

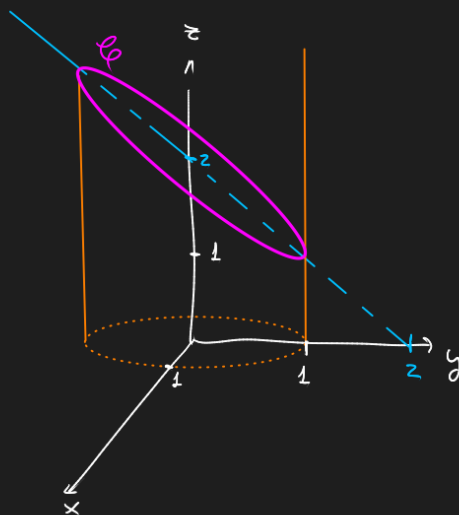
1. Consideramos la curva C determinada por la intersección entre la superficie dada por la ecuación $x^2 + y^2 - 1 = 0$ y la superficie dada por $y + z - 2 = 0$. Calcular $\int_C f \, ds$ donde $f(x, y, z) = \sqrt{1 + x^2}$.

Del Prcial

$$C: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 & \text{cilindro} \\ y + z = 2 & \text{plano} \end{cases}$$

Quiero

$$\int_C f \, ds = ?$$



Expendo

$$\int_C f \, ds = \int_{\theta} f(\sigma(\theta)) \cdot \|\sigma'(\theta)\| \, d\theta$$

Uso Polar

$$\begin{cases} x = 1 \cdot \cos \theta \\ y = 1 \cdot \sin \theta \end{cases} \text{ Definen } B_1(0,0) \text{ en } \mathbb{R}^2, \text{ pero en } \mathbb{R}^3? \\ \text{falta } z! \\ z = ? \Rightarrow \text{uso el plano } z = 2 - y \Rightarrow z = 2 - \sin \theta$$

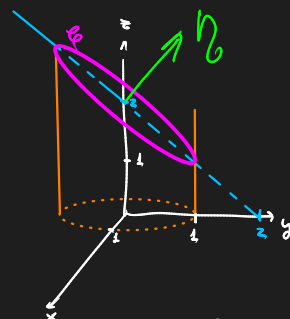
Deforma B_1 "estirandola" sobre el plano $z = 2 - y$, formando una elipse en \mathbb{R}^3

Parametrizo

$$\sigma(\theta) = (\cos \theta, \sin \theta, 2 - \sin \theta)$$

Derivo

$$\sigma'(\theta) = (-\sin \theta, \cos \theta, -\cos \theta)$$



$$\int_{\theta=0}^{2\pi} f(\sigma(\theta)) \cdot \|\sigma'(\theta)\| d\theta =$$

$$= \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \cos^2 \theta} \cdot \sqrt{1 + \cos^2 \theta} d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} 1 + \cos^2 \theta d\theta$$

$$= 2\pi + \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta$$

$$= 2\pi + \int_0^{2\pi} \frac{\cos(2\theta) + 1}{2} d\theta$$

$$= 2\pi + \frac{1}{2} \left(\underbrace{\frac{1}{2} \sin(2\theta)}_{=0} \Big|_0^{2\pi} + 2\pi \right)$$

$$= 3\pi //$$

Solución

$$\int_C f ds = 3\pi$$

