Análisis de Varianza (ANOVA) para Comparación de Grupos - Día 3

Change Status

in-progress 40 min

Learning Objectives

1. Comprender el fundamento del análisis de varianza para comparar múltiples grupos
2. Interpretar estadísticos F y grados de libertad en ANOVA
3. Aplicar pruebas post-hoc apropiadas para identificar diferencias específicas

Theory | Practice | Quiz | Evidence

Activities and Learning

Task 1: Fundamentos del Análisis de Varianza (10 minutos)

ANOVA compara medias de tres o más grupos simultáneamente, respondiendo "¿existen diferencias significativas entre estos grupos?" de manera eficiente.

La Lógica del ANOVA

Pregunta que responde: ¿Son todas las medias de grupo iguales, o al menos una es diferente?

Hipótesis:

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = ... = \mu_k$ (todas las medias son iguales)
H_1: Al menos una media es diferente

Ventajas sobre múltiples pruebas t:

Control de error tipo I: Una prueba controla α, vs múltiples pruebas t que inflan α
Eficiencia: Una prueba para múltiples comparaciones
Interpretación: Descomposición sistemática de variabilidad
Descomposición de la Variabilidad

ANOVA divide la variabilidad total en componentes explicables (Nota: Las Sumas de Cuadrados son aditivas, las varianzas no):

Suma de Cuadrados Total = Suma de Cuadrados Entre grupos + Suma de Cuadrados Dentro de grupos

Suma de cuadrados total (SST): $\Sigma(y_i - \bar{y})^2$ **Suma de cuadrados entre grupos (SSB)**: $\Sigma(n_j \times (\bar{y}_j - \bar{y})^2)$ **Suma de cuadrados dentro de grupos (SSW)**: $\Sigma\Sigma(y_{ij} - \bar{y}_j)^2$

Estadístico F: F = (SSB/dfB) / (SSW/dfW)

dfB = k - 1 (grupos - 1)
dfW = N - k (total observaciones - grupos)

Task 2: ANOVA de Una Vía y su Interpretación (10 minutos)

El ANOVA de una vía es la versión más simple, comparando grupos basados en una sola variable categórica.

Asunciones del ANOVA

Independencia: Observaciones independientes entre grupos. **Normalidad**: Distribuciones aproximadamente normales en cada grupo. **Homocedasticidad**: Varianzas iguales entre grupos (prueba de Levene).

Verificación de asunciones:

```python
from scipy import stats
import statsmodels.api as sm
from statsmodels.stats.multicomp import pairwise_tukeyhsd

# Verificar normalidad (Shapiro-Wilk por grupo)
for grupo, datos in grupos.items():
    stat, p = stats.shapiro(datos)
    print(f"Grupo {grupo} - Normal: {'Sí' if p > 0.05 else 'No'} (p={p:.3f})")

# Verificar homocedasticidad (Levene)
stat, p = stats.levene(*grupos.values())
print(f"Homocedasticidad: {'Sí' if p > 0.05 else 'No'} (p={p:.3f})")
```

Ejecución de ANOVA

Usando SciPy:

```python
# ANOVA de una vía
f_stat, p_value = stats.f_oneway(*grupos.values())

print(f"Estadístico F: {f_stat:.3f}")
print(f"Valor p: {p_value:.4f}")
print(f"Significativo: {'Sí' if p_value < 0.05 else 'No'}")
```

Usando Statsmodels (más información detallada):

```python
import statsmodels.formula.api as smf

# Preparar datos en formato long
df_long = pd.DataFrame({
    'valor': np.concatenate(list(grupos.values())),
    'grupo': np.repeat(list(grupos.keys()), [len(v) for v in grupos.values()])
})

# Modelo ANOVA
modelo = smf.ols('valor ~ C(grupo)', data=df_long).fit()
anova_table = sm.stats.anova_lm(modelo, typ=2)

print(anova_table)
```

Interpretación de Resultados

Estadístico F grande: Indica diferencias importantes entre grupos. **Valor p pequeño**: Evidencia fuerte contra H_0 (medias iguales).

Tabla ANOVA típica:

```
          sum_sq    df          F        PR(>F)
grupo     1234.56   2.0     15.67     0.000023
Residual  3456.78  45.0       NaN          NaN
```

Task 3: Pruebas Post-hoc y Corrección de Bonferroni (10 minutos)

Cuando ANOVA rechaza H_0, necesitamos identificar cuáles grupos específicos difieren. Las pruebas post-hoc controlan el error familiar.

Por Qué Necesitamos Pruebas Post-hoc

Problema: ANOVA dice "algunos grupos son diferentes", pero no cuáles. **Solución**: Comparaciones pareadas entre grupos específicos.

Error familiar: Múltiples comparaciones inflan la probabilidad de error tipo I.

Prueba de Tukey HSD (Honestly Significant Difference)

Ventajas: Control estricto del error familiar, intervalos de confianza simultáneos.

```python
# Prueba de Tukey
tukey = pairwise_tukeyhsd(df_long['valor'], df_long['grupo'], alpha=0.05)
print(tukey)

# Resultado típico:
# Multiple Comparison of Means - Tukey HSD, FWER=0.05
# ====================================================
# group1 group2 meandiff p-adj   lower   upper  reject
# ----------------------------------------------------
#   A      B     5.234   0.012  1.456   9.012   True
#   A      C     2.123   0.245 -1.234   5.480  False
#   B      C    -3.111   0.034 -6.234  -0.988   True
```

Corrección de Bonferroni

Método conservador: Divide α por número de comparaciones.

α ajustado = α / k (número de comparaciones)
Ventaja: Simple y conservador
Desventaja: Puede ser demasiado conservador, reduciendo poder

```python
from statsmodels.sandbox.stats.multicomp import multipletests

# Aplicar corrección Bonferroni
p_values = [0.03, 0.04, 0.02]  # p-values de comparaciones individuales
reject, p_adjusted, _, _ = multipletests(p_values, alpha=0.05, method='bonferroni')

print("Corrección Bonferroni:")
for i, (p_orig, p_adj, rej) in enumerate(zip(p_values, p_adjusted, reject)):
    print(f"Comparación {i+1}: p={p_orig:.3f} → p-ajustado={p_adj:.3f} (Rechazar: {rej})")
```

Otras Pruebas Post-hoc

Scheffe: Más conservador, útil para comparaciones complejas. **Dunnett**: Compara todos los grupos contra un control específico. **Games-Howell**: No asume varianzas iguales.