$$\underbrace{\# [0,1]} = c = \underbrace{\# \mathcal{P}(\mathbb{N})}$$

$$\#([0,1] \setminus \mathbb{Q}) = c$$

$\mathbb{Z}[x]$

$\to$ # { pol. con coef enteros } $= \aleph_0$ -

$$\boxed{\#\{\text{n}^{\text{os}} \text{ algebraicos}\} = \aleph_0}$$

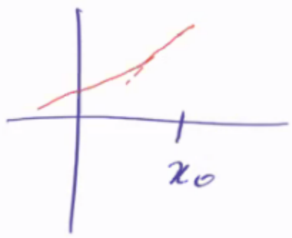
$\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ alg

π, e no son algebraicos.

EJ 19 PR 2:

¿Cómo son las discont de una func. $\underbrace{\text{monótona}}_{\text{CRECIENTE}}$ de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$?

$x_0 \in \mathbb{R}$, f CREC DISCONT EN x_0



$$\underbrace{\lim_{x \to x_0^-} f(x)}_{\exists} < \underbrace{\lim_{x \to x_0^+} f(x)}_{\exists}.$$

IDEA: p/ c/ pto de discontinuidad tenemos un intervalo $\left(\lim_{x \to x_0^-} f(x), \lim_{x \to x_0^+} f(x)\right)$

uso ej 18 ↑ disjuntos.

$$\{3\} = \underbrace{B(3, 1/2)}_{\text{bola ab.}} \to \text{ab.}$$

↳ Ej 4 b)

$\{3\}$ es abierto y cerrado en $\mathbb{Z}$.

$\Rightarrow$ ¿cuáles son los ab. de $\mathbb{Z}$?

Obs: (E, d) esp met

$\#\{\text{subconj. ab. de } E\} = \#\{$

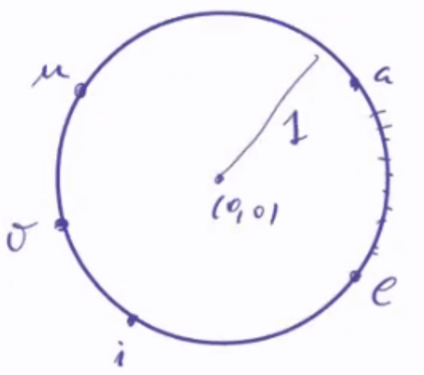
$= \#\{\text{subconj. cerrados de } E\}$

Obs:

$E = \mathbb{Z}$ $\quad B(3, 1/2) = \bar{B}(3, 1/2) = \{3\}$.

$\to \quad B(3, 1) = \{3\} \leftarrow$

$\to \quad \bar{B}(3, 1) = \{2, 3, 4\} \leftarrow$



$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2+y^2=1\}$

$= S$

Hay diferencia entre pensar a $\mathbb{Z}$ como

→ Subconj de $\mathbb{R}$

→ Espacio métrico.

Si $E = \mathbb{R}^2$:

S no es abierto.

$S^\circ = \emptyset$

$B(a,r) = \{w \in E / d(w,a) < r\}$

$\boxed{E=\mathbb{R}^2}$

$\underbrace{a + (\frac{r}{2}, 0)}_{w} \in B(a,r)$

$d(w,a) = \sqrt{(\frac{r}{2})^2+0} = \frac{r}{2} < r$ ← nunca está en la circunferencia

Si $E = S$

$$B(a,r) = \{ w \in S \,/\, d(w,a) < r \} \subset S.$$

UNIÓN NUM. DE NUM ES NUMERABLE

IDEA: $A_n \sim \mathbb{N}$ $\quad \forall n$.

$f_n : \mathbb{N} \to A_n$ biyectiva (p/c/n).

$\to A_n = \{ f_n(k) : k \in \mathbb{N} \}$.

$$\to \bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{ f_n(k) : k \in \mathbb{N} \}$$

$$= \{ f_n(k) : k \in \mathbb{N},\ n \in \mathbb{N} \}$$

Sabemos que

$\# \mathbb{N}^m = \aleph_0$ ⇝ MISMA DEM QUE $\# \mathbb{N}^2 = \aleph_0$.

$\boxed{\mathbb{N}^m = \{ (k_1, \dots, k_m) . \ k_i \in \mathbb{N} \}}$

$$\left.\begin{array}{l} \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N} \\ (s,t) \mapsto 2^s 3^t \end{array}\right] \text{INY.}$$

$\# \mathbb{N}^2 \le \# \mathbb{N}$

$$\mathbb{N} \times \mathbb{N} \to A$$

$(n,k) \mapsto f_n(k)$ es suryectiva,

y Biyectiva si A_n son disjuntos.

Pensar el caso no disjuntos.