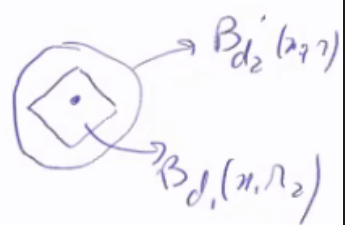
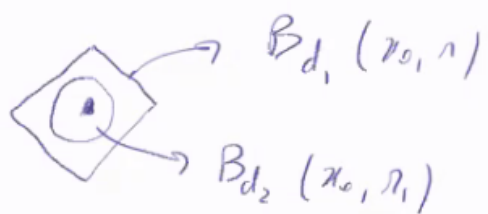


$f: E \rightarrow E'$ cont em x_0 se:
 dado V ab. / $f(x_0) \in V \exists U$ ab.
 com $x_0 \in U$ / $f(U) \subset V$.
 EJERC.

$x_n \rightarrow x \Leftrightarrow \forall V$ ab. que contiene a x
 $\exists n_0 / x_n \in V \forall n > n_0$

\mathbb{R}^2 d_1 d_2



Ej 11)

$$d \sim d' \text{ EQUIV. } \text{Obs } 0 \leq d'(x,y) < 1 \quad \forall x,y \in E$$

Obs: (E, d') acotado

EJEMPLO

$$(\mathbb{R}, f \cdot 1) \quad d'(x,y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|} \quad \left. \vphantom{\frac{|x-y|}{1+|x-y|}} \right\}$$

(\mathbb{R}, d') ACOT. (\mathbb{R}, d) NO ACOT.

$$f(t) = \frac{t}{1+t}$$

$$g: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

CRECIENTE



$$f(t) = \frac{t}{1+t}$$

$$g: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

CRECIENTE



$$d'(x,y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|}$$

$$z: \left[|x-y| \leq |x-z| + |z-y| \right] \rightarrow \text{LO SABEMOS}$$



→ PARTE con más
"PENDIENTE"

→ $\delta \Rightarrow$ el que le sirve a la parte más
empinada de la función.

$$\text{Si } \underline{d(x, y)} < \underline{\delta} \Rightarrow \overbrace{d(f(x), f(y))} \leq \\ \leq d(f(\tilde{x}), f(\tilde{y})) < \varepsilon.$$

(No
Riguroso)

↑
Cuentas

✓
dos de la parte más
empinada
que disten a menos de δ

IDEA: Si f está def en un intervalo
cerrado y acot, siempre hay una parte
que es la más empinada.

Si f está def en \mathbb{R} , en (a, b) ,

no necesariamente. VÍAMOS: $\mathbb{R} \quad \underline{f(x) = x^2}$

$(0, +\infty) \quad f(x) = \frac{1}{x}$

Ej. de la clase teórica

$$f: (\mathbb{R}, \delta) \rightarrow (\mathbb{R}, 1 \cdot 1)$$

$$f(x) = x.$$

$$f^{-1}: (\mathbb{R}, 1 \cdot 1) \rightarrow (\mathbb{R}, \delta) \quad f^{-1}(x) = x$$

$$F: (E, d) \rightarrow (E', d')$$

$$\text{cont} \Leftrightarrow F^{-1}(V) \text{ ab}$$

$$\forall V \subset E' \text{ ab.}$$

¿Cuáles son los abiertos de E con δ discretos?

En (\mathbb{R}, δ) :

$$B(3, \frac{1}{2}) = \{3\}$$

Abierto! \Rightarrow Abierto

¿Cualquier conjunto es abierto si usamos la métrica discreta?

$$\text{En } (\mathbb{R}, \delta) \quad B(3, \frac{1}{2}) = \{3\}.$$

$$\underbrace{\quad}_{AB}$$

$$A \subset (\mathbb{R}, \delta)$$

$$x_0 \in A$$

$$x_0 \in B(x_0, \frac{1}{2}) \subset A$$

$$\text{"}$$

$$\{x_0\} \subset A \quad \boxed{A \text{ Abierto}}$$

Hay métrica equivalente a la distancia discreta?

$$E = \mathbb{Z}, \quad d(x, y) = |x - y|$$

$$(\mathbb{Z}, d) \sim (\mathbb{Z}, \delta)$$

└──────────┘ → TODA SUBCONJ. DE \mathbb{Z}
ES AB

- Cualquier func. definida en \mathbb{Z} es continua.
- No todas las métricas en \mathbb{Z} son equivalentes a la discreta.

$f(x) = x^2$ NO UNIF CONT EN \mathbb{R} .

PROP: f NO UNIF CONT $\Leftrightarrow \exists \varepsilon_0 > 0$
 $\exists (x_n)_n \subset E$
 $(y_n)_n \subset E$

$$\left[\begin{array}{l} \text{tg } \boxed{d(x_n, y_n) \rightarrow 0} \\ \rightarrow \boxed{d(f(x_n), f(y_n)) \geq \varepsilon_0} \end{array} \right]$$

(esto implica: $d(f(x_n), f(y_n)) \not\rightarrow 0$.)