

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SANTIAGO DEL ESTERO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGIAS
Programador Universitario en Informática

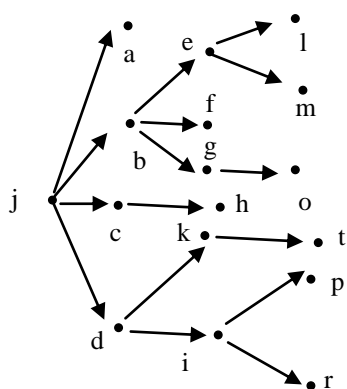
ASIGNATURA: ELEMENTOS DE ÁLGEBRA I
GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS N° 2 – 2020
TEMAS: INTRODUCCION A LA TEORIA DE GRAFOS

Objetivos

Que los alumnos logren:

- Representar situaciones problemáticas mediante grafos.
- Interpretar los conceptos primarios de la teoría de grafos.

1. En el siguiente grafo, la relación que se representa es "padre de". El vértice j se refiere a Juan,

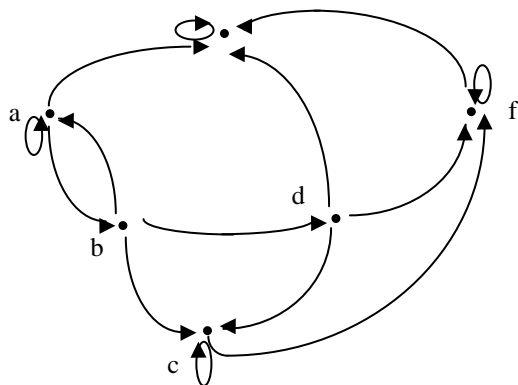


- i) Indicar el grado de los vértices.
- ii) ¿Cuántos descendientes tiene b?
- iii) ¿Cuántos descendientes tiene Juan?
- iv) Indicar los grupos de hermanos.
- v) Indicar los antepasados de r
- vi) ¿Cuántos no tienen descendientes?
- vii) ¿Es una relación de orden?

2. En el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ se define la relación $x R y \Leftrightarrow x | y$

- i) Dibujar el grafo.
- ii) Construir el Diagrama de Hasse.
- iii) Suprimir los vértices impares y dibujar el **sub-grafo** que queda.
- iv) Determinar el **grado** de los vértices 3, 5 y 8.
- v) En el grafo de la relación indicar **caminos elementales**, **sencillos** y **caminos sencillos no elementales**, todos de longitud dos.

- 3.

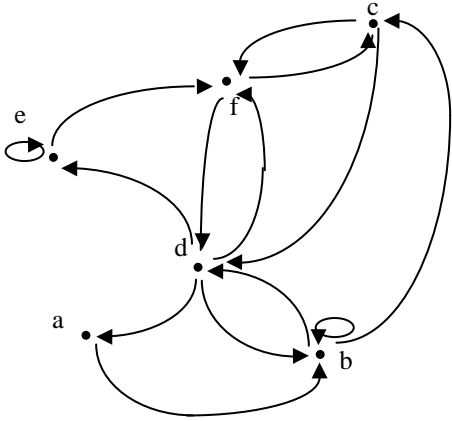


- i) En el siguiente grafo indicar caminos **sencillos**, **elementales**, **compuestos**, **sencillos no elementales**, **bucles** y **circuitos sencillos**.
- ii) Suprimir tres vértices y dibujar el subgrafo que queda.
- iii) Dibujar un grafo parcial con 6 arcos

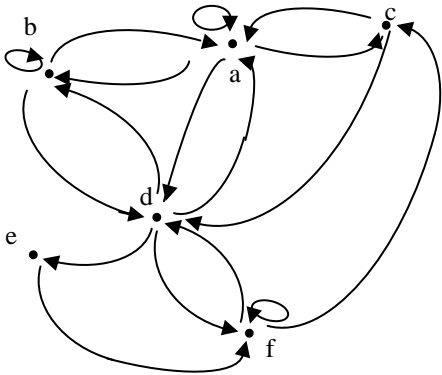
4. Una profesora necesita dar un mensaje a los alumnos de un curso de 72 estudiantes. Se organiza dando el mensaje a 4 de ellos y cada uno de ellos a otros 4, y así sucesivamente hasta completar la lista. Dibuja un diagrama que represente la situación.

- i. ¿Cuántos mensajes se mandaron?
- ii. ¿Cuántos estudiantes no mandaron mensajes?

5. En el siguiente grafo indicar, si es posible, un camino **euleriano** y un camino **hamiltoniano**.



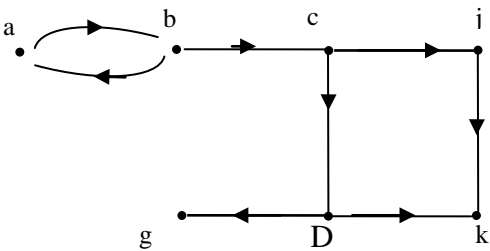
6. Si es posible indicar:



- i) Un camino Euleriano.
- ii) Un camino Hamiltoniano.
- iii) Es un grafo fuertemente conexo?

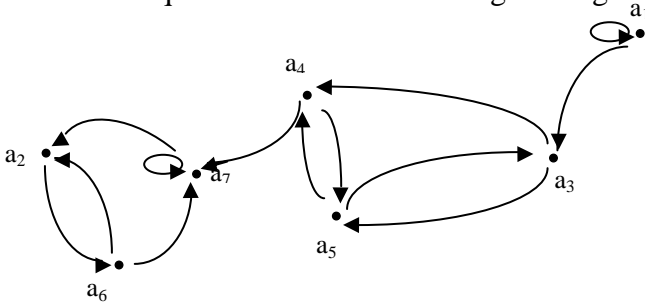
7. Dar un ejemplo de grafo que tenga:
- i) Un circuito Euleriano y Hamiltoniano.
- ii) Un circuito Euleriano y no-Hamiltoniano.
- iii) Un circuito no-Euleriano y Hamiltoniano.

8. En un grafo orientado se llama “**pozo**” a un vértice que no es vértice inicial de algún arco. En el siguiente grafo:



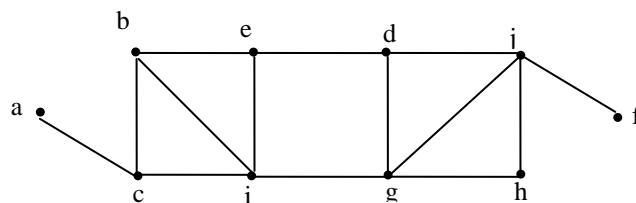
- i) Indicar los pozos.
- ii) Marcar los caminos sencillos de mayor longitud.
- iii) ¿Es grafo conexo?

9. Considerar la relación de equivalencia **asociada** al siguiente grafo y determinar sus **clases**.

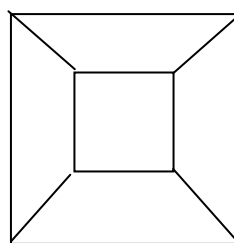
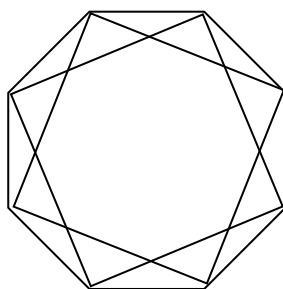
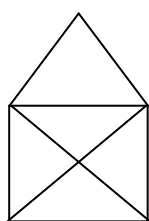


10. Sea $V = \{ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \}$ el conjunto de vértices de un grafo. Dibujar arcos para que el grafo resulte:
- No fuertemente conexo**
 - Fuertemente conexo**
 - conexo.**

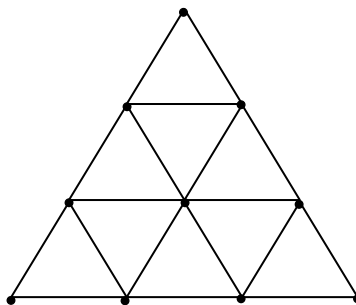
11. En el siguiente grafo no-orientado determinar tres **árboles parciales**.



12. Se dice que un grafo no orientado es euleriano si tiene una cadena sencilla que contiene todas las aristas (eulerianas) que es cerrado. Averiguar si los siguientes grafos son eulerianos.

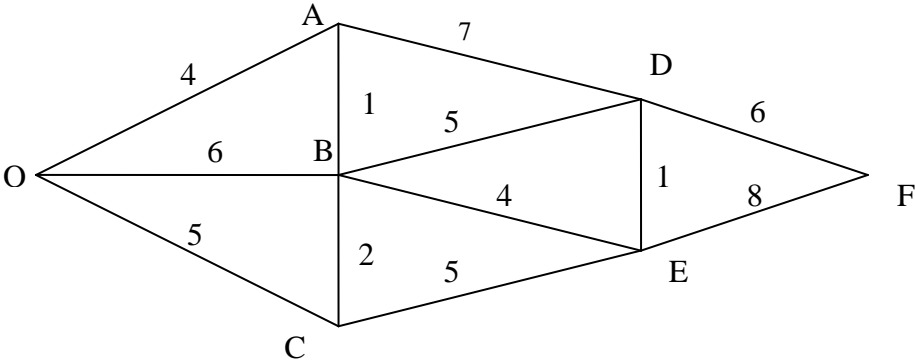


13. ¿Es posible dibujar el siguiente grafo sin levantar el lápiz del papel, sin pasar dos veces por el mismo lado y llegando al vértice del cual se partió?. ¿Que tipo de grafo es?

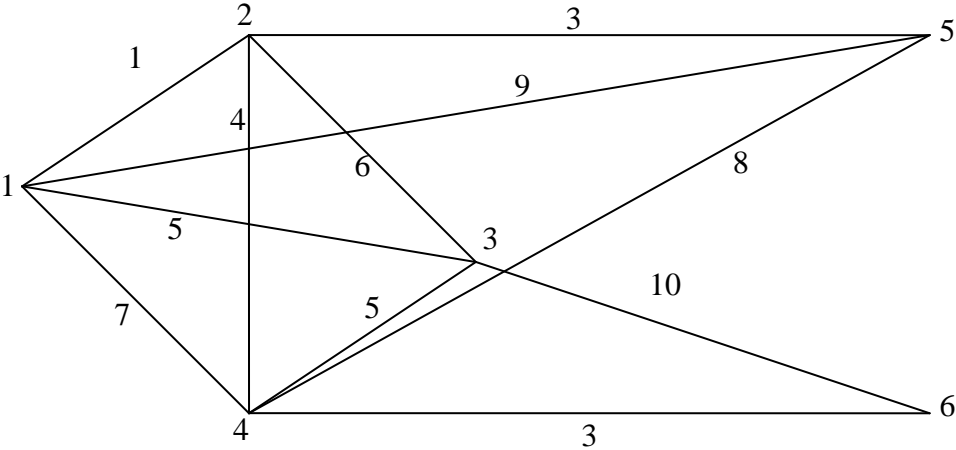


14. En cada caso determinar si **A** es una **arborescencia**, y si lo es, encontrar la **raíz**.
- $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ $R = \{(1,2), (7,6), (4,3), (5,4), (6,8), (2,7), (1,5)\}$
 - $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $R = \{(1,2), (5,6), (5,1), (4,3), (3,6)\}$
 - $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $R = \{(2,1), (3,5), (9,8), (2,3), (5,6), (1,4), (6,7), (6,9)\}$

15. Dada las siguientes expresiones algebraicas, construir la **arborescencia** correspondiente:
- i) $((x - 4) + (x + 1)) - [(2 \cdot x) - (x - 3)]$
- ii) $(3 + (5 - 6)) / (((5 \cdot 6) + 3) / 2)$
- iii) $((3 \cdot (3 / 5)) / 4) + (x - (1 + (x - 2)))$
16. Encuentre la ruta más corta entre O y F a través de la siguiente red (grafo conexo), donde los números representan las distancias entre los vértices correspondientes.



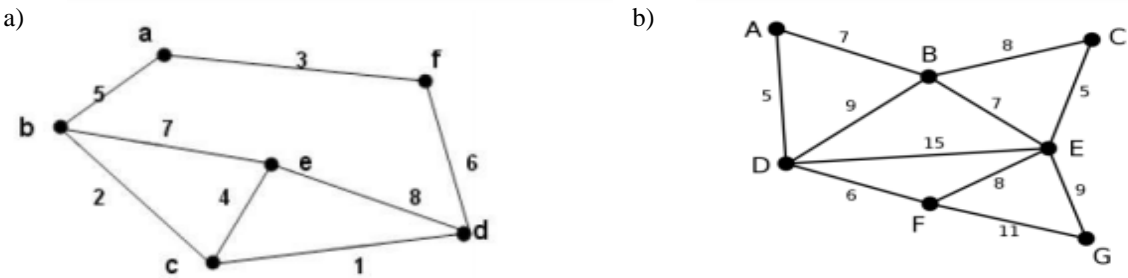
17. La empresa TIC esta planeando una red para dar servicios de TV por cable a cinco nuevas áreas de desarrollo habitacional. La red del sistema de cable se resume en la siguiente figura:



Los números asociados a cada rama representan la longitud de cable (en Km.) que se necesita para conectar dos sitios cualesquiera. El vértice 1 representa la estación de TV por cable y los vértices restantes (2 - 6) representan las cinco áreas de desarrollo asociadas. Una rama faltante entre dos vértices, implica que es prohibitiva- mente costoso o físicamente imposible conectar las áreas de desarrollo asociadas.

Se requiere determinar los enlaces que originarán el uso mínimo de cable a la vez que se garantiza que todas las áreas se conectan (directa o indirectamente) a la estación de TV por cable.

18. Cada uno de los siguientes grafos representa una red de carreteras entre los nodos que son ciudades, ponderado según las distancias entren las mismas.



Aplicar el algoritmo de PRIM y el algoritmo de KRUSKAL