Principal $U = t - \theta q$ Agente

- Cadencia del ejemplo
 - t = 0 Agente descubre su tipo
 - t = 1 Principal ofrece contrato
 - t = 2 Agente acepta o rechaza contrato
 - t = 3 se ejecuta contrato
- Nota: contratos se ofrecen cuando el Agente ya aprendió su tipo

Índice

Modelo base Equilibrio de información

completa

Contratos compatibles de

Determinación de q

- Equilibrio: $\left(\underline{q}^*,\underline{t}^*\right)$ y $\left(\overline{q}^*,\overline{t}^*\right)$
- Si no hay asimetría de información \Rightarrow IMg = CMg
 - $S'(\underline{q}^*) = \underline{\theta}$
 - $S'(\overline{q}^*) = \overline{\theta}$
- La producción se lleva a cabo <⇒
 - $\underline{W}^* = S(\underline{q}^*) \underline{\theta}\underline{q}^* \ge 0$
 - $\overline{W}^* = S(\overline{q}^*) \overline{\theta}\overline{q}^* \ge 0$

Determinación de t

- Para que el Agente participe el contrato debe dar nivel de utilidad al menos igual a su costo de oportunidad y opción externa (outside option)
- Supuesto: costo de oportunidad normalizado a 0
- Restricciones de participación del Agente
 - $\underline{t} \underline{\theta}q \ge 0$
 - $\overline{t} \overline{\theta}\overline{q} \ge 0$

Implementación

- Principal ofrece contrato tómelo o déjelo de la forma: si $\theta = \overline{\theta}$ (resp. $\underline{\theta}$) \Rightarrow transferencia \overline{t}^* (\underline{t}^*) para el nivel de producción \overline{q}^* (\underline{q}^*) con $\overline{t}^* = \overline{\theta} \overline{q}^*$ ($\underline{t}^* = \underline{\theta} \underline{q}^*$)
- Agente acepta el contrato, independiente del tipo que sea, y no obtiene renta

Índice

Introducción

Modelo base Equilibrio de información

completa

Contratos compatibles de incentivos

El balance extracción de renta - eficiencia

Ejemplos

Regulación

Crédito

Primer óptimo no factible

- Ahora θ es información privada del Agente
- Problema: eficiente se hace pasar por ineficiente
- Contratos óptimos: $\overline{t}^* = \overline{\theta} \overline{q}^*$ y $\underline{t}^* = \underline{\theta} \underline{q}^*$ con $\overline{\theta} > \underline{\theta}$
- Se cumple: $S'\left(\underline{q}^*\right) = \underline{\theta} \text{ y } S'\left(\overline{q}^*\right) = \overline{\theta}, \Rightarrow \text{como } \overline{\theta} > \underline{\theta} \Rightarrow S'\left(\overline{q}^*\right) > S'\left(\underline{q}^*\right) \text{ y como } S'' < 0 \Rightarrow \underline{q}^* > \overline{q}^*$
- Ineficiente por eficiente: como $\underline{t}^* = \underline{\theta}\underline{q}^* \Rightarrow$ $\underline{t}^* \overline{\theta}\underline{q}^* = \underline{\theta}\underline{q}^* \overline{\theta}\underline{q}^* = -\triangle\theta\underline{q}^* < 0 \Rightarrow \text{no se desvía}$
- Eficiente por ineficiente: como $\overline{t}^* = \overline{\theta} \overline{q}^* \Rightarrow$ $\overline{t}^* \underline{\theta} \overline{q}^* = \overline{\theta} \overline{q}^* \underline{\theta} \overline{q}^* = \triangle \theta \overline{q}^* > 0 \Rightarrow \text{se desvía}$

Compatibilidad de incentivos

Definición

un menú de contratos $\left\{\left(\underline{t},\underline{q}\right),\left(\overline{t},\overline{q}\right)\right\}$ es **compatible en incentivos** cuando $\left(\underline{t},\underline{q}\right)$ es débilmente preferido a $\left(\overline{t},\overline{q}\right)$ por el agente $\underline{\theta}$ y $\left(\overline{t},\overline{q}\right)$ es débilmente preferido a $\left(\underline{t},\underline{q}\right)$ por el agente $\overline{\theta}$.

Matemáticamente:

$$\underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \ge \overline{t} - \underline{\theta}\overline{q}$$

$$\overline{t} - \overline{\theta}\overline{q} \ge \underline{t} - \overline{\theta}q$$

Compatibilidad de incentivos (cont.)

• Y las restricciones de participación

$$\underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \ge 0$$

$$\overline{t} - \overline{\theta} \overline{q} \ge 0$$

Definición

un menú de contratos es compatible en incentivos si satisface a la vez las restricciones de participación y de incentivos

Compatibilidad de incentivos (cont.)

- Dos contratos óptimos triviales (¿pueden demostrarlos?)
- 1. Pooling: $t^* = \overline{t} = \underline{t}$ y $q^* = \overline{q} = \underline{q}$
- 2. Cierre del ineficiente: $\left(\underline{q}^*,\underline{t}^*\right) = \left(q^S,t^S\right)$ y $\left(\overline{q}^*,\overline{t}^*\right) = (0,0)$

Renta por información

• Bajo información completa, los agentes no obtienen renta:

•
$$\underline{U}^* = \underline{t}^* - \underline{\theta}q^*$$
 y $\overline{U}^* = \overline{t}^* - \overline{\theta}\overline{q}^*$

 Sabemos, para el par de contratos óptimos de información completa, que el eficiente quiere hacerse pasar por el ineficiente

$$\overline{t}^* - \underline{\theta}\overline{q}^* = \overline{t}^* - \overline{\theta}\overline{q}^* + \overline{\theta}\overline{q}^* - \underline{\theta}\overline{q}^* = \overline{U}^* + \triangle\theta\overline{q}^* > 0$$

• Aún si $\overline{\it U}^*=0$ el eficiente obtiene renta para todo $\overline{\it q}^*>0$

Programa del Principal

• Contratos óptimos se obtienen de

$$\begin{aligned} \max_{\left\{\left(\overline{t},\overline{q}\right),\left(\underline{t},\underline{q}\right)\right\}} v\left(S\left(\underline{q}\right) - \underline{t}\right) + (1 - v)\left(S\left(\overline{q}\right) - \overline{t}\right) \\ & \underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \geq \overline{t} - \underline{\theta}\overline{q} \quad RCI\left(\underline{\theta}\right) \\ & \overline{t} - \overline{\theta}\overline{q} \geq \underline{t} - \overline{\theta}\underline{q} \quad RCI\left(\overline{\theta}\right) \\ & \underline{t} - \underline{\theta}\underline{q} \geq 0 \quad RP\left(\underline{\theta}\right) \\ & \overline{t} - \overline{\theta}\overline{q} \geq 0 \quad RP\left(\overline{\theta}\right) \end{aligned}$$

Programa del Principal (cont.)

- Utilizando $\underline{U} = \underline{t} \underline{\theta}\underline{q}$ y $\overline{U} = \overline{t} \overline{\theta}\overline{q}$ cambiamos variables $\left\{ (\overline{t}, \overline{q}), \left(\underline{t}, \underline{q}\right) \right\}$ por $\overline{\left\{ \left(\overline{U}, \overline{q}\right), \left(\underline{U}, \underline{q}\right) \right\}}$
- Función objetivo del Principal

•
$$v\left(S\left(\underline{q}\right) - \underline{t}\right) + (1 - v)\left(S\left(\overline{q}\right) - \overline{t}\right)$$

= $v\left(S\left(\underline{q}\right) - \underline{U} - \underline{\theta}\underline{q}\right) + (1 - v)\left(S\left(\overline{q}\right) - \overline{U} - \overline{\theta}\overline{q}\right) =$

$$\underbrace{v\left(S\left(\underline{q}\right)-\underline{\theta}\,\underline{q}\right)+\left(1-v\right)\left(S\left(\overline{q}\right)-\overline{\theta}\,\overline{q}\right)}_{}-\underbrace{\left(v\,\underline{U}+\left(1-v\right)\,\overline{U}\right)}_{}$$

Eficiencia asignativa esperada

Renta de información esperada

Programa del Principal (cont.)

- Principal: maximiza el valor esperado de producción valor esperado de la renta de información de los agentes
- Restricciones de incentivos

$$\underline{U} \ge \overline{U} + \triangle \theta \overline{q} \quad RCI(\underline{\theta})$$

$$\overline{U} \geq \underline{U} - \triangle \theta \underline{q} \quad RCI\left(\overline{\theta}\right)$$

Restricciones de participación

$$\underline{U} \ge 0 \quad RP(\underline{\theta})$$

$$\overline{U} \ge 0 \quad RP\left(\overline{\theta}\right)$$



Índice

Modelo base Equilibrio de información completa El balance extracción de renta - eficiencia

Ejemplos Regulaciór Crédito

Restricciones activas

- Problema de maximización con 4 restricciones
- ¿Cuáles estarán activas (con igualdad) y cuáles no?
- Regla: suponer cuáles están activas y chequear ex post
 - eficiente $(\underline{\theta})$ se puede hacer pasar por ineficiente $(\overline{\theta}) \Rightarrow la$ RP del eficiente se cumple con desigualdad estricta (obtiene renta) \Rightarrow puedo descartarla
 - RCI del ineficiente $(\overline{\theta})$ se cumple con desigualdad estricta: nunca querría hacerse pasar por el eficiente $(\underline{\theta}) \Rightarrow$ puedo descartarla
- Relevantes: RP del ineficiente y RCI del eficiente



Restricciones activas (cont.)

- $\overline{U} = 0$
 - Recordar RCI eficiente: $\underline{U} \ge \overline{U} + \triangle \theta \overline{q} \Rightarrow \text{sea } \overline{U} = \varepsilon > 0 \Rightarrow$ Principal puede $\downarrow \overline{U}$ y por RCI $\downarrow \underline{U} \Rightarrow \text{gana } \varepsilon \left[v\varepsilon + (1-v)\varepsilon \right]$
- $\underline{U} = \overline{U} + \triangle \theta \overline{q} = \triangle \theta \overline{q}$
 - Sea $\underline{U} = \triangle \theta \overline{q} + \varepsilon \Rightarrow \text{Principal puede} \downarrow \underline{U} \Rightarrow \text{gana } v\varepsilon$
- Restricciones activas:

$$\underline{U} = \triangle \theta \overline{q}$$

$$\overline{U} = 0$$

Nueva función objetivo

• Sustituyo las restricciones activas en el programa del Principal

•
$$v\left(S\left(\underline{q}\right) - \underline{\theta}\underline{q}\right) + (1 - v)\left(S\left(\overline{q}\right) - \overline{\theta}\overline{q}\right) - \left(v\underline{U} + (1 - v)\overline{U}\right) = v\left(S\left(\underline{q}\right) - \underline{\theta}\underline{q}\right) + (1 - v)\left(S\left(\overline{q}\right) - \overline{\theta}\overline{q}\right) - v\triangle\theta\overline{q}$$

$$\max_{\left\{\left(\underline{q},\overline{q}\right)\right\}} \quad v\left(S\left(\underline{q}\right) - \underline{\theta}\underline{q}\right) + (1 - v)\left(S\left(\overline{q}\right) - \overline{\theta}\overline{q}\right) - v\triangle\theta\overline{q}$$

 El problema del principal incorpora la renta por información esperada del eficiente respecto al primer óptimo

Resultado

- CPO en $\underline{q} \Rightarrow S'\left(\underline{q}^{SO}\right) = \underline{\theta}$ o $\underline{q}^{SO} = \underline{q}^* \Rightarrow$ no hay distorsión para el eficiente
- CPO en $\overline{q} \Rightarrow (1-v)\left(S'\left(\overline{q}^{SO}\right) \overline{\theta}\right) = v \triangle \theta \Rightarrow$ $S'\left(\overline{q}^{SO}\right) = \overline{\theta} + \frac{v}{1-v} \triangle \theta \Rightarrow \overline{q}^{SO} < \overline{q}^* \Rightarrow \text{se distorsiona al ineficiente}$
- La distorsión al ineficiente reduce la renta de información del eficiente: $U^{SO}=\Delta\theta\overline{q}^{SO}$
- Balance eficiencia extracción de renta: el Principal distorsiona la producción del ineficiente para reducir la renta de información del eficiente

Restricciones no activas

- La RP del eficiente se cumple porque obtiene renta
- La RCI del ineficiente es $\overline{U} > \underline{U} \triangle \theta \underline{q}$ y se cumple que $\overline{U} = 0$ $\Rightarrow 0 > \underline{U} \triangle \theta \underline{q} = \triangle \theta \overline{q}^{SO} \triangle \theta \underline{q}^{SO} = \triangle \theta \left(\overline{q}^{SO} \underline{q}^{SO} \right) < 0$ ya que $\underline{q}^{SO} = \underline{q}^* > \overline{q}^* > \overline{q}^{SO}$
- $\underline{q}^* > \overline{q}^*$ se cumple si se suman las RCI del eficiente e ineficiente: $\underline{t} \underline{\theta}\underline{q} \geq \overline{t} \underline{\theta}\overline{q}$ y $\overline{t} \overline{\theta}\overline{q} \geq \underline{t} \overline{\theta}\underline{q} \Rightarrow$ $\underline{t} \underline{\theta}\underline{q} + \overline{t} \overline{\theta}\overline{q} \geq \overline{t} \underline{\theta}\overline{q} + \underline{t} \overline{\theta}\underline{q} \iff -\underline{\theta}\underline{q} \overline{\theta}\overline{q} \geq -\underline{\theta}\overline{q} \overline{\theta}\underline{q}$ $\iff -\underline{\theta}\underline{q} + \underline{\theta}\overline{q} \overline{\theta}\overline{q} + \overline{\theta}\underline{q} \geq 0 \text{ y reordenando}$ $(\overline{\theta} \underline{\theta})(\underline{q} \overline{q}) \geq 0 \iff \Delta\theta(\underline{q} \overline{q}) \geq 0 \iff \underline{q} \geq \overline{q}$

Transferencia (extra)

- La transferencia que recibe la empresa eficiente puede ser mayor o menor que la del primer óptimo
- En el primer óptimo el eficiente obtiene renta:

$$\underline{U} = t - \underline{\theta}\overline{q} = \triangle\theta\overline{q} \Rightarrow t = \underline{\theta}\overline{q} + \triangle\theta\overline{q}$$

- En segundo óptimo $\underline{U} = t^{SO} \underline{\theta}\underline{q} = \triangle \theta \overline{q}^{SO} \Rightarrow t^{SO} = \theta q + \triangle \theta \overline{q}^{SO}$
- $t^{SO} < t \iff \underline{\theta}\underline{q} + \triangle \theta \overline{q} < \underline{\theta}\overline{q} + \triangle \theta \overline{q}$ $\iff \underline{\theta} \left(\underline{q} - \overline{q}\right) < \triangle \theta \left(\overline{q} - \overline{q}^{SO}\right)$
- Dependiendo de los parámetros, la transferencia que recibe la empresa eficiente puede ser mayor o menor en el segundo óptimo

Índice

Introducción

Modelo base Equilibrio de información completa Contratos compatibles de El balance extracción de renta eficiencia

Ejemplos

Regulación

Crédito

Índice

Introducción

Modelo base Equilibrio de información completa Contratos compatibles de El balance extracción de renta eficiencia

Ejemplos

Regulación

Crédito

Presentación

- Gobierno benevolente (Principal) que debe regular a una empresa que produce un bien monopólico
- Gobierno recauda dinero de los consumidores y financiar a la empresa productora
- Utilidad consumidores S(q)-t; utilidad empresa U=t- heta q
- Eficiencia de la empresa $\theta \in [\theta_I, \theta_h]$ no conocida por el gobierno, con $Pr(\theta = \theta_I) = \beta$
- Utilidad del gobierno: $V = S(q) t + \alpha [t \theta q]$,
- α < 1: es costoso desde el punto de vista social dar renta a la empresa (cada t transferido a la empresa, resta en la utilidad del gobierno)



Primer óptimo

- Contrato: par (q, t)
- Gobierno observa tipos de empresas \Rightarrow extrae toda la renta: $t_i = \theta_i q_i$, para i = I, h
- Problema del gobierno: $V = S(q) t + \alpha[t \theta q] = S(q) \theta q + \alpha[\theta q \theta q] = S(q) \theta q$
- Obtenemos el mismo resultado que antes:

$$S'(q_i^*) = \theta_i$$

Segundo óptimo

- El contrato ofrecido por el gobierno deja sin renta a las empresas
- \Rightarrow la empresa eficiente querrá hacerse pasar por la ineficiente (ya lo demostramos)
 - De las RCI y RP:

$$t_h = \theta_h q_h$$

$$t_I - \theta_I q_I = t_h - \theta_I q_h$$

$$\Rightarrow t_I = \triangle \theta q_h + \theta_I q_I$$
, con $\triangle \theta = (\theta_h - \theta_I)$

Segundo óptimo (cont.)

 Sustituyendo t_I y t_h en la función V, el problema de maximización es

$$V = \beta [S(q_l) - \theta_l q_l - (1 - \alpha) \triangle \theta q_h]$$
$$+ (1 - \beta) [S(q_h) - \theta_h q_h]$$

De las CPO, obtenemos

$$S'(q_l) = \theta_l$$

$$S'(q_h) = \theta_h + \frac{\beta}{1-\beta} (1-\alpha) \triangle \theta$$

Conclusión

- El gobierno no puede evitar que la empresa eficiente obtenga renta
- A medida que α aumenta ⇒ menor la distorsión de producto: al regulador le preocupa menos la distribución de rentas en la sociedad

Índice

Introducción

Modelo base Equilibrio de información completa Contratos compatibles de El balance extracción de renta - eficiencia

Ejemplos

Regulación

Crédito

Presentación

- La selección adversa es un problema importante en los mercados financieros
- Empresario: no tiene dinero para financiar un proyecto con costo I
- Retornos posibles: R si es exitoso y 0 si fracasa
- Deudor y acreedor son neutrales al riesgo; deudor tiene responsabilidad limitada; tasa de interés es 0
- Deudor: bueno $(\theta_G = p)$, con probabilidad de éxito p; malo $(\theta_B = q)$, con probabilidad de éxito q; p > q



Presentación (cont.)

- Se cumple que pR > I (se financia al deudor bueno)
- $P(\theta = \theta_G) = \alpha$
- Mercado de capitales: competitivo, demanda tasa de retorno esperada 0
- Nota: probabilidad a priori de éxito del inversor, $m = \alpha p + (1 \alpha) q$ (¿por?)
- Como el mercado es competitivo, los prestamistas obtener un retorno bruto: $z \times R_P^Z = I$, con $Z = \{G, B\}$ y $z = \{q, p\}$
- Contrato: par $\left\{F^Z, R_p^Z\right\}$ de financiamiento $F^Z = \{0, I\}$, y retorno para el prestamista R_p^Z

Primer óptimo

- Sea $\left\{R_d^G, R_d^B\right\}$ los retornos que obtiene cada tipo de deudor (si es financiado)
- Empresario bueno: como pR > I , siempre consigue financiamiento $\Rightarrow p(R R_d^G) = I$
- Empresario malo:
 - 1. Si $qR < I \Rightarrow$ no recibe financiamiento.
 - 2. si $qR > I \Rightarrow$ recibe financiamiento y R_d^B es tal que: $q(R R_d^B) = I$.
- Se cumple que $R_d^B < R_d^G$ (si obtiene financiamiento, el deudor malo obtiene menos retorno del proyecto)

Segundo óptimo: pooling

- ¿Es implementable el contrato $\left\{R_P^G = R R_d^G, R_P^B = R R_d^B\right\}?$
- No: el deudor malo puede obtener financiamiento (si qR < I); o aumentar su retorno: $qR_d^G > qR_d^B$
- Nuevo supuesto: el prestamista cobrar la misma tasa de interés a los deudores (pooling): R_P

 \Rightarrow el retorno bruto es del prestamista es:

$$[\alpha p + (1 - \alpha)q](R - R_d) - I = m(R - R_d) - I = 0 \Rightarrow R_p = R - \frac{I}{m}$$

Segundo óptimo: selección adversa

- ¿Es posible que no existe crédito?
- Sólo si $mR < I \Rightarrow R_p = 0$; $\iff \alpha$ es pequeña
- Sea $\alpha*$ tal que $m = [\alpha*p + (1 \alpha*)q] \Rightarrow [\alpha*p + (1 \alpha*)q]R I = 0 \iff \alpha*pR + (1 \alpha*)qR \alpha*I (1 \alpha*)I = 0$

$$\iff \alpha^*(pR-I)+(1-\alpha^*)(qR-I)=0$$

- Como $pR > I \Rightarrow mR < I \iff (qR I) < 0$
- Entonces, si $\alpha < \alpha^*$ no hay mercado y el empresario bueno no consigue financiamiento aún cuando su proyecto es rentable
- Despejando: $\alpha^* = \frac{I}{R(p-q)} \frac{q}{(p-q)}$



Segundo óptimo: sobre inversión

- ¿Es posible que haya sobre inversión?
- Se tiene que cumplir que mR > I ($\alpha \ge \alpha^*$), y que qR < I
- El prestamista tiene incentivos a invertir, pero los proyectos malos no son rentables

Segundo óptimo: subsidios cruzados

- ¿Bajo que condiciones existe subsidio cruzado entre proyectos?
- Si mR > I y pR > qR > I (ambos proyectos son rentables)
- ¿Por qué subsidio cruzado?
- Ex ante el inversor hace dinero con los tipos buenos, pero pierde con los malos:

•
$$m(R-R_p) = I \iff (\alpha p + (1-\alpha)q)(R-R_p) = I \iff$$

 $\alpha p(R-R_p) + (1-\alpha)q(R-R_p) - \alpha I - (1-\alpha)I = 0$
 $\iff \alpha [p(R-R_p) - I] + (1-\alpha)[q(R-R_p) - I] = 0$
 >0