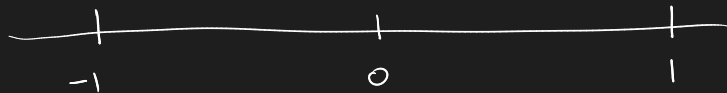


$$1) A = \left\{ (-1)^n \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) : n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$\bullet \text{ Si } n \text{ par} \Rightarrow 1 - \frac{1}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$$

$$\bullet \text{ Si } n \text{ impar} \Rightarrow \frac{1}{n} - 1 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} -1$$



Propongo

$$\bullet \sup A = 1$$

$$\bullet \inf A = -1$$

Probo $\sup A$, el otro es igual

$$i) 1 \text{ es cota sup pue } 1 - \frac{1}{n} < 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\text{pue } \frac{1}{n} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\text{y adem\u00e1s } \frac{1}{n} - 1 < 1$$

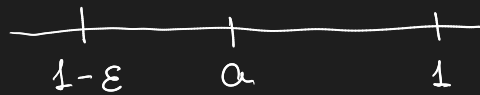
$$\frac{1}{n} < 2 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$\therefore 1$ es cota sup.

$$ii) \text{ q.v.q. } s = \sup A = 1 \Leftrightarrow$$

$$\forall \varepsilon > 0, \exists a \in A \mid 1 - \varepsilon < a \leq 1$$

Busco un a entre $1-\varepsilon$ y 1



Pero los elementos de a tienen una forma particular

• Si $1-\varepsilon \leq 0 \Rightarrow$ elijo $a = \frac{1}{2} \in A$ con $n=2$



• Si $0 < 1-\varepsilon$

\Rightarrow los $a \in A$ entre $1-\varepsilon$ y 1
son de la forma

$$1 - \frac{1}{n}$$

• Me gustaría decir que " $\varepsilon = \frac{1}{n}$ ", pero
si $\varepsilon \notin \mathbb{Q} \Rightarrow \nexists n \in \mathbb{N} / \varepsilon = \frac{1}{n}$

• Busco un valor más chico de $\frac{1}{n} / \varepsilon > \frac{1}{n}$ para algún n

Por Arquímedes

como $0 < \varepsilon$

$$\Rightarrow \exists n_0 \in \mathbb{N} / \frac{1}{\varepsilon} < n_0 < 2 \cdot n_0$$

\nwarrow quiero que sea par

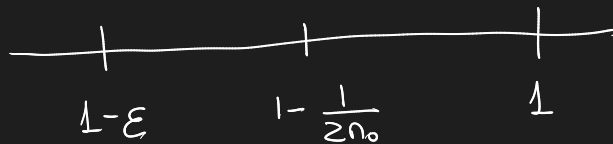
$$\frac{1}{\varepsilon} < 2n_0$$

$$\varepsilon > \frac{1}{2n_0} \Leftrightarrow \frac{1}{2\varepsilon} < n_0$$

\Rightarrow Dado $\varepsilon > 0$, elijo ese $2 \cdot n_0$ para decir que

$$1 > \underbrace{(-1)^{2n_0}}_{=1} \cdot \left(1 - \frac{1}{2 \cdot n_0}\right) = 1 - \frac{1}{2n_0} > 1 - \varepsilon$$

\uparrow
 \neq pues
 $1 \notin A$



Obtengo un $a \in A$ con $a: 1 - \frac{1}{2n_0}$ /

$$\forall \varepsilon > 0, \quad 1 - \varepsilon < 1 - \frac{1}{2n_0} \leq 1$$

$$1 - \varepsilon < a \leq 1$$

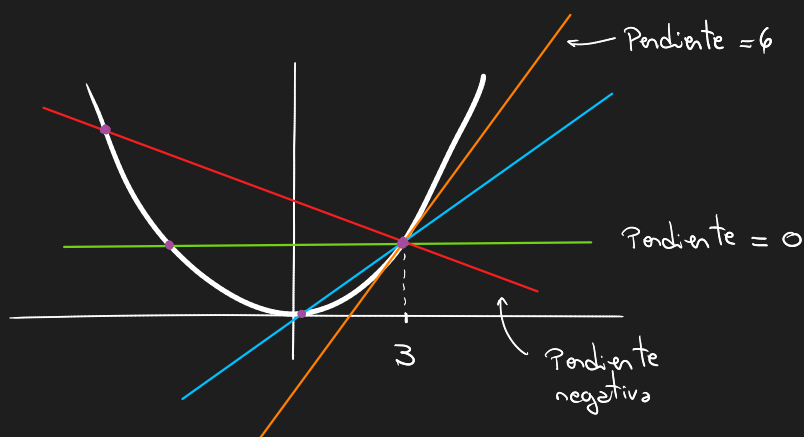
$\therefore 1$ es supremum de A ,

□

2) Sea $f(x) = x^2$

$$A = \left\{ \frac{f(3+h) - f(3)}{h} : h \in (-\infty, 0) \right\}$$

Como una derivada pero con $h \in (-\infty, 0)$



- Cuando $h \rightarrow 0^+$: es la derivada de x^2

$$f'(3) = 2 \cdot 3 = 6$$

- Cuando $h \rightarrow -\infty$: es la pendiente de una recta vertical

$$\therefore A = (-\infty, 6]$$

- $\inf A = "-\infty"$: no está acotado inferiormente !

- $\sup A = 6$

