

Redes Neuronales - Memorias Asociativas

Autor: Alexander Leño

Fecha: 2 de Diciembre de 2024

Introducción

El siguiente trabajo tiene como objetivo estudiar la capacidad de los modelos de redes neuronales para memoria asociativa. En particular, se estudiará el modelo de Hopfield sin ruido y con ruido.

Ejercicio 1: Modelo de Hopfield sin ruido

En este ejercicio se busca estimar la capacidad del modelo de Hopfield sin ruido. Para ello, se siguieron los siguientes pasos:

1. Creación de los patrones ξ_i^μ :

- Se definieron $i = 1, \dots, N$ y $\mu = 1, \dots, p$. Donde N es el número de neuronas y p el número de patrones de entrada.
- Cada valor ξ_i^μ se generó como ± 1 con igual probabilidad.

2. Evaluación de la matriz de conexiones:

- Se calculó $J_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{\mu=1}^p \xi_i^\mu \xi_j^\mu$.
- Se aseguró que $J_{ii} = 0$ para evitar auto-conexiones.

3. Iteración de la dinámica determinista:

- Se tomó uno de los patrones ξ_i^μ como condición inicial.
- Se iteró la dinámica determinista del modelo hasta converger a un punto fijo s_i^μ .

4. Cálculo del overlap:

- Se evaluó el overlap de este estado de punto fijo con el patrón original utilizando:

$$m^\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i^\mu \xi_i^\mu$$

5. Cálculo de la distribución de overlaps:

- Se repitieron los pasos anteriores para todos los patrones ξ_i^μ .
- Se calculó la distribución de los overlaps m^μ .

6. Exploración de parámetros:

- Se realizaron todos los pasos anteriores para los valores $N = 500, 1000, 2000, 4000$.
- Para cada valor de N , se consideraron las proporciones $\alpha = p/N$:
 $\alpha = 0.12, 0.14, 0.16, 0.18$.

Resultados

En la Figura 1 se puede observar la distribución del overlap para distintas cantidades de neuronas y diferentes valores de proporcionalidad α correspondiente al cociente entre cantidad de patrones de entrada (p) y cantidades de neuronas (N)

Distribución de Overlaps para diferentes N y α

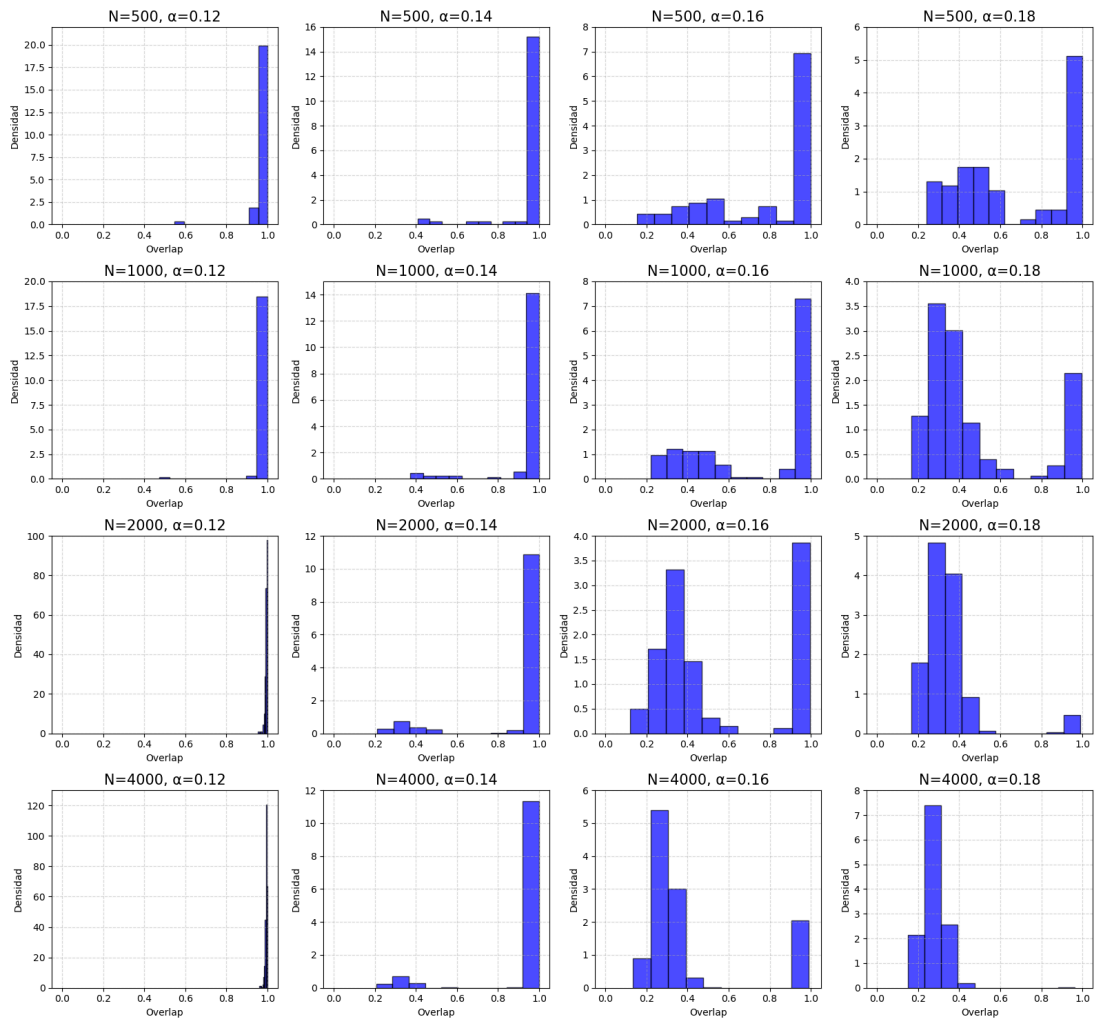


Figure 1: Distribución de Overlaps para diferentes N y α . El cálculo de overlap se realiza entre un patrón de entrada y un punto fijo de la red.

De la figura podemos observar claramente que para $\alpha = 0.16$ y mayor valor, el punto fijo no llega a converger al patrón mostrado. Se puede notar que al no converger al patrón el overlap no es 0 ya este es un estado metaestable. Este efecto se aprecia aun mas al aumentar el número de Neuronas N . Según la teoría, para un N lo suficientemente grande la capacidad es de 0.138. En este trabajo se estima que la capacidad se encuentra entre 0.14 y 0.16

Ejercicio 2: Simulación de una red de Hopfield con ruido

En este caso se busco estudiar la dinámica de una red de Hopfield con ruido usando la regla:

$$P(s_i(t+1) = \pm 1) = \frac{\exp(\pm \beta h_i(t))}{\exp(\beta h_i(t)) + \exp(-\beta h_i(t))}$$

donde:

$$h_i(t) = \sum_{j=1}^N w_{ij} s_j(t),$$
$$\beta = \frac{1}{T}$$

Es decir, las neuronas dejaron de ser determinísticas y se volvieron probabilísticas.

Se tomó como condición inicial cada uno de los patrones (x_i^μ). Se recorrió toda la red aplicando esta regla. Después de visitar cada sitio 10 veces, se calculo el *overlap*. Se tomó:

- $N = 4000$ para el numero de neuronas en la red
- $p = 40$ para el numero de patrones

y se grafico el *overlap* medio y la desviación estándar en función de la temperatura.

Resultados

El gráfico obtenido de la simulación se muestran en la Figura 2.

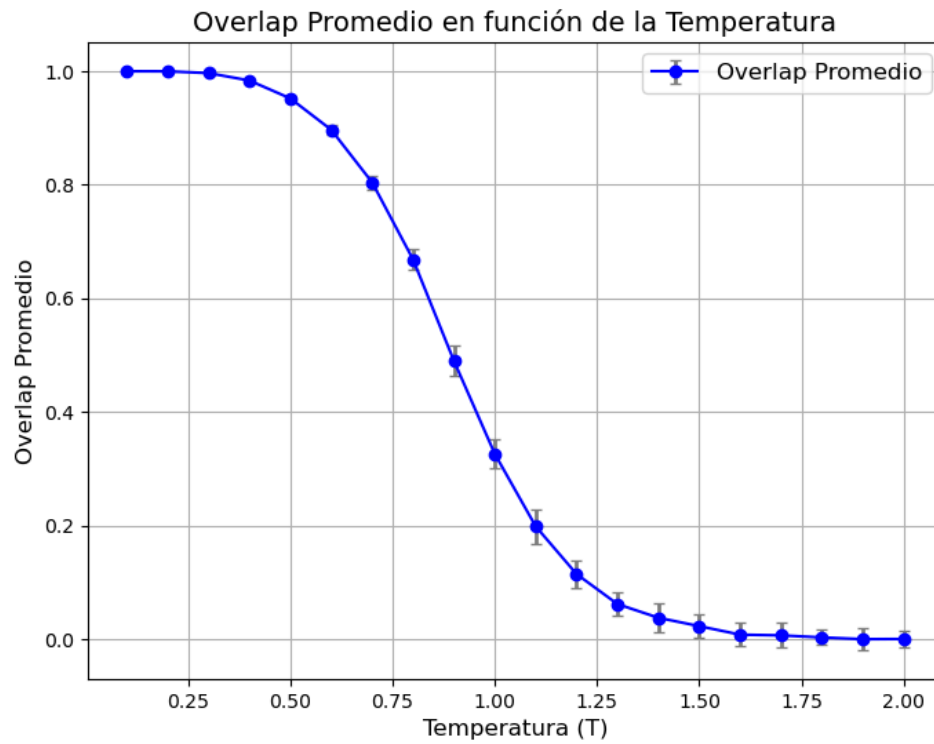


Figure 2: Overlap promedio en función de la temperatura y desviación estándar para una red de Hopfield con ruido. Numeros de neuronas $N = 4000$ y numero de patrones $p = 40$.

El gráfico muestra que el *overlap* promedio disminuye con la temperatura y que las desviación estandar aumenta. Esto era algo esperado ya que a mayor temperatura, mayor es la probabilidad de que una neurona cambie de estado. A baja temperatura la red se comporta como una red de Hopfield determinística mientras que cuando la temperatura crece la red tiende a tener un comportamiento aleatorio debido al ruido.