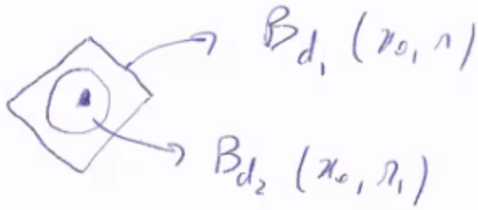
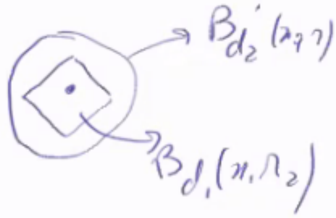
$f : E \to E'$ cont en x_0 si:
dado V ab. $/ f(x_0) \in V$ $\exists$ U ab.
con $x_0 \in U$ $/ f(U) \subset V$.

EJERC.

$x_n \to x \iff \forall$ V ab. que contiene a x
$\exists n_0 / x_n \in V \ \forall n \geq n_0$

$\mathbb{R}^2$ $\quad d_1 \quad d_2$





Ej 11)

$1 + d(x,y)$

d y d' EQUIV.   Obs $0 \le d'(x,y) < 1$ $\forall x,y \in E$

Obs. (E, d') acotado

EJEMPLO

$(\mathbb{R}, |\cdot|)$ $d'(x,y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|}$

$(\mathbb{R}, d')$ ACOT. $(\mathbb{R}, d)$ NO ACOT.

$g(t) = \frac{t}{1+t}$ $g: [0,+\infty) \to \mathbb{R}$

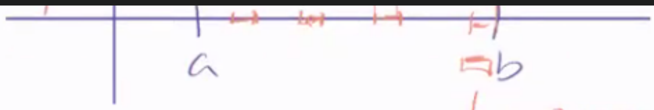
CRECIENTE

$g(t) = \frac{t}{1+t}$ $g: [0,+\infty) \to \mathbb{R}$

CRECIENTE

$$\boxed{d'(x,y) = \frac{|x-y|}{1+|x-y|}}$$

z : $\boxed{|x-y| \le |x-z| + |z-y|}$ → LO SABEMOS



↳ PARTE CON MÁS "PENDIENTE"

→ δ → el que le sirve a la parte más empinada de la función.

Si $d(x,y) < \delta \Rightarrow d(f(x),f(y)) \leq$

$\leq d(f(\tilde{x}), f(\tilde{y})) < \varepsilon$.

(NO Riguroso)

cuentas

dos de la parte más empinada que distan a menos de δ

IDEA: Si f está def en un intervalo cerrado y acot, siempre hay una parte que es la más empinada.

Si f está def en $\mathbb{R}$, en (a,b), no necesariamente. VIMOS: $\mathbb{R}$ $f(x)=x^2$

$(0,+\infty)$ $f(x)=1/x$

Ej. de la clase teórica

$$f : (\mathbb{R}, \delta) \to (\mathbb{R}, |\cdot|)$$
$$f(x) = x.$$
$$f^{-1} : (\mathbb{R}, |\cdot|) \to (\mathbb{R}, \delta) \quad f^{-1}(x) = x$$

$$F : (E, d) \to (E', d')$$
$$\text{cont} \iff F^{-1}(V) \text{ ab } \forall V \subset E' \text{ ab.}$$

¿Cuáles son los abiertos de E con δ discreta?

En $(\mathbb{R}, \delta)$:

$$\underbrace{B\left(3, \tfrac{1}{2}\right)}_{\text{Abierto!}} \Rightarrow \underbrace{\{3\}}_{\text{Abierto}}$$

¡Cualquier conjunto es abierto si usamos la métrica discreta!

En $(\mathbb{R}, \delta)$ $\quad \underbrace{B(3, 1/2)}_{AB.} = \{3\}.$

$A \subset (\mathbb{R}, \delta) \quad x_0 \in A \quad x_0 \in \underbrace{B(x_0, 1/2)}_{= \{x_0\}} \subset A$

$\boxed{A \text{ ABIERTO}}$

Hay metrica equivalente a la distancia discreta?

$E = \mathbb{Z}, \quad d(x,y) = |x-y|$

$\underbrace{(\mathbb{Z}, d) \sim (\mathbb{Z}, \delta)}$ → TODO SUBCONJ. DE $\mathbb{Z}$ ES AB

- Cualquier func definida en $\mathbb{Z}$ es continua.
- No todas las métricas en $\mathbb{Z}$ son equivalentes a la discreta.

$f(x) = x^2$ NO UNIF CONT EN $\mathbb{R}$.

PROP: f NO UNIF CONT $\Longleftrightarrow$ $\exists \varepsilon_0 > 0$ $\exists (x_n)_n \subset E$, $(y_n)_n \subset E$

tq $\boxed{d(x_n, y_n) \to 0}$ $\to$ $\boxed{d(f(x_n), f(y_n)) \geq \varepsilon_0}$

(esto implica: $d(f(x_n), f(y_n)) \not\to 0$)