Análisis 2 / Análisis Matematico 2 / Matemática 3 - Recuperatorio del Primer Parcial

Primer Cuatrimestre 2021 (19/07/2021)

Nombre y Apellido	1	2	3	4	Nota

Justifique todas sus respuestas y explique sus razonamientos. Escriba prolijo. Duración: 4 horas.

Ejercicio 1. Sea C la curva en $\mathbb{R}^3$ dada por

$$C := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 1, x+z = 0, z \geq 0\}.$$

a. Dar una parametrización regular de C que empiece en $(0,-1,0)$ y termine en $(0,1,0)$.

b. Calcular $\int_C F \cdot \mathbf{ds}$ orientada como en el ítem anterior, donde

$$F(x,y,z) = \left(\frac{2x^2+y^2}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}, \frac{2x^2+y^2}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}, \frac{2x^2+y^2}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \right).$$

Ejercicio 2. Sea C una curva suave en $\mathbb{R}^2$ que va desde $Q = (-1,1)$ hacia $P = (1,-1)$, tal que para todo punto (x,y) de la curva se cumple que $y \geq -x$.
Dado el campo

$$F(x,y) = (x+y+e^{x+y}, e^{x+y}),$$

sabemos que $\int_C F d\mathbf{s} = 10$. Calcular el área de la región R comprendida entre la curva C y la recta de ecuación $x+y=0$, si suponemos que R es una región de tipo III.

Ejercicio 3. Sea S el paraboloide de ecuación $4-z = x^2+y^2$ con $z \geq 0$, orientado de tal manera que la normal en el punto $(0,0,4)$ es igual a $(0,0,-1)$. Consideremos el campo

$$F(x,y,z) = (x^2 + sen(z^2), y^2 + ze^z, x^2+y^2+z^2).$$

a. Calcule $\nabla \times F$.

b. Calcule $\int_S (2y - e^z(1+z), -2x + 2zcos(z^2), 0)\, d\mathbf{S}$

Ejercicio 4. Sean S_λ la superficie en $\mathbb{R}^3$ dada por

$$S_\lambda = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2+y^2, 0 \leq z \leq \lambda, y \geq 0\} \cup \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y = 0, x^2+y^2 \leq z \leq \lambda\}$$

y $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ el campo dado por

$$F(x,y,z) = \left(e^{z^2} + z, e^{x^2} + x, z\right).$$

Hallar el valor de $\lambda > 0$ tal que $\int\int_{S_\lambda} F \cdot \mathbf{dS} = 6$, donde S_λ está orientada de manera tal que en el punto $(0,0,\lambda/2)$ la normal tenga coordenada y positiva.