# 1° Parcial de Análisis Matemático 2

- Leandro Correira
- 669/18

---

**Ejercicio 1** Sea $S$ una superficie con parametrización

$$T(\theta,\varphi) = (\cosh\theta\cos\varphi, \cosh\theta\sin\varphi, \sinh\theta),$$

con $0 \le \varphi \le \pi$ y $-1 \le \theta \le 1$.

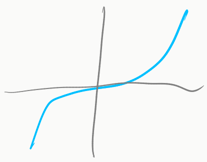
a) Probar que $T$ es una parametrización regular. Calcular el plano tangente a $S$ en el punto $(1,0,0)$. (Ayuda: Probar que $f(x) = \sinh(x)$ es una función inyectiva).

b) Si $\rho(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ es la función densidad de masa, calcular la masa total de $S$.

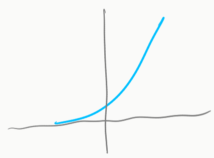
a). $T$ es $C^1$ pues sus componentes son producto de funciones $C^1$

- $\sinh\theta$ es inyectiva pues es estrictamente creciente

$\sinh\theta = \dfrac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2}$



donde $e^{\theta}$ es creciente con $\theta$ y $e^{\theta} > 0$



$e^{-\theta}$ es decreciente con $\theta$ $e^{\theta} > 0$

y $\therefore$ $e^{\theta} - e^{-\theta}$ es creciente con $\theta$

y como es continua en todo $\mathbb{R}$,

$\sinh\theta$ es inyectiva //

$\cdot\ T_\theta = (\sinh\theta \cos\varphi,\ \sinh\theta \cdot \sin\varphi,\ \cosh\theta)$

$\cdot\ T_\varphi = (-\cosh\theta \sin\varphi,\ \cosh\theta \cdot \cos\varphi,\ 0\ )$

$$T_\theta \times T_\varphi = \Big(-\cosh^2\theta \cdot \cos\varphi,\ -\cosh^2\theta \cdot \sin\varphi,\ \underbrace{\sinh\theta \cdot \cos^2\varphi \cdot \cosh\theta + \sinh\theta \cdot \sin^2\varphi \cdot \cosh\theta}_{= \sinh\theta \cdot \cosh\theta \cdot (1)}\Big)$$

$T_\theta \times T_\varphi \neq (0,0,0)$ pues $\theta \neq 0$ siempre

$\Rightarrow \sinh\theta \neq 0$

$\cosh\theta \neq 0$

$\Rightarrow \sinh\theta \cdot \cosh\theta \neq 0$

$\therefore$ T es regular ✓

Para el plano, calculo $\dfrac{T_\theta \times T_\varphi}{\| T_\theta \times T_\varphi \|}(1,0,0) = (a, b, c)$

$\Pi:\ a(x-1) + b \cdot y + c \cdot z$

$$T_\theta \times T_\varphi = (-\cosh^2\theta \cdot \cos\varphi,\ -\cosh^2\theta \cdot \sin\varphi,\ \sinh\theta \cdot \cosh\theta)$$

Calculo

$$\| T_\theta \times T_\varphi \| = \sqrt{\cosh^4\theta \cdot \cos^2\varphi + \cosh^4\theta \cdot \sin^2\varphi + \sinh^2\theta \cdot \cosh^2\theta}$$

$$= \sqrt{\cosh^4\theta + \sinh^2\theta \cdot \cosh^2\theta} = \cosh\theta \cdot \sqrt{\cosh(2\theta)}$$ //

$$\frac{T_\theta \times T_\varphi}{\| \circ \|} = \frac{\left(-\cosh^2\theta \cdot \cos\varphi,\ -\cosh^2\theta \cdot \sin\varphi,\ \sinh\theta \cdot \cosh\theta\right)}{\cosh\theta \cdot \sqrt{\cosh(2\theta)}}$$

$$= \Bigg(\underbrace{-\frac{\cosh}{\sqrt{\cosh 2\theta}} \cdot \cos\varphi}_{a(0,0)},\ \underbrace{-\frac{\cosh\theta}{\sqrt{\cosh 2\theta}} \cdot \sin\varphi}_{b(0,0)},\ \underbrace{\frac{\sin\theta}{\sqrt{\cosh(2\theta)}}}_{c(0,0)}\Bigg)$$

$$\Pi : a(x-1) + b \cdot y + c \cdot z$$

$$\Pi : \left(-\frac{\cosh\theta}{\sqrt{\cosh 2\theta}} \cdot \cos\varphi\right)(x-1) + \left(-\frac{\cosh\theta}{\sqrt{\cosh 2\theta}} \cdot \sin\varphi\right) y + \frac{\sin\theta}{\sqrt{\cosh(2\theta)}} z$$

evalúo en $\theta = 0$ y $\varphi = 0$ que es el punto $(1,0,0)$

y obtengo el plano (me quedé sin tiempo ¡¡)

b) $\rho(x,y,z)$

$$\int_S f \cdot dS = \int_\theta \int_\varphi f(T(\theta,\varphi)) \, \| T_\theta \times T_\varphi \| \, d\varphi \, d\theta$$

- $$f(T(\theta,\varphi)) = \sqrt{\cosh^2\theta \cdot \cos^2\varphi + \cosh^2\theta \cdot \sin^2\varphi + \sinh^2\theta}$$

$$= \sqrt{\cosh^2\theta + \sinh^2\theta}$$

$$\overset{\text{ident.}}{=} \sqrt{\cosh(2\theta)}$$

de a)

- $$\| T_\theta \times T_\varphi \| = \cosh\theta \cdot \sqrt{\cosh(2\theta)} \; //$$

$$\int_\theta \int_\varphi \sqrt{\cosh(2\theta)} \cdot \cosh\theta \sqrt{\cosh(2\theta)} \, d\varphi \, d\theta =$$

$$= \int \int \cosh\theta \cdot \cosh 2\theta \, d\varphi \, d\theta$$

$$= \int_{-1}^{1} \int_{\varphi=0}^{\pi} \frac{1}{2} \cdot \cosh\theta + \frac{1}{2} \cdot \cosh(3\theta) \, d\varphi \, d\theta$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_{-1}^{1} \cosh\theta \, d\theta + \int_{-1}^{1} \frac{\pi}{2} \cosh 3\theta \, d\theta$$

Rta:

$$= \frac{\pi}{2} \underbrace{\sinh\theta \Big|_{-1}^{1}}_{2\sinh 1} + \frac{\pi}{2} \cdot \underbrace{\frac{\sinh 3\theta}{3} \Big|_{-1}^{1}}_{\frac{1}{3} \cdot 2\sinh 3} = \pi \cdot \left( \sinh 1 + \frac{1}{3} \sinh 3 \right) //$$

**Ejercicio 2** Sea $r : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{>0}$ una función $C^1$ y positiva tal que $r(\frac{\pi}{2}) = 2$ y $r(\frac{3}{2}\pi) = 1$ y sea $\mathcal{C}$ la curva parametrizada y orientada por

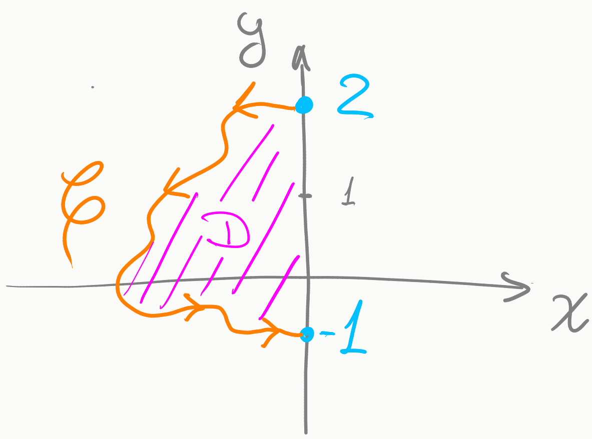
$$\sigma(t) = (r(t)\cos(t), r(t)\sin(t)),$$

con $\frac{\pi}{2} \le t \le \frac{3}{2}\pi$.
Calcular el área de la región encerrada por $\mathcal{C}$ y el eje $y$ si se sabe que

$$\int_{\mathcal{C}} \left(\frac{1}{2}e^{y^2} + \cos(x^3)\right) dx + \left(x + e^{y^2} y(x+1)\right) dy = \frac{e}{2}.$$

$$r\left(\tfrac{1}{2}\pi\right) = 2$$

$$r\left(\tfrac{3}{2}\pi\right) = 1$$




$$\sigma\left(\tfrac{1}{2}\pi\right) = (2 . 0 , 2 . 1)$$

$$= (0, 2)$$

$$\sigma\left(\tfrac{3}{2}\pi\right) = (1 . 0 , 1 . (-1))$$

$$= (0, -1)$$

$$F(x,y) = \left(\tfrac{1}{2} e^{y^2} + \cos x^3 , x + e^{y^2} . y(x+1)\right)$$

Quiero el área de D dada por

$$\int_{t=\frac{1}{2}\pi}^{\frac{3}{2}\pi} \|\sigma'(t)\| \, dt = \ ?$$

Me dan

$$\int_{\mathcal{C}} F \cdot dA = \frac{e}{2}$$

$$\cdot \ \operatorname{Rot} F = \det \begin{vmatrix} \partial/\partial x & \partial/\partial y \\ P & Q \end{vmatrix}$$

$$= \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}$$

$$\cdot \ \frac{\partial Q}{\partial x} = 1 + \frac{\partial}{\partial x}\left( e^{y^2} \cdot y \cdot x + \cancel{e^{y^2} \cdot y \cdot 1} \right)$$

$$= 1 + e^{y^2} \cdot y$$

$$\cdot \ \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{1}{2} \cdot e^{y^2} \cdot 2y$$

$$= e^{y^2} \cdot y$$

$$\Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = 1 \ /\!/$$

"Sospecho" que puedo usar Teo. de Green.

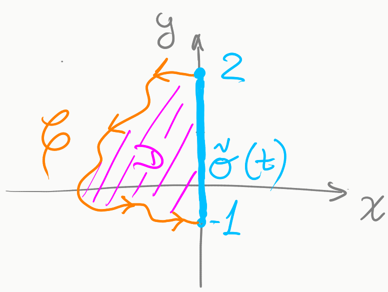
Pero debo

a) ↳ Cerrar la curva

b) ↳ Verif. que cumpla hipótesis.

a) Parametrizo el borde faltante sobre el eje y

$$\tilde{\sigma}(t) = (0, t) \quad \text{con } t \in (-1, 2)$$




b) Como $F$ es $C^1$, y

$$\sigma(t) = (r(t) \cdot \cos(t), r(t) \cdot \sin(t))$$

también es $C^1$ por ser compo. de funciones $C^1$,

y como tanto $\sigma(t)$ como $\tilde{\sigma}(t)$ parametrizan el borde de $D$

en sentido positivo,

$\Rightarrow$ Puedo usar Green.

$$\int_{\mathcal{C}^+} F \cdot dA = \frac{e}{2} = \iint_D \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\, dA$$

$$= \iint_D 1 \, dA = \text{Área}(D)$$

$\therefore$ el Área de la región encerrada por $\mathcal{C}$ y el eje $y$

es $\dfrac{e}{2}$ //

**Ejercicio 3** Sea $S$ la porción del cono $S = \{(z+1)^2 = x^2 + y^2; 0 \leq z \leq 1, y \geq 0\}$ orientado de forma tal que la normal en el punto $(0,1,0)$ sea $(0,1,-1)$.

a) Parametrice el borde de $S$ respetando la orientación de $S$.

b) Sea $\mathbf{F}$ el campo

$$\mathbf{F}(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z}) = -\frac{(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z})}{\|(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z})\|^3} + \left(\mathbf{e}^{(\mathbf{x}+\mathbf{y})^3}, \mathbf{x} + \mathbf{e}^{(\mathbf{x}+\mathbf{y})^3}, \mathbf{e}^{\mathbf{z}^4}\right).$$

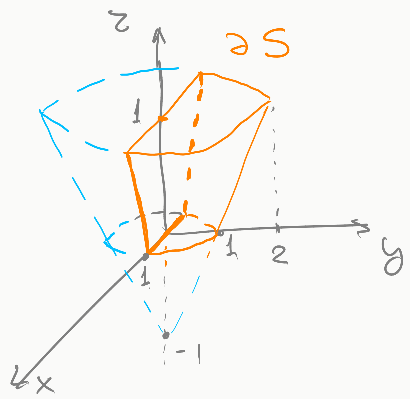
Calcular

$$\int_{\partial S} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s},$$

donde el borde de $S$ está orientado como se pide en el item anterior.

a) Sería un cono con punta en $(0,0,-1)$,

Pero: $0 \leq z \leq 1$
$y \geq 0$




Primero:

→ Lo parametrizo como:

$$T(z,\theta) = \left(r(z)\cdot\cos\theta,\ r(z)\cdot\sin\theta,\ z\right)$$

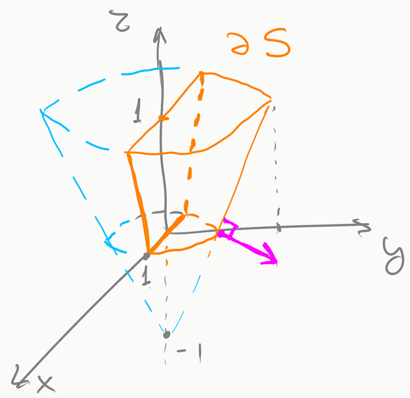
con:

$$r(z) = z+1$$

y:

$0 \leq z \leq 1$

$0 \leq \theta \leq \pi$




reescribo más explícitamente:

$$T(z,\theta) = \left((z+1)\cos\theta,\ (z+1)\cdot\sin\theta,\ z\right)$$

Pero:

• ¿$T$ respeta la orientación de $S$?

$$T_z = (\cos\theta,\ \sin\theta,\ 1)$$

$$T_\theta = \left(-(z+1)\cdot\sin\theta,\ (z+1)\cdot\cos\theta,\ 0\right)$$

$$T_z \times T_\theta = \det \begin{vmatrix} i & j & k \\ \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ -(z+1)\cdot\sin\theta & (z+1)\cdot\cos\theta & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \left(-(z+1)\cdot\cos\theta, -(z+1)\cdot\sin\theta, (z+1)\cdot(1)\right)$$

$$= \left(-(z+1)\cdot\cos\theta, -(z+1)\cdot\sin\theta, z+1\right)$$

$$= (z+1)\cdot\left(-\cos\theta, -\sin\theta, 1\right)$$

evalúo en $(0,1,0)$

$$T_z \times T_\theta \left(0, \frac{\pi}{2}\right) = 1\cdot\left(0, -1, 1\right)$$

$$= (0, -1, 1)$$

invierte la orientación!

Solo basta invertir la orientación de $T$:

$$\tilde{T}(z,\theta) = \left((z+1)\sin\theta, (z+1)\cdot\cos\theta, z+1\right)$$

con $0 \leq z \leq 1$

$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

$$\tilde{T}_z \times \tilde{T}_\theta = \det \begin{vmatrix} i & j & k \\ \sin\theta & \cos\theta & 1 \\ (z+1)\cdot\cos\theta & -(z+1)\cdot\sin\theta & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \left((z+1)\cdot\sin\theta, (z+1)\cdot\cos\theta, -(z+1)\cdot 1\right)$$

$$= (z+1)\cdot\left(\sin\theta, \cos\theta, -1\right)$$

$\tilde{T}_z \times \tilde{T}_\theta (0,0) = (0, 1, -1)$

$\uparrow$ $\tilde{T}$ respeta la orientación !

$\therefore \tilde{T}$ parametriza el borde de $S$ respetando orientación:

- $\tilde{T}(z,\theta) = ((z+1)\sin\theta, (z+1)\cdot\cos\theta, z+1)$ con $0 \leq z \leq 1$

  $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

b) Reescribo $F$ como suma de dos campos $F_1 + F_2$

$$F_1 = -\frac{(x,y,z)}{\|(x,y,z)\|^3}$$

$$F_2 =$$

$$\operatorname{div} F_2 = e^{(x+y)^3} \cdot 3(x+y)^2 + e^{(x+y)^3} \cdot 3(x+y)^2 + e^{z^4} \cdot 3z^3$$

$$\int_{\partial S} F \cdot dS \overset{\text{usando } \tilde{T}}{=} \int_{z=0}^{1} \int_{\theta=-\frac{\pi}{2}}^{\pi/2} \left\langle F(\tilde{T}(z,\theta)), \tilde{T}_z \times \tilde{T}_\theta \right\rangle d\theta\, dz$$

- $\tilde{T}(z,\theta) = (z+1) \cdot (\sin\theta, \cos\theta, 1)$

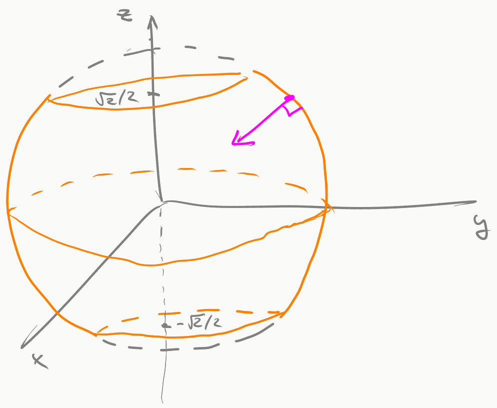
**Ejercicio 4** Sea $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 1, -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq z \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\}$ orientada con la normal interior y consideremos el campo vectorial

$$F(x,y,z) = \left(\frac{xz^2}{x^2+y^2}, \frac{yz^2}{x^2+y^2}, e^{x^2y}cos(x^2+y)\right).$$

Calcular

$$\int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}.$$

$S$ es una esfera en $(0,0,0)$ "recortada" en $z$ por dos planos en $z = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ y $z = \frac{\sqrt{2}}{2}$

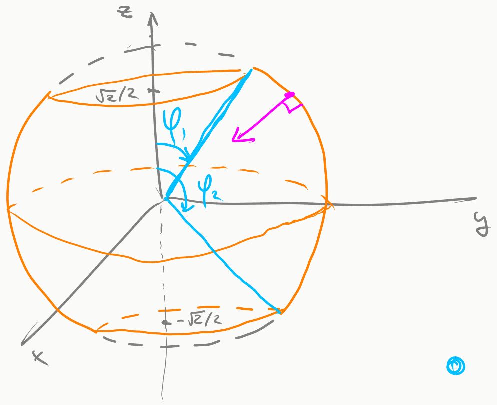



Si parametrizo con esféricas la superficie sin tapas:

$$T(\theta,\varphi) = \left(1 \cdot \cos\theta \sin\varphi,\ 1 \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi,\ 1 \cdot \cos\varphi\right)$$

con $\theta \in [0, 2\pi]$

$\varphi \in [\ ?\ ]$




- Cuando $z = \frac{\sqrt{2}}{2}$

la 3° componente de $T(\theta,\varphi)$ será

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\varphi = \frac{1}{4}\pi$$

- Cuando $z = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos\varphi = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\varphi = \frac{3}{4}\pi$$

$$\Rightarrow \quad \varphi \in \left[\tfrac{1}{4}\pi, \tfrac{3}{4}\pi\right]$$

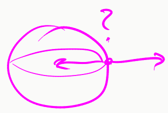
Muestro que el vector ortogonal sobre $S$ que induce $T$ es interior:

$$T(\theta,\varphi) = \left( \cos\theta \sin\varphi \,,\; \sin\theta \cdot \sin\varphi \,,\; \cos\varphi \right)$$

$$T_\theta = \left( -\sin\theta \cdot \sin\varphi \,,\; \cos\theta \cdot \sin\varphi \,,\; 0 \right)$$

$$T_\varphi = \left( \cos\theta \cdot \cos\varphi \,,\; \sin\theta \cdot \cos\varphi \,,\; -\sin\varphi \right)$$

$$T_\theta \times T_\varphi = \left( -\cos\theta \cdot \sin^2\varphi \,,\; -\sin\theta \cdot \sin^2\varphi \,,\; -\sin^2\theta \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi - \cos^2\theta \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varphi \right)$$

- Veo normal en $(0,1,0)$ 


$$T_\theta \times T_\varphi \left(\tfrac{1}{2}\pi, \tfrac{1}{2}\pi\right) = (0\,,\,-1\,,\,0)$$

la normal que induce $T$ en todos sus puntos apunta hacia adentro (que es lo que quería)

Me gustaría usar Gauss, pero para eso necesito:

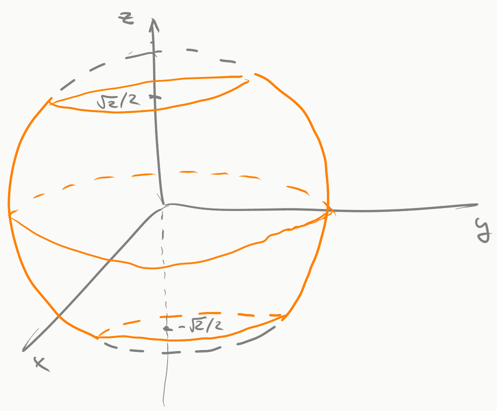
a) • Superficie cerrada con normal exterior

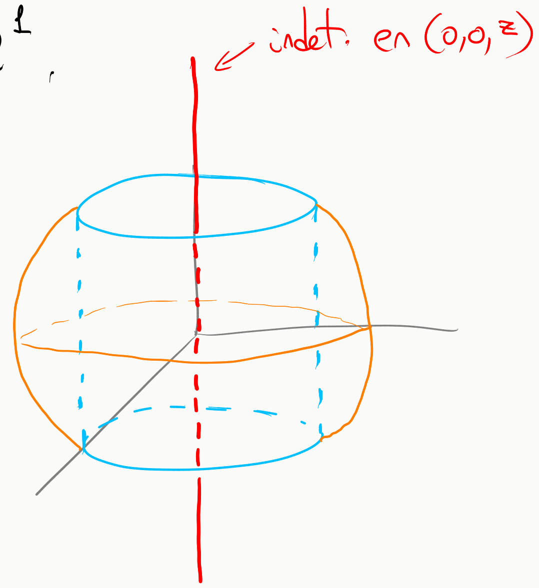
b) • El campo debe ser $C^1$ en su interior.

1°. la T que tengo tiene orientación opuesta a la pedida por Gauss

↳ solo basta cambiar el signo al integrar.

2. Para cerrar S, agrego un cilindro que cierre la superficie S y además evite los puntos conflictivos $(0,0,z)$ donde F no es $C^1$.




Parametrizo el cilindro:

$$T^c(z,\theta) = (r \cdot \cos\theta,\ r \cdot \sin\theta,\ z) \quad \text{con } z \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$
$$\theta \in [0, 2\pi]$$

donde a r lo obtengo:

$$x^2+y^2+z^2 = 1$$
$$x^2+y^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$$
$$x^2+y^2 = 1-\frac{1}{2}$$
$$x^2+y^2 = \frac{1}{2}$$
$$x^2+y^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$T^c(z,\theta) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos\theta,\ \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin\theta,\ z\right)$$

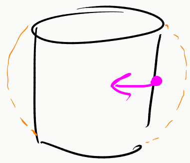
Veo orientación que induce $T^c$

$$T_z^c = (\ 0\ ,\ 0\ ,\ 1\ )$$
$$T_\theta^c = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta\ ,\ \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta\ ,\ 0\right)$$

$$T_z^c \times T_\theta^c = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta\ ,\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta\ ,\ 0\right)$$

Evalúo en $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$

$$T_z^c \times T_\theta^c \left(0, \frac{\pi}{2}\right) = \left(0\ ,\ -\frac{\sqrt{2}}{2}\ ,\ 0\right)$$



Apunta hacia adentro del cilindro

o sea

exteriormente al interior de la región entre el cilindro y la esfera.

$\therefore$ Puedo usar esta parametrización con Gauss.

Juntando todo

• Si $\tilde{S} = S \cup S^c$ ← sup. del cilindro

$$\int_{\tilde{S}} F \cdot ds = \iiint_{\Omega} \operatorname{div}(F)\, dv$$

con $\Omega$ la región encerrada por $\tilde{S}$

por normal anterior de $S$, cambio el signo para usar Gauss.

$$-\int_S F \cdot ds + \int_{S^c} F \cdot ds = \iiint_{\Omega} \operatorname{div}(F)\, dv$$

Calculo divergencia de $F$:

$$\operatorname{div} F = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x \cdot z^2}{x^2+y^2}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{y\, z^2}{x^2+y^2}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(e^{x^2 y} \cdot \cos\left(x^2+y\right)\right)$$

es cero

Calculo derivadas parciales:

- $$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x \cdot z^2}{x^2+y^2}\right) = \frac{z^2 \cdot (x^2+y^2) - x \cdot z^2 \cdot 2x}{(x^2+y^2)^2}$$

$$= \frac{z^2 x^2 + z^2 y^2 - 2 z^2 x^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$= \frac{y^2 \cdot z^2 - x^2 \cdot z^2}{(x^2+y^2)^2}$$

- $$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{y\, z^2}{x^2+y^2}\right) = \frac{z^2 \cdot (x^2+y^2) - y \cdot z^2 \cdot 2y}{(x^2+y^2)^2}$$

$$= \frac{z^2 x^2 - y^2 z^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\operatorname{div} F = \frac{\cancel{y^2 \cdot z^2} - \cancel{x^2 \cdot z^2}}{(x^2+y^2)^2} + \frac{\cancel{z^2 x^2} - \cancel{y^2 z^2}}{(x^2+y^2)^2} + 0$$

$$\operatorname{div} F = 0 \quad //$$

$$\iint_{S} F \cdot dS = \iiint_{\Omega} \operatorname{div} F \, dV$$

$$= 0$$

$$-\int_S F\cdot ds + \int_{S^c} F\cdot ds = 0$$

$$\int_S F\cdot ds = \int_{S^c} F\cdot ds$$

Tenía $S^c$ parametrizada por:

$$T^c(z,\theta) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\theta, \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin\theta, z\right)$$

$$= \int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{z=-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{2}/2} \left\langle F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\theta, \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin\theta, z\right), T_z\times T_\theta\right\rangle dz\,d\theta$$

$$= \int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{z=-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{2}/2} \left\langle F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\theta, \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin\theta, z\right), \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta, -\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta, 0\right)\right\rangle dz\,d\theta$$

$$F\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\theta, \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin\theta, z\right) = \left(\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos\theta\cdot z^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\cdot 1}, \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin\theta\cdot z^2}{\frac{1}{2}}, \dots\right)$$

$$= \left(\sqrt{2}\cdot\cos\theta\cdot z^2, \sqrt{2}\cdot\sin\theta\cdot z^2, \dots\right)$$

no me interesa pues se multiplica por 0 en el siguiente paso.

$$= \int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{z=-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{2}/2} \left\langle \left(\sqrt{2}\cdot\cos\theta\cdot z^2, \sqrt{2}\cdot\sin\theta\cdot z^2, \dots\right), \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta, -\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta, 0\right)\right\rangle dz\,d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{2}/2} \underbrace{-\cancel{\frac{2}{2}}^{1}\cdot\cos^2\theta\cdot z^2 - \cancel{\frac{2}{2}}^{1}\cdot\sin^2\theta\cdot z^2}_{= -z^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta)} + 0 \; dz\,d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi}\int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{2}/2} -z^2\,dz\,d\theta$$

$$= -\iint z^2\cdot dz\,d\theta =$$

$$= -\int_0^{2\pi} \frac{z^3}{3}\Big|_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{2}/2} d\theta =$$

$$= -\frac{1}{3}\int_0^{2\pi} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 d\theta =$$

$$= -\frac{1}{3}\int_0^{2\pi} 2\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 d\theta$$

$$= -\frac{1}{3}\int_0^{2\pi} \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}\sqrt{2}}\, d\theta$$

$$= -\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 2\pi$$

$$= -\frac{2\pi}{3\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}\,\pi}{3}$$

$$\therefore \int_S F\cdot ds = -\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$$

CA

$$\frac{(2^{1/2})^3}{2^3} = \frac{2^{3/2}}{2^3}$$

$$= 2^{3/2 - 6/2}$$

$$= 2^{-3/2}$$

$$= \frac{1}{2^{3/2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$