Zusammenfassend erhalten wir:

- ist $d = 0$, so heißt die lineare Fkt. homogen, sonst inhomogen.
- ist $k = 0$, so ist die Fkt. konstant.
- ist $k > 0$, so ist die Fkt. streng monoton steigend
- ist $k < 0$, so ist die Fkt. streng monoton fallend
- besitzen 2 oder mehrere Fkt. die gleiche Steigung, so sind diese Fkt parallel oder identisch

Beispiele

5.21 1) keine lineare Fkt, weil die Form $y = k \cdot x$ nicht gegeben ist

2) lineare Fkt., weil $y = k \cdot x + d = d + k \cdot x$

5.32a) $y = 3x + 8$ $P(4/14)$

$y(4) = 3 \cdot 4 + 8$

$y(4) = 20 > 14$ $\Rightarrow Q = (4/20)$

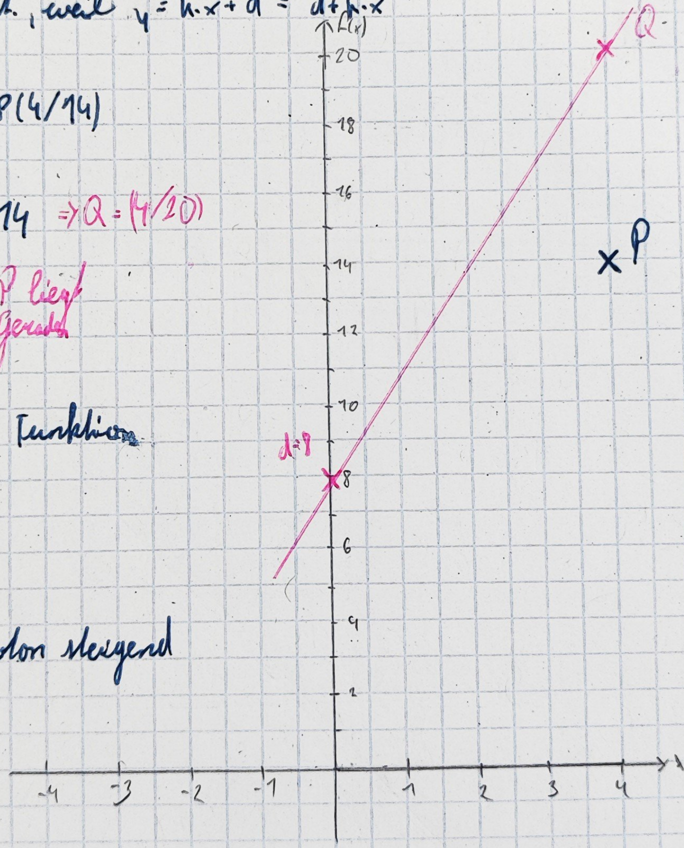
$\Rightarrow$ Der Punkt P liegt unterhalb der Geraden

inhomogene Funktion

$D = \mathbb{R}$

$W = \mathbb{R}$

streng monoton steigend



44. SÜ am 14.4.21 Sophie Stöger

6.3. Lineare Funktion

gegeben ist folgende Funktion (fkt): $y = f(x) = 2x - 2$
$f(x) = k \cdot x + d$

$d = -2$ ... Ordinatenabschnitt

$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1}$ ... Steigung

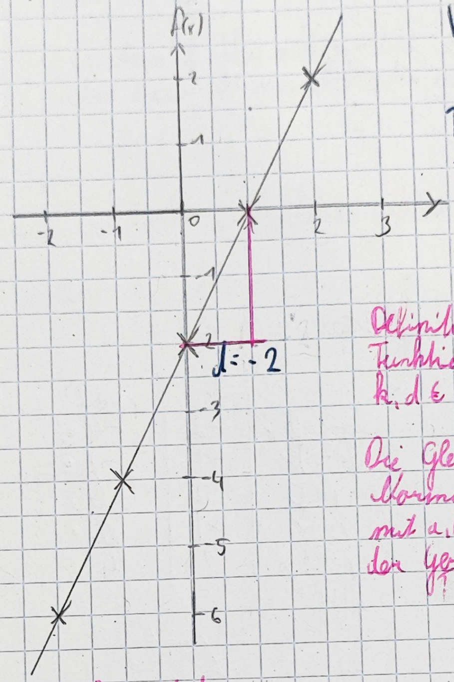
$D = \mathbb{R}$

$W = \mathbb{R} =]-\infty ; \infty[$

Wertetabelle:

x	f(x)
-2	-6
-1	-4
0	-2
1	0
2	2

Graph:



Funktionen dieser Form heißen Lineare Funktion oder auch Geradengleichung, da der Graph eine Gerade ist.

Definition: Eine Funktion F mit der Funktionsgleichung $y = f(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ heißt Lineare Funktion.

Die Gleichung $y = kx + d$ heißt Normalform und $ax + by + c = 0$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ heißt allgemeine Form der Geradengleichung bzw. der linearen Fkt.

6.3.1 Bedeutung der Parameter k und d

1) Wir lassen k konstant und variieren d
↳ Um eine Gerade zeichnen zu können benötigen wir nur 2 Punkte (2 Werte in der Werte-tabelle)

Bsp: $k = 2$ ... konstant
$d = -2, -1, 0, 1, 2$

$y = kx + d$	d	$x = -2$	$x = +2$
$y = 2x - 2$	-2	-6	2
$y = 2x - 1$	-1	-5	3
$y = 2x + 0$	0	-4	4
$y = 2x + 1$	1	-3	5
$y = 2x + 2$	2	-2	6

(Rückseite)

46. Schulübung am 21.9.21

Sophie Stöger

5.33a)

	x_1	x_2	x_3	x_4
x	3	5	8	x_4
y	11	y_2	71	83
	y_1	y_2	y_3	y_4

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \frac{71 - 11}{8 - 3} = \frac{60}{5} = 12$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_4 - y_1}{x_4 - x_1} = 12 \quad | \cdot (x_4 - x_1)$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 12 \quad | \cdot (x_2 - x_1) \quad | + y_1$

$83 - 11 = 12 \cdot (x_4 - 3)$
$72 = 12 \cdot (x_4 - 3) \quad | : 12$
$6 = x_4 - 3 \quad | + 3$
$\underline{x_4 = 9}$

$y_2 = 12 \cdot (x_2 - x_1) + y_1$
$y_2 = 12 \cdot (5 - 3) + 11$
$\underline{y_2 = 35}$

5.28a) $y = kx + d$ ... Normalform $| - kx \quad | - d$ $\quad d = 6 \quad k = \frac{-6}{8} = -\frac{3}{4}$

$\left.\begin{array}{l} y - kx - d = 0 \\ ax - by + c = 0 \end{array}\right\}$ allgemeine Form

$y = -\frac{3}{4} \cdot x + 6$ ... Normalform $| \cdot 4$
$4y = -3x + 24 \quad | -24 \quad | +3x$
$3x + 4y - 24 = 0$ ... allg. Form
oder
$3x + 4y = 24$

6.3.3 Parallele oder identische Geraden:

Sind die Gleichungen in Normalform gegeben ($y = kx + d$), dann sind die beiden Gleichungen identisch, wenn auch d übereinstimmt, sonst sind sie parallel (k gleich)

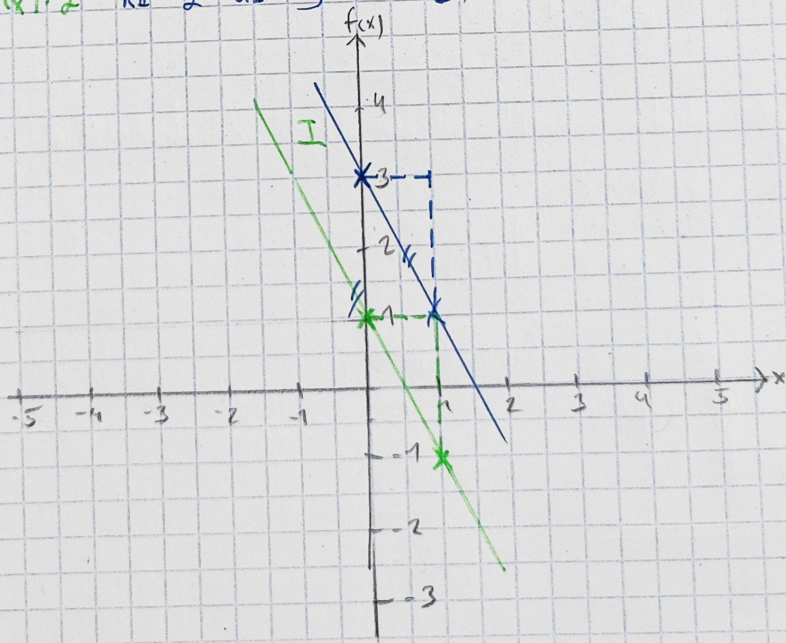
Ist die Gerade in allg. Form gegeben, so formt man sie in Normalform um.

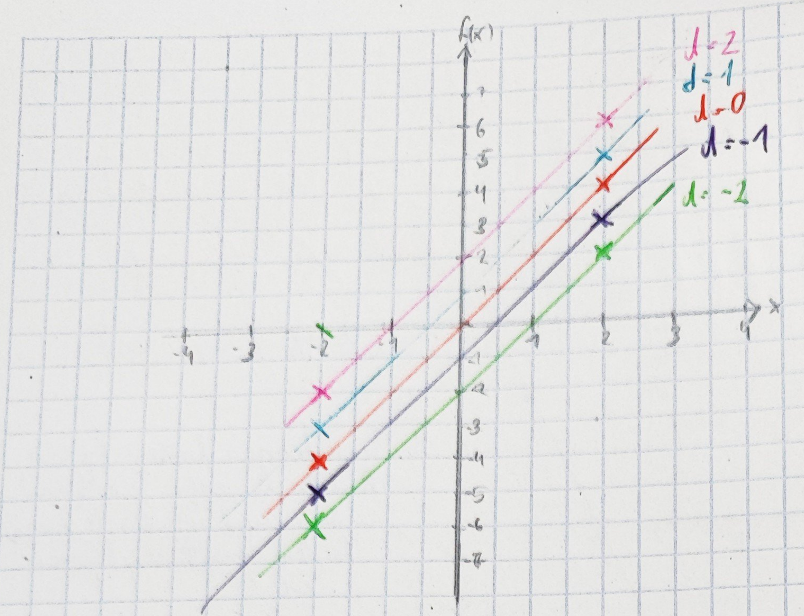
Beispiele

1) I $y = -2x + 1 \qquad k_I = -2 \quad d_I = +1$
II $4x + 2y = 6 \quad | -4x \quad | : 2 \qquad k_{II} = -2 \quad d_{II} = +3$
$y = -2x + 3$

$\left.\begin{array}{l} k_I = k_{II} \\ d_I \neq d_{II} \end{array}\right\}$ die Geraden sind parallel

I =
II =





Es gilt: a) d gibt die Verschiebung entlang der y-Achse an

b) Die einzelnen Geraden sind parallel

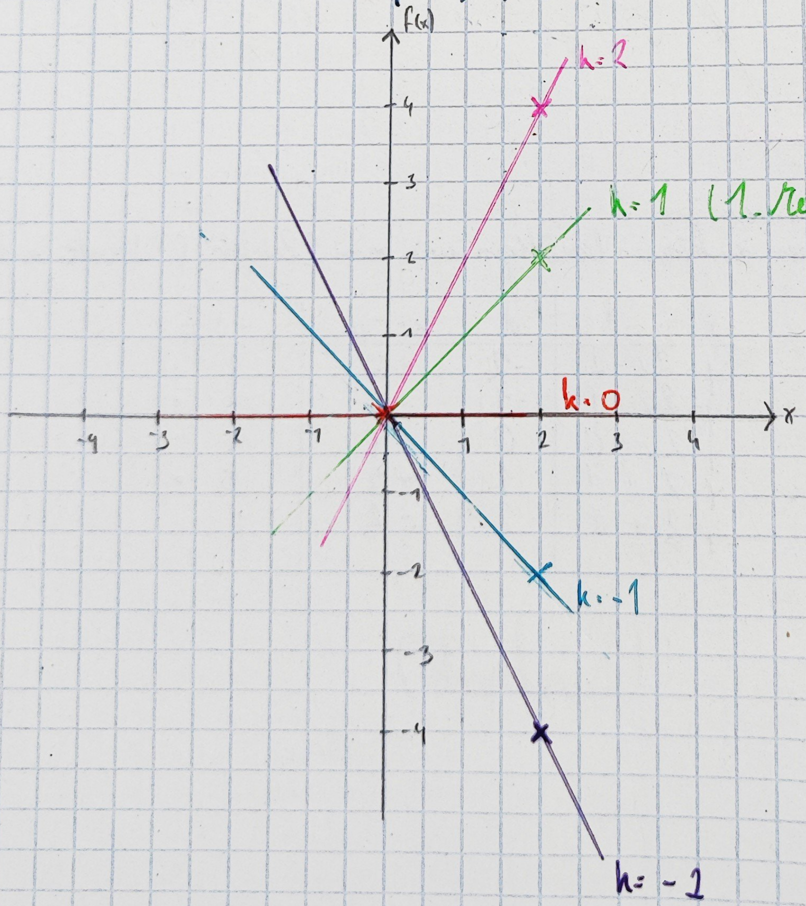
2) Wir lassen d konstant und variieren k

Bsp) $d = 0$
$k = -2, -1, 0, 1, 2$

$y = kx + d$	k	$x = +2$
$y = -2x$	-2	-4
$y = -(1)x$	-1	-2
$y = 0$	0	0
$y = x$	1	2
$y = 2x$	2	4

Es gilt: a) k ist ein Maß für die Steigung

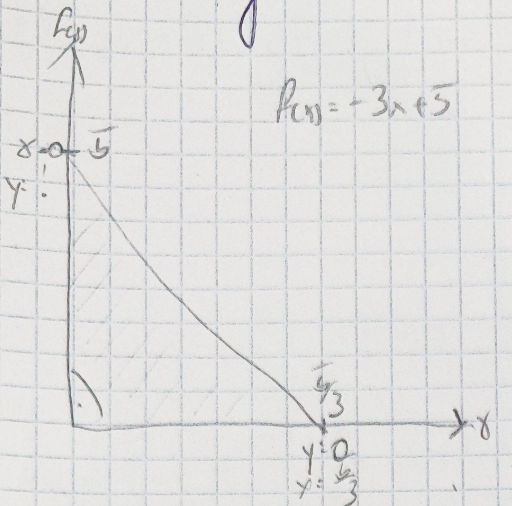
b) Monotonieverhalten von k abhängig



50. Schulübung am 5.5.2021

Sophie Stöger

M1K



$f(x) = -3x + 5$ $\quad 0 = -3x + 5 \quad |+3x \quad |:3$

$x = \frac{5}{3}$

$y = -3 \cdot 0 + 5$

$y = 5$

$A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{25}{6} = 4{,}1\dot{6}\ E^2$

Merke: Umkehrfunktion – grafisch: Spiegelung an der 1. Mediane $(y = x)$

Bsp 2) $f: y = x^2$ gesucht f^{-1} Graph

1) $x \Leftrightarrow$

2) $y = ?$

$x = y^2 \quad |\sqrt{\ }$

$y = \pm\sqrt{x}$

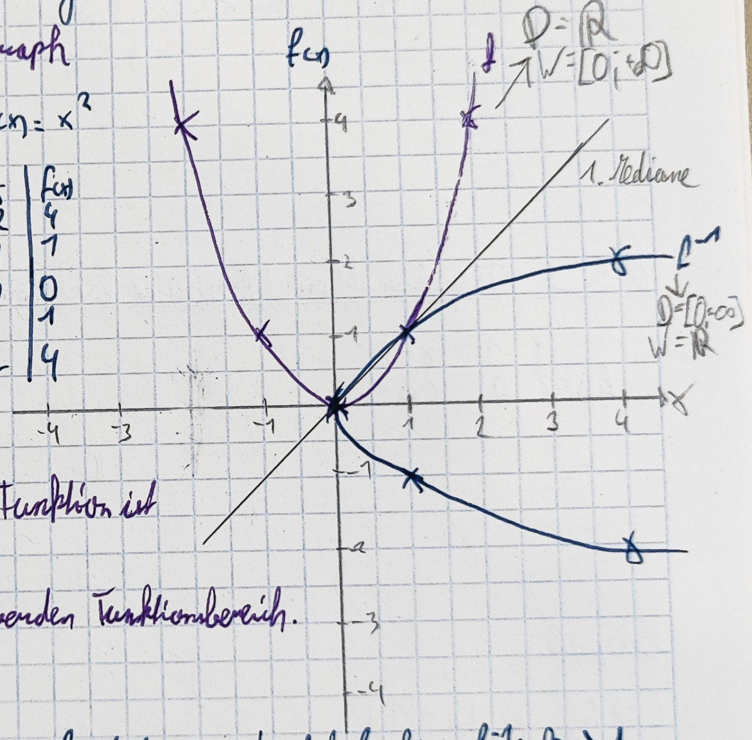
$f^{-1}: y = \pm\sqrt{x}$

$f(x) = x^2$

x	f(x)
-2	4
-1	1
0	0
1	1
2	4

$f(x) = \pm\sqrt{x}$

x	f(x)
0	0
1	±1
4	±2



⇒ Die Umkehrung dieser Funktion ist keine Funktion mehr

Merke: Bei der Umkehrung einer Funktion werden Funktionsbereich und Wertebereich getauscht

Definition:
- Eine bijektive Funktion $f: A \to B$ besitzt eine Umkehrfunktion $f^{-1}: B \to A$
- Die Funktion f und die Umkehrfunktion f^{-1} sind symmetrisch bzgl. der 1. Mediane $y = x$

6.5 Stückweise lineare Funktionen:

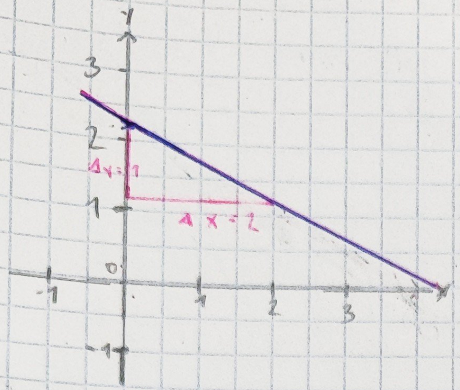
Von einer stückweisen linearen Funktion spricht man dann, wenn sich die Funktion aus verschiedenen linearen Funktionen zusammensetzt

6.5.1 Betragsfunktion:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 0 \\ -x & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

•) I) $2x + 4y = 9 \Rightarrow y = -\frac{2}{4}x + \frac{9}{4} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2{,}25$ $\cdot f_1$

II) $-x - 2y = -4{,}5 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{4{,}5}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2{,}25$



=> Die beiden Gleichungen sind identisch

$y = 0$

$0 = -\frac{1}{2}x + 2{,}25 \quad | + \frac{1}{2}x$

$\frac{1}{2}x = 2{,}25 \quad | \cdot 2$

$x = 4{,}5$

7.1.3 Lösbarkeit eines linearen GLS mit 2 Variablen:

Ein GLS mit 2 Variablen
- •) ist eindeutig lösbar, wenn die Steigungen der beiden Gleichungen ungleich sind → Schnittpunkt existiert
- •) besitzt keine Lösung, wenn die beiden Geraden parallel sind
- •) besitzt unendlich viele Lösungen, wenn die beiden Gleichungen identisch sind.

7.1.4 Eliminationsverfahren (Additionsverfahren):

•) I) $3x + 2y = 5 \quad | \cdot 5$

II) $4x - 5y = -1 \quad | \cdot 2$

I) $15x + 10y = 25$

II) $8x - 10y = -2$

$\oplus$ $23x = 23 \quad | : 23$

$x = 1$ → in I) einsetzen $3 \cdot 1 + 2y = 5 \quad | -3 \quad | : 2$

$y = 1$

$\Rightarrow L = \{(1/1)\}$

7.1.5 Gleichsetzungsverfahren:

I) $3x + 2y = 5 \Rightarrow$ I) $\frac{5-3x}{2}$

II) $4x + 5y = -1 \Rightarrow$ II) $\frac{-1-4x}{-5}$

I = II

$\frac{5-3x}{2} = \frac{-1-4x}{-5}$

$\frac{5-3x}{2} = \frac{1+4x}{5} \quad | \cdot 10$

$25 - 15x = 2 + 8x \quad | +15x \quad | -2$

$23 = 23x \quad | : 23$

$x = 1$

einsetzen

$\frac{5-3x}{2} = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

I.1.2 Grafisches Lösen eines linearen GLS

↳ Einführendes Beispiel

→ Die Gleichungen lassen sich in die Form $y = kx + d$ bringen → Geraden

→ Zeichnen

y-Achse 1cm ≙ 5h

x-Achse 1cm ≙ 1h

I) $4x + y = 38$ | $-4x$

$y = -4x + 38$

II) $y = x - 2$

f_1: $y = 0$

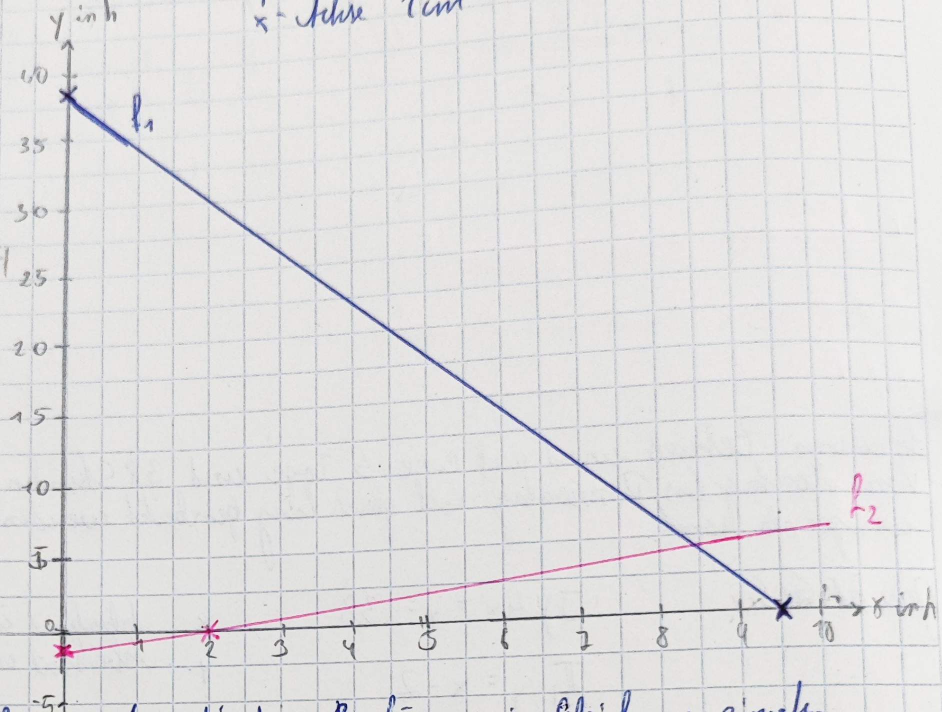
$0 = -4x + 38$ | -38 | $:4$

$x = 9{,}5$

f_2: $y = 0$

$0 = x - 2$ | $+2$

$x = 2$



→ rechnerische Überprüfung notwendig! z.B. Lösung in Gleichung einsetzen

→ Das GLS besitzt einen gemeinsamen Schnittpunkt ⇒ GLS ist eindeutig lösbar

•) I) $2x - 3y = 4$ ⇒ $y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$ f_1

II) $4x - 6y = 6$ ⇒ $y = \frac{4}{6}x - \frac{6}{6} = \frac{2}{3}x - 1$ f_2

Die Beiden Gleichungen sind parallel.