Ejercicio 3. Considerar el sistema a un parámetro,

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x, \\ \dot{y} = \lambda y, \end{cases} \qquad \text{con } \lambda \in \mathbb{R}.$$

$$X' = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$\lambda_1 = 2$

$\lambda_2 = \lambda$

Autovectores

$\lambda_1 = 2$:

$$(\lambda_1 I - A) \cdot V = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2-2 & 0 \\ 0 & 2-\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$v_1 \in \mathbb{R}$

$(2-\lambda) \cdot v_2 = 0$

- Si $\lambda = -1 = \lambda_2$

$\Rightarrow 3 v_2 = 0 \Rightarrow v_2 = 0$

$v_1 \neq 0$

elijo $v_1 = 1$

$\Rightarrow V_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ con $\lambda_1 = 2$

- Si $\lambda = 0$:

Lo mismo

- Si $\lambda = 1$:

  Lo mismo

- Si $\lambda = 2$:

  $\Rightarrow$ raíz doble

Autovector de λ_2

- Si $\lambda = -1$:

$$\begin{pmatrix} -1-2 & 0 \\ 0 & -1-(-1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

siempre será cero

$$\Rightarrow \quad -3v_1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad v_1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad v_2 \neq 0$$

elijo $v_2 = 1$

$$\Rightarrow V_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Si $\lambda = 0$:

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow v_1 = 0$$

$$\Rightarrow v_2 \neq 0$$

$$\Rightarrow V_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Si $\lambda = 1$:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow v_1 = 0$

$\Rightarrow v_2 \neq 0$

$$V_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Si $\lambda = 2$:

Raíz doble.