Analisis II

Final

Justifique todas sus respuestas

1) Calcular $a(y)$ tal que el campo $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (a(y)e^{xz}z + y, x + 2ye^{xz}, a(y)xe^{xz})$$

sea conservativo. ¿Es única $a(y)$?. Para la funcion $a(y)$ hallada calcular la integral de línea del campo dado por

$$\mathbf{G}(x, y, z) = \mathbf{F}(x, y, z) - (0, y, 0)$$

a lo largo de la curva parametrizada por $\sigma : [0, 1] \to \mathbb{R}^3$, donde

$$\sigma(t) = \left(b(t), t^2, \operatorname{sen}(b^2(t))\right),$$

y $b : [0, 1] \to \mathbb{R}$ es una función de clase $\mathcal{C}^1$ tal que $b(0) - b(1) = 0$.

2) Enunciar y demostrar el Teorema de Stokes para gráficas.

3) Supongamos que todas las soluciones de

$$x'' + ax' + \frac{a^2}{8}x = 0$$

están acotadas cuando t tiende a $+\infty$. Demostrar que $a > 0$. Para $a = 1$ hallar una base de soluciones.

4) Sea $A(t)$ una matriz de 2×2 cuyas entradas son funciones continuas en $\mathbb{R}$. **Probar** que las soluciones de

$$X'(t) + A(t)X(t) = 0$$

forman un espacio vectorial de dimensión 2.