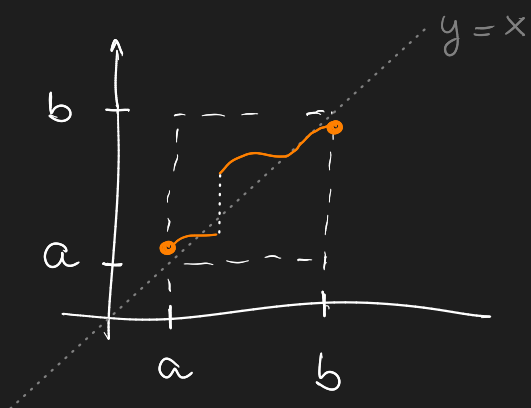


20. Sea $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ una función creciente. Probar que f tiene un punto fijo.



• Si $f(a) = a$

ó $f(b) = b$

$\Rightarrow f$ tiene P.F.

• Si no :

Como f es creciente

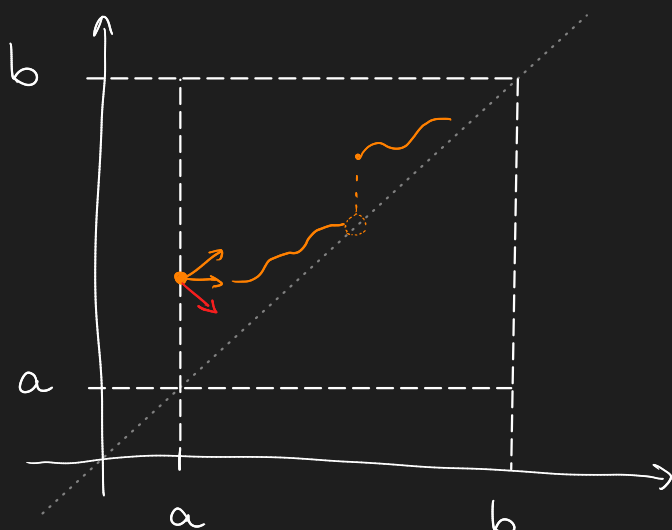
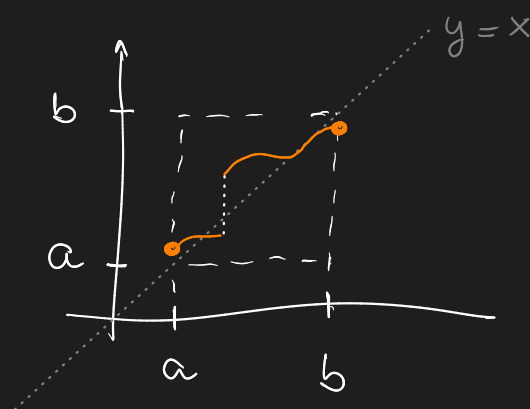
$$f(b) \geq f(a)$$

! Pero no sé si es continua

• Si f es continua

\Rightarrow ej. 18

• Si no es continua :



\Rightarrow Si cruza $x = y$ donde es continua

\Rightarrow ej. 18

\Rightarrow Si "cruza" $x = y$ en un punto donde f es discontinua

\Rightarrow ese punto no es PF



y como f siempre aumenta o se mantiene, y estar acotado por b

\Rightarrow solo puede cruzar $y = x$ en algún c

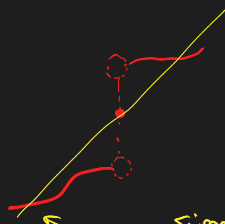
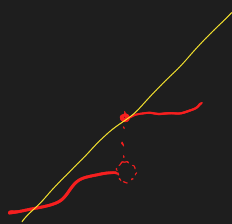
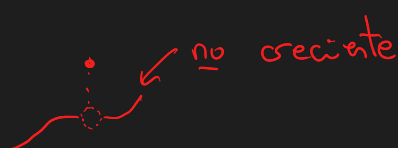
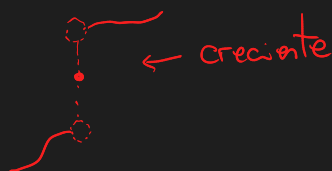
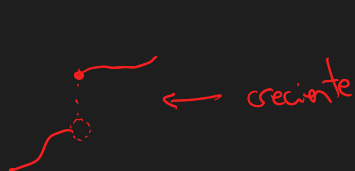
tal que $\forall r > 0, B(c, r) \cap [a, b]$ es infinito.

notar que: no puede ser punto aislado, ya que

$f(x)$ solo puede mantenerse o aumentar

y en ningún caso puede cruzar $y = x$

sin antes haberla cruzado con una porción de f continua:



siempre por debajo de $y = x$

y \therefore caso ej 18,

\therefore no modifica en nada el resultado cambiar función continua (ej 18) por creciente (ej 20)

$\therefore f$ tiene punto fijo.