1	2	3	4	Calificación

Análisis Avanzado - Primer parcial

07/10/2021

---

1. Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Para las verdaderas dar una demostración y para las falsas un contraejemplo.

Sean $A, B \subseteq \mathbb{R}$ no vacíos y acotados.

a) Si para todo $a \in A$ existe $b \in B$ tal que $a \leq b$, entonces $\sup(A) \leq \sup(B)$.

b) Si $\text{ínf}(A) < \sup(A)$ entones $A = (\text{ínf}(A), \sup(A))$.

2. Sea $X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \, x \in \mathbb{Q}, \, y \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \; \text{ y } z \in \mathbb{N} \text{ es par}\}$.

Probar que existe $g : X \to \mathbb{R}^2$ biyectiva.

3. Sea $E = \{f \in C([0, 1]) : f(x) > 0 \; \forall \, x \in [0, 1]\}$, con la métrica d_∞. Consideremos la función $\mathcal{I} : E \to E$ dada por

$$\mathcal{I}(f)(x) = \frac{1}{f(x)}.$$

Probar que $\mathcal{I}$ es continua, pero no uniformemente continua.

4. Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función. Supongamos que el conjunto

$$\mathcal{G} = \{(x, f(x)) : x \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathbb{R}^2$$

es compacto. Probar que f es continua.

Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.