

Examen FINAL

Análisis II - Matemática 3 - 23 de Abril de 2021

Nombre:

L. U.:

Carrera:

1. Demostrar que el área de la superficie obtenida al girar la gráfica de una función derivable $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$ alrededor del eje x está dada por:

$$A = 2\pi \int_a^b |f(x)| \sqrt{1 + |f'(x)|^2} dx$$

2. Sea $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un campo de clase \mathcal{C}^1 , tal que para todo rectángulo $Q = [a, b] \times [c, d]$ vale

$$\int_C F \cdot ds = 0,$$

donde C es el borde de Q . Probar que F es conservativo.

3. Considerar la ecuación $y'' + \alpha y' + y = 0$, con $\alpha \in \mathbb{R}$.

- a) Encontrar todos los valores de α que hacen que todas las soluciones de la ecuación tengan infinitas raíces. ¿Existe algún valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ que haga que todas las soluciones de la ecuación sean funciones acotadas?
- b) Elegir uno de los valores de α del punto anterior y resolver el problema

$$\begin{cases} y'' + \alpha y' + y = x^2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

4. Considere el sistema

$$\begin{cases} x' = ax - by \\ y' = bx + ay \end{cases}$$

con $a, b \in \mathbb{R}$. Hallar todos los $a, b \in \mathbb{R}$ para los cuales hay las soluciones del sistema que no están acotadas para $t \in (0, +\infty)$.

Justifique todas sus respuestas