

Semaine 6 : Atténuation du phénomène de moiré

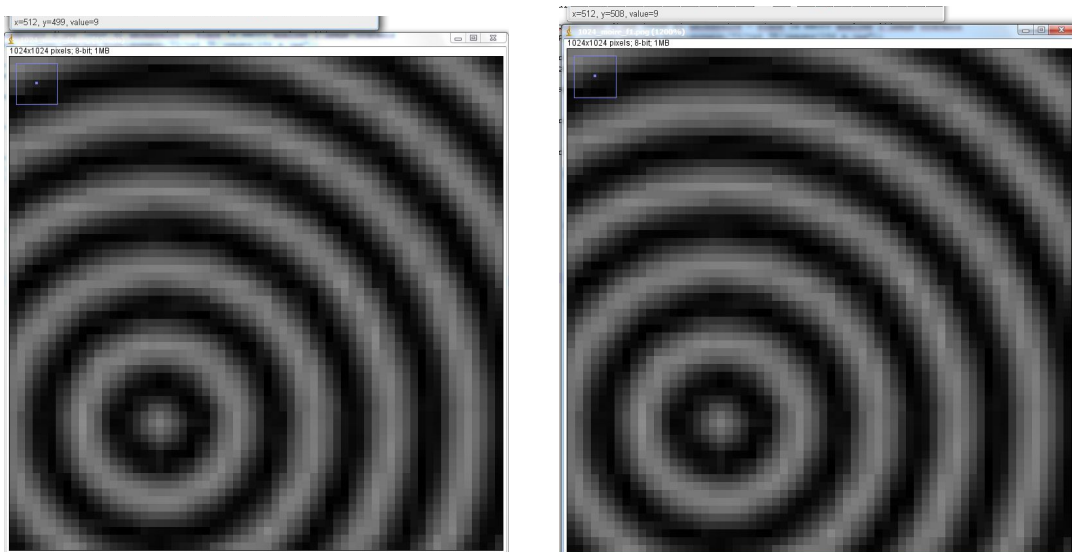
TP6

Maxime CATTEAU
Léane TEXIER

Question 1

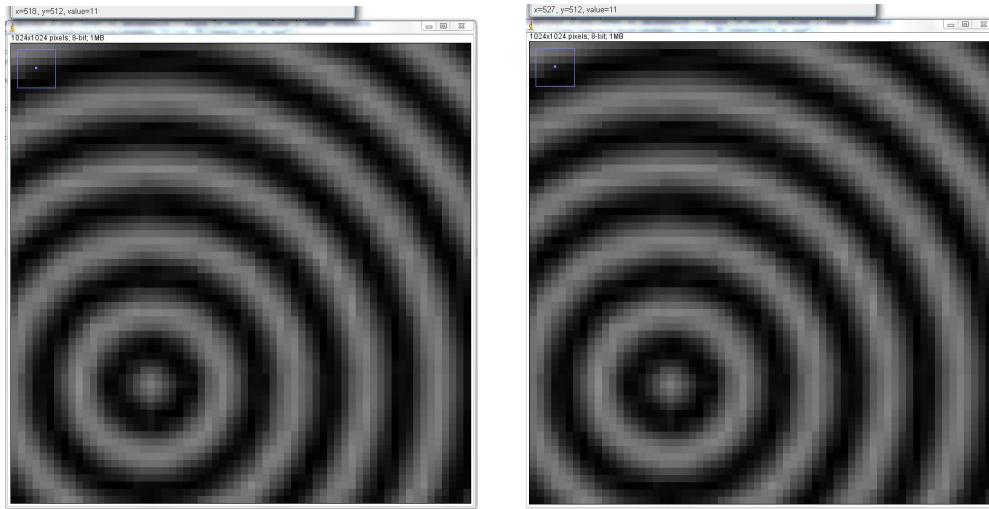
Quelle est la fréquence spatiale f_1 (cycle/pixel) du motif cyclique de l'image '1024_moire_f1.png' ?

Afin de pouvoir calculer la fréquence spatiale du motif cyclique de l'image '1024_moire_f1.png', nous avons cherché la fréquence spatiale suivant x et suivant y . Pour effectuer cela, nous avons utilisé l'outil scrolling tool d'ImageJ dans le but de voir combien de pixels il y a entre le début de deux motifs consécutifs.



Valeur du pixel (512,499) et du pixel (512, 508) de l'image '1024_moire_f1.png' : 9

On observe qu'en y, il y a 9 pixels entre deux cycles consécutifs. On en déduit donc que sa période est de **9**. Grâce à la relation pour calculer la fréquence définie par $f = 1/T$, on a ainsi $f_y = 1/9 = 0,11 \text{ cy.pix}^{-1}$.



Valeur du pixel (518,512) et du pixel (527, 512) de l'image '1024_moire_f1.png' : 11

On observe qu'en x, il y a 9 pixels entre deux cycles consécutifs. On en déduit donc que sa période est de **9**. Grâce à la relation pour calculer la fréquence définie par $f = 1/T$, on a ainsi $f_x = 1/9 = 0,11 \text{ cy.pix}^{-1}$.

Étant donné que nous avons un motif cyclique, nous avons alors la même fréquence en x et en y.

Question 2

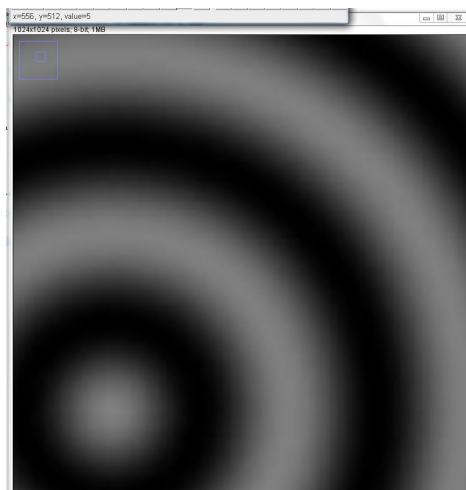
Quelle est la fréquence spatiale f_2 (cycle/pixel) du motif cyclique de l'image '1024_moire_f2.png' ?

Afin de pouvoir calculer la fréquence spatiale du motif cyclique de l'image '1024_moire_f2.png', nous avons procédé de la même manière que pour l'image précédente (question 1). On a donc cherché la fréquence spatiale suivant x et suivant y grâce à l'outil scrolling tool d'ImageJ dans le but de voir combien de pixels il y a entre le début de deux motifs consécutifs.



Valeur du pixel (512,355) et du pixel (512, 455) de l'image '1024_moire_f2.png' : 8

On observe qu'en y , il y a 100 pixels entre deux cycles consécutifs. On en déduit donc que sa période est de **100**. Grâce à la relation pour calculer la fréquence définie par $f = 1/T$, on a ainsi $f_y = 1/100 = 0,01 \text{ cy.pix}^{-1}$.



Valeur du pixel (556,512) et du pixel (656, 512) de l'image '1024_moire_f2.png' : 5

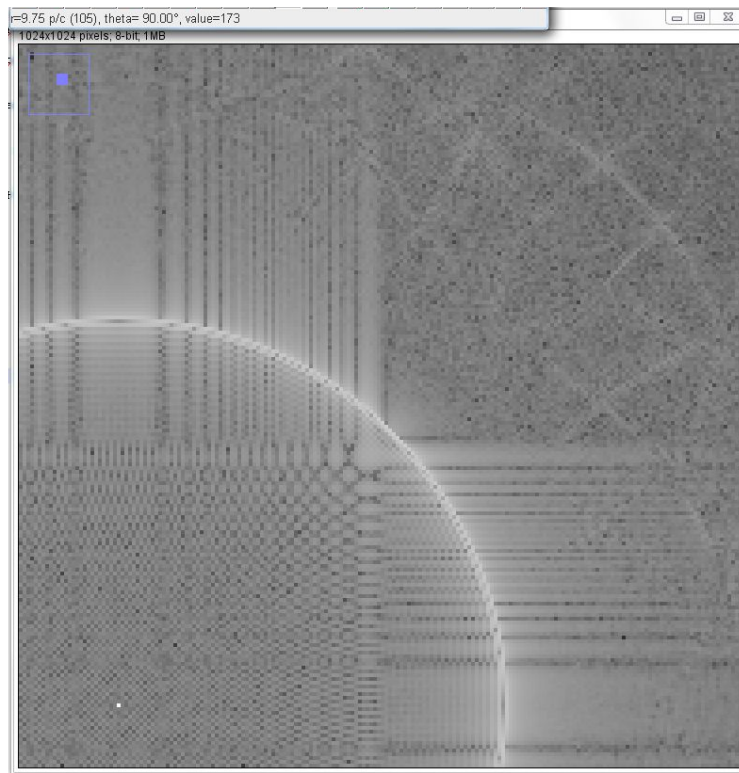
On observe qu'en x , il y a 100 pixels entre deux cycles consécutifs. On en déduit donc que sa période est de **100**. Grâce à la relation pour calculer la fréquence définie par $f = 1/T$, on a ainsi $f_x = 1/100 = 0,01 \text{ cy.pix}^{-1}$.

Étant donné que nous avons un motif cyclique, nous avons alors la même fréquence en x et en y .

Question 3

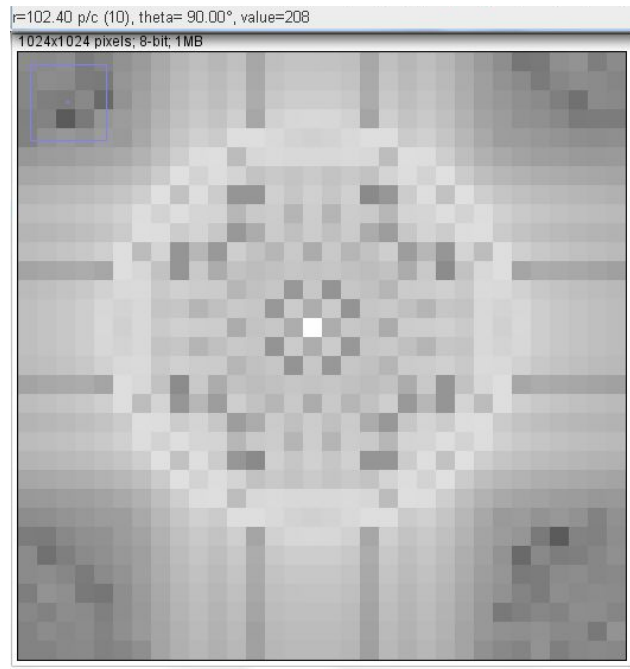
Comment retrouve-t-on ces valeurs à partir des informations fournies par ImageJ (fenêtre principale) lorsque l'on parcourt l'image de la FFT (**Process** → **FFT** → **FFT**) ?

La fréquence cyclique d'une image peut être retrouvée sur sa FFT en observant la valeur du rayon (r) grâce à l'outil scrolling tool d'ImageJ et en faisant son inverse (le résultat mis entre parenthèse après le rayon est l'inverse du rayon multiplié par 1000). Nous avons pu retrouver grâce à cela les fréquences cycliques des images '1024_moire_f1.png' et '1024_moire_f2.png' trouvées précédemment aux questions 1 et 2.



Valeur du rayon de la FFT de l'image '1024_moire_f1.png' : 9.75 p/c (105)

On observe ainsi, que la valeur inverse du rayon de la FFT de l'image '1024_moire_f1.png' est environ **0,11 cy.pix⁻¹** (valeur correspondante à la fréquence spatiale trouvée pour cette image à la question 1).



Valeur du rayon de la FFT de l'image '1024_moire_f2.png' : 102.40 p/c (10)

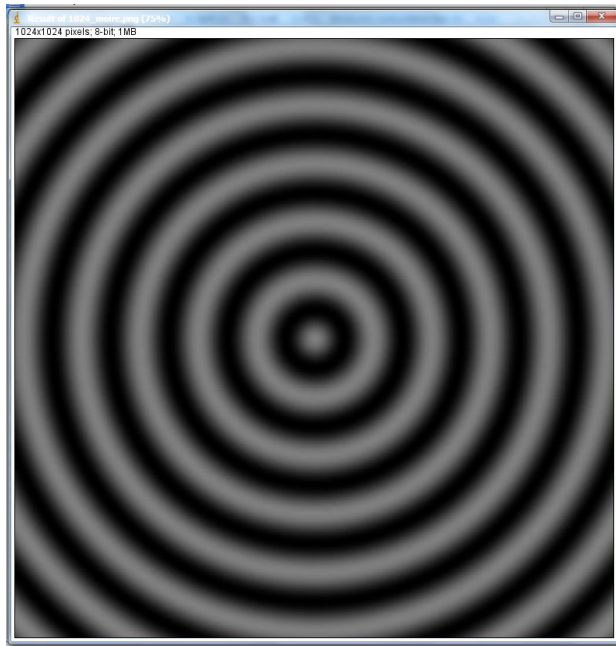
On observe ainsi, que la valeur inverse du rayon de la FFT de l'image '1024_moire_f2.png' est environ **0,01 cy.pix⁻¹** (valeur correspondante à la fréquence spatiale trouvée pour cette image à la question 2).

Question 4

Trouver la relation entre les images '1024_moire.png', '1024_moire_f1.png' et '1024_moire_f2.png'. Pour cela, vous devez vous aider de la commande Process → Image Calculator...

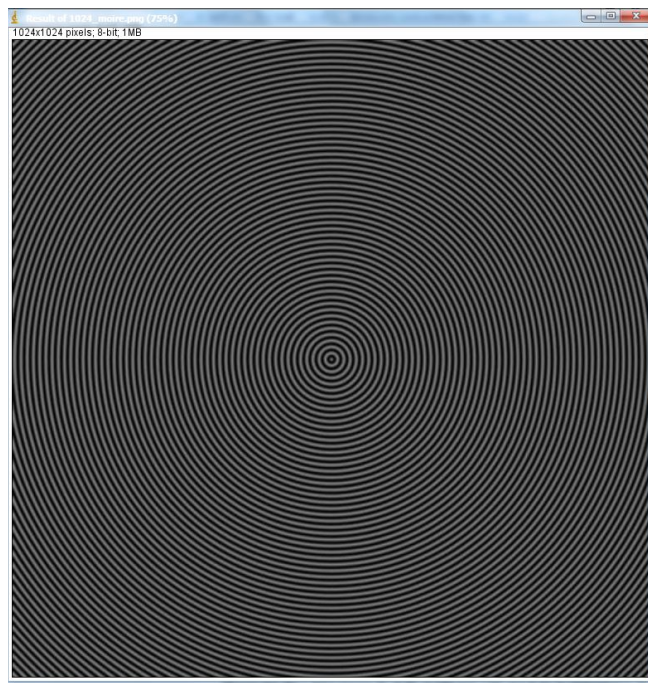
En déduire la relation entre la FFT de '1024_moire.png', la FFT de '1024_moire_f1.png' et la FFT de '1024_moire_f2.png'.

Afin de trouver la relation entre les images '1024_moire.png', '1024_moire_f1.png' et '1024_moire_f2.png', nous avons utilisé la commande indiquée. Ci-dessous, vous trouverez donc les résultats obtenus.



`'1024_moire.png'` **subtract** `'1024_moire_f1.png'` = `'1024_moire_f2.png'`

En soustrayant l'image `'1024_moire_f1.png'` à l'image `'1024_moire.png'`, on a alors obtenu l'image `'1024_moire_f2.png'`.

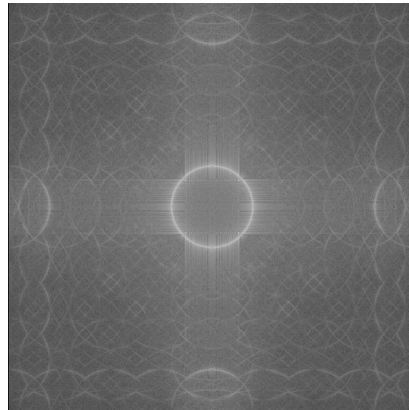


`'1024_moire.png'` **subtract** `'1024_moire_f2.png'` = `'1024_moire_f1.png'`

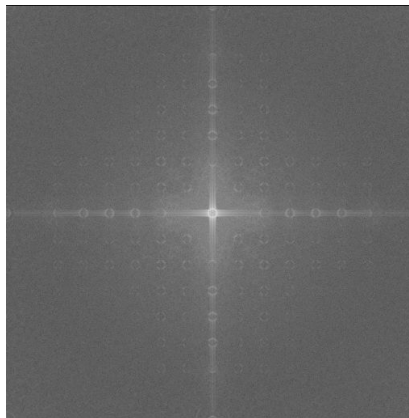
En soustrayant l'image `'1024_moire_f2.png'` à l'image `'1024_moire.png'`, on a alors obtenu l'image `'1024_moire_f1.png'`.

Grâce à cela, on peut en déduire que l'image `'1024_moire.png'` est une combinaison des images `'1024_moire_f1.png'` et `'1024_moire_f2.png'`.

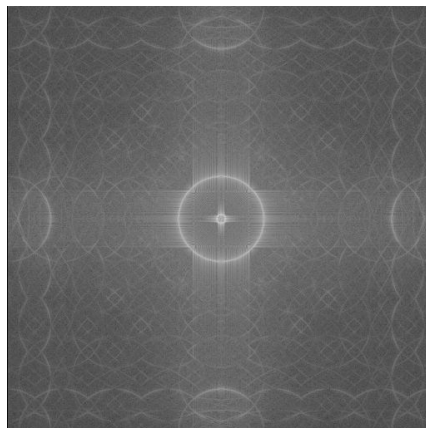
Nous pouvons confirmer cette déduction en analysant les FFT de chaque image :



FFT de l'image '1024_moire_f1.png'



FFT de l'image '1024_moire_f2.png'



FFT de l'image '1024_moire.png'

Grâce à cela, on peut remarquer que l'addition des FFT des deux images '1024_moire_f1.png' et '1024_moire_f2.png', nous fournit la FFT de l'image principale '1024_moire.png'. Cela permet de prouver que l'image '1024_moire.png' résulte de l'addition des deux autres et que la fréquence associée est donc l'addition des fréquences des deux autres images.

Question 5

Sous-échantillonner l'image '1024_moire.png' d'un facteur 2 dans les 2 directions par la commande Image → Scale... Paramètres : X Scale = 0.5, Y Scale = 0.5, aucune interpolation, décocher « average when downsizing ». L'échantillonnage respecte-t-il le théorème de Shannon ? Que deviennent les fréquences f_1 et f_2 dans l'image sous-échantillonnée ?

On observe après ce premier sous-échantillonnage de facteur 2 que l'image principale ne change pas (il y a le même nombre de cycles) mais le nombre de pixels de l'image est divisé par 2 tout comme la fréquence. Cela signifie que le repliement de spectre n'est pas assez prononcé avec ces valeurs. On en déduit donc dans un premier temps que cet échantillonnage respecte le théorème de Shannon.

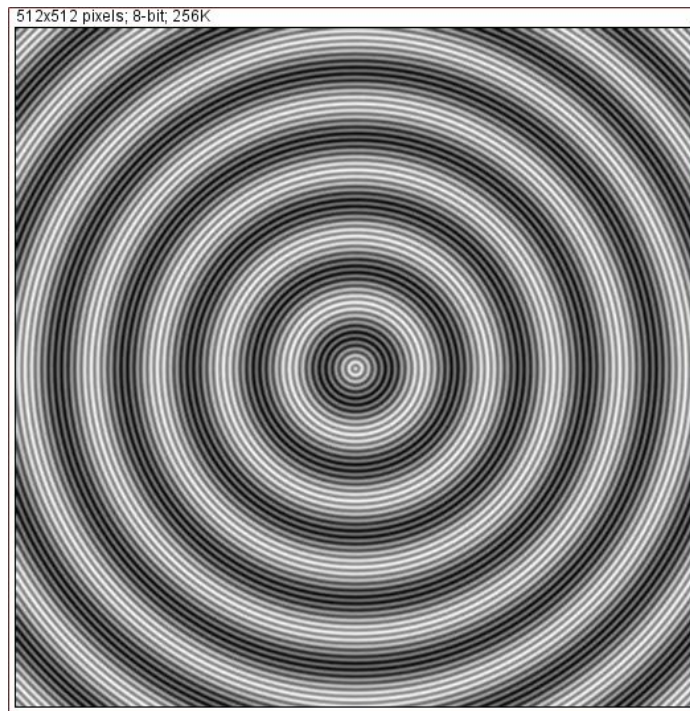


Image 1024_moire.png après sous-échantillonnage de facteur 2

D'après le cours, on sait que le théorème de Shannon est le suivant :

$$f_{max} \leq f_{ech} / 2 \text{ avec } f_{ech, X} = 1/T_X, f_{ech, Y} = 1/T_Y$$

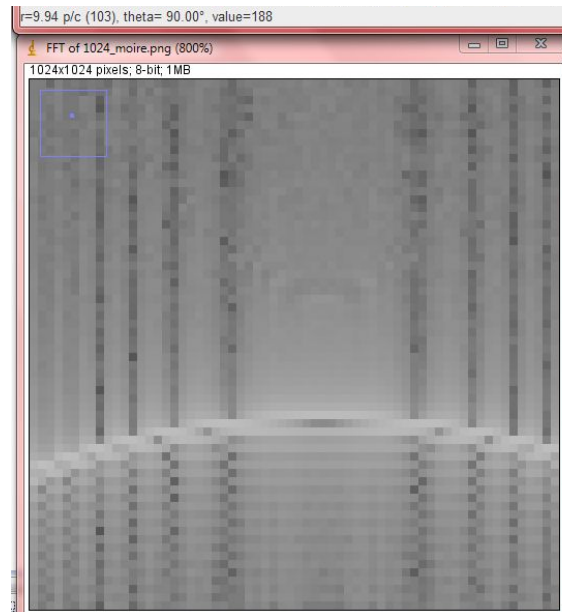


Image 1024_moire.png après opération FFT

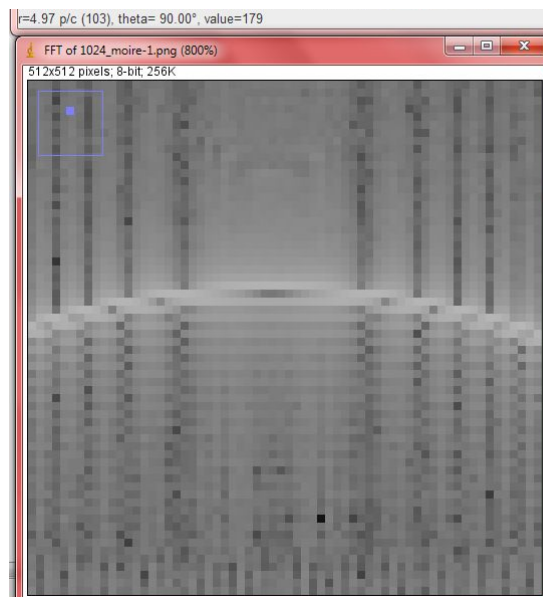


Image 1024_moire.png sous-échantillonnée facteur 2 après opération FFT

On observe ici que la fréquence maximale de l'image sous-échantillonnée (**4,97 cy.pix⁻¹**) et la fréquence de l'image échantillonnée (**9,94 cy.pix⁻¹**) sont liées par le théorème de Shannon. En effet, si on remplace les valeurs, on obtient :

$$4,97 \leq 9,94 / 2$$

Ce qui est vrai dans ce cas.

On en déduit donc que le sous-échantillonnage de facteur 2 respecte le théorème de Shannon.

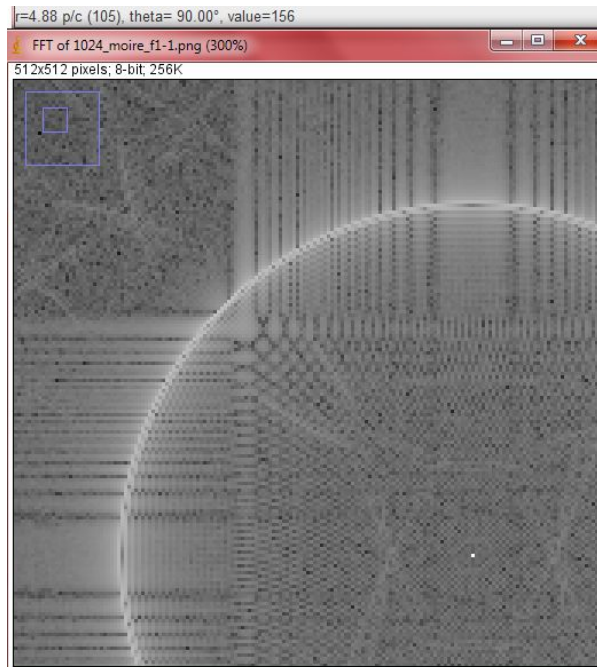


Image 1024_moire_f1.png sous-échantillonnée facteur 2 après opération FFT

Si on effectue la même manipulation (**Image > Scale...**) sur l'image "1024_moire_f1", on constate que la fréquence est bien divisée par 2 par rapport à l'image de départ (voir **Question 3**). Pour f1, le théorème de Shannon est donc respecté.

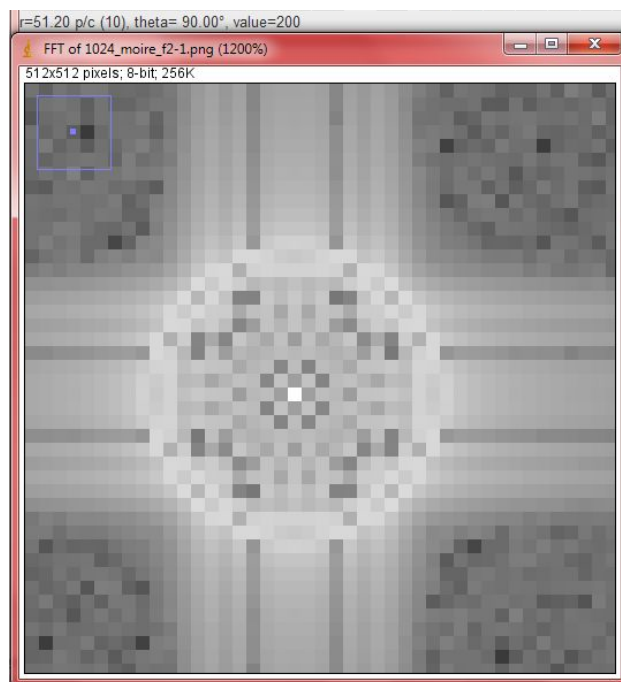


Image 1024_moire_f2.png sous-échantillonnée facteur 2 après opération FFT

De la même manière, sur l'image "1024_moire_f2", on constate que la fréquence est bien divisée par 2 par rapport à l'image de départ (voir **Question 3**). Pour f2, le théorème de Shannon est donc également respecté.

Question 6

Sous-échantillonner les images originales '1024_moire.png', d'un facteur 8 dans les 2 directions : aucune interpolation, décocher « average when downsizing ». Parmi les deux fréquences f_1 et f_2 , quelle est celle qui évite le phénomène de repliement de spectre au sein de l'image sous-échantillonnée ? Justifiez en utilisant le théorème de Shannon. Que deviennent les fréquences dans l'image sous-échantillonnée ? Expliquer alors le phénomène de repliement de spectre provoqué par le sous-échantillonnage.

Lors de la question précédente, nous avons observé qu'un sous-échantillonnage de facteur 2 n'était pas suffisant pour observer l'effet de moiré sur nos images. Nous réalisons alors cette même manipulation avec cette fois-ci un sous-échantillonnage de facteur 8 afin de mieux comprendre ce phénomène.

Nous effectuons dans un premier temps cette manipulation sur l'image principale "1024_moire.png" :

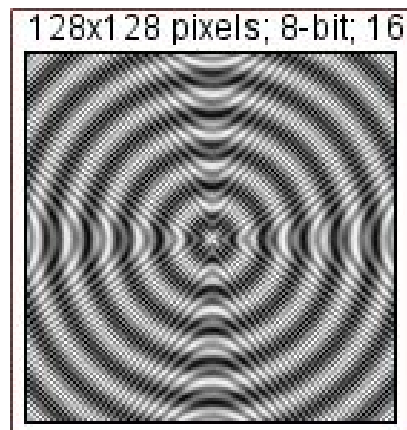


Image 1024_moire.png après sous-échantillonnage de facteur 8

On observe après un sous-échantillonnage de facteur 8 que l'image "1024_moire.png" est affectée par l'effet de moiré. Cela se traduit par une déformation du cycle. Dans le but de mieux comprendre cet effet, on a alors appliqué ce sous-échantillonnage aux images "1024_moire_f1.png" et "1024_moire_f2.png" :

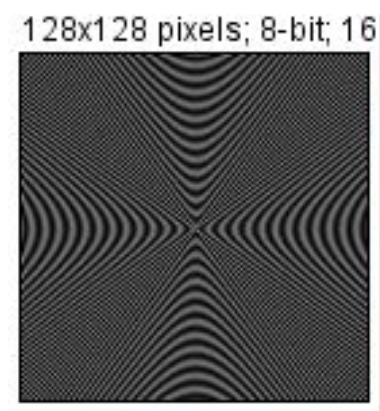


Image 1024_moire_f1.png après sous-échantillonnage de facteur 8

128x128 pixels; 8-bit; 16

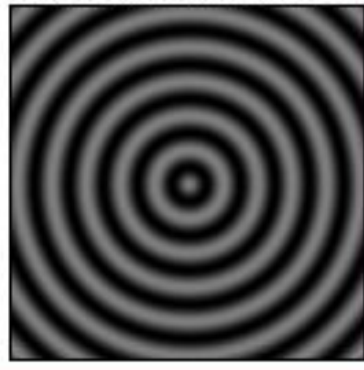


Image 1024_moire_f2.png après sous-échantillonnage de facteur 8

Par simple observation, on constate que seule l'image "1024_moire_f1" est affectée par l'effet de moiré. On en déduit donc que c'est f2 qui évite ce phénomène de repliement de spectre.

Reprenons maintenant les FFT de ces images sous-échantillonnées :

128x128 pixels; 8-bit; 16

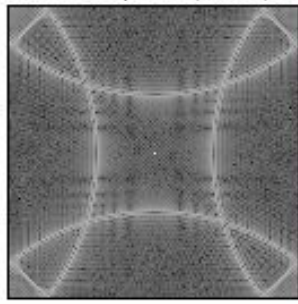


Image 1024_moire_f1.png après sous-échantillonnage de facteur 8 et après opération FFT

128x128 pixels; 8-bit; 16

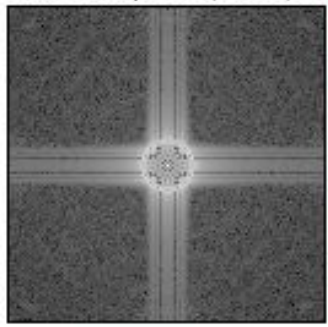
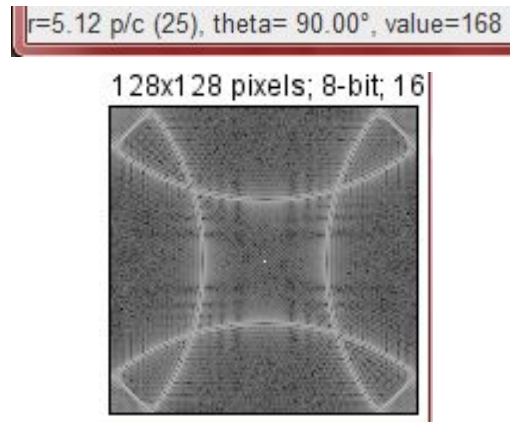


Image 1024_moire_f2.png après sous-échantillonnage de facteur 8 et après opération FFT

Là encore, par simple observation des images sous-échantillonnées après FFT, on constate que la fréquence problématique est celle liée à l'image "1024_moire_f1" puisque le motif est totalement différent de sa FFT de base (ce n'est plus un cycle). On s'intéresse donc à sa fréquence :



Fréquence de l'image 1024_moire_f1.png après sous-échantillonnage de facteur 8 et après opération FFT

On observe sur cette image que la fréquence maximale de l'image sous-échantillonnée est de **5,12 cy.pix⁻¹**. De plus, on a vu précédemment que la fréquence de l'image échantillonnée est de **9,94 cy.pix⁻¹**. En appliquant le théorème de Shannon, avec ces valeurs, on obtient alors :

$$5,12 \leq 9,94 / 2 \text{ ce qui équivaut à } 5,12 \leq 4,97$$

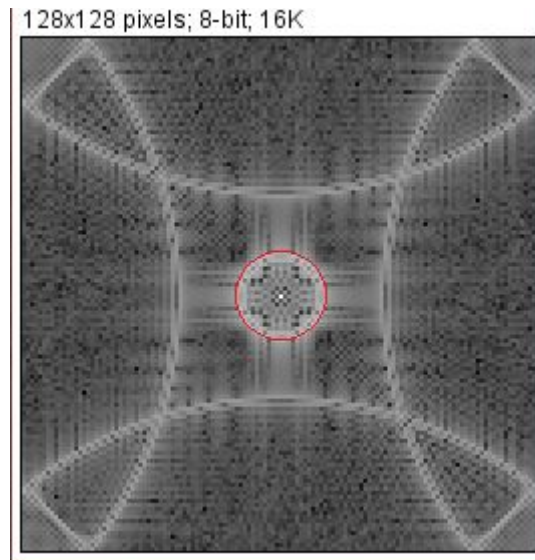
Cela est évidemment une contradiction, on en déduit donc que le théorème de Shannon n'est pas respecté pour f_1 .

Le repliement de spectre est un phénomène qui se produit lorsque les fréquences spatiales d'une image cyclique sont interférées entre elles. Cela provoque une déformation visuelle des motifs comme pour le sous-échantillonnage de l'image f_1 .

Question 7

Une méthode efficace pour atténuer le phénomène de moiré consiste à appliquer un filtre passe-bas sur l'image initiale avant de le sous-échantillonner. Ce filtre est choisi pour éliminer toutes les fréquences susceptibles de conduire à un repliement de spectre. Nous allons construire un filtre passe-bas dont le spectre est un disque binaire de rayon 0.05 cycle/pixel. Cette fréquence est appelée fréquence de coupure. Cette fréquence de coupure $f_c=0.05$ permet-elle d'éviter le phénomène de moiré pour un sous-échantillonnage de facteur 8 dans les 2 directions pour l'image '1024_moire.png' ?

La méthode de filtrage passe-bas pour atténuer le phénomène de moiré consiste à laisser passer les basses fréquences (zones homogènes ou floues), et donc d'atténuer les hautes fréquences (changements d'intensité rapides, contours). Ici, on choisit un disque binaire de rayon 0,05 cy.pix⁻¹. Dans notre cas, cela devrait permettre d'atténuer le phénomène de moiré pour un sous-échantillonnage de facteur 8 puisque cela ne prendrait en compte qu'une partie de la FFT de l'image échantillonnée (voir image ci-dessous) :



Zone de filtrage passe-bas sur la FFT de l'image '1024_moire.png'

Si la fréquence de coupure est égale à 0,05, seuls les pixels à l'intérieur du cercle rouge seront laissés passés car leur fréquence sera inférieure à 20. On remarque d'ailleurs que cette zone correspond à la FFT de la fonction non problématique **f2** trouvée lors de la question précédente.

Question 8

Le produit de la FFT de l'image avec le spectre du filtre fournit alors la FFT de l'image filtrée. La Transformée de Fourier inverse permet de retrouver l'image filtrée. Compléter la macro 'etudiant_filtrage_passe_bas.ijm' de telle sorte que l'image '1024_moire.png' filtrée puis sous-échantillonnée présente peu d'effet de Moiré. Quelle image est-on censé retrouver après filtrage ? Calculer les erreurs pixels à pixels entre cette image et l'image filtrée grâce à la commande Process → Image Calculator... opération « Subtract ». Tracer et interpréter l'histogramme de l'erreur.

Le filtrage passe-bas est la résultante de plusieurs étapes, la première consiste à créer le masque permettant de ne garder que la zone défini par le rayon trouvé lors de la question précédente (le code pour cet étape correspond à l'**annexe 1**). D'après cet algorithme, le rayon que le masque doit avoir afin de réduire l'effet de Moiré est de 20 pixels.

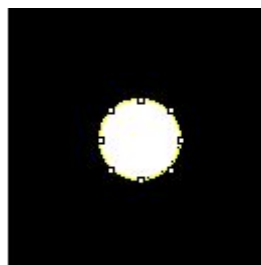


Image résultante de la création du masque

L'étape suivant consiste à appliquer le masque sur la FFT de l'image de base (voir code correspondant à l'**annexe 2**) :

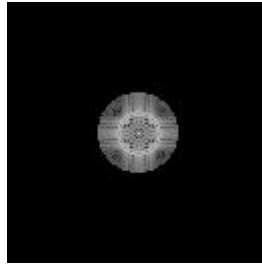


Image résultante de l'application du masque à la FFT de l'image de base

Il faut ensuite effectuer l'opération "**inverse FFT**". Nous retrouverons alors une image qui se rapproche de l'image '1024_moire_f2.png' étant donné que la partie non masquée correspond à la FFT de cette même image (et donc la partie masquée correspond à l'image '1024_moire_f1').

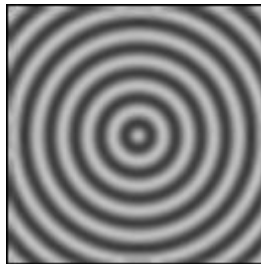
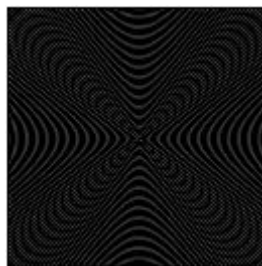


Image résultante de l'opération "inverse FFT" sur l'image précédente

Si on effectue une opération **subtract** sur l'image trouvée lors de la dernière étape par rapport à celle de départ, on parvient à ce résultat :



*Résultat de l'opération "**subtract**" entre l'image de départ et l'image résultante*

On constate que l'effet de moiré est toujours identifiable lors de la soustraction et donc qu'il reste des pixels d'erreur.

En résumé, le filtrage passe-bas permet d'atténuer cet effet de moiré. Toutefois, il n'est pas possible de le faire disparaître en intégralité.

Annexes

Annexe 1

```
newImage("masque", "8-bit", W, H, 1);  
masque = getImageID();  
setColor(0);  
makeRectangle (0,0, W,H);  
fill();  
  
fc = 0.05;  
rayon = 1 / fc;  
  
print ("rayon =", rayon);  
setColor(255);  
makeOval (W/2-rayon,H/2-rayon, 2*rayon,2*rayon);  
fill ();
```

Annexe 1 : Code permettant de créer le masque

Annexe 2

```
imageCalculator("AND", fourier, masque);  
  
selectImage (fourier);
```

Annexe 2 : Code permettant d'appliquer le masque à la FFT de l'image de base