

26. SU am 13.1.2021

Sophie Stögen

4. Lineare Gleichungen und Ungleichungen

4.1 Lineare Gleichungen in einer Variable

4.1.1 Einführung:

Zur Bestimmung der Lösung von Gleichungen werden Äquivalenzumformungen durchgeführt. Darunter versteht man solche Umformungen, die die Lösungsmenge nicht verändern. Eine Äquivalenzumformung liegt vor, wenn man:

- beide Seiten vertauscht
- auf beiden Seiten der Gleichung den gleichen Term addiert oder subtrahiert
- beide Seiten der Gleichung mit dem gleichen Term multipliziert oder durch den gleichen Term dividiert. (den Term durch nicht 0 sein)

Beispiele zu Gleichungen:

3.31a) $7 \cdot (8a+1) - 3 \cdot (2a+3) = 5 \cdot (a+1) + 3 \cdot (2a+2)$ $D=\mathbb{R}$

$$56a+7-6a-9 = 5a+5+6a+6$$

$$50a-2 = 11a+11$$

$$39a = 13$$

$$a = \frac{13}{39}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$L = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

b) $12 \cdot (4x-7) - 11 \cdot (3x+5) = 9 \cdot (5x-6) - 10 \cdot (x+4)$ $D=\mathbb{R}$

$$48x-84-33x-55 = 45x-54-10x-40$$

$$15x-139 = 35x-94$$

$$-45 = 20x$$

$$20x = -45$$

$$x = -\frac{45}{20}$$

$$x = -\frac{9}{4}$$

$$L = \left\{ -\frac{9}{4} \right\}$$

3.35a) $3 \cdot (2x-1)^2 - 4 \cdot (x+2)^2 = 8 \cdot (x+1)^2 - 5 \cdot (4x-3)$ $D=\mathbb{R}$

$$3 \cdot (4x^2-4x+1) - 4 \cdot (x^2+4x+4) = 8 \cdot (x^2+2x+1) - 5 \cdot (4x-3)$$

$$12x^2-12x+3-4x^2-16x-16 = 8x^2+16x+8-20x+15$$

$$8x^2-28x-13 = 8x^2-4x+23$$

$$-36 = 24x$$

$$-\frac{36}{24} = x$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$L = \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$$

b) $2 \cdot (5x+1) \cdot (2x-2) - 3 \cdot (2x-1)^2 = (4x-1)^2 - 2 \cdot (2x-2)^2$ $D=\mathbb{R}$

$$2 \cdot (10x^2-8x-2) - 3 \cdot (4x^2-4x+1) = 16x^2-8x+1-2 \cdot (4x^2-8x+4)$$

$$20x^2-16x-4-12x^2+12x-3 = 16x^2-8x+1-8x^2+16x-8$$

$$8x^2-4x-7 = 8x^2+8x-7$$

$$0 = 20x$$

$$x = 0$$

$$L = \{0\}$$

3.156 $c = p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h$ 1.2 $\rho = ?$

$2c = 2p + \rho \cdot v^2 + 2 \cdot \rho \cdot g \cdot h$ 1+2p

$2(c-p) = \rho \cdot v^2 + 2 \rho g h$ 1 herausheben

$2(c-p) = \rho \cdot (v^2 + 2gh)$ 1: $(v^2 + 2gh)$

$\rho = \frac{2(c-p)}{v^2 + 2gh}$

3.176 $f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$

1) $f = \frac{F \cdot (20)^3}{48 \cdot E \cdot I}$ A: Das Ergebnis, aber f vernachlässicht sich

2) Wenn die Kraft F größer wird, so wird die Durchbiegung f größer.
Eine Vergrößerung des Trägheitsmoments I bewirkt eine Verkleinerung der Durchbiegung f.

3) $l = \overset{300\text{mm}}{3\text{m}}, t = \overset{0,3\text{mm}}{3\text{mm}}, E \cdot I = 8 \cdot 10^6 \text{ kNm}^2$ F:?

$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$ 1: $(E \cdot I \cdot 48)$

$F \cdot l^3 = f \cdot E \cdot I \cdot 48$ 1: l^3

$F = \frac{f \cdot E \cdot I \cdot 48}{l^3} = \frac{0,3 \cdot \text{mm} \cdot 8 \cdot 10^6 \cdot 10^3 \cdot \text{N} \cdot \text{mm}^4}{3^3 \cdot 10^6 \cdot \text{mm}^3} = \frac{8 \cdot 10^7 \cdot 8 \cdot 10^3}{3^3} \text{ N} = \frac{8}{9} \cdot 48 \cdot 10^3 \text{ N}$

$F = 42,6 \cdot 10^3 \text{ N}$ $F = 42,6 \text{ kN}$

3.184a

$A \cdot L = \frac{A \cdot R}{K-1} \cdot (T_1 - T_2)$ 1: $(K-1)$ $T_2 = ?$
 $A \cdot L \cdot (K-1) = A \cdot R \cdot T_1 - T_2$ 1: $(A \cdot R)$
 $\frac{A \cdot L \cdot (K-1)}{A \cdot R} = T_1 - T_2$ 1+T2
 $T_2 = \frac{L \cdot (K-1)}{R} + T_1$

b)
 $P = Q \cdot \frac{r_1(1-f_2) + f_1}{R - f_1 \cdot r_1}$ 1: $(R - f_1 \cdot r_1)$ $R = ?$
 $P \cdot (R - f_1 \cdot r_1) = Q \cdot [r_1 \cdot (1-f_2) + f_1]$
 $P \cdot R - P \cdot f_1 \cdot r_1 = Q \cdot [r_1 \cdot (1-f_2) + f_1]$ 1+P f1 r
 $P \cdot R = Q \cdot [r_1 \cdot (1-f_2) + f_1] + P \cdot f_1 \cdot r_1$ 1:P
 $R = \frac{Q \cdot [r_1 \cdot (1-f_2) + f_1] + P \cdot f_1 \cdot r_1}{P}$

3.192a

$T = \left(\frac{h_1}{v_1} + \frac{h_2}{v_2} \right) \cdot \frac{b}{s}$ 1.5 $h = ?$
 $T_2 = \left(\frac{h_1}{v_1} + \frac{h_2}{v_2} \right) \cdot \frac{b}{s}$ 1: $(h_1 \cdot v_1)$
 $T_2 \cdot s \cdot v_1 \cdot v_2 = (h_1 v_2 + h_2 v_1) \cdot b$ 1: $(h_2 v_1 \cdot v_2)$
 $T_2 \cdot v_1 \cdot v_2 = h_1 \cdot (v_2 + v_1) \cdot b$
 $h = \frac{T_2 \cdot s \cdot v_1 \cdot v_2}{(v_2 + v_1) \cdot b}$

b)
 $\left(1 + \frac{\lambda_1}{K_1} \right) \cdot B_1 = \left(1 + \frac{\lambda_2}{K_2} \right) \cdot B_2$ 1: $K_1 K_2$ $K_1 = ?$
 $\left(\frac{K_1 + \lambda_1}{K_1} \right) \cdot B_1 = \left(\frac{K_2 + \lambda_2}{K_2} \right) \cdot B_2$
 $(K_1 + \lambda_1) \cdot B_1 \cdot K_2 = (K_2 + \lambda_2) \cdot K_1 \cdot B_2$ 1: $K_1 \cdot B_1 \cdot K_2$
 $K_1 \cdot B_1 \cdot K_2 + \lambda_1 \cdot B_1 \cdot K_2 = (K_2 + \lambda_2) \cdot K_1 \cdot B_2$
 $\lambda_1 \cdot B_1 \cdot K_2 = (K_2 + \lambda_2) \cdot B_2 \cdot K_1 - K_1 \cdot B_1 \cdot K_2$
 $\lambda_1 \cdot B_1 \cdot K_2 = K_1 \cdot [(K_2 + \lambda_2) \cdot B_2 - B_1 \cdot K_2]$ 1: $[]$
 $K_1 = \frac{\lambda_1 \cdot B_1 \cdot K_2}{(K_2 + \lambda_2) \cdot B_2 - B_1 \cdot K_2}$