ANALISIS II

Final

Justifique todas sus respuestas

1) Calcular $a(y)$ tal que el campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (a(y)z\cos(xyz) + x, xz\cos(xyz), a(y)x\cos(xyz))$$

sea conservativo.

Para la funcion $a(y)$ hallada calcular la integral de línea del campo dado por

$$\mathbf{G}(x, y, z) = \mathbf{F}(x, y, z) + (0, 0, x)$$

a lo largo de la curva parametrizada por $\sigma : [0, 1] \to \mathbb{R}^3$,

$$\sigma(t) = \big(t, \sin(\pi t) + t^2 - 2t + 1, t\big) .$$

2) *a)* Enunciar y demostrar el Teorema de Stokes.

b) Sea S la superficie de la porción del cono: $z^2 = x^2 + y^2$ que se encuentra entre el plano $z = 1$ y el plano $z = 2$. Obtener una parametrizacion de S. Probar que S es orientable. ¿Cuántas orientaciones posibles admite?

3) *a)* Enunciar y demostrar el método de variación de las constantes.

b) Dada la ecuación diferencial

$$xy''(x) - y'(x) - 4x^3y(x) = 0,$$

verificar que

$$y(x) = e^{x^2}$$

es solución para $x \in (0, \infty)$.
Hallar $v(x)$ tal que

$$\{e^{x^2}; v(x)e^{x^2}\}$$

sea una base de soluciones.

4) Hallar todas las soluciones de

$$X'(t) - \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} X(t) = 0.$$

Describir aquellas soluciones que verifican

$$\|e^{2t}X(t)\| \leq 1$$

para todo $t \in \mathbb{R}$.