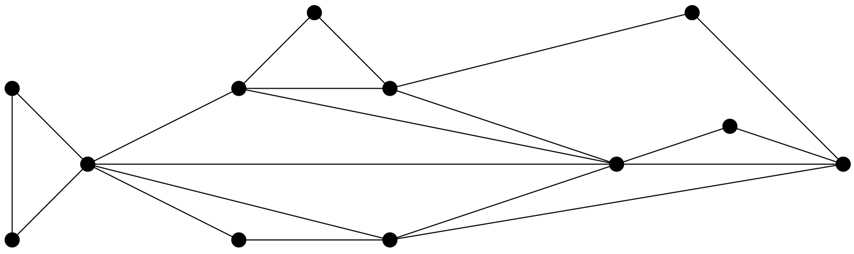
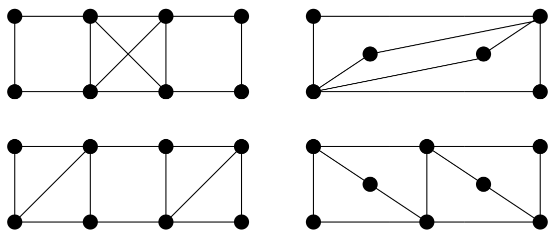
Euleriano y Hamiltoniano

5.1. a. Encontrar un circuito euleriano en el grafo de la figura.

b. Encontrar una partición en circuitos simples de las aristas del grafo de la figura.



5.2. Determinar si los grafos de la figura tienen circuitos eulerianos.



5.3. Probar que un grafo G conexo tiene un circuito euleriano si y sólo si el conjunto de aristas de G se puede particionar en circuitos simples de modo que cada eje pertenezca a uno y sólo uno de dichos circuitos.

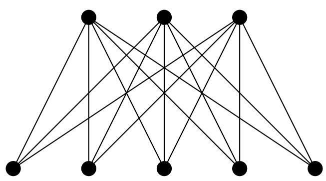
5.4. Llamemos $w(G)$ al número de componentes conexas de G. Mostrar que si G es conexo no trivial y todos sus vértices tienen grado par, entonces para cualquier vértice v se cumple que $w(G - v) \leq \frac{d(v)}{2}$.

5.5. Dar condiciones bajo las cuales un grafo tiene un camino euleriano pero no un circuito euleriano. Demostrar.

5.6. a. ¿Para qué valores de n, K_n tiene circuito euleriano?

b. ¿Hay algún K_n que tenga camino euleriano pero no circuito?

5.7. Decir por qué el grafo de la figura no tiene camino ni circuito hamiltoniano.



5.8. Un digrafo G se dice completamente conexo si cada par de vértices está conectado con exactamente un eje orientado en una de las dos posibles direcciones. Probar que si un digrafo G es completamente conexo entonces tiene un camino hamiltoniano orientado.

5.9. Probar que un grafo bipartito con un número impar de vértices no contiene un circuito hamiltoniano.

5.10. Si G es un grafo con $n \geq 4$ y d (grado mínimo) $\geq n - 2$ entonces G tiene un circuito hamiltoniano.

5.11. Sea G un grafo y u y v dos nodos no adyacentes tal que $d(u) + d(v) \geq n$. Probar que G es hamiltoniano sii $G+$ el eje uv es hamiltoniano.

5.12. Mostrar directamente sin utilizar ningún teorema ya demostrado en clase que cualquier grafo simple de 6 vértices, todos de grado 3, tiene un circuito hamiltoniano.
Sugerencia: Pensar cómo es el complemento del grafo.

5.13. Dado un grafo $G = (V, X)$ donde a cada eje $e \in X$ se le ha asignado una longitud $l(e)$. El problema conocido como problema del viajante de comercio consiste en determinar el circuito hamiltoniano de longitud total mínima. Suponiendo que G sea un grafo completo construir un algoritmo que genere todos los posibles circuitos hamiltonianos de G y determine uno de longitud mínima. Analizar la complejidad de dicho algoritmo.