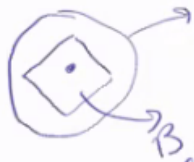
[$f: E \to E'$ cont en x_0 si:
dado V ab. / $f(x_0) \in V$ $\exists$ U ab.
con $x_0 \in U$ / $f(U) \subset V$.]

EJERC.

[$x_n \to x \iff \forall$ V ab. que contiene a x
$\exists n_0 /$ $x_n \in V$ $\forall n \geq n_0$]

$\mathbb{R}^2$ $\quad d_1 \quad d_2$



Ej 11)

$1 + d(x,y)$

d y d' EQUIV.   Obs $0 \leq d'(x,y) < 1$

$\forall\, x, y \in E$

Obs. (E, d') acotado

EJEMPLO

$(\mathbb{R}, |\cdot|)$ $d'(x,y) = \dfrac{|x-y|}{1+|x-y|}$

$(\mathbb{R}, d')$ ACOT. $(\mathbb{R}, d)$ NO ACOT.

$g(t) = \dfrac{t}{1+t}$ $g : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$

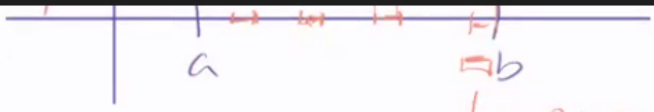
CRECIENTE

$g(t) = \dfrac{t}{1+t}$ $g : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$

CRECIENTE

$\boxed{d'(x,y) = \dfrac{|x-y|}{1+|x-y|}}$

z : $\boxed{|x-y| \leq |x-z| + |z-y|}$ → LO SABEMOS



↳ PARTE CON MÁS "PENDIENTE"

→ δ → el que le sirve a la parte más empinada de la función.

Si $\underline{d(x,y)} < \underline{\delta} \Rightarrow \overline{d(f(x),f(y))} \le$

$$\le d(f(\tilde{x}), f(\tilde{y})) < \varepsilon .$$

(NO Riguroso)

cuentas

dos de la parte más empinada que distan a menos de δ

IDEA: Si f está def en un intervalo cerrado y acot, siempre hay una parte que es la más empinada.

Si f está def en $\mathbb{R}$, en (a,b), no necesariamente. VIMOS: $\mathbb{R}$ $f(x)=x^2$

$(0,+\infty)$ $f(x)=1/x$

Ej. de la clase teórica

$$f : (\mathbb{R}, \delta) \to (\mathbb{R}, |\cdot|)$$
$$f(x) = x.$$
$$f^{-1} : (\mathbb{R}, |\cdot|) \to (\mathbb{R}, \delta) \qquad f^{-1}(x) = x$$

$$F : (E, d) \to (E', d')$$
$$\text{cont} \iff F^{-1}(V) \text{ ab } \quad \forall\, V \subset E' \text{ ab.}$$

¿Cuáles son los abiertos de E con δ discreta?

En $(\mathbb{R}, \delta)$:

$$\underbrace{B\left(3, \tfrac{1}{2}\right)}_{\text{Abierto!}} = \underbrace{\{3\}}_{\text{Abierto}}$$

$\Rightarrow$

¡Cualquier conjunto es abierto si usamos la métrica discreta!

En $(\mathbb{R}, \delta)$ $\quad \underbrace{B(3, 1/2)}_{\text{AB.}} = \{3\}.$

$A \subset (\mathbb{R}, \delta) \qquad x_0 \in A \qquad x_0 \in B(x_0, 1/2) \subset A$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \{x_0\}$ $\quad \boxed{A \text{ ABIERTO}}$

Hay metrica equivalente a la distancia discreta?

$E = \mathbb{Z}, \quad d(x,y) = |x-y|$

$(\mathbb{Z}, d) \sim (\mathbb{Z}, \delta)$ $\longrightarrow$ TODO SUBCONJ. DE $\mathbb{Z}$ ES AB

- Cualquier func definida en $\mathbb{Z}$ es continua.

- No todas las métricas en $\mathbb{Z}$ son equivalentes a la discreta.

$f(x) = x^2$ NO UNIF CONT EN $\mathbb{R}$.

PROP: f NO UNIF CONT $\Longleftrightarrow$ $\exists \varepsilon_0 > 0$ $\exists (x_n)_n \subset E$, $(y_n)_n \subset E$

tq $\left[\boxed{d(x_n, y_n) \to 0} \longrightarrow \boxed{d(f(x_n), f(y_n)) \geq \varepsilon_0} \right]$

(esto implica: $d(f(x_n), f(y_n)) \not\to 0$)