UNSE –FCEyT

ELEMENTOS DE ALGEBRA

GUÍA PRÁCTICA Nº 8 – 2020

TEMA: DETERMINANTES Y SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Objetivos

Que los alumnos logren:

- *Aplicar propiedades de la función determinante y calcular su valor*
- *Plantear y resolver sistemas de ecuaciones.*
- *Resolver situaciones problemáticas*

1) Resuelve mediante **determinante** las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{vmatrix} -x & -2 \\ 1 & x+1 \end{vmatrix} = 0$ b) $\begin{vmatrix} 3x & -2 \\ -4 & x+3 \end{vmatrix} = 3x+1$

2) ¿Cuál de los siguientes es el cofactor del elemento $a_{23} = -3$ en $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$?

a) -4 b) 1 c) 5 d) -5

3) Calcula el determinante de las siguientes matrices mediante el **desarrollo por fila o columna** o Aplica propiedades para agilizar el cálculo.

A $= \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B $= \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1+i \\ 0 & 4i & -1 \\ 0 & 0 & -i \end{pmatrix}$ C $= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

D $= \begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & 5 \\ -1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$ E $= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

4) Sabiendo que $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 4$, calcula, sin desarrollar

a) $\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ 2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11}-2a_{21} & a_{12}-2a_{22} & a_{13}-2a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

5) Dadas las matrices:

A $= \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ B $= \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

Calcula: i) $D(A)$ ii) $D(B)$ iii) $D(A+B)$ iv) $D(A.B)$

6) Sea la matriz:

A= $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcula $D(A)$ y halla $Adj(A)$

b) Verifica que: $A.Adj(A) = Adj(A).A = D(A).I_{3x3}$

7) Encuentra si existe la inversa de A mediante su adjunta

a) A = $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ b) A = $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

8) Determina para qué valores de k la matriz A tiene inversa

a) A= $\begin{pmatrix} k & 1 & 2 \\ 1 & 0 & k \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ b) A= $\begin{pmatrix} 1 & k & k-2 \\ k-1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

9) Encuentra para qué valores de k el sistema homogéneo tiene soluciones distintas de la trivial. Determinar el conjunto solución.

a) $\begin{cases} x - ky = 0 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -kx + 2y = 0 \\ x + y + kz = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

10) Resuelve el sistema $\boldsymbol{A}.\boldsymbol{X} = \boldsymbol{B}$, para $X \in \mathbb{R}^3$

a) A = $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B = $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) A = $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B = $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Observación: cuando sea posible utiliza la matriz inversa

11) Sea la matriz A, dada por:

a) A= $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ b) A= $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

i) Determina si existe la inversa.
ii) Construye un sistema de ecuaciones homogéneo que tenga como matriz de coeficientes a la matriz A. Determina el conjunto solución.

12) Averigua si el vector $\boldsymbol{X}$ propuesto es una solución para el sistema $\boldsymbol{A}.\boldsymbol{X} = \boldsymbol{B}$, siendo

A= $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; B= $\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$; X= $\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

El sistema ¿admite otras soluciones? En caso afirmativo halla el conjunto solución.

13) Averigua si el siguiente sistema es crameriano, en caso afirmativo resuélvelo por la regla de cramer.

a) $\begin{cases} -2x + y - 3z = 1 \\ 4x - y + 2z = -4 \\ x - y + z = -2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} a - 3b + 2c = 2 \\ 2b - c = 4 \\ -a + 2b + 2c = -3 \end{cases}$

14) Una empresa produce tres artículos x_1, x_2, x_3. Para cada artículo necesita dos insumos en las cantidades indicadas por la siguiente tabla.

	x_1	x_2	x_3
Insumo 1	1	2	1
Insumo 2	2	1	3

Si se dispone de 80 unidades del insumo 1 y 130 del insumo 2. Averigua el número de artículos x_1, x_2, x_3 que podrán producir.

15) Analiza la compatibilidad y encuentra el conjunto solución de los siguientes sistemas:

$a)\begin{cases} 3x - 2y - z = -2 \\ x + 2y + 3z = 3 \\ -x + 3y + 9z = 1 \end{cases}$

$b)\begin{cases} x + y - z + w = 4 \\ 2x - y + 3z + 2w = -1 \\ 4x + 5y - 11z + 4w = 11 \end{cases}$

$c)\begin{cases} 5x + 2y + z - 2w = 4 \\ 4x + 3y - z + w = 0 \\ -y + z - 3w = 4 \end{cases}$

$d)\begin{cases} x + 4y - 2z = -3 \\ y - z = 2 \end{cases}$

$e)\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ -2x + y - z = -2 \\ -2x - 4y + 2z = 1 \end{cases}$

$f)\begin{cases} -3x + y - 5w = -1 \\ 2x - y - 3z + 3w = 2 \end{cases}$