

## Análisis II - Análisis Matemático II - Matemática 3

Examen Final - 23/02/2018

Nombre:

L. U.:

Carrera:

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Nota

1. Sea  $a > 0$  y  $f : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función de clase  $C^1$ . Considerar la superficie de revolución obtenida al girar el gráfico de la función  $f(x) = z$  alrededor del eje  $z$ . Dar una fórmula expresada en términos de  $f$  para el área de esta superficie.
2. Sea  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  un campo vectorial de clase  $C^1$ . Para un punto  $p \in \mathbb{R}^3$  y un número real  $r > 0$ , denotamos con  $B(p, r)$  a la bola de centro  $p$  y radio  $r$ . Probar que

$$\operatorname{div} F(p) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{\operatorname{Vol}(B(p, r))} \int_{\partial B(p, r)} F \cdot d\mathbf{S},$$

donde la superficie  $\partial B(p, r)$  tiene la orientación exterior.

3. Sean  $f, a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dos funciones continuas. Describir todas las soluciones de la ecuación diferencial

$$y' + a(x)y = f(x).$$

4. Considerar el sistema

$$X'(t) = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix} X(t)$$

con  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Encontrar todos los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  que garanticen que la solución es acotada para  $t > 0$ .

Esbozar el diagrama de fases cuando  $\alpha = 1$  y  $\beta = -1$ .

**Justifique todas sus respuestas.**