

# 65. Schularbeit am 8.4.2022

Sophie Stöger

## 5. Vektorrechnungen

### 5.1 Wiederholung der Vektorrechnung in den Ebene

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad \vec{AB} = B - A$$

Spitze - Schafft

Betrag:  $|\vec{a}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Einheitsvektor  $\vec{a}_0 = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$   $|\vec{a}_0| = 1$

Mittelpunkt:  $M = A + \frac{1}{2} \vec{AB} = \frac{1}{2}(A + B)$

Schwerpunkt Dreik.:  $S = \frac{1}{3}(A + B + C)$

### 5.2 das Skalarprodukt zweier Vektoren

#### 5.2.1 der Normalvektor

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \quad \vec{n}_L = \begin{pmatrix} b \\ -a \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_R = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$$

#### 5.2.2 Skalares Produkt

Definition: Das Skalarprodukt zweier Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  ist gegeben durch

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\alpha)$$

$\alpha$ : Winkel den die beiden Vektoren einschließen

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$

#### Orthogonalitätskriterium

2 Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}$  sind genau dann orthogonal wenn das Skalarprodukt gleich 0 ist, also:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

#### 5.2.3 Parallelitätskriterium

$$\vec{a} = v \vec{b}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} & 2 = \sqrt{6} \Leftrightarrow v = \frac{1}{\sqrt{6}} \\ \vec{b} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} & 4 = \sqrt{9} \Leftrightarrow v = \frac{4}{\sqrt{9}} \Rightarrow \vec{a} \parallel \vec{b} \end{aligned}$$

# 70. Schulübung am 3.5.2022

Sophie Stöger

## 5.4 Vektoren im Raum

$$a \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

Kein ne oder ne weil es unendlich viele Normalvektoren gibt

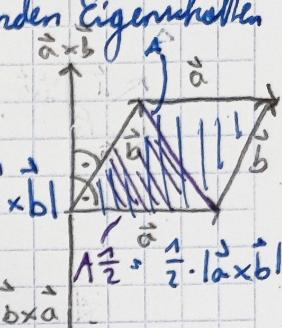
## 5.5 das Vektorprodukt

Das vektorielle Produkt  $\vec{a} \times \vec{b}$  ist ein Vektor mit folgenden Eigenschaften

1.  $\vec{a} \times \vec{b}$  steht sowohl auf  $\vec{a}$  als auch auf  $\vec{b}$  normal

2. Der Betrag von  $\vec{a} \times \vec{b}$  ist der Flächeninhalt ist der von den Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  aufgespannte Parallelogramm  $A = |\vec{a} \times \vec{b}|$

3.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}$  bildet ein Rechtssystem  $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$



2 Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  sind kollinear genau dann, wenn  $\vec{a} \times \vec{b} = 0$

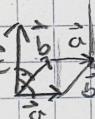
Vektorprodukt von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$$

gerade

Volumen Parallelepiped

$$V = |\vec{c} (\vec{a} \times \vec{b})|$$



Volumen Pyramide

$$V = \frac{1}{3} \cdot |\vec{c} (\vec{a} \times \vec{b})|$$

Volumen Tetraeder

$$V = \frac{1}{6} \cdot |\vec{c} (\vec{a} \times \vec{b})|$$

Schulübung am 15.6.22

## 4.5 Logarithmische Skalierung

Sophie St.

Möchte man sehr kleine und sehr große Werte auf einer gemeinsamen Skala grafisch veranschaulichen, so ist das mit einem linearen Maßstab oft nicht möglich. Dann kann dann eine Skala verwenden, bei der gleiche Abstände nicht gleichem additivem Zuwachs bei den Wurzelausdrücken entsprechen.

z.B. lineare Skalen:

1 kg ... 1 cm von 0 entfernt  
4 kg ... 4 cm von 0 entfernt

Die Entfernung eines Werts zum Ursprung der Skala ist proportional zur Größe des Werts.

logarithmische Skala

Zu Beginn der Skala:  $1 = 10^0$

$10^1$  kg ... 1 cm von 1 kg entfernt, da  $\log(10) = 1$

$10^2$  kg ... 4 cm von 1 kg entfernt, da  $\log(10^2) = 2$

$10^3$  kg ... 9 cm von 1 kg entfernt, da  $\log(10^3) = 3$

$10^4$  kg ... 14 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^4) = 4$$

$10^5$  kg ... 19 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^5) = 5$$

$10^6$  kg ... 24 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^6) = 6$$

$10^7$  kg ... 29 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^7) = 7$$

$10^8$  kg ... 34 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^8) = 8$$

$10^9$  kg ... 39 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^9) = 9$$

$10^{10}$  kg ... 44 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{10}) = 10$$

$10^{11}$  kg ... 49 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{11}) = 11$$

$10^{12}$  kg ... 54 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{12}) = 12$$

$10^{13}$  kg ... 59 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{13}) = 13$$

$10^{14}$  kg ... 64 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{14}) = 14$$

$10^{15}$  kg ... 69 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{15}) = 15$$

$10^{16}$  kg ... 74 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{16}) = 16$$

$10^{17}$  kg ... 79 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{17}) = 17$$

$10^{18}$  kg ... 84 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{18}) = 18$$

$10^{19}$  kg ... 89 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{19}) = 19$$

$10^{20}$  kg ... 94 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{20}) = 20$$

$10^{21}$  kg ... 99 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{21}) = 21$$

$10^{22}$  kg ... 104 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{22}) = 22$$

$10^{23}$  kg ... 109 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{23}) = 23$$

$10^{24}$  kg ... 114 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{24}) = 24$$

$10^{25}$  kg ... 119 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{25}) = 25$$

$10^{26}$  kg ... 124 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{26}) = 26$$

$10^{27}$  kg ... 129 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{27}) = 27$$

$10^{28}$  kg ... 134 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{28}) = 28$$

$10^{29}$  kg ... 139 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{29}) = 29$$

$10^{30}$  kg ... 144 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{30}) = 30$$

$10^{31}$  kg ... 149 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{31}) = 31$$

$10^{32}$  kg ... 154 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{32}) = 32$$

$10^{33}$  kg ... 159 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{33}) = 33$$

$10^{34}$  kg ... 164 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{34}) = 34$$

$10^{35}$  kg ... 169 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{35}) = 35$$

$10^{36}$  kg ... 174 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{36}) = 36$$

$10^{37}$  kg ... 179 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{37}) = 37$$

$10^{38}$  kg ... 184 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{38}) = 38$$

$10^{39}$  kg ... 189 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{39}) = 39$$

$10^{40}$  kg ... 194 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{40}) = 40$$

$10^{41}$  kg ... 199 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{41}) = 41$$

$10^{42}$  kg ... 204 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{42}) = 42$$

$10^{43}$  kg ... 209 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{43}) = 43$$

$10^{44}$  kg ... 214 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{44}) = 44$$

$10^{45}$  kg ... 219 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{45}) = 45$$

$10^{46}$  kg ... 224 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{46}) = 46$$

$10^{47}$  kg ... 229 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{47}) = 47$$

$10^{48}$  kg ... 234 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{48}) = 48$$

$10^{49}$  kg ... 239 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{49}) = 49$$

$10^{50}$  kg ... 244 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{50}) = 50$$

$10^{51}$  kg ... 249 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{51}) = 51$$

$10^{52}$  kg ... 254 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{52}) = 52$$

$10^{53}$  kg ... 259 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{53}) = 53$$

$10^{54}$  kg ... 264 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{54}) = 54$$

$10^{55}$  kg ... 269 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{55}) = 55$$

$10^{56}$  kg ... 274 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{56}) = 56$$

$10^{57}$  kg ... 279 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{57}) = 57$$

$10^{58}$  kg ... 284 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{58}) = 58$$

$10^{59}$  kg ... 289 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{59}) = 59$$

$10^{60}$  kg ... 294 cm von 1 kg entfernt, da

$$\log(10^{60}) = 60$$

Werden auf einer Skala von einem Ursprung ausgehend die Funktionswerte einer Funktion  $y = f(x)$  markiert und mit den  $x$ -Werten beschriftet, so erhält man eine **Funktionslinie**. Eine logarithmische Funktionslinie ist eine Skala, bei der vom Ursprung ausgehenden die Logarithmen der Werte aufgetragen werden. Gleiche Abstände auf der Skala entsprechen dann gleiche Änderungsfaktoren. Da der Logarithmus von 0 nicht definiert ist, kann der Ursprung einer solchen Skala nie 0 sein.

ist die senkrechte Achse eine logarithmische Skala und die waagrechte Achse eine lineare Skala, spricht man von einem **ordinatenlogarithmischen Koordinatensystem**. Zur Unterscheidung wird die y-Achse mit dem Großbuchstaben Y bezeichnet.

Auf der x-Achse trägt die tatsächlichen x-Werte als Abstände ein, auf der Y-Achse jedoch deren Logarithmen

$$Y = E \cdot \log(y)$$

E - Zeicheneinheit

$$\Rightarrow Y = k \cdot x + d \quad | :E \quad Y = k \cdot \log(y) + d \quad | : \log(y) \quad Y = \frac{k}{E} \cdot x + \frac{d}{E}$$

$$y = 10^{\frac{k}{E} \cdot x + \frac{d}{E}} = (10^{\frac{k}{E}})^x \cdot 10^{\frac{d}{E}} = a \cdot e^x$$

Da k und E Konstanten sind, ist auch  $10^{\frac{k}{E}}$  eine Konstante, die wir mit a bezeichnen, ebenso ist  $10^{\frac{d}{E}}$  eine Konstante c. Die Funktion, deren Darstellung in einem ordinatenlogarithmischen Koordinatensystem eine **gerade** ist, ist daher eine **Exponentialfunktion**.

In einem abziilverlogarithmischen Koordinatensystem ist die waagrechte Achse logarithmisch skaliert, die senkrechte Achse linear. Die Darstellung jeder logarithmischen Funktion ist hier eine Gerade.

Sind beide Achsen eines Koordinatensystems logarithmisch skaliert, so spricht man von einem doppellogarithmischen Koordinatensystem. Zeichnet man zum Beispiel die Potenzfunktion  $y = 0,1 \cdot x^5$  so erkennt sie hier als Gerade.

Da  $\log(y) = \log(a \cdot x^n) = \log(a) + n \cdot \log(x)$  ist, erkennt jede Potenzfunktion  $y = a \cdot x^n$  als Gerade  $y = \log(a) + n \cdot X$ .