UNSE –FCEyT

ELEMENTOS DE ALGEBRA

GUÍA PRÁCTICA Nº 5 – 2020

TEMA: NÚMEROS REALES Y NUMEROS COMPLEJOS

Objetivos:

Que los alumnos logren:

- Realizar cálculos y aplicar propiedades de las operaciones con números reales y complejos.
- Identificar regiones en la recta real y en el plano complejo.

1) Escribir en orden creciente cinco números racionales que verifiquen:

$$\frac{3}{2} < r < \frac{7}{3}$$

2) Clasificar los siguientes números (Racionales o Irracionales)
   a) $\sqrt{3}$
   b) $\sqrt{16}$
   c) $\sqrt{7}\,\sqrt{7}$
   d) $\sqrt{64}\,\pi$

3) Decir si son Verdaderas o Falsas las siguientes proposiciones. En caso de ser Falsa escribir un contraejemplo:
   a) El producto de dos números irracionales es un número irracional
   b) La suma de dos números irracionales es un número irracional
   c) El producto de un racional no nulo y un irracional es irracional
   d) Los radicales $\sqrt[6]{49}$ y $\sqrt[3]{7}$ son equivalentes
   e) $\sqrt{5} - \sqrt{2} = \sqrt{3}$

4) Sea $x > 0$, $y > 0$, $z \neq 0$, tres números reales y además $x > y$. Decidir cuáles de las siguientes desigualdades son Verdaderas:

   a) $x + z > y + z$ b) $x - z > y - z$ c) $x.z > y.z$

   d) $\frac{x}{z} > \frac{y}{z}$ e) $\frac{x}{z^2} > \frac{y}{z^2}$

5) Resolver las siguientes inecuaciones y representar el conjunto solución en la recta real.

   a) $2x - 3 < 4 + 3x$ b) $3(4 - x) < 18x + 5$ c) $(x - 1)(x + 2) > 0$

   d) $\frac{3-x}{4x+1} < 0$ e) $|x - 5| \leq 3$ f) $|2 - x| - 6 \geq 0$

6) Dados los números complejos $z_1 = (-1,2)$; $z_2 = (0,-\ 4)$; $z_3 = (5,3)$; $z_4 = (-7,-1)$ determine el opuesto, el conjugado y el inverso de cada uno.

7) Dados los números complejos $z_1 = (-4,\ 5)$; $z_1 = (1,-6)$. Verifique:
a) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$ b) $\overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$

8) Dados los siguientes números complejos : $z_1 = (2,-3)$; $z_2 = (-1,2)$; $z_3 = (0,4)$
Calcule:
a) $z_1 + z_3$ b) $z_2 + z_1$ c) $z_1.z_3$ d) $z_1.z_2$
e) $z_2 : z_3$ f) $z_2 - z_1\ :\ z_3$ g) $(\bar{z}_1 + \bar{z}_3) : \bar{z}_2$ h) $(\bar{z}_1 + z_3).z_1$

9) Escribir en forma binómica los números complejos z_1, z_2 y z_3 del ejercicio anterior y realizar los cálculos anteriores en forma binómica.

10) Determinar los números complejos conjugados
a. Cuya diferencia es $-4i$
b. Cuya suma es 12

11) Determinar el complejo z

a) $(1-3i) - z - (4+3i) = (-4-5i)$ b) $(1-2i)\ :\ z = (2+i)$

c) $\frac{(2+i)z-2}{(1+i)} = i^2$ d) $z.(2-i) = (4+3i)$

12) Calcular
a) i^{28} b) $(-i)^{83}$ c) $i^{14}.(-i)^{56}$. d) $i^{43} : i^{35}$

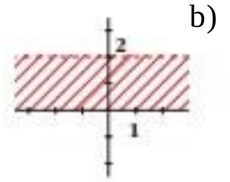
13) Obtener la forma polar de los siguientes números complejos:
a) $z_1 = (2, \sqrt{3})$ b) $z_2 = \sqrt{2} - i$ c) $z_3 = -5$
d) $z_4 = (-\ 4,-3)$ e) $z_5 = -3i$ f) $z_6 = -4 + 2i$

14) Determine gráficamente las regiones del plano complejos caracterizadas por los siguientes conjuntos:

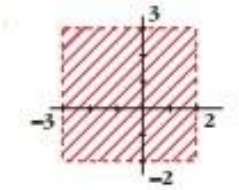
a) $A = \{z \in \mathbb{C}\ \ /\ \ Re(z) \leq 4\ \ \wedge\ \ -3 \leq Img(z) \leq 3\}$
b) $B = \{z \in \mathbb{C}\ /-3 \leq Re(z) < 1\ \ \wedge\ \ -3 \leq Img(z) < -2\}$
c) $C = \left\{z \in \mathbb{C}\ \ /\ \ \rho \leq 3\ \ \wedge\ \ \frac{\pi}{3} < \varphi \leq \pi\right\}$
d) $C = \left\{z \in \mathbb{C}\ \ /\ \ 2 < \rho \leq 4\ \ \wedge\ \ \frac{3\pi}{2} < \varphi < \frac{7\pi}{4}\right\}$

15) Dadas las siguientes regiones del plano complejo, determine las ecuaciones que lo definen.

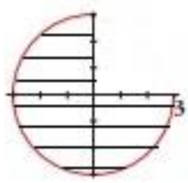
a)



b)

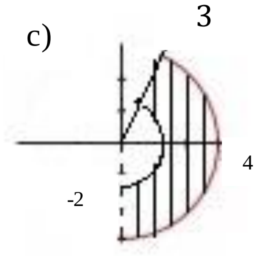


c)



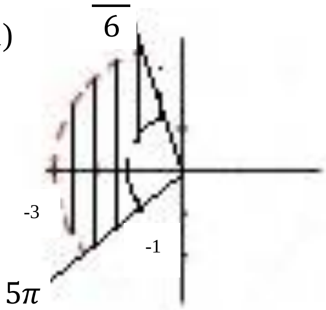
$\frac{7\pi}{3}$

c)



$\frac{4\pi}{6}$

d)



$\frac{5\pi}{4}$

16) Determine por extensión los siguientes conjuntos y graficar los elementos en el plano de Gauss

a) $A = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad z^2 = 1 + \sqrt{3}i\}$ b) $B = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad z^6 + 64 = 0\}$

c) $C = \{z \in \mathbb{C} \quad / \quad z^4 = 36i\}$

17) Dados $z_1 = 3 - 2i$, $z_2 = 2 + 4i$, $z_3 = (5,2)$, $z_4 = (-1, \sqrt{2})$. Escribirlos en forma exponencial y calcular:

a) $\frac{z_3 . z_4}{z_1}$ b) $z_4^2 . z_2$ c) $z_2 : z_3$

18) Hallar el conjunto solución

a) $z : (3 + i) = (5 - 2i) - (1 + 3i)$ b) $e^z = (2 - i)(1 + 4i)$ c) $\begin{cases} z + \bar{z} = -5 \\ z - \bar{z} = 3i \end{cases}$