Para pensar 3) Cardinalidad y espacios métricos — Apr 12

Daniel Carando (EDITED) — 6:56 PM

Un par de preguntas para mezclar cardinalidad y espacios métricos. Algunas cosas las hablamos hoy en las consultas, así que les que ya las sepan no contesten!
Como siempre, (E, d) es un espacio métrico. Tenemos los conjuntos

$\mathcal{A} = \{\text{subconjuntos abiertos de } E\}$
$\mathcal{B} = \{\text{subconjuntos cerrados de } E\}$

(EDITED) (1) ¿Hay alguna relación entre los cardinales de $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$? — 6:56 PM

(EDITED) (2) Decidir si es correcto o no el siguiente enunciado y si está bien o no su demostración. — 6:56 PM
Enunciado: $\mathcal{A}$ tiene cardinal mayor o igual a c.
Demostración: Fijamos un punto $x_0 \in E$ y definimos la función $f : [0, +\infty) \to \mathcal{A}$ por $f(r) = B(x_0, r)$.
Si $r \neq r'$ entonces $B(x_0, r) \neq B(x_0, r')$ porque son bolas con distinto radio. Esto implica que f es inyectiva. Por lo tanto, $c \leq \#\mathcal{A}$.

APR 12 — YESTERDAY

Daniel Carando — 11:06 AM

Aclaración: la función f está definida en el $(0, +\infty)$, no en el $[0, +\infty)$ como escribí antes. Es un error de tipeo pero no vale usarlo para responder la consigna!

Si A es infinito $\overset{?}{\Rightarrow}$ E es infinito

Construyo f inyectiva

$$f : \mathbb{N} \to A$$
$$x \mapsto \{x\}$$

Como armo un abierto acá? (y que sea iny.)

o g suryectiva

$$g : A \to \mathbb{R}$$
$$B(x,r) \mapsto r$$

↑ Abierto

"g manda bolas a sus radios"

NO

$$\underbrace{\begin{aligned} \mathbb{N} &\to A \\ n &\mapsto B(n,r) \end{aligned}}$$

$$\left(B(n,r)_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$$

$\uparrow$

sucesión de infinitos (numerables) elementos

$$\Rightarrow \#\mathbb{N} = \#\left(B(n,r)_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$$

como cada elemento de la sucesión es distinto y abierto

$$\Rightarrow \left(B(n,r)_n\right)_{n\in\mathbb{N}} \subseteq A$$

$$\Rightarrow \#\left(B(n,r)_n\right)_{n\in\mathbb{N}} \leq \# A$$

$$\Rightarrow \aleph_0 \leq \# A$$