Ejercicio 4 Calcular el flujo del campo

$$F(x,y,z) = (e^y + \cos z, e^x + \operatorname{sen} z, x^2 z^2)$$

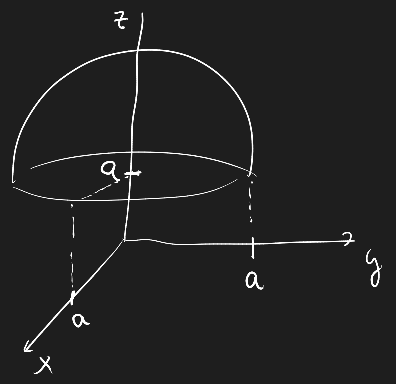
a través de la media esfera

$$\left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 :\ x^2 + y^2 + (z-a)^2 = a^2 \text{ y } z \geq a\right\}$$

con $a > 0$, cuya normal orientada tiene componente $z \geq 0$.

Justificar todas las respuestas.

$$\int F \cdot d\vec{S}$$



$$\operatorname{div} F = 2x^2 \cdot z$$

$$\iiint_\Omega 2x^2 \cdot z \, dV =$$

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi \\ y = r \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi \\ z = a + r \cdot \cos\varphi \end{cases}$$

Jacob: $r^2 \cdot \sin\varphi$

$$\int_{r=0}^{a} \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi} 2 \cdot r^2 \cdot \cos^2\theta \cdot \sin^2\varphi \cdot (a + r \cdot \cos\varphi) \cdot r^2 \cdot \sin\varphi \, d\ldots$$

$$+ 2r^4 \cdot \cos^2\theta \cdot \sin^4\varphi \cdot a \quad + 2r^5 \cdot \cos^3\theta \cdot \sin^4\varphi \cdot$$

$$\frac{8\pi \cdot a^6}{15}$$