$\mathcal{N}_{i\infty}$  ,

## Cardinalidad 2

Vimos:

$$5: \# A_n \in \mathcal{N}_o \quad \forall_n \quad (n \in \mathbb{N}),$$

$$\Rightarrow \# \bigcup_{n \geq 1} A_n \leq N_o$$

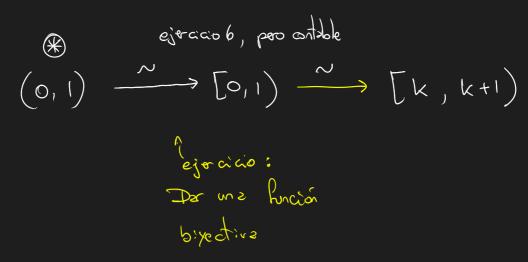
Lej 10 de Pr. 2.

Recorder

Sez

ejecicio,

$$\sim (-1, 1) \sim (0, 1) \longrightarrow (0, 1)$$
 $\times \mapsto \frac{\times}{1 + |\times|}$ 



6. (a) Sean 
$$A \subseteq B$$
 conjuntos tales que  $A$  es numerable y  $B \setminus A$  es infinito. Probar que  $B \setminus A \sim B$ .

$$\mathbb{R} = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[ k, k+1 \right]$$

EN 10:

- 10. Sea c el cardinal de  $\mathbb{R}$ . Probar:
  - (a) Si #A = c y #B = c, entonces  $\#(A \cup B) = c$ .
  - (b) Si  $\#A_n = c \ \forall n \in \mathbb{N}$ , entonces  $\#(\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n) = c$ .

## Signerais:

User el ejercicio 1 (Puedo reescribir Anscomo Bn's disjuntos)

Prop:
$$Sez \left\{0,1\right\}^{N} \left(=\left\{f:N \rightarrow \left\{0,1\right\}\right\}\right)$$

$$\{0,1\}^{N} \sim \mathbb{R}$$

- **13.** (a) Probar que  $\mathcal{P}(A) \sim \{0,1\}^A = \{\phi : A \to \{0,1\} \text{ funciones}\}.$ 
  - (b) Probar que [0,1) ~ {0,1}<sup>N</sup>.
    Sugerencia: escribir el desarrollo binario de los números del intervalo [0,1). ¡Ojo! la escritura no es única.
  - (c) Concluir que  $\mathbb{R} \sim \mathcal{P}(\mathbb{N})$ .

Ses 
$$y: \{0,1\}^{N} \longrightarrow [0,1]$$

$$(a_n)_{n\geqslant 1} \mapsto \sum_{n\geqslant 0} \frac{a_{n+1}}{z^n}$$

- . Tobo x e [0,1] admite un deserrollo en bere 2
- · y es injective, salvo

$$\left(\begin{array}{cccc}
a_n & 111 & \dots \\
& & & \\
& & & \\
& & & \\
& & & \\
\end{array}\right) =$$

$$= \psi \left( \alpha_1 \dots \left( \alpha_{n+1} \right) \circ \circ \circ \dots \right)$$

Así, si
$$A = \left\{ (an) \in \left\{ 0, 1 \right\} : an no termino \right\}$$
en unos

Tengo que mostrer que todes les succiones son biyecciones de ceros y unos.

$$\{0,1\}^{n} \sim A$$

## Sugarencia:

User el ejercicio 6.

$$A = \left\{ f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} / f \text{ continue} \right\}$$

$$t \mapsto (x \mapsto t)$$

2 función que vote constantemente t

. 2; drines scota bar sulps:

l se denvertre con eritmétice de cordinaler

Definimos

$$\varphi: A \longrightarrow \{f: Q \rightarrow \mathbb{R}\} = : \mathcal{B}$$

$$f \longmapsto f |_{Q}$$

Afirmo:

Bata ver que

Dem:

ie. 
$$f(x) \stackrel{?}{=} g(x) \quad \forall x \in \mathbb{Q}$$

$$\exists (x_n)_{n\geq 1} \subseteq Q / \lim_{n\to\infty} x_n = y$$

$$f(y) = f(\lim_{n \to \infty} x_n)$$

$$= \lim_{n \to \infty} x_n \left( x_n \right)$$

$$=g(y)$$

$$\mathcal{B} = \{f: Q \longrightarrow \mathbb{R} \}$$

$$\Rightarrow \mathcal{B} \xrightarrow{\sim} \left\{ g : \mathbb{Q} \rightarrow \left\{ 0, 1 \right\}^{N} \right\}$$

$$g \mapsto ((q, n) \mapsto (g(q))(n))$$

The gre do con el n-ésim

$$(q \mapsto (n \mapsto h(q,n))) \leftarrow h$$

## Ley Exponencial (seneral)

$$\left(A^{\mathcal{B}}\right)^{\mathcal{C}} \sim A^{\mathcal{B} \times \mathcal{C}}$$











