

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Cuarto parcial

Jueves 3 de diciembre de 2020

Aclaraciones

- El parcial es individual y a libro abierto.
- Las consultas se responderán durante el día viernes 4 de diciembre.
- El tiempo de entrega es **hasta el sábado 5 de diciembre a las 23:59hs.**
- **La entrega se realiza por GitLab.**
- Cada ejercicio se calificará con **Perfecto**, **Aprobado**, **Regular**, o **Insuficiente**.
- Para aprobar la cursada se deben tener todos los ejercicios aprobados de todos los parciales.
- Los ejercicios se recuperan por separado.

Ej. 1. Sorting

Se tiene un arreglo P con n puntos de coordenadas enteras ($P[i] = (x_i, y_i)$ con $x_i, y_i \in \mathbb{Z}$), todos distintos. Sabemos que en P hay a lo sumo $\frac{n}{\log n}$ puntos que están fuera del círculo de centro $(0, 0)$ y radio n .

Dar un algoritmo estable de tiempo $O(n)$ que ordene los puntos según su distancia al origen $(0, 0)$. Por ejemplo: si tenemos $P = [(1, 0), (-3, 4), (0, 1), (2, -1)]$, el resultado debe ser $[(1, 0), (0, 1), (2, -1), (-3, 4)]$.

Demostrar que el algoritmo propuesto efectivamente ordena el arreglo, que es estable y que cumple con la cota de complejidad pedida.

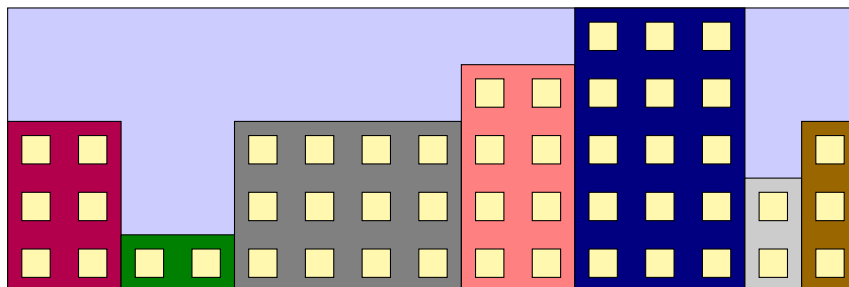
Ej. 2. Dividir y conquistar

Durante la cuarentena, un fotógrafo quiere sacar la foto perfecta para subir a las redes sociales. Su idea es retratar la vida en la nueva cotidianeidad, vista a través de las ventanas.

Los edificios que ve desde su ventana son rectángulos, uno inmediatamente al lado de otro, sin superposiciones. Por una regulación municipal, todos los edificios de la ciudad tienen una altura máxima de 30m.

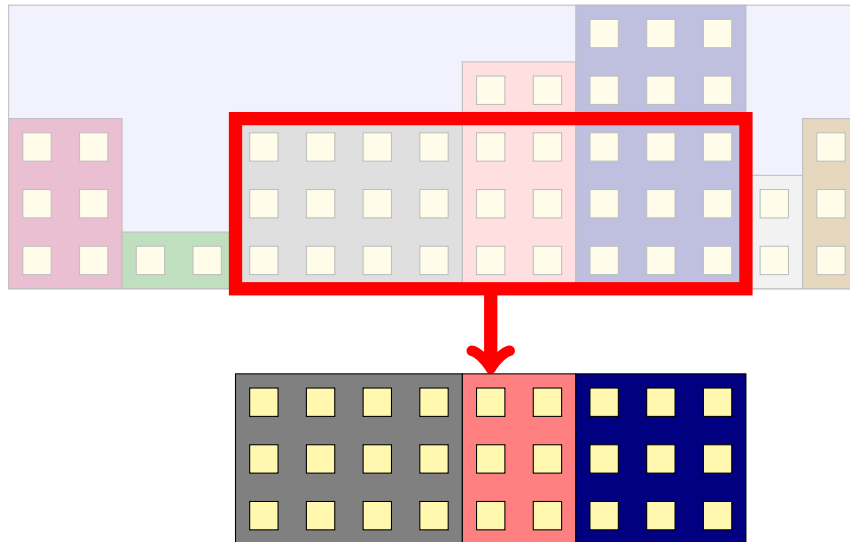
El fotógrafo nos contactó por videollamada para que lo ayudemos a determinar cuál es la foto de mayor área que puede tomar de modo tal que sólo se vean edificios (sin ninguna porción de cielo).

Por ejemplo, si la vista desde su ventana fuera¹:



la foto de mayor área que puede tomar es:

¹Dibujo a escala, suponer que el primer edificio mide 2m de ancho y 3m de alto.



La información proporcionada está en el siguiente formato: un arreglo A de n pares (w_i, h_i) , de modo que w_i y h_i representan, respectivamente, el ancho y la altura (en metros) del i -ésimo edificio contando desde la izquierda. Para cada i , los valores w_i y h_i son números enteros positivos, y $h_i \leq 30$. La respuesta al problema debe ser *el área* de la mayor foto que puede tomar.

Por ejemplo, una entrada posible es: $A = [(57, 2), (1, 1), (1, 28), (1, 30), (1, 29), (1, 29), (1, 29), (57, 1)]$. En este caso, el primer edificio contando desde la izquierda mide 57m de ancho y 2m de alto. La solución (que se obtiene con un rectángulo de 5m de ancho y 28m de alto) debería ser 140m^2 .

Se pide:

- Describir un algoritmo (que utilice la técnica **Divide & Conquer**) que resuelva el problema y cuya complejidad sea $O(n \cdot \log n)$.
- Demostrar que el algoritmo es correcto.
- Demostrar que su complejidad es efectivamente $O(n \cdot \log n)$.