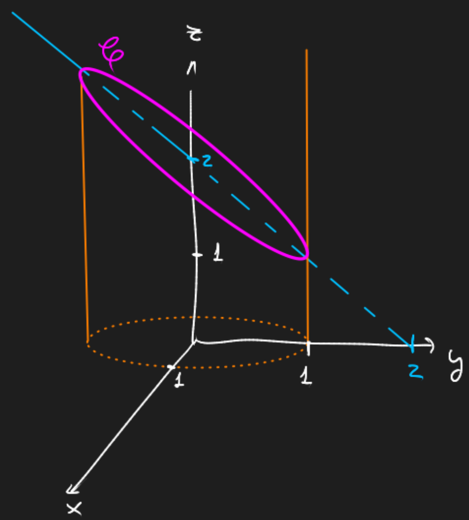
1. Consideramos la curva C determinada por la intersección entre la superficie dada por la ecuación $x^2+y^2-1=0$ y la superficie dada por $y+z-2=0$. Calcular $\int_C f\,ds$ donde $f(x,y,z)=\sqrt{1+x^2}$.

Del Parcial

$$\mathcal{C}: \begin{cases} x^2+y^2=1 & \text{cilindro} \\ y+z=2 & \text{plano} \end{cases}$$



Quiero

$$\int_{\mathcal{C}} f\,ds = ?$$

Expando

$$\int_{\mathcal{C}} f\,ds = \int_{\theta} f(\sigma(\theta)) \cdot \|\sigma'(\theta)\|\,d\theta$$

Uso Polares

$$\begin{cases} x = 1 \cdot \cos\theta \\ y = 1 \cdot \sin\theta \\ z = ? \end{cases}$$

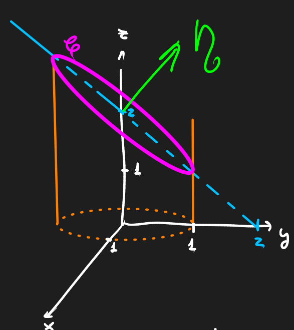
Definen $B_1(0,0)$ en $\mathbb{R}^2$, pero en $\mathbb{R}^3$? falta z!

$z = ?$ $\Rightarrow$ uso el plano $z = 2-y$ $\Rightarrow$ $z = 2-\sin\theta$

Deforma B_1 "estirandola" sobre el plano $z=2-y$, formando una elipse en $\mathbb{R}^3$

· Parametrizo

$$\sigma(\theta) = (\cos\theta,\ \sin\theta,\ 2-\sin\theta)$$



· Derivo

$$\sigma'(\theta) = (-\sin\theta,\ \cos\theta,\ -\cos\theta)$$

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} f(\sigma(\theta)) \cdot \|\sigma'(\theta)\| \, d\theta =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{1+\cos^2\theta} \cdot \sqrt{1+\cos^2\theta} \, d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} 1+\cos^2\theta \, d\theta$$

$$= 2\pi + \int_0^{2\pi} \cos^2\theta \, d\theta$$

$$= 2\pi + \int_0^{2\pi} \frac{\cos(2\theta)+1}{2} \, d\theta$$

$$= 2\pi + \frac{1}{2}\left(\underbrace{\frac{1}{2}\sin(2\theta)\Big|_0^{2\pi}}_{=0} + 2\pi \right)$$

$$= 3\pi \,//$$

Solución

$$\boxed{\int_{\mathcal{C}} f \, ds = 3\pi}$$