

# MATEMÁTICA ELEMENTAR II: situações de matemática do ensino médio no dia a dia



© 2009 – IESDE Brasil S.A. É proibida a reprodução, mesmo parcial, por qualquer processo, sem autorização por escrito dos autores e do detentor dos direitos autorais.

#### CIP-BRASIL. CATALOGAÇÃO-NA-FONTE SINDICATO NACIONAL DOS EDITORES DE LIVROS, RJ

L55m

Leite, Olímpio Rudinin Vissoto.

Matemática elementar II: situações de matemática do ensino médio no dia a dia. / Olímpio Rudinin Vissoto Leite, Marcelo Gorges. - Curitiba, PR: IESDE, 2009.

444 p.

Sequência de: Matemática elementar I

ISBN 978-85-387-0414-0

1. Matemática (Ensino médio). I. Gorges, Marcelo. II. Inteligência Educacional e Sistemas de Ensino. III. Título.

09-3612. CDD: 510

CDU: 51

Capa: IESDE Brasil S.A. Imagem da capa: Júpiter Images/DPI Images

Todos os direitos reservados.



#### **IESDE Brasil S.A.**

Al. Dr. Carlos de Carvalho, 1.482. CEP: 80730-200 Batel - Curitiba - PR Ad Maiora Seugar! 0800 708 88 88 - www.iesde.com.br

Esse material é parte integrante do Aulas Particulares on-line do IESDE BRASIL S/A, mais informações www.aulasparticularesiesde.com.br

### Olímpio Rudinin Vissoto Leite

Mestre em Gestão de Negócios pela Universidade Católica de Santos. Graduado em Licenciatura em Matemática pela USP.

### Marcelo Gorges

Licenciado em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

### Sumário

#### Números e operações | 11

- Números naturais | 11
- Números inteiros | 14
- Números racionais | 17
  - Números reais | 20
  - Porcentagem | 24
- Fator de aumento | 26
- Fator de redução | 27

#### Geometria e medidas | 33

- Comprimento e massa | 33
- Área, volume e capacidade | 37
  - Volume e capacidade | 42
- Estimativas e arredondamentos | 46
  - Teorema de Tales | 51
  - Teorema de Pitágoras | 58

#### Gráficos | 65

Tipos de gráficos | 65

#### Introdução às funções | 83

- Conceito intuitivo de função | 83
  - Gráfico cartesiano | 85
- Domínio e imagem de uma função | 88
  - Uma nova notação para função | 89

#### Função afim | 97

Gráfico da função afim | 97
Função linear | 98
Função identidade | 98
Função constante | 99
Coeficientes da função afim | 100
Interseção da reta com eixo x (raiz da função afim) | 101
Equações da reta | 108

#### Função quadrática | 115

Gráfico de uma função quadrática | 115 Domínio e imagem da função quadrática | 126 Máximo ou mínimo de uma função quadrática | 127

#### Tópicos complementares de funções | 135

Função definida por várias sentenças | 135 Estudo da variação das funções | 139 Valores extremos de uma função | 141 Estudo do sinal de uma função | 147 Inequação | 149

#### Funções exponenciais | 155

Potenciação | 155 Propriedades das potências | 156 Notação científica | 157 Função exponencial | 163 Equações exponenciais | 169

#### Função logarítmica | 175

O que é logaritmo? | 175

Propriedades dos logaritmos | 178

Função logarítmica | 186

Equação logarítmica | 190

A função exponencial de base 'e' e de base  $\frac{1}{e}$  | 192

Logaritmo natural | 193

#### Introdução à trigonometria | 197

As razões trigonométricas | 197

Como calcular o seno, o cosseno e a tangente de um ângulo agudo? | 199

Seno, cosseno e tangente de um ângulo obtuso | 211

Lei dos senos | 219

Lei dos cossenos | 219

#### Progressão Aritmética (P.A.) | 225

Sequência numérica | 225

Progressão Aritmética (P.A.) | 228

#### Progressão Geométrica (P.G.) | 241

Progressão Geométrica | 241

Classificação de P.G. | 242

#### Sistemas lineares | 259

Matrizes | 259

Determinantes | 265

Sistemas lineares | 269

#### Princípio fundamental da contagem | 279

Princípio fundamental da contagem | 279 Tipos de agrupamentos | 281

#### Análise combinatória | 287

Fatorial | 287
Permutação simples | 288
Permutação com repetição | 289
Arranjo simples | 292
Combinação simples | 295

#### Noções de probabilidade | 299

Experimentos aleatórios | 299 Probabilidade | 300 Probabilidade condicional | 306

#### Matemática Financeira | 313

Porcentagem | 313
Porcentagem de uma quantia | 314
Porcentagem de um número em relação a outro | 314
Aumento | 315
Desconto | 317
Juros | 320

#### Geometria espacial | 327

Prismas | 327

Paralelepípedo reto-retângulo | 329

Cubo | 330

Pirâmides | 334

Cilindro | 339

Cone | 341

Esfera | 342

#### Estatística | 345

Notações | 345

Tipos de variáveis | 345

Medidas de tendência central | 346

Medidas de dispersão | 350

Apresentação de dados estatísticos | 353

Frequências | 354

#### Circunferência trigonométrica | 359

Circunferência trigonométrica | 359

Relações trigonométricas | 363

## Noções de probabilidade

**Marcelo Gorges** 

### **Experimentos aleatórios**

Existem certos experimentos que, embora sejam repetidos de maneiras idênticas, não apresentam os mesmos resultados. Como exemplos:

- Lançamento de um dado;
- Lançamento de uma moeda;
- Resultado de um jogo de roleta;
- Número sorteado em um bingo;

Enfim, são inúmeros os experimentos que podem ser realizados da mesma forma, ou seja, pelo mesmo procedimento, tais que não se pode precisar com exatidão o resultado, a estes tipos de experimentos chamamos de experimentos aleatórios.

#### **Outras definições**

#### Espaço amostral (U)

É o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório.

#### Evento (E)

É qualquer subconjunto do espaço amostral. Evento elementar: é qualquer subconjunto unitário do espaço amostral.

#### **Evento certo**

É todo o evento que coincide com o espaço amostral, por exemplo:

No lançamento de um dado, ocorrer um número menor do que 7. Este evento é certo, pois no lançamento de um dado todos os possíveis resultados são menores do que 7.

#### **Evento impossível**

É todo o evento vazio, ou seja, não existe a possibilidade da ocorrência do evento, por exemplo:

No lançamento de um dado, ocorrer um número maior do que 6. Este evento é impossível, pois no lançamento de um dado, não existe resultado maior do que 6.

#### Espaço amostral equiprovável

É quando todos os eventos elementares tiverem a mesma chance de ocorrência.

#### Probabilidade

Seja U um espaço amostral equiprovável e E um de seus eventos. Denomina--se probabilidade do evento E o número P(E) tal que:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(U)}$$

Sendo:

n(E): o número de elementos do evento E.

n(U): o número de elementos do espaço amostral.

#### **Exemplos:**

- 1. Qual o espaço amostral dos seguintes experimentos?
  - a) lançamento de um dado.

#### Solução:

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

b) lançamento de uma moeda.

#### Solução:

c) lançamento de duas moedas.

Sendo C= cara e K= coroa, temos:

#### Solução:

$$U = \{CC, CK, KC, KK\}$$

2. No lançamento de um dado, determine os eventos A: sair um número par; B sair um número primo.

#### Solução:

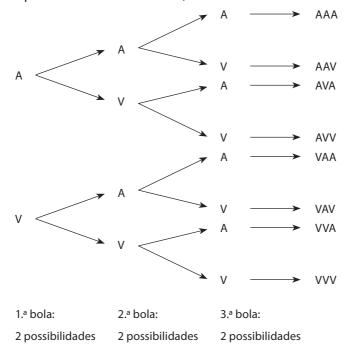
Evento 
$$A = \{2, 4, 6\}$$

Evento 
$$B = \{2, 3, 5\}$$

- **3.** Uma urna contém 3 bolas azuis e 3 bolas verdes. Dessa urna são retiradas, sucessivamente, 3 bolas.
  - a) Use a árvore de possibilidades para demonstrar todos os possíveis resultados, ou seja, o espaço amostral.

#### Solução:

A representa as bolas azuis e V, as verdes. Tem-se:



Assim sendo, o espaço amostral será:  $U = \{(AAA), (AAV), (AVA), (AVV), (VAA), (VAV), (VVV)\}.$ 

b) Qual a probabilidade de saírem todas as bolas da mesma cor?

#### Solução:

O número de elementos do espaço amostral é dado por:

$$n(U) = 8$$

O número de elementos do evento é dado por:

$$n(E) = 2$$
, pois:  $E = \{(AAA), (VVV)\}$ 

Desta forma:

$$P(E) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$
 ou 25%

**4.** No lançamento de dois dados honestos, qual a probabilidade de que a diferença, em módulo, entre os números das faces voltadas para cima seja menor que 2?

#### Solução:

O número de elementos do espaço amostral pode ser dado pelo princípio fundamental da contagem, da seguinte forma:

n(U) = 6. 6 = 36, pois são 6 opções de resultados em cada dado. Observe o quadro a seguir com todas as 36 possibilidades:

2.º dado

2. ddd0						
	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)
	2 3 4 5	1 (1,1) 2 (2,1) 3 (3,1) 4 (4,1) 5 (5,1)	1 (1,1) (1,2) 2 (2,1) (2,2) 3 (3,1) (3,2) 4 (4,1) (4,2) 5 (5,1) (5,2)	1     2     3       1     (1,1)     (1,2)     (1,3)       2     (2,1)     (2,2)     (2,3)       3     (3,1)     (3,2)     (3,3)       4     (4,1)     (4,2)     (4,3)       5     (5,1)     (5,2)     (5,3)	1     2     3     4       1     (1,1)     (1,2)     (1,3)     (1,4)       2     (2,1)     (2,2)     (2,3)     (2,4)       3     (3,1)     (3,2)     (3,3)     (3,4)       4     (4,1)     (4,2)     (4,3)     (4,4)       5     (5,1)     (5,2)     (5,3)     (5,4)	1       2       3       4       5         1       (1,1)       (1,2)       (1,3)       (1,4)       (1,5)         2       (2,1)       (2,2)       (2,3)       (2,4)       (2,5)         3       (3,1)       (3,2)       (3,3)       (3,4)       (3,5)         4       (4,1)       (4,2)       (4,3)       (4,4)       (4,5)         5       (5,1)       (5,2)       (5,3)       (5,4)       (5,5)

O número de elementos do evento é dado por:

n(E) = 16, observe no quadro a seguir os resultados favoráveis destacados:

				2.º dado			
		1	2	3	4	5	6
	1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
0	2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
1.º dado	3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$E = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3), (3,4), (4,3), (4,4), (4,5), (5,4), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)\}$$

Desta forma:

$$P(E) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$
 ou 44,44% aproximadamente.

### **Exercícios**

- 1. No lançamento simultâneo de uma moeda e um dado, defina o espaço amostral e os eventos A (ocorrência de sair cara e um número par); B (ocorrência de sair cara e um número menor que 3) e C (ocorrência de sair coroa e um número maior que 2).
- No lançamento simultâneo de duas moedas, determinar a probabilidade de se obter:
  - a) duas caras;
  - b) uma cara e uma coroa.

3.	Três moedas são lançadas simultaneamente. Qual a probabilidade de ocorrer cada um dos seguintes eventos?
	a) faces idênticas nas três moedas;
	b) coroa em uma só moeda;
	c) duas coroas e uma cara;
	d) nenhuma coroa;
	e) pelo menos uma coroa;
	f) no máximo uma cara.
4.	Uma urna contém 3 bolas brancas, 4 verdes e 5 amarelas. Retirando-se uma bola da urna, qual a probabilidade de que ela seja branca ou amarela?
5.	Escolhido, aleatoriamente, um elemento do conjunto dos divisores positivos de 30, determinar a probabilidade de que ele seja par.
6.	Um casal planeja ter quatro filhos. Qual é a probabilidade:
	a) de nascerem duas meninas e dois meninos?
	b) de nascerem todas meninas?
7.	Retiradas duas cartas simultaneamente de um baralho de 52 cartas, qual a

probabilidade de saírem dois ases? (lembrando: um baralho possui 4 ases)

#### Probabilidade condicional

#### **Eventos dependentes**

Analise a seguinte situação:

Um dado é lançado, neste caso já vimos que o espaço amostral é  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

Consideremos o evento A: sair o número 3, ou seja,  $A = \{3\}$ , desta forma:

$$P(A) = \frac{1}{6}$$
 ou 16,6% aproximadamente.

Agora, consideremos o evento B: sair o número 3, sabendo que saiu um número ímpar, ou seja,  $B = \{3\}$ .

Entretanto, perceba que o espaço amostral foi modificado, passando a ser  $U = \{1, 3, 5\}$ , desta forma:

$$P(A) = \frac{1}{3}$$
 ou 33,3% aproximadamente.

Esta situação exemplifica o que é *probabilidade condicional*, isto é, ao dizer que o número que saiu é impar, a probabilidade do evento "sair o número 3", foi modificada pelo evento condicionante "saiu um número ímpar", ou seja, passou de 16,6% para 33,3% aproximadamente, pois o espaço amostral foi reduzido.

Desta forma, podemos indicar a probabilidade de ocorrer o evento A condicionado a B, ou seja, probabilidade de ocorrer A sabendo que B já ocorreu da seguinte forma:

p(A/B), e para esta situação temos:

$$p(A/B) = \frac{1}{3}$$

#### **Eventos independentes**

Analise a seguinte situação:

Se lançarmos um dado e uma moeda. Seja A o evento "sair o número 4" e B o evento " sair uma cara". Observemos que:

O espaço amostral é:

 $U = \{1C, 2C, 3C, 4C, 5C, 6C, 1K, 2K, 3K, 4K, 5K, 6K\}$ , sendo C (cara) e K (coroa), desta forma, n(U) = 12.

Evento A = {4C, 4K}, portanto: p(A) = 
$$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$
  
Evento B = {1C, 2C, 3C, 4C, 5C, 6C}, portanto: p(B) =  $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$   
Evento A  $\cap$  B = {4C}, portanto: p(A  $\cap$  B) =  $\frac{1}{12}$   
Assim:  
p(A/B) =  $\frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{2}$  ou 50%

Perceba que,  $p(B) = p(B/A) = \frac{1}{2}$ , a probabilidade de "sair uma cara" não é afetada por "sair o número 4" no lançamento do dado, isto é, a probabilidade de ocorrer B, não depende da ocorrência de A, neste caso, dizemos que os eventos são independentes.

Desta forma, também é verdade que p(A) = p(A/B).

Sabendo que: 
$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$
, então, temos:

$$p(A \cap B) = p(A/B) \cdot p(B) = p(A) \cdot p(B)$$

Essa igualdade é denominada de Teorema do Produto.

#### **Exemplo:**

Num conjunto de 500 peças, 450 delas estão em excelentes condições. Duas delas são retiradas, sucessivamente, ao acaso, sem reposição. Qual é a probabilidade de que a primeira peça defeituosa seja encontrada na segunda retirada?

O espaço amostral é: n(U) = 500

Evento A: sair uma peça em bom estado, portanto:  $p(A) = \frac{450}{500} = \frac{9}{10}$ Evento B: sair uma peça defeituosa, portanto:  $p(B) = \frac{50}{400}$ 

Como os eventos são independentes, temos:

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) = \frac{9}{10} \cdot \frac{50}{499} = \frac{45}{499}$$
 ou 9,01% aproximadamente.

#### Probabilidade da união de dois eventos

A probabilidade do evento A ou B é igual à soma das probabilidades dos eventos A e B, subtraída da probabilidade do evento A  $\cap$  B, ou seja,

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Veja a seguinte situação:

Uma urna contém 30 bolas, numeradas de 1 a 30. Retirando-se uma bola ao acaso, qual a probabilidade de que seu número seja múltiplo de 4 ou 5?

O espaço amostral é: n(U) = 30

Evento A: número múltiplo de 4, A = {4, 8, 12, 16, 20, 24, 28}, portanto: p(A) =  $\frac{7}{30}$ 

Evento B: número múltiplo de 5, B = {5, 10, 15, 20, 25, 30}, portanto:  $p(B) = \frac{6}{30}$ 

Evento A  $\cap$  B: números múltiplos de 4 e 5, A  $\cap$  B = {20}, portanto: p(A  $\cap$  B) =  $\frac{1}{30}$ 

Desta maneira, temos:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$
  
 $p(A \cup B) = \frac{7}{30} + \frac{6}{30} - \frac{1}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$  ou 40%

Entretanto, se a interseção entre os eventos A e B fosse o conjunto vazio, isso quer dizer que os eventos A e B são mutuamente exclusivos ou excludentes, desta forma teríamos:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$

E esta igualdade é denominada de Teorema da Soma.

#### Probabilidade do evento complementar

Sejam A e B dois eventos de um espaço amostral U, sabendo que A união com B é igual ao espaço amostral U e que A intersecção com B é igual a conjunto vazio, ou seja, A e B são mutuamente exclusivos. Portanto, dizemos que A e B são complementares.

Desta forma, temos:

$$p(A) = 1 - p(B)$$

Assim, vamos analisar a seguinte situação:

Seja A o evento: retirada de uma carta de ouro de um baralho de 52 cartas. Calcule p(A) e seu complementar.

#### Solução:

O espaço amostral é: n(U) = 52

Evento A: sair uma carta de ouro, portanto:  $p(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ 

Chamando o seu complementar de p(B), temos então:

$$p(A) = 1 - p(B)$$

$$p(B) = 1 - p(A)$$

$$p(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

### **Exercícios**

- **8.** Em uma cidade, 15% da população são meninos que não podem votar (menores de 16 anos). Se 55% da população são homens, qual é a probabilidade de que um homem selecionado ao acaso não possa votar?
- **9.** Uma pesquisa sobre preferências musicais levantou as seguintes informações sobre um grupo de pessoas:

	Rock	МРВ	Samba
Homens	50	40	30
Mulheres	30	60	40

Definindo que H: homem; M: mulher; R: rock; M: MPB e S: samba, e supondo que cada pessoa deu uma única resposta, determine:

a) 
$$p(M/S)$$

b) 
$$p(H/R)$$

10.	Vinte por cento (20%) de uma população tem deficiência de uma certa vita-
	mina devido a uma alimentação não equilibrada. Cinco por cento (5%) das
	pessoas com essa deficiência de vitamina têm certa doença. Qual é a proba-
	bilidade de que uma pessoa selecionada ao acaso tenha a doença e a defici-
	ência de vitamina?

11. Num grupo de 200 estudantes, 60 gostam de Português, 40 gostam de Física e 20 gostam de ambos. Escolhendo-se um estudante ao acaso, qual é a probabilidade dele gostar de Português ou de Física?

- **12.** Considere o lançamento de dois dados. Determine:
  - a) a probabilidade de se obter com a soma dos resultados, um total de 7 pontos.

b) a probabilidade de não se obter uma soma de 7 pontos.

13. Em uma fábrica de componentes eletrônicos duas máquinas, A e B, realizam a solda de sensores. Após essa etapa todos os sensores são testados, conforme a política de qualidade da empresa, e então ou são rejeitados ou são aprovados e continuam no processo produtivo. De acordo com o gerente, a probabilidade de que um sensor venha da máquina A e seja rejeitado é de 2%, enquanto que a probabilidade de que um sensor venha da máquina B e seja aprovado é de 45%. Sabendo que metade da produção é soldada na máquina A e metade na máquina B, complete a tabela abaixo com as probabilidades de cada evento e responda as questões:

	Aprovados	Rejeitados	Total
Máquina A		2%	50%
Máquina B	45%		
Total			

a) Qual é a probabilidade de que um sensor escolhido aleatoriamente tenha sido rejeitado?

b) Qual é a probabilidade de que um sensor escolhido aleatoriamente tenha sido soldado na máquina B?

c) Qual é a probabilidade de que um sensor escolhido aleatoriamente tenha sido soldado na máquina A e aprovado?

d) Sabendo que um sensor escolhido aleatoriamente tenha sido soldado na máquina A, qual é a probabilidade de que ele tenha sido rejeitado?

e) Sabendo que um sensor escolhido aleatoriamente tenha sido rejeitado, qual é a probabilidade de que ele tenha sido soldado na máquina B?

### Gabarito

#### Noções de probabilidade

1. Sendo C, cara e K, coroa.

O espaço amostral é: U = {C1, C2, C3, C4, C5, C6, K1, K2, K3, K4, K5, K6}

Evento 
$$A = \{C2, C4, C6\}$$

Evento 
$$B = \{C1, C2\}$$

Evento C = {K3, K4, K5, K6}

2. Sendo C, cara e K, coroa.

O espaço amostral é  $U = \{CC, CK, KC, KK\}, n(U) = 4;$ 

a) 
$$A = \{CC\}$$
, assim:  $n(A) = 1$   
  $P(A) = \frac{1}{4}$  ou 25%

b) 
$$B = \{CK, KC\}, assim: n(B) = 2$$
  
  $P(B) = \frac{2}{4} \text{ ou } 50\%$ 

3. Sendo C, cara e K, coroa.

O espaço amostral é U = {CCC, CCK, CKC, CKK, KCC, KCK, KKC, KKK}, n(U) = 8;

a) 
$$A = \{CCC, KKK\}, assim: n(A) = 2$$
  
 $P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \text{ ou } 25\%$ 

- b) B = {CCK, CKC, KCC}, assim: n(B) = 3 P (B) =  $\frac{3}{8}$  ou 37,5%
- c)  $C = \{CKK, KKC, KCK\}, assim: n(C) = 3$  $P(C) = \frac{3}{8}$  ou 37,5%

d) D = {CCC}, assim: n(D) = 1  
P (D) = 
$$\frac{1}{8}$$
 ou 12,5%

- e)  $E = \{CCK, CKC, CKK, KCC, KCK, KKC, KKK\}, assim: n(B) = 7$ P (E) =  $\frac{7}{8}$  ou 87,5%
- f)  $F = \{CKK, KCK, KKC\}, assim: n(B) = 3$  $P(F) = \frac{3}{8} \text{ ou } 37,5\%$
- **4.** Sendo B, bola branca, V, bola verde e A, bola amarela.

O espaço amostral é  $U = \{B, B, B, V, V, V, V, A, A, A, A, A, A\}$ , n(U) = 12;

O Evento A =  $\{B, B, B, A, A, A, A, A\}$ , assim: n(A) = 8

$$P(A) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

ou 66,66% aproximadamente.

O espaço amostral do experimento são os números divisores de 30, isto é, D (30) = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}, n(U) = 8
 Os números pares, ou seja, evento A = {2, 6, 10, 30}, n(A) = 4
 Portanto:

$$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$
 ou 50%

a) Sendo H: menino e M: menina.

O espaço amostral é U = {HHHH, HHHM, HHMH, HHMM, HMHH, HMHM, HMMH, HMMM, MHHH, MHHM, MHMH, MHMM, MMHH, MMHM, MMMH, MMMM},

$$n(U) = 16$$
:

6.

O Evento A = {HHMM, HMHM, HMMH, MHHM, MHHM, MHMH, MMHH}, assim:

$$n(A) = 6$$
  
P (A) =  $\frac{6}{16}$  ou 37,5%

b) Sendo H: menino e M: menina.

O espaço amostral é U = {HHHH, HHHM, HHMH, HHMM, HMHH, HMHM, HMMH, HMMM, MHHH, MHHM, MHMH, MHMM, MMHH, MMHM, MMMH, MMMM},

$$n(U) = 16;$$

O Evento  $B = \{MMMM\}$ , assim:

$$n(A) = 1$$
  
P (A) =  $\frac{1}{16}$  ou 6,25%

7. O espaço amostral tem n(U) = 52 . 51= 2652 elementos.

> O evento estudado é formado pelos arranjos de dois ases. Como o baralho tem quatro ases temos pelo princípio fundamental da contagem que:

$$n(A) = 4 . 3 = 12$$

Assim:

$$P(A) = \frac{12}{2652} = \frac{1}{221}$$

8. 
$$p(A) = \frac{15\%}{55\%} = \frac{3}{11}$$

ou 27,27% aproximadamente.

9. a) 
$$p(M/S) = \frac{p(M \cap S)}{p(S)} = \frac{\frac{40}{250}}{\frac{70}{250}} = \frac{4}{7}$$

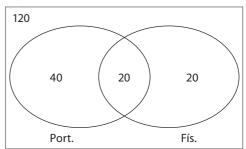
b) 
$$p(H/R) = \frac{p(H \cap R)}{p(R)} = \frac{\frac{50}{250}}{\frac{80}{250}} = \frac{5}{8}$$

**10.** Evento A, ter deficiência de uma certa vitamina.

Evento B, pessoas do grupo A que tem certa doenca.

p (A 
$$\cap$$
 B) = 20% . 5% = 0,2 . 0,05 = 0,01 ou 1%

11.



Evento A: gostam de Port., n(A) = 60,

portanto: p (A) = 
$$\frac{60}{200}$$

Evento B: gostam de Fís., n(B) = 40, portanto: p (A) =  $\frac{40}{200}$ 

Evento A  $\cap$  B: gostam de ambos,  $n(A \cap B) = 20$ , portanto:  $p(A \cap B) = \frac{20}{200}$ Desta maneira, temos:

p (A 
$$\cup$$
 B) = p(A) + p(B) - p(A  $\cap$  B)  
p (A  $\cup$  B) =  $\frac{60}{200} + \frac{40}{200} - \frac{20}{200} = \frac{2}{5}$  ou 40%

12.

 a) O espaço amostral é formado por 36 resultados possíveis, ou seja, n(U) = 36.

O evento A: soma igual a 7, A = {(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)}, assim, n(A) = 6, portanto:

$$p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

b) Sendo p(B) o complementar de p(A), então:

p (B) = 1 - p (A)  
p (B) = 
$$1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

13.

	Aprovados	Rejeitados	Total
Máquina A	48%	2%	50%
Máquina B	45%	5%	50%
Total	93%	7%	100%

2) 704.	
a) 7%;	
b) 50%;	
c) 48%;	
d) 4%;	
e) aproximadamente 71,4%.	
	-

 -

Matemática Elementar II: situações de matemática do ensino médio no dia a dia