

Ejercicios de la clase práctica

Algoritmos y Estructuras de Datos II, DC, UBA.

Primer cuatrimestre 2020

1. Bandas musicales

Se desarrolló un sistema para clasificar **bandas de música** en distintos **géneros** a partir de la formación de la banda. Cada género está identificado por un nombre y está asociado a un conjunto de **instrumentos musicales**. Por ejemplo, se podría tener el género *low rock* asociado con los siguientes instrumentos: saxofón, bajo eléctrico, batería. En ese caso las bandas de *low rock* son aquellas cuya formación es $\{\text{saxofón, bajo eléctrico, batería}\}$. No debería haber dos géneros distintos asociados al mismo conjunto de instrumentos porque en ese caso los músicos empiezan una discusión sin fin sobre cuál es el género que verdaderamente corresponde a *The Beatles*. Por otro lado cada banda tiene un conjunto de instrumentos que corresponde a un único género (el género de una banda se podría obtener mediante otra operación). El problema se modela formalmente con el siguiente TAD (incompleto).

TADs GÉNERO, INSTRUMENTO son STRING

TADs BANDA son NAT

TAD CLASIFICADORDEBANDAS

géneros	clasificador
1.0	1.0
0.9	0.9
0.8	0.8
0.7	0.7
0.6	0.6
0.5	0.5
0.4	0.4
0.3	0.3
0.2	0.2
0.1	0.1
0.0	0.0

observadores básicos

$$\text{génerosMusicales} : \text{clasificador} \longrightarrow \text{conj}(\text{género})$$
$$\text{instrumentosDelGénero} : \text{clasificador } c \times \text{género } g \times \text{instrumento } i \longrightarrow \text{bool}$$
$$\{g \in \text{génerosMusicales}(c)\}$$
$$\text{bandas} : \text{clasificador} \longrightarrow \text{conj}(\text{banda})$$
$$\text{instrumentosPorBanda} : \text{clasificador } c \times \text{banda } b \longrightarrow \text{conj}(\text{instrumento})$$
$$\{b \in \text{bandas}(c)\}$$

generadores

...

Fin TAD

Un clasificador de bandas se representa con la siguiente estructura:

CLASIFICADOR se representa con estr

donde estr es tupla $\langle \text{géneros: conj}(\text{género}),$

instrumentosPorGénero: `dicc(género, conj(instrumento))`,

bandas: conj(*banda*).

```
infoBanda: dicc(banda, {género, conj(instrumento)}) )
```

En esta estructura:

- *géneros* indica el conjunto de géneros musicales.
- *instrumentosPorGénero* indica para cada género el conjunto de instrumentos musicales que le corresponde.
- *bandas* indica el conjunto de bandas del sistema.
- *infoBanda* indica el género de cada banda y los integrantes de cada banda. Aquí sólo se almacenan bandas que estén *bien formadas*, es decir bandas cuyo *género* se corresponde con su formación.

Teniendo en cuenta lo descripto arriba se pide:

- Escribir en castellano el invariante de representación.
- Escribir formalmente el invariante de representación.
- Escribir formalmente la función de abstracción.

Solución:

1. Las claves de instrumentosPorGénero deben ser las mismas que el conjunto géneros
2. El conjunto de instrumentos de cada género deben ser distintos (no importa si alguno es vacío)
3. Las claves de infoBanda deben ser las mismas que el conjunto bandas
4. Por cada banda, el primer componente debe ser un género válido y el conjunto de instrumentos tiene que ser el que corresponda

Invariante de representación

$\text{Rep} : \widehat{\text{estr}} \rightarrow \text{boolean}$

$$\begin{aligned}
 \text{Rep}(e) \equiv \text{true} \iff & \\
 & e.\text{géneros} = \text{claves}(e.\text{instrumentosPorGénero}) \wedge \\
 & (\forall g1, g2 : \text{Género})(g1 \neq g2 \wedge \{g1, g2\} \subseteq e.\text{géneros} \Rightarrow_L \\
 & \text{obtener}(e.\text{instrumentosPorGénero}, g1) \neq \text{obtener}(e.\text{instrumentosPorGénero}, g2)) \wedge \\
 & e.\text{bandas} = \text{claves}(e.\text{infoBanda}) \wedge \\
 & (\forall b : \text{Banda})(b \in e.\text{bandas} \Rightarrow_L \pi_0(\text{obtener}(e.\text{infoBanda}, b)) \in e.\text{géneros} \wedge \\
 & \pi_1(\text{obtener}(e.\text{infoBanda}, b)) = \text{obtener}(e.\text{instrumentosPorGénero}, \pi_0(\text{obtener}(e.\text{infoBanda}, b))))
 \end{aligned}$$

Función de abstracción

$\text{Abs} : \widehat{\text{estr}} \rightarrow \text{ClasificadorDeBandas} \quad \{\text{Rep}(e)\}$

$$\begin{aligned}
 (\forall e : \widehat{\text{estr}}) \text{ Abs}(e) =_{\text{obs}} d : \text{ClasificadorDeBandas} \mid & \\
 & e.\text{géneros} = \text{géneros}(d) \wedge_L \\
 & (\forall g : \text{Género}, \forall i : \text{Instrumento})(g \in e.\text{géneros} \wedge i \in \text{obtener}(e.\text{instrumentosPorGénero}, g) \Rightarrow_L \\
 & \text{instrumentosDelGénero}(d, g, i) = \text{True}) \wedge_L \\
 & e.\text{bandas} = \text{bandas}(d) \wedge_L \\
 & (\forall b : \text{Banda})(b \in e.\text{bandas} \Rightarrow_L \text{instrumentosPorBanda}(d, b) = \Pi_1(\text{obtener}(e.\text{infoBanda}, b)))
 \end{aligned}$$

2. Técnicos a Domicilio

Técnicos a Domicilio (TaD), provee servicio técnico para hogares y empresas. Cuenta con un grupo de técnicos y tiene una estrategia de trabajo algo particular. Cuando alguien solicita un técnico, si alguno de sus técnicos se encuentra en la empresa, se lo envía inmediatamente al domicilio de la persona. En caso de no haber técnicos disponibles, el pedido queda *pendiente* a la espera de que algún técnico se desocupe. Cuando un técnico termina de resolver un problema, si hay pedidos *pendientes*, la central le asigna al técnico el pedido pendiente más cercano al domicilio en el que éste se encuentra y el técnico se dirige automáticamente hacia allí. Por el contrario, de no haber trabajos pendientes, el técnico regresa a la central y queda disponible para futuros trabajos. Dada una dirección, el TAD especificado permite saber quiénes fueron los técnicos que la visitaron la mayor cantidad de veces (aun si todavía se encuentran en la misma). El siguiente TAD modela la empresa *TaD* (aunque se omiten las axiomatizaciones).

TAD técnico es nat

TAD TAD

géneros tad

observadores básicos

libres : tad \rightarrow conj(técnico)

ocupados : tad \rightarrow conj(técnico)

ubicación : tad $s \times$ técnico $t \rightarrow$ dirección

$\{ t \in \text{ocupados}(s) \}$

pendientes : tad \rightarrow secu(dirección)

visitas : tad $s \times$ técnico $t \times$ dirección $d \rightarrow$ nat

$\{ t \in \text{ocupados}(s) \cup \text{libres}(s) \}$

generadores

iniciar : conj(técnico) \rightarrow tad

solicitar : tad \times dirección \rightarrow tad

finalizar : tad $s \times$ técnico $t \rightarrow$ tad

$\{ t \in \text{ocupados}(s) \}$

otras operaciones

másLaVisitaron : tad \times dirección \rightarrow conj(técnico)

...

Fin TAD

Se decidió utilizar la siguiente estructura de representación:

TAD se representa con estr

donde estr es tupla \langle *técnicos*: conj(técnico),
clientes: conj(dirección),
ubicación: dicc(técnico, dirección),
quienesEstánEn: dicc(dirección, conj(técnico)),
pendientes: secu(dirección),
visitas: dicc(técnico, multiconj(dirección)) \rangle

En esta estructura, *técnicos* son los técnicos de la empresa y *clientes* guarda todas las direcciones alguna vez visitadas. Por otro lado, *ubicación* indica en dónde se encuentran los técnicos que están actualmente ocupados y *quienesEstánEn* registra los técnicos que están trabajando en una dirección dada. A su vez, *pendientes* guarda la secuencia de pedidos pendientes. Finalmente, para cada técnico t , *visitas* guarda un multiconjunto con todas las direcciones que visitó t (aun si está actualmente en la misma).

Teniendo en cuenta el TAD presentado arriba y la estructura elegida para su representación se pide:

- Escribir en castellano el invariante de representación.
- Escribir formalmente el invariante de representación.
- Escribir formalmente la función de abstracción.

Solución:

1. Las claves del diccionario *ubicación* deben estar contenidas en el conjunto de técnicos
2. Las direcciones en los dirccionarios *ubicación* y *quienesEstánEn* deben estar bien formados (tener la misma información)
NOTA: Notar que con esto no va a hacer falta decir que los conjuntos de técnicos del diccionario son técnicos válidos y disjuntos
3. Si hay pendientes entonces todos los técnicos están ocupados
4. Las claves de *visitas* tienen que tener todos los técnicos
5. Si un técnico está visitando una dirección, esta dirección tiene que estar en el significado del diccionario *visitas* para el técnico dado
6. El conjunto de clientes de la estructura debe tener todas las direcciones visitadas

Invariante de representación

Rep : $\widehat{\text{estr}} \rightarrow \text{boolean}$

$$\begin{aligned} \text{Rep}(e) \equiv & \text{true} \iff \text{claves}(\text{e.ubicación}) \subseteq \text{e.técnicos} \wedge_L \\ & (\forall t \in \text{claves}(\text{e.ubicación})) \text{ obtener}(\text{e.ubicación}, t) \in \text{claves}(\text{e.quienesEstánEn}) \wedge_L \\ & t \in \text{obtener}(\text{e.quienesEstánEn}, \text{obtener}(\text{e.ubicación}, t)) \wedge_L \\ & (\forall d \in \text{claves}(\text{e.quienesEstánEn})) (\forall t \in \text{obtener}(\text{e.quienesEstánEn}, d) \\ & t \in \text{claves}(\text{e.ubicación}) \wedge_L d = \text{obtener}(\text{e.ubicación}, t)) \wedge_L \\ & \# \text{e.pendientes} > 0 \Rightarrow_L \text{e.técnicos} = \text{claves}(\text{e.ubicación}) \wedge_L \\ & \text{e.técnicos} = \text{claves}(\text{e.visitas}) \wedge_L \\ & (\forall t \in \text{claves}(\text{e.ubicación})) \#(\text{obtener}(\text{e.visitas}, t), \text{obtener}(\text{e.ubicación}, t)) > 0 \wedge_L \\ & \text{e.clientes} = \bigcup_{t \in \text{e.técnicos}} \text{obtener}(\text{e.visitas}, t) \end{aligned}$$

Donde la última \bigcup es un abuso de notación que usamos para *unir* a todos los multiconjuntos de visitas en un conjunto.

Función de abstracción

Abs : $\widehat{\text{estr}} \rightarrow \text{TaD } \{\text{Rep}(e)\}$

$$\begin{aligned} (\forall e : \widehat{\text{estr}}) \text{ Abs}(e) =_{\text{obs}} d : \text{TaD} \mid \\ & \text{e.técnicos} \setminus \text{claves}(\text{e.ubicación}) = \text{libres}(d) \wedge_L \\ & \text{claves}(\text{e.ubicación}) = \text{ocupados}(d) \wedge_L \\ & (\forall t \in \text{ocupados}(d)) \text{ obtener}(\text{e.ubicación}, t) = \text{ubicación}(d, t) \wedge_L \\ & \text{e.pendientes} = \text{pendientes}(d) \wedge_L \\ & (\forall t \in \text{claves}(\text{e.visitas}), \forall di : \text{Dirección}) \#(\text{obtener}(\text{e.visitas}, t), di) = \text{visitas}(d, t, di) \end{aligned}$$