

Ejercicio 3. Considerar el sistema a un parámetro,

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x, \\ \dot{y} = \lambda y, \end{cases} \quad \text{con } \lambda \in \mathbb{R}.$$

$$X' = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = 2$$

$$\lambda_2 = \lambda$$

Autovectores

$$\lambda_1 = 2:$$

$$(\lambda_1 I - A) \cdot V = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2-2 & 0 \\ 0 & 2-\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$v_1 \in \mathbb{R}$$

$$(2-\lambda) \cdot v_2 = 0$$

$$\bullet \text{ Si } \lambda = -1 = \lambda_2$$

$$\Rightarrow 3 v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = 0$$

$$v_1 \neq 0$$

$$\text{elijo } v_1 = 1$$

$$\Rightarrow V_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{con } \lambda_1 = 2$$

$$\bullet \text{ Si } \lambda = 0:$$

Lo mismo

- Si $\lambda = 1$:

Lo mismo

- Si $\lambda = 2$:

\Rightarrow raíz doble

Auto vector de λ_2

- Si $\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} -1-2 & 0 \\ 0 & -1-(-1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

siempre será cero

$$\Rightarrow -3v_1 = 0$$

$$\Rightarrow v_1 = 0$$

$$\Rightarrow v_2 \neq 0$$

elijo $v_2 = 1$

$$\Rightarrow V_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Si $\lambda = 0$:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow v_1 = 0$$

$$\Rightarrow v_2 \neq 0$$

$$\Rightarrow V_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

• Si $\lambda = 1$:

$$\begin{pmatrix} 1-2 & \\ & 1-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow v_1 = 0$$

$$\Rightarrow v_2 \neq 0$$

$$v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

• Si $\lambda = 2$:

Raíz doble.

