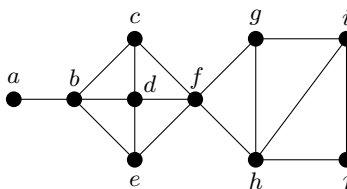




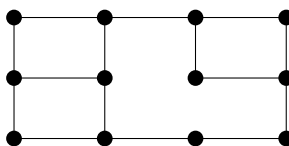
## Modelado de problemas con grafos

El objetivo de este práctico es modelar problemas usando grafos. Algunos problemas no podrán ser resueltos a esta altura de la materia, pero sí es posible expresar qué se busca.

- 2.1. Hay un conjunto de cinco personas y un conjunto de 5 trabajos para realizar. Sean las personas Carlos, Marcela, Pedro, Fernando y Andrea, y los trabajos  $a, b, c, d$  y  $e$ . Carlos está capacitado para realizar los trabajos  $c$  y  $d$ , Marcela para  $c$ , Pedro para  $a, b$  y  $e$ , Fernando para  $c$  y  $d$ , y Andrea para  $b$  y  $e$ . ¿Es posible realizar una distribución del trabajo de modo que se puedan realizar todos los trabajos simultáneamente?
- 2.2. Un ratón va cavando un túnel mientras recorre un cubo de queso de  $30cm$  de lado. Quiere que el túnel pase por todos los subcubos de  $10cm$  de lado. Si empieza por un subcubo en un vértice del cubo de queso, y se mueve hacia un subcubo que todavía no ha recorrido, ¿puede terminar en el centro del cubo?
- 2.3. El grafo de la figura representa una red telefónica. Los vértices representan centrales y las aristas líneas telefónicas. Se quiere estudiar la vulnerabilidad de la red ante algún defecto.



- a. Determinar las líneas o centrales cuya salida de servicio impide que se realicen llamadas entre dos centrales cualesquiera.
  - b. Dar conjuntos minimales de líneas que mantengan conectadas todas las centrales.
  - c. Dar un conjunto minimal de líneas que no contenga las siguientes aristas:  $(c, d), (b, c), (b, e), (d, f)$ .
  - d. Si el número de centrales es  $n$ , ¿es cierto que en este caso con  $n - 1$  líneas alcanza para mantenerlas conectadas?
- 2.4. El grafo de la figura representa el mapa de una ciudad. Se quiere ubicar policías en las esquinas de modo que todas las cuadras estén bajo vigilancia, o sea, cada cuadra tiene que tener un policía al menos en una de las esquinas. ¿Cuál es el mínimo número de policías necesarios?



- 2.5. Supongamos que el siguiente programa quiere ser llevado a una máquina con  $n$  procesadores y memoria compartida, o sea que todos los procesadores tienen acceso a los mismos espacios de memoria ( $n$  suficientemente grande como para no imponer restricción de paralelismo). Supongamos también que el tiempo de ejecución de cada instrucción es de 1 microsegundo. Se sabe que la única restricción que tenemos para que una instrucción deba ejecutarse antes que otra es que la segunda necesite algún resultado que se compute en la primera. Esto determina una relación de precedencia entre instrucciones. Luego, si dos instrucciones no dependen una de otra pueden ejecutarse al mismo tiempo.
- a. Representar la relación de precedencia entre instrucciones utilizando un digrafo.



- b. Haciendo una distribución de las instrucciones por los procesadores, ¿cuál será el tiempo mínimo de ejecución del programa?

$A \leftarrow 1$   
 $B \leftarrow 3$   
 $C \leftarrow 4$   
 $D \leftarrow A + B$   
 $E \leftarrow C - B$   
 $F \leftarrow D/C$   
 $G \leftarrow E * A$   
 $H \leftarrow F + G$

- c. Si se asignan los siguientes tiempos de ejecución, ¿cómo variaría su respuesta?

asignación	1ms
+	2ms
-	3ms
×	4ms
/	5ms

- 2.6. En un sistema operativo tenemos divididos a los procesos y a los recursos en dos conjuntos disjuntos, el de los  $p_i$  y el de los  $r_j$  respectivamente. El sistema operativo asigna recursos a procesos solo a pedido de los segundos. Cuando un proceso  $p_i$  pide un recurso  $r_j$ , queda en espera (sin ejecutar), hasta que el s.o. satisface el pedido; esto lo indicamos con un eje orientado de  $p_i$  a  $r_j$ . Cuando el s.o. asigna el recurso que requiere el proceso para ejecutar, el proceso deja de estar en espera y continúa con su ejecución; en este caso se elimina el eje de pedido y se indica que el proceso está utilizando el recurso con un eje entre ambos pero con sentido contrario al de pedido. En algún momento o bien el proceso no necesita más el recurso y lo libera –dejándolo disponible para que lo utilice otro proceso– o bien termina de ejecutar y libera todos los recursos que tiene asignados. Se entiende que cuando un proceso pide un recurso no puede estar liberando otro, pues no está ejecutando.

- a. Modelar la siguiente situación:

$p_1$  está utilizando el recurso  $r_2$   
 $p_1$  está utilizando el recurso  $r_3$   
 $p_2$  pide el recurso  $r_1$   
 $p_3$  pide el recurso  $r_2$   
 $p_3$  pide el recurso  $r_1$

¿Se pueden satisfacer los pedidos? Tener en cuenta que los procesos que ejecutan eventualmente liberarán los recursos que están utilizando.

- b. Analizar la siguiente situación:

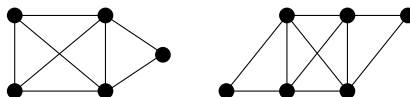
$p_1$  está utilizando el recurso  $r_2$   
 $p_2$  está utilizando el recurso  $r_3$   
 $p_3$  está utilizando el recurso  $r_1$   
 $p_1$  pide el recurso  $r_1$   
 $p_2$  pide el recurso  $r_2$   
 $p_3$  pide el recurso  $r_3$

¿Se pueden satisfacer los pedidos?

- c. ¿Qué tiene de particular el grafo resultante en b.?



2.7. Dados los dibujos de la figura



- ¿Es posible realizarlos sin levantar el lápiz del papel? (Sin repetir aristas, comenzando y terminando en el mismo nodo)
  - Expresar el problema como un problema de grafos.
  - ¿Se puede particionar el grafo en circuitos simples disjuntos en las aristas?
- 2.8. Supongamos que un viajante de comercio debe visitar clientes en siete ciudades  $A, B, C, D, E, F$  y  $G$ . Existen las siguientes rutas con sus respectivas longitudes:

de A a B	6 Km	de B a C	7 Km	de D a E	2 Km
de A a C	4 Km	de C a D	4 Km	de C a F	3 Km
de C a G	2 Km	de E a G	4 Km	de F a G	1 Km
de A a F	6 Km	de B a G	8 Km		

¿Cuál sería el recorrido más corto para cubrir todas las ciudades y volver a la de partida? Este problema se conoce como el problema del viajante de comercio.

- 2.9. Supongamos que se tienen cuatro aulas y las siguientes materias con sus respectivos horarios para un mismo día:

Algebra	8 a 12 hs.
Análisis I	10 a 14 hs.
Análisis II	14 a 18 hs.
Lógica	11 a 15 hs.
Algoritmos I	12 a 16 hs.
Algoritmos II	9 a 13 hs.
Laboratorio 1	14 a 18 hs.
Laboratorio 2	14 a 18 hs.

¿Existe una forma de asignar aulas de forma que se puedan dictar todas las materias respetando los horarios?