

Examen FINAL - 11 de junio de 2021

Análisis II - Matemática 3 - Análisis Matemático II

Nombre:

L. U.:

Carrera:

1. Sea $\mathcal{C} \subset \mathbb{R}^2$ una curva simple suave orientada de tal manera que empieza en $p = (3, 0)$ y termina en $q = (0, 4)$, completamente contenida en el primer cuadrante. Calcular la integral

$$\int_{\mathcal{C}} (2xy + 1)dx + (x^2 - 1)dy$$

2. Sea $S \subset \mathbb{R}^3$ la superficie dada por el gráfico de una función positiva $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^1 , con $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$.

a) Probar que S es una superficie orientable. Cuantas orientaciones distintas tiene?.

b) Si $f \equiv 0$ sobre el borde de D probar que para el campo $F(x, y, z) = (ze^y, x^2, 0)$, la integral

$$\int_S F \cdot d\mathbf{S}$$

es independiente de la orientación de la superficie S .

3. Hallar un $a \in \mathbb{R}$ tal que la función

$$x(t) = -5e^{-3t}$$

sea una solución de la ecuación

$$x'' + 3x' + ax = 0.$$

Con ese valor de a encontrar además todas las soluciones de la ecuación

$$x'' + 3x' + ax = 6.$$

4. Considerar el sistema

$$\begin{cases} X'(t) = \begin{pmatrix} 13 & -8 \\ 8 & -7 \end{pmatrix} X(t) \\ X(0) = P \in \mathbb{R}^2 \end{cases}$$

Determinar todos los valores de $P \in \mathbb{R}^2$ tales la solución está contenida completamente en el primer cuadrante.

Sugerencia: Encontrar todas las soluciones del sistema y esbozar el diagrama de fases.

Justifique todas sus respuestas