Saturno Ma 20/21

Resúmen Práctico de la Teórica 1

"Supremos e Ínfimos"

- Cota superior $(c \in \mathbb{R})$ de A
  - ↳ $c \geq x \quad \forall x \in A$
- Cota inferior $(c \in \mathbb{R})$ de A
  - ↳ $c \leq x \quad \forall x \in A$

- Para probar que A es un conjunto acotado
  - ↳ encuentro <u>algún</u> $c \in A$ con $c \geq x \quad \forall x \in A$
    $\leq$

- Para probar que <u>no</u> es acotado
  - ↳ Uso Principio de Arquímedes:
    - Sabemos que si $c \in \mathbb{R}$, $\exists\, n \in \mathbb{N} \,/\, c \leq n$
      "Para todo nº real, existe un natural más grande"
    - Supongo c cota superior, y muestro absurdo.

- Conjunto Acotado: tiene ambas cotas.
- Supremo: Menor cota superior
- Ínfimo: Mayor cota inferior

Supremo - Condiciones

↳ Si $A \subset \mathbb{R}$ no vacío,
acotado superiormente

$\Rightarrow$ s es supremo de A si:

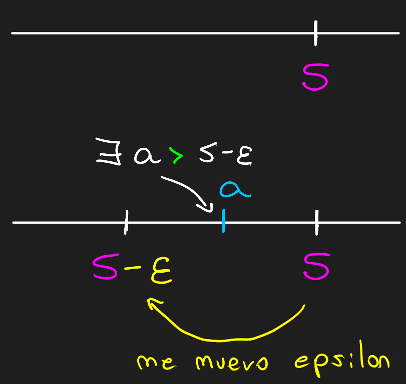
$\boxed{a}$ $s \geq x \quad \forall x \in A$ (es cota superior)

$\boxed{b}$ si $t \in \mathbb{R}$ con $t \geq x \quad \forall x \in A \Rightarrow s < t$
(es la menor de las cotas superiores)

Equivalencia 1

$\boxed{a'} = \boxed{a}$ $s \geq x \quad \forall x \in A$

$\boxed{b'}$ $\forall \varepsilon > 0, \exists a \in A \;/\; a > s - \varepsilon$



"Si me muevo un epsilon de s, ya estoy dentro de A, y ∃a más grande"

Además

- El supremo es único
- Todo conjunto no vacío y acotado sup. tiene supremo (axioma de completitud de $\mathbb{R}$)

- Para probar que a es supremo

  ↳ Muestro que a cumple $\boxed{a}$ y $\boxed{b}$

  ó $\boxed{a'}$ y $\boxed{b'}$

- $\text{Inf}(A) \leq \text{Sup}(A)$

- Máximo : Si el supremo $s \in A \equiv \max(A)$
- Mínimo : Si el ínfimo $i \in A \equiv \min(A)$