Daniel

Saturno 26 de Marzo

# Cardinalidad

- **Def:**

  $X, Y$ tienen el mismo cardinal (o son coordinables)

  si $\exists f : X \to Y$ biyectiva

- **Notación**

  $X \sim Y$

**Ejemplo**

Si $X = \mathbb{N}$

$Y = \{\text{naturales pares}\}$

$Y$ parecería "más chico" que $X$

PERO tienen el mismo cardinal.

$f : X \to Y$

$f(k) = 2k$ ← es biyectiva

$\Rightarrow X, Y$ tienen el mismo cardinal!

**Prop:**

$\sim$ es relación de equivalencia

**Dem:**

Reflexiva?

$X \overset{?}{\sim} X$ ? sí! la función identidad $f(x) = x$ con $x \in X$

Simétrica?

$$X \sim Y \overset{?}{\Rightarrow} Y \sim X$$

Sí, pues $X \sim Y \Rightarrow \exists f$ biyectiva con $f: X \to Y$

entonces también $\exists f^{-1}$ biyectiva con $f^{-1}: Y \to X$

$$\therefore X \sim Y \Rightarrow Y \sim X$$

Transitiva?

$$\left.\begin{array}{l} \text{Si } X \sim Y \\ \text{y } Y \sim Z \end{array}\right\} \Rightarrow X \overset{?}{\sim} Y ?$$

$X \sim Y \Rightarrow \exists f$ biy. con $f: X \to Y$

$Y \sim Z \Rightarrow \exists g$ biy. con $g: Y \to Z$

$\Rightarrow \exists h$ biyectiva / $h = g \circ f$ con $h: X \to Z$

$\therefore \sim$ es relación de equivalencia

$\blacksquare$

Utilidad aplicada:

Comparo 2 conjuntos contra $\mathbb{N}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ (conjuntos "patrones")

y si son coordinables $\Rightarrow$ son coordinables entre ellos:

i.e.: $\left.\begin{array}{l} A \sim \mathbb{N} \\ B \sim \mathbb{N} \end{array}\right\} \Rightarrow A \sim B$

Preguntar

- Sabemos que siempre podemos encontrar un conj. con mayor cardinalidad.

$$\# X < \# \mathcal{P}(X) < \# \mathcal{P}(\mathcal{P}(X)) < \dots$$

Pero siempre hay "algo" intermedio entre 2 cardinales ?

o tenemos una noción similar a $\mathbb{Z}$ ?

- Hay muchos conj. vacíos ?

Sí, pues $A \cap B$ no tendría sentido si $A \subseteq X$
y $B \subseteq Y$
con $X \cap Y = \phi$