ANÁLISIS II

Final

Justifique todas sus respuestas

1) Calcular, si es posible, un potencial para el campo

$$F(x, y, z) = (2x \operatorname{sen}(y) + z, x^2 \cos(y), x).$$

¿Es único?. Calcular

$$\int_{\partial S} F$$

siendo $S \subset \mathbb{R}^3$ la superficie de revolución que se obtiene al girar alrededor del eje z una función de clase C^1, $f(x) = z$, estrictamente positiva e inyectiva, con $x \in [1, 2]$.

2) a) Enunciar y demostrar el Teorema de Green.

b) Sea $f : B_1((0,0)) \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funcion C^1. Consideremos la superficie

$$S = \left\{(x, y, f(x, y)) \in \mathbb{R}^3 \, : \, (x, y) \in B_1((0, 0))\right\}.$$

(i) Probar que S es orientable. ¿Cuántas orientaciones posibles admite?

(ii) Para cada orientación posible, dar una parametrización de ∂S para la cual se satisfaga la hipótesis del teorema de Stokes.

3) Encontrar todas las soluciones $X(t) = (x(t), y(t))$ del sistema

$$\begin{cases} x''(t) - 4x(t) + 4y(t) = 0, \\ y'(t) + y(t) = 0. \end{cases}$$

Determinar todas soluciones $X(t) = (x(t), y(t))$ para las cuales se que verifica que

$$\lim_{t \to +\infty} x(t) = +\infty.$$

4) Hallar todas las soluciones de

$$X'(t) - \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} X(t) = 0.$$

Hallar α tal que todas las soluciones verifiquen que

$$\|e^{\alpha t} X(t)\|$$

es acotado para todo $t \in \mathbb{R}$.