35. Schulübung am 24. Februar

Sophie Stöger

3.267)

	Volumen in L	Anteil der Abtönfarbe	Abtönfarbe in Litern
Kalkfarbe gesamt:	120	0,3%	$120 \cdot 0{,}003 = 0{,}36$
Kalkfarbe 1:	45	0,5%	$45 \cdot 0{,}005 = 0{,}225$
Kalkfarbe 2:	75	x %	$75 \cdot \frac{x}{100} = 0{,}75x = 0{,}135$

$$0{,}75x + 0{,}225 = 0{,}36 \quad | -0{,}225 \quad | :0{,}75$$
$$x = \frac{0{,}36 - 0{,}225}{0{,}75}$$
$$x = 0{,}18$$

reine Kalkfarbe $= 75\,l - 0{,}135\,l$
$= \underline{\underline{74{,}865\,l}}$

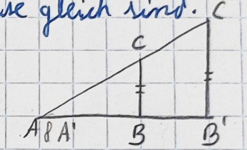
A: Es werden 74,865 Liter reine Kalkfarbe benötigt und 0,135 Liter der Abtönfarbe

5.2 Trigonometrische Funktionen: spitzer Winkel

Def: •) Zwei ebene Figuren sind kongruent (Deckungsgleich), wenn sie in Größe und Gestalt übereinstimmen

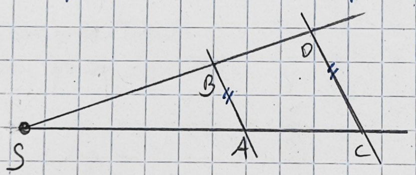
•) Dreiecke oder beliebige ebene Figuren, die sich aus Dreiecken zusammensetzen lassen heißen ähnlich, wenn sie in ihren entsprechenden Winkel paarweise gleich sind.

Schreibweise $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$



1. Strahlensatz:

Werden 2 von einem Punkt ausgehenden Strahlen von zwei parallelen Geraden geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf dem einem Strahl wie die entsprechenden Abschnitte auf dem anderen Strahl.

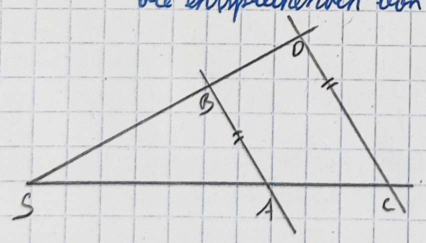


Es gilt: $SA : SC = SB : SD$

$SA : AC = SB : BD$

2. Strahlensatz:

Die zwischen den Strahlen liegenden parallelabschnitte verhalten sich wie die entsprechenden von S gemessenen Abschnitte eines Strahls.

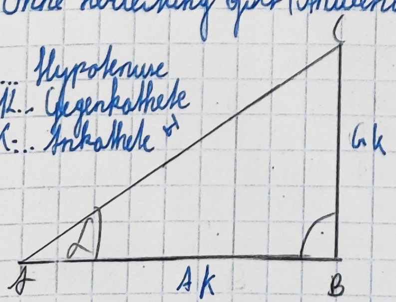


Es gilt: $AB : CD = SA : SC$

$SB : BA = SD : DC$

Ohne Herleitung gilt (Anwendung der Strahlensätze):

H... Hypotenuse
GK... Gegenkathete
AK... Ankathete



$\sin(\alpha) = \frac{GK}{H}$ ... Sinus von Alpha

$\cos(\alpha) = \frac{AK}{H}$ ... Cosinus von Alpha

$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{GK}{AK}$ ... Tangens von Alpha

$\cot(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = \frac{AK}{GK}$ ... Cotangens von Alpha

36. Schulübung am 1.3.2021

Umgang mit dem Taschenrechner

DEG = Degree (360°) ... Gradmaß

RAD = Radiant (2π) ... Bogenmaß

GRAD = Neugrad (400 Teile)

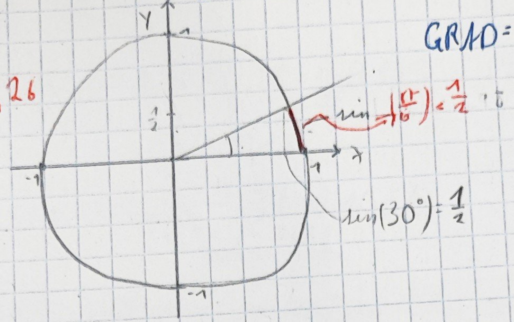
1) Winkel gegeben → Funktionswert gesucht

a) $\sin(30°) = \frac{1}{2}$

b) $\cos(52°) = 0{,}62$

c) $\tan(73{,}8°) = 3{,}44$

d) $\cot(23{,}9) = \frac{1}{\tan(23{,}9)} = 2{,}26$



Merke: Berechnung des Winkels aus dem Seitenverhältnis mit Hilfe der Umkehrfunktionen → Arcusfunktionen

- $\sin(\alpha) = x$ / arcsin
  $\alpha = \arcsin(x)$ $\quad \alpha = \arcsin\left(\frac{GK}{H}\right) = \arcsin(x)$ ... Arcussinusfunktion
- $\alpha = \arccos(x)$ ... Arcuscosinusfunktion
- $\alpha = \arctan(x)$ ... Arcustangensfunktion

($\sin^{-1}$) ↑ Tasten am TR für sin

($\cos^{-1}$) ↑ Tasten am TR für cos

($\tan^{-1}$) ↑ Tasten am TR für tan

2) Funktionswert gegeben → Winkel gesucht

a) $\sin(\alpha) = 0{,}38$ → $\sin(\alpha) = 0{,}38$ / arcsin
$\alpha = \arcsin(0{,}38)$
$\underline{\underline{\alpha = 22{,}33°}}$ (0,38 in RAD)

b) $\cos(\alpha) = 0{,}86$ $\quad \alpha = 30{,}68°$

c) $\tan(\alpha) = 0{,}53$ $\quad \alpha = 27{,}92°$

d) $\cot(\alpha) = 2{,}41$ $\quad \alpha = 22{,}54°$

7.9 a) $\sin(22°) = 0{,}37$ $\quad$ b) $\tan(82{,}3°) = 7{,}54$ $\quad$ c) $\cos(0{,}0002°) = 1$

d) $\tan(45°) = 1$

Merke: Winkel in Grad, Minute und Sekunde

$$\alpha = 30°\,30'\,36'' = \left(30 + \frac{30}{60} + \frac{36}{3600}\right)° = \left(30 + \frac{1}{2} + \frac{1}{100}\right)° = 30{,}51°$$

7.10 a) $\sin(39°\,12'\,23'') = \sin\left(\left(39 + \frac{12}{60} + \frac{23}{3600}\right)°\right)$
$\sin(39{,}21) = \underline{\underline{0{,}63}}$

b) $\tan(79°\,29'\,1'') = \tan\left(\left(79 + \frac{29}{60} + \frac{1}{3600}\right)°\right) = \tan(79{,}48) = \underline{\underline{5{,}39}}$

c) $\sin(33°\,21'') = \sin\left(\left(33 + \frac{21}{3600}\right)°\right) = \sin(33{,}01) = \underline{\underline{0{,}54}}$

7.11 d) $\sin(0{,}436) = \underline{\underline{0{,}422}}$ $\quad$ e) $\tan(1{,}309) = \underline{\underline{3{,}73}}$ $\quad$ TR → RAD

7.12 d) $\cos(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad$ e) $\tan(\varphi) = 1$ $\quad$ f) $\tan(\alpha) = \frac{1}{3}$ $\quad$ TR → DEG

$\underline{\underline{\varepsilon = 45°}}$ $\quad$ $\underline{\underline{\varphi = 45°}}$ $\quad$ $\underline{\underline{\alpha = 18{,}43°}}$

38. SÜ vom 8. März

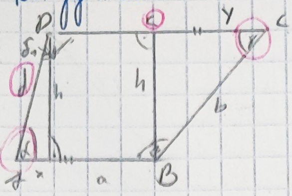
Sophie Stöger

·) Bsp von letztes SÜ fertiggemacht

7.28 b)

$d = 312\,m$ Trapez
$c = 244\,m$
$\alpha = 72{,}5°$
$\gamma = 61{,}2°$

$a, b, h, \beta, \delta, A$



$\sin(\alpha) = \frac{h}{d}$ | $\cdot d$
$h = \sin(\alpha) \cdot d$
$h = 297{,}56\,m$

$\cos(\alpha_1) = \frac{x}{d}$ | $\cdot d$
$x = \cos(\alpha) \cdot d$
$x = 93{,}82\,m$

$\sin(\delta_1) = \frac{x}{d}$ | arcsin
$\delta_1 = \arcsin(\frac{x}{d})$
$\delta_1 = 17{,}5°$

$\delta = 90° + \delta_1 = 107{,}5°$

$\sin(\gamma) = \frac{h}{b}$ | $\cdot b$ | $: \sin(\gamma)$
$b = \frac{h}{\sin(\gamma)}$
$b = 339{,}56\,m$

$\beta_1 = 90° - \gamma = 28{,}8°$
$\beta = 90° + \beta_1 = 118{,}8°$

$A = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$
$A = 62225{,}00\,m^2$

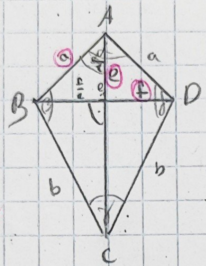
$y = \sqrt{b^2 - h^2}$
$y = 163{,}58\,m$

$a = x + (c - y)$
$a = 174{,}24\,m$

7.26 d) Deltoid

$a = 2{,}5\,m$
$e = 2{,}7\,m$
$f = 3{,}4\,m$

$b, \alpha, \beta, \gamma, \delta$



$e_1 = \sqrt{a^2 - (\frac{f}{2})^2}$
$e_1 = 1{,}83\,m$ A

$e_2 = e - e_1 = 0{,}87\,m$ B

$\beta_1 = 90° - \frac{\alpha}{2} = 47{,}15$

$\beta_2 = 90° - \frac{\gamma}{2} = 27{,}02°$

$\beta = \beta_1 + \beta_2 = 74{,}18° = \delta$

$\sin(\frac{\alpha}{2}) = \frac{\frac{f}{2}}{a}$ | arcsin | $\cdot 2$
$\frac{\alpha}{2} = \arcsin(\frac{f}{2a})$
$\alpha = 85{,}68°$

$b = \sqrt{(\frac{f}{2})^2 + e_2^2}$
$b = 1{,}91\,m$ C

$\sin(\frac{\gamma}{2}) = \frac{\frac{f}{2}}{b}$ | arcsin | $\cdot 2$
$\gamma = \arcsin(\frac{f}{2b}) \cdot 2$
$\gamma = 125{,}96°$ D

5.4. Praktische Anwendungen:

Einige notwendige Begriffe des Vermessungswesens:

Horizontalebene: Alle Punkte der Horizontalebene haben die selbe Seehöhe.

Vertikalebene: Jene Ebene, die auf der Horizontalebene senkrecht steht.

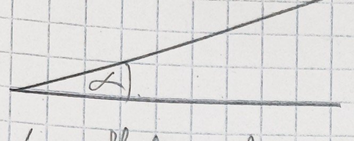
Die Winkelmessung erfolgt mit Hilfe sogenannten Theodoliten.
Mit deren Hilfe können sowohl Vertikal, als auch Horizontal gemessen werden.

39. SÜ am 10.3.2021

Sophie Stögen

Höhenwinkel:

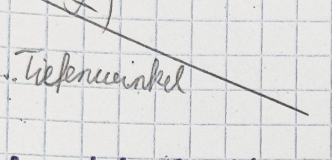
Wird von einem festen Punkt in einer Horizontalebene ein "höher liegender" Punkt anvisiert, so heißt der sich ergebene Winkel Höhenwinkel



α ... Höhenwinkel

Tiefenwinkel:

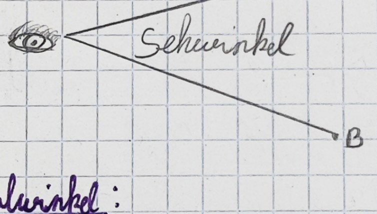
— " —
— " — "tiefer liegenden" — " —
— " — Tiefenwinkel.



α . Tiefenwinkel

Sehwinkel: (Gesichtswinkel, Gesichtsfeld)

Der Sehwinkel ist jener Winkel, unter dem man eine Strecke $\overline{AB}$ von einem festen Punkt aus sieht



Horizontal- und Vertikalwinkel:

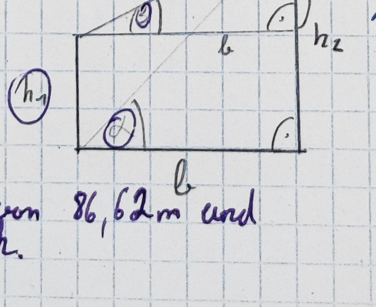
Wird ein Winkel in horizontalen/vertikalen Richtung gemessen, so bezeichnet man ihn als Horizontalwinkel/Vertikalwinkel.

Die beiden Schenkel des Winkels liegen also in der horizontalen/vertikalen Ebene.

Beispiele:

An Beiden Seiten eine Flusses stehen zwei verschieden hohe Türme. Vom Fußpunkt und der Spitze des kleineren Turmes, dessen Höhe $h_1 = 15,4$ m beträgt, mißt man zur Spitze des höheren Turmes die Höhenwinkel $\alpha = 18,12°$ und $\beta = 8,5°$. Berechnen Sie die Höhe des größeren Turmes und die Flussbreite.

Skizze



gegeben: $h_1 = 15,4$ m
$\alpha = 18,12°$
$\beta = 8,5°$

gesucht: $h_2 = ?$
$b = ?$

$\tan(\alpha) = \frac{h_2}{b} \Rightarrow b = \frac{h_2}{\tan(\alpha)} = \underline{\underline{86,62\text{ m}}}$

$\tan(\beta) = \frac{h_2 - h_1}{b} \Rightarrow b = \frac{h_2 - h_1}{\tan(\beta)}$

$b = b$

$\frac{h_2}{\tan(\alpha)} = \frac{h_2 - h_1}{\tan(\beta)} \quad | \cdot \tan(\alpha) \,|\cdot \tan(\beta)$

$h_2 \cdot \tan(\beta) = (h_2 - h_1) \cdot \tan(\alpha)$

$h_2 \cdot \tan(\beta) = h_2 \cdot \tan(\alpha) - h_1 \cdot \tan(\alpha) \quad | - h_2 \cdot \tan(\alpha)$

$h_2 \cdot (\tan(\beta) - \tan(\alpha)) = -h_1 \cdot \tan(\alpha) \quad | : ()$

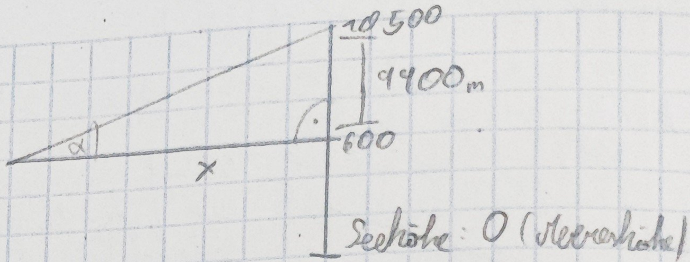
$h_2 = -\frac{h_1 \cdot \tan(\alpha)}{\tan(\beta) - \tan(\alpha)}$

$h_2 = \underline{\underline{28,35\text{ m}}}$

A: Der Fluss hat eine Breite von 86,62 m und der Turm ist 28,35 m hoch.

7.105 gegeben: $\alpha = 6°$
Seehöhe: 600 m
Reiseflughöhe: 10500 m

gesucht: x ?



$\tan(\alpha) = \frac{9900}{x}$ $\quad | \cdot x \quad | : \tan(\alpha)$

$x = \frac{9900}{\tan(\alpha)}$

$x = 94192{,}21\ m$

A: In einer Entfernung von 94 km.