UNIVERSIDAD NACIONAL DE SANTIAGO DEL ESTERO
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGIAS
Programador Universitario en Informática
ASIGNATURA: ELEMENTOS DE ÁLGEBRA
GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS Nº 1 – 2020
TEMAS: RELACIONES - FUNCIONES - LEYES DE COMPOSICION INTERNA

Objetivos

Que los alumnos logren:

- Interpretar situaciones problemáticas.
- Establecer relaciones y determinar sus propiedades.
- Reconocer estructuras de equivalencia y orden.
- Identificar tipos de funciones.
- Proponer operaciones binarias y trabajar con las estructuras algebraicas básicas.

I.- CONJUNTOS - RELACIONES:

1. Sean **U={0,1,2,3,4,5}**, **A={2,4,5}**, **B={x $\in$ U/ x^2 -2x = 0}**, **C={ x $\in$ U / x es primo}**

i) Expresar por extensión los conjuntos **B** y **C**

ii) Efectuar las siguientes operaciones:

$A \cup B, A \cap (B \cup C), C - A, C \cap \bar{A}, C \cup \bar{A}, \overline{(A \cup C)}, \bar{A} \cap \bar{C}, A \cap \bar{B}$

2. Interpretar gráficamente y resolver el siguiente problema:

Se llevo a cabo una investigación con 1000 personas para determinar qué medio utilizan para conocer las noticias del día, se encontró que 400 personas escuchan las noticias regularmente por **TV**, 300 escuchan las noticias por **Radio** y 275 se enteran de las noticias por otros medios.

a) ¿Cuántas personas se enteran de las noticias solo por TV?
b) ¿Cuántas personas se enteran de las noticias solo por Radio?
c) ¿Cuántas personas no escuchan ni ven las noticias?

Observación: Se conoce que si A y B son conjuntos finitos, entonces

$$\text{Card}(A \cup B) = \text{card } A + \text{card} B - \text{card}(A \cap B)$$

3. Al investigar un grupo de 480 estudiantes sobre sus intereses de estudios superiores, se obtuvo la siguiente información:

- Todos los que querían estudiar LSI también querían estudiar Ing. Electrónica.
- Ninguno quería estudiar LSI e Ing. Civil
- 10 alumnos preferirán estudiar otras carreras
- 60 querían Ing. Civil en Ing. Electrónica
- 440 querían estudiar Ing. Electrónica
- 180 quieren estudiar LSI

a) Confeccionar el diagrama de Venn que represente la situación planteada
b) ¿Cuántos desean estudiar solamente Ing. Civil?

4. Representar gráficamente en el plano los productos cartesianos **A x B**

i) $A = \{ -\frac{3}{2} \ , \ -1 \ , \ 1 \ , \ 2 \}$ $B = \{ --2 \ , 1 \ , \ \frac{5}{2} \}$

ii) $A = \{x \ / \ x \in Z \ \wedge \ -3 \le x \le 1\}$ $B = \{x \in N \ / \ x < 6\}$

iii) $A = \{ -4 \ , -3,-2,-1 \ , 0 \ , 1 \ \}$ $B = (-5 \ , 3 \ ]$

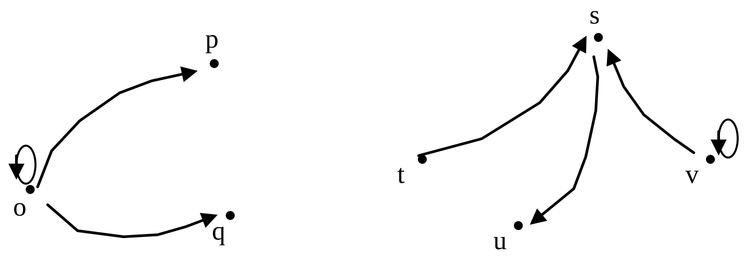
iv) $A = [\ -5 \ , 4 \ )$ $B = \{ \ x \in N \ / \ x \le 5 \ \}$

v) $A = (-2 \ , 2)$ $B = [-2 \ , 1)$

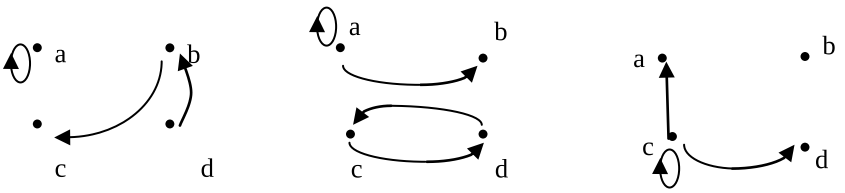
5. Sea **M = {a, b, c, d}.**Dibujar el grafo de alguna relación definida en **M** que sea:

i) Reflexiva, simétrica y no transitiva.
ii) Reflexiva, transitiva y no simétrica.
iii) Reflexiva, antisimétrica y no transitiva.
iv) Antisimétrica, no reflexiva y transitiva.

6. Escribe los pares de $\mathbf{R^{-1}}$, siendo **R** la relación definida mediante el siguiente grafo



7. En cada uno de los siguientes grafos agregar los arcos imprescindibles para obtener una **relación de equivalencia** en **A = {1, 2, 3, 4},** e indicar las **clases**.



8. Determine, en cada caso, si la relación indicada es de equivalencia en **A={1,2,3,4,5}**, en caso afirmativo halle las clases de equivalencia

a) **R={ (1,1);(2,2);(3,3);(4,4);(5,5);(1,3);(3,1);(2,4);(4,2) }**
b) **R={(x,y) / 2** divide a **x-y }**

9. En **A={** 0, 1, 2, 3, 4 **}** se define **R** mediante $(x,y) \in R \Leftrightarrow x = y \ \vee \ x + y = 4$

i) Definir R por **extensión**.
ii) Realizar el grafo correspondiente**.**
iii) Determinar si la relación R es de **equivalencia**.
iv) En caso de ser de equivalencia, determinar las **clases de equivalencia** y el **conjunto cociente.**

10. En **A = {-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 }** se define la relación **R** de la siguiente manera:

$$(\mathbf{a},\mathbf{b}) \in \mathbf{R} \Leftrightarrow 3 \mid \mathbf{b} - \mathbf{a}$$

i) Definir **R** por **extensión**.
ii) Realizar el grafo correspondiente.
iii) Decidir si la relación R es de equivalencia.
iv) En caso de ser de equivalencia, determinar sus **clases** y el conjunto cociente

11. Definir en **A = { -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 }** una partición que tenga **3** subconjuntos.
i) Proponer una relación de equivalencia, cuyas clases de equivalencia sean los subconjuntos elegidos anteriormente
ii) Representar gráficamente mediante grafos

12. En los conjuntos A1={3,9,15,18,90} y A2={2,3,5,8,12,15,16,30} se define la relación " **a R b si y sólo si a es divisor de b**".

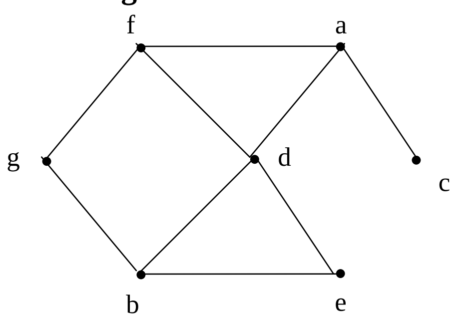
a. Para ambos dibujar el grafo y analizar si es relación de orden.
b. En caso afirmativo construir el diagrama de Hasse orientado y no orientado.
c. Determinar ,si existen ,los elementos mínimo ,máximo ,minimales y maximales.

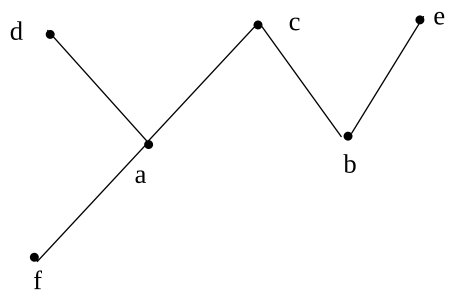
13. En el conjunto **A = { 1, 2, 3, 4, 5}** se define la relación: $\mathbf{a\ R\ b} \Leftrightarrow \mathbf{a + b \leq 6}$
i) Determinar las **propiedades** de dicha relación
ii) Si es de **orden**, indicar tipo
iii) Construir el diagrama de **Hasse**.
iv) Hallar, si existen, **minimales** , **mínimo**, **maximales** y **máximo**.

14. Dado el conjunto **A = {1, 2, 3, 4, 5},** definir en él una relación de **orden amplio** que tenga a **" 3 "** como elemento **máximo** y a **" 1 "** como elemento **mínimo**

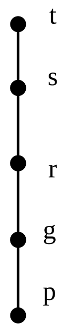
15. Dado el conjunto **A ={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8},** definir en él una relación de **orden estricto parcial** que tenga a **"5"** como elemento **mínimo** y a **"7 y 8"** como elementos **máximales**.

16. Dado el **diagrama de Hasse**:

i)


ii)


iii)



a) Definir cada relación por extensión**.**
b) Analizar si el orden es total o parcial**.**
c) Hallar, si existen, el elemento **mínimo** y el **máximo**, **minimales** y **maximales.**

II.- FUNCIONES

17. Dados **A = { 1 , 2 , 3 } ; B = { a , b, c } ; C = { 4 , 5 , 6, 8 }**, y las relaciones:

R_1 = { (4,1) ,(5,1), (6,2) ,(8, 3) } **R_2 = { (4,1) ,(5,2), (6,3) }**
R_3 = { (1,c) ,(2,a), (3,b)} **R_4 = { (1,4) ,(2,6), (3,8),}**

i) Reconocer si las siguientes relaciones son o no funciones. Indicar dominio y recorrido en caso afirmativo
ii) En caso afirmativo, decidir si son **inyectivas, sobreyectivas o biyectivas.**
iii) Escribir la relación inversa. ¿Es función? – Justificar la respuesta.

18. Sean las funciones:

$\mathbf{f : R \to R}$ $\mathbf{g : R \to R}$
$\mathbf{x \mapsto 3x^2}$ $\mathbf{x \mapsto 4x\text{-}3}$

i) Indicar dominio y recorrido
ii) Analice las propiedades que poseen **f** y **g**
iii) Escribir la relación inversa. ¿Es función? Justificar
iii) Calcular:

f(0);	**f(2);**	**f(x+1);**
g(-3);	**g(-2);**	**fog(0)**
gof(x)	**gof(0)**	**gof(5)**

iii) Hallar $\mathbf{x} \in \Re$ tal que:

2f(x) - 3 = 4 ; **g(x) = f(x)**
g(x) + 2f(x) = - 6 ; **2g(x) - 10 = 0**

19. Se dice que dos conjuntos tienen el mismo cardinal, si entre ellos es posible definir una función biyectiva. Comprobar que los siguientes conjuntos tienen el mismo cardinal.

a) A = {-2, -1, 3, 6, 10} **B = {u, v, x, y, z}**
b) N = { números naturales} **P = { números naturales pares}**

III.-LEY DE COMPOSICION INTERNA-SEMIGRUPO Y GRUPO

20. Determinar si * es una operación binaria. En caso afirmativo, averiguar si es semigrupo.

i) En **N**, $\mathbf{a * b = a - b}$
ii) En **N**, $\mathbf{a * b = a^b}$
iii) En **R-{0}**, $\mathbf{a * b = a : b}$
iv) En **Z**, $\mathbf{a * b = a + b + 5}$

21. Las siguientes tablas definen leyes de composición interna en los conjuntos dados:

i) Sea A = {u, v, w} y " * " una operación definida en él, se pide :

*	u	v	w
u	u	v	v
v	w	u	w
w	v	w	u

a) Analizar si "*" es LCI en A
b) Indicar, si existe, su elemento neutro
c) Hallar, si existe, el inverso de cada elemento
d) Determinar si "*" es conmutativa

ii) Sea A = { a, b, c,d} y " * " una operación definida en él, se pide :

*	a	b	c	d
a	c	a	b	a
b	a	b	c	d
c	d	c	a	b
d	c	d	b	a

a) Analizar si "*" es LCI en A
b) Indicar, si existe, su elemento neutro
c) Hallar, si existe, el inverso de cada elemento
d) Determinar si "*" es conmutativa

En **i)** hallar, si existen, valores de **x** que verifiquen: **x * u = (v * u) * w** ; **x * v = v * (a * v)**

22. Sea A = { a, b, c,} y " * " una operación definida en él, completar sabiendo :

*	a	b	c
a			
b			
c			c

a) "*" es LCI en A
b) **e** = a es el neutro
c) **b'** = c y **c'** = b
*" es conmutativa

23. Averiguar si la operación * es asociativa, conmutativa, tiene elemento neutro e inverso, con las siguientes definiciones: $\forall$ **a , b** $\in$ **Z:** $\mathbf{a * b = a + b^2}$

i. **i)** Para la ley dada en i. calcular: **2 * 5 =** **;** **7 * (-2) =**
ii. Hallar, si es posible, **x** $\in$ **Z** que verifique: (para la segunda ley)
$\mathbf{x * 3 = 11}$ **;** $\mathbf{(-5) * x^2 = (-15)}$

- Para cada LCI determinar si es grupo conmutativo en el conjunto dado
  i) En **Z** se define la ley a * b = a + b + 3
  ii) En **Q** se define la ley a * b = 2a - ab