

Recuperatorio 1º Parcial

1) En el conjunto $A = \{a, b, c, d\}$ se define la siguiente relación por extensión

$$R = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, b), (a, c), (b, a), (b, c), (c, a), (c, b), (d, c), (c, d)\}$$

a) Dibujar la misma en un grafo y averiguar si es relación de equivalencia o no, justificando su respuesta con la teoría.

b) En caso afirmativo, escriba sus clases de equivalencia y su conjunto cociente

c) Indique un camino sencillo de longitud 3 y otro elemental de longitud 2. Resaltarlos en el grafo

2) En el conjunto de los \mathbb{Z} (enteros) se define la operación \star como sigue:

$$a \star b = a + 5 + b$$

a) Averiguar que propiedades cumple dicha operación en el conjunto de los \mathbb{Z}

b) Calcular $3 \star (-5 \star 2)$

3) a) Analizar la validez de las siguientes afirmaciones, justificando en cada caso:

$$12 \equiv 30 \pmod{3}$$

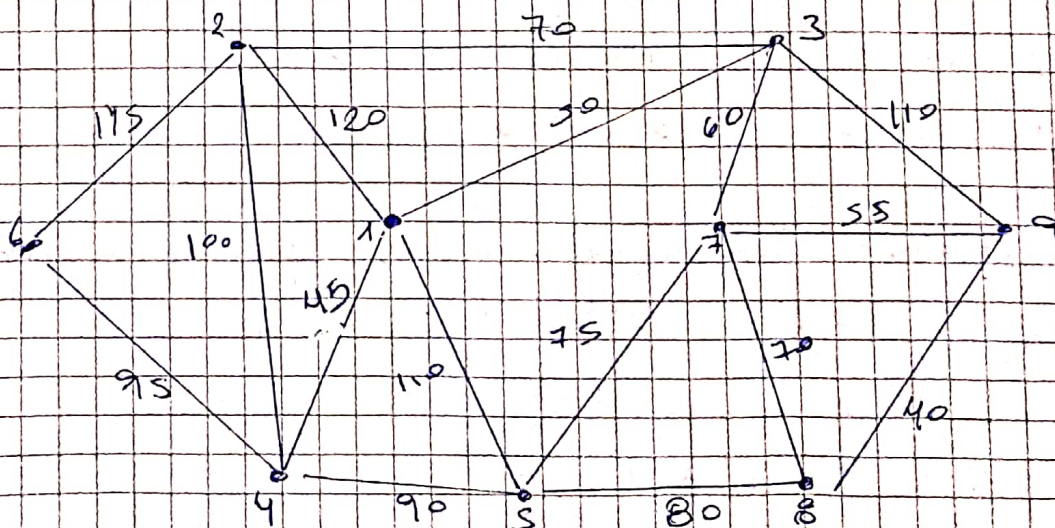
$$25 \equiv 4 \pmod{6}$$

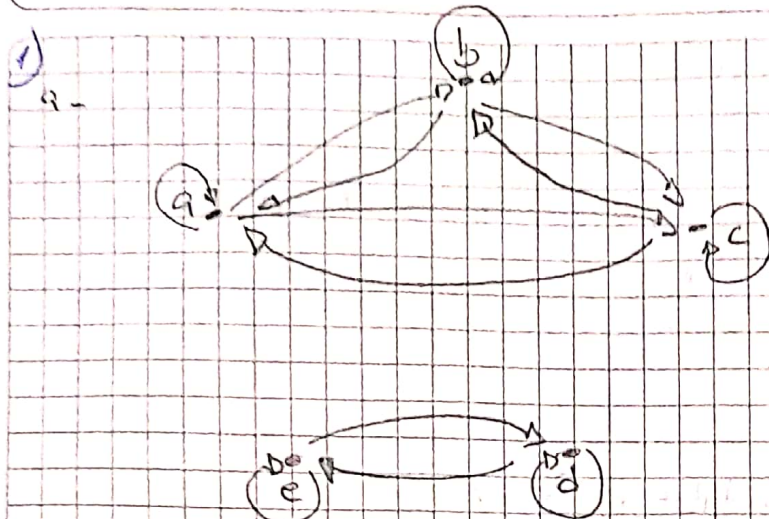
b) Completar convenientemente, para que la congruencia se cumpla, justificando su respuesta.

$$\begin{aligned} _ &\equiv 25 \pmod{(5)} \\ n &\equiv 15 \pmod{(_)} \end{aligned}$$

4) Una empresa de reparto de encomiendas desea conectar su casa central con sus sucursales situadas en distintas ciudades al rededor de la misma. Para ello se dibuja un grafo con la siguiente información:

Los números asociados con cada rama representan la distancia (en Km) que se necesita para conectar dos ciudades determinadas. Los vertices 2 al 9 representan las ciudades (directa o indirectamente) con su casa central, de manera que sus unidades recorran la mínima cantidad de Km posibles.





Relación de Equivalencia:

Reflexiva : $\forall a \in A : a R a$

Simétrica : $\forall a, b \in A : a R b \Rightarrow b R a$

Transitiva : $\forall a, b, c \in A : [(a R b \wedge b R c) \Rightarrow a R c]$

El conjunto A es una Relación de equivalencia porque cumple con las 3 propiedades

b)

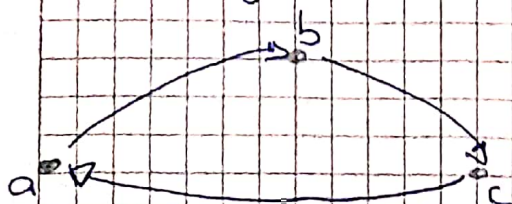
$$\bar{a} = \bar{b} = \bar{c} = \{a, b, c\}$$

$$\bar{e} = \bar{d} = \{e, d\}$$

Conjunto Cociente :

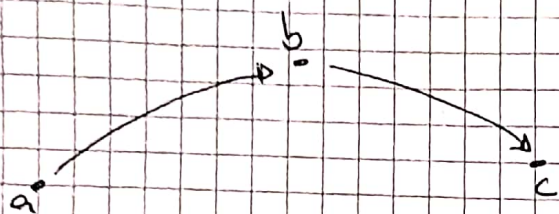
$$A/R = \{\bar{a}, \bar{e}\}$$

c) Camino Simple de longitud 3



a - b - c - a

Caminos elementales
de longitud 2



$a - b - c$

2)

$$a * b \in \mathbb{Z} \iff a + 5 + b \in \mathbb{Z}$$

a- Ley de Composición Interna

¿Asociativa?

$$\forall a, b, c \in \mathbb{Z} : (a * b) * c = a * (b * c)$$

$$a * b = a + 5 + b = (a + 5) + b =$$

$$a * b = a + 5 + b = a + (5 + b)$$

Cumple con la propiedad asociativa

¿Commutativa?

$$\forall a, b \in \mathbb{Z} : a * b = b * a$$

$$a * b = a + 5 + b$$

$$b * a = b + 5 + a$$

Cumple con la propiedad conmutativa

¿Neutro?

$$\exists e \in \mathbb{Z} / \forall a \in \mathbb{Z} : a * e = e * a = a$$

$$a * e = a + 5 + e = a \Rightarrow e = a - a - 5$$

$$[e = -5]$$

$$c * a = c + 5 + a = 9 \Rightarrow c = 9 - a - 5$$

$$1 \quad c = -5$$

Existe neutro yes el -5

Inverso?

$$\forall a \in \mathbb{Z} \exists a' \in \mathbb{Z} : a * a' = a' * a = e$$

$$a * a' = a + 5 + a' = -5 \Rightarrow a' = -5 - 5 - a$$

$$Q' = -10 - Q$$

$$a' * a = a' + 5 + a = -5 \Rightarrow a' = -5 - 5 - a$$

$$a_1 = -10 - a$$

Cumple con la propiedad de Inverso

b. $3 * (-5 * 2) =$

$$3 * 2 = 10$$

3) a. $12 \equiv 30 \pmod{3}$

$$\frac{n}{b-a} = \frac{3}{30-12} \quad \checkmark$$

$$25 \equiv 4 \pmod{6}$$

$$\cancel{b} - a = \cancel{4} - 25 \quad \times$$

b- $5 \equiv 25 \pmod{5}$

$$\frac{S}{2S-S}$$

20	73
0	4
8	

$$11 \equiv 15 \pmod{2}$$

$$\frac{2}{15-11}$$

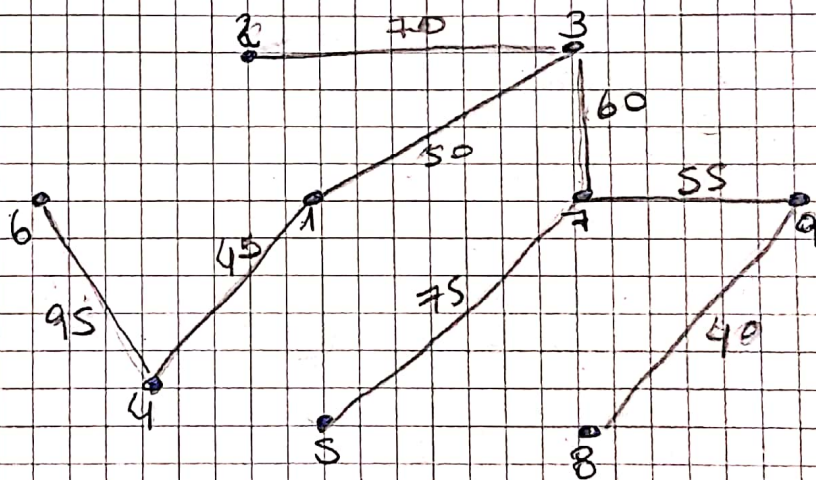
$$\frac{4}{2}$$

4) Kruskal

- 1) Ordenar por peso
- 2) Tomar una arista
- 3) Agregar 1 arista, sin formar bucle
- 4) Repetir el proceso hasta tener $n-1$ aristas

lista:

$(9, 8) = 40$
 $(1, 4) = 45$
 $(1, 3) = 50$
 $(7, 9) = 55$
 $(3, 7) = 60$
 $(2, 3) = 70$
 $(7, 8) = 70$
 $(5, 7) = 75$
 $(5, 8) = 80$
 $(4, 5) = 90$
 $(4, 6) = 95$
 $(2, 4) = 100$
 $(1, 5) = 110$
 $(3, 9) = 110$
 $(2, 6) = 115$
 $(1, 2) = 120$



Peso = 490

REPUBLICA ARGENTINA - MERCOSUR
 REGISTRO NACIONAL DE LAS PERSONAS
 MINISTERIO DEL INTERIOR Y TRANSPORTE

Apellido / Surname
 CRUZ

Nombre / Name
 MARIANA ELIZABETH DE LOS ANGELES

Sexo / Sex F Nacionalidad / Nationality ARGENTINA Ejemplar B

Fecha de nacimiento / Date of birth
 21 MAY / MAY 1991

Fecha de emisión / Date of issue
 10 MAY / MAY 2015

Fecha de vencimiento / Date of expiry
 10 MAY / MAY 2030

Documento / Document
 35.822.450

Trámite N° / CI ident
 00368903091
 8095

FIRMADO / SIGNATURE