Examen FINAL

Análisis II - Matemática 3 - 27 de Julio de 2021

Nombre: **L. U.:** **Carrera:**

---

1. Considerar el conjunto A de todos los campos vectoriales $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ de clase C^1 de la forma

$$F(x, y, z) = (a(z)x + e^{x+2y}, 2e^{x+2y} + y, zx^2)$$

que sean conservativos. ($a : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$).

a) Hallar $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tal que $f(0, 0, 0) = 3$ y $\nabla f \in A$.

b) Dado $F \in A$, calcular

$$\int_C F$$

siendo C la curva parametrizada por $\sigma(t) = (-2t, t^2, \operatorname{sen}(\pi t))$ con $t \in [0, 1]$.

2. Sea $S \subset \mathbb{R}^3$ la superficie dada por $\{(x, y, z) : x^2 + z^2 = 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

a) Probar que S es una superficie orientable. ¿Cuántas orientaciones distintas tiene?

b) Hallar un campo vectorial $F(x, y, z)$ de forma que F no tenga divergencia cero y

$$\int_S F \cdot d\mathbf{S} = 0.$$

3. Consideremos la ecuación

$$X'(t) = AX(t),$$

con $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ y supongamos que $X(t)$ e $Y(t)$ son dos soluciones para las cuales existen tiempos $a \neq b$ tales que $X(a) = Y(b)$. Probar que si $X(t)$ tiende a cero cuando $t \to +\infty$ entonces $Y(t)$ también lo hace.

4. Hallar un $a \in \mathbb{R}$ tal que la función

$$x(t) = -2t$$

sea una solución de la ecuación

$$x''(t) + ax'(t) + x(t) = -2t + 4.$$

Para ese valor de a encontrar además todas las soluciones de la ecuación.

Justifique todas sus respuestas