Iván Luna Feb 22/21

1) Sea $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 /$

$$F(x,y) = \left(x \cdot e^{x^2+y^2+3},\ y \cdot e^{x^2+y^2+3}\right)$$

a) Mostrar que

$$\exists f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \ / \ F = \nabla f$$

b) $\int_C F\, d\sigma$ CON C PARAMETRIZADA POR

$$\sigma(t) = \left(e^{t^2-t}, (t+2)^2\right), \quad 0 \leq t \leq 1$$

a) Chequeemoslo

"derivada de $e^{\text{chodo}} = e^{\text{chodo}} \cdot (\text{chodo})'$"

$$\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = 0$$

✓ como F es C^1 es Campo gradiente

b) Calculamos f

Tengo $\frac{\partial f}{\partial x} = P = x \cdot e^{x^2+y^2+3}$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = Q = y \cdot e^{x^2+y^2+3}$$

Primitivas

$$\int x \cdot e^{x^2+y^2+3}\, dx = \frac{1}{2}\int e^{u}\, du = \frac{1}{2} e^{u} + c(y)$$

$u = x^2+y^2+3$

$du = 2x\, dx$

$$\Rightarrow f(x,y) = \frac{1}{2} e^{x^2+y^2+3} + c(y)$$

La otra primitiva

$$\Rightarrow f(x,y) = \frac{1}{2} e^{x^2+y^2+3} + b(x)$$

$\Rightarrow$ c y b son constantes

Luego

$$f(x,y) = \frac{1}{2} \cdot e^{x^2+y^2+3} + k \quad \text{con } k \in \mathbb{R}$$

Evalúo:

$\sigma(0) = (1,4)$

$\sigma(1) = (1,9)$

$$\int_{\mathcal{C}} F \cdot d\vec{s} = f(1,9) - f(1,4)$$

$$= \frac{1}{2}\left(e^{85} - e^{20}\right)$$ //

2) S superficie de ecuación

$$z = x^2 + y^2 \quad , \quad z \leq 9$$

orientada con normal exterior

$F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ /

$$F(x,y,z) = \left(\frac{-2z}{x^2+y^2+z^2+1} + \sin y , \; e^z , \; \frac{-2z}{x^2+y^2+z^2+1} \right)$$

Calcular

$$\int_S F \, d\vec{s} = ?$$

Quiero usar Gauss

Veo la diverg.

$$\operatorname{div}(F) = -2z \cdot (-1) \cdot (x^2+y^2+z^2+1)^{-2} \cdot 2x$$

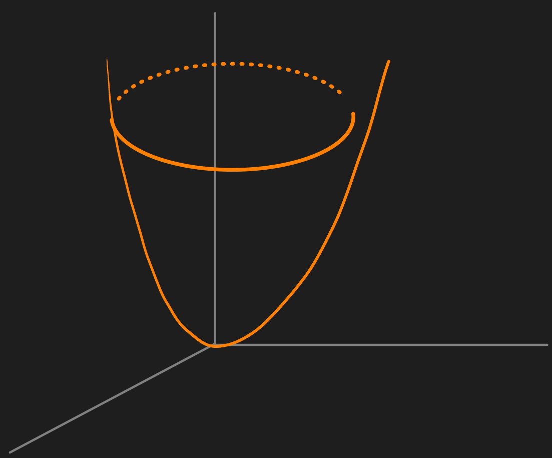
$$+ \; 0$$

$$+\ 2x \cdot (-1) \cdot (x^2+y^2+z^2+1)^{-2} \cdot 2z$$

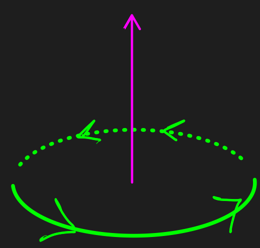
$$= 0 \quad \text{¡!}$$

Puedo usar Gauss.

Tengo que cerrar S



$$T(r,\theta) = (r \cdot \cos\theta\ ,\ r \cdot \sin\theta\ ,\ 9)$$



la normal apunta "hacia afuera" del sólido

$$\left(\eta = \frac{T_u \times T_v}{\| \; \|} \right)$$

Está bien orientada! ¡!

Teorema de Gauss

$$\int_S F \cdot d\vec{S} + \int_D F \cdot d\vec{S} = \iiint_\Omega \operatorname{div} F \, dV$$

$\underbrace{\qquad}_{\text{incógnita}}$ $\underbrace{\qquad}_{\text{sobre tapa}}$ $\underbrace{\qquad\qquad}_{=0}$

$$\iint \left\langle \left(\dots, \dots, \frac{2r \cdot \cos\theta}{r^2+81+1} \right), (0,0,r) \right\rangle \, dr\, d\theta$$

$\vdots$

y listo

... y ... continuas.

$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \ 3x \leq y \leq -x^2\}$

CALCULAR LA INTEGRAL DE LÍNEA DE F A LO LARGO DEL BORDE DE D ORIENTADO EN SENTIDO HORARIO.

3) $F:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ UN CAMPO CUYA MATRIZ DIFERENCIAL ES

$$DF(x,y) = \begin{pmatrix} f(x,y) & x^2+y^2 \\ x+y^2 & g(x,y) \end{pmatrix}$$

CON f y g CONTINUAS.

$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \ 3x \leq y \leq -x^2\}$

C^∞

$$\begin{matrix} f(x,y) & x^2+y^2 \\ x+y^2 & g(x,y) \end{matrix}$$

continuas

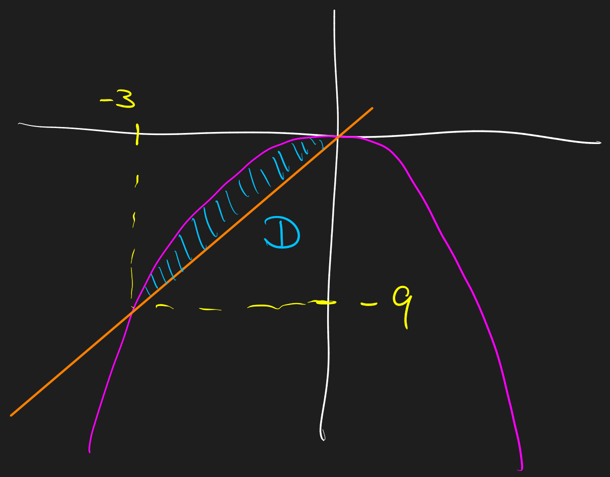
$\therefore$

F es C^1

$F = (P, Q)$

$$DF = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x} & \frac{\partial P}{\partial y} \\ \frac{\partial Q}{\partial x} & \frac{\partial Q}{\partial y} \end{pmatrix}$$

datos de Green!



D es región de tipo 3

$$\int_{\partial D^+} F \cdot d\vec{s} = \iint_D \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \, dx\,dy$$

Quiero $\displaystyle\int_{\partial D^-} F\, d\vec{s} = - \iint_D \underbrace{\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}} \, dx\,dy$

Integrando $= x + y^2 - (x^2 + y^2) = x - x^2$

$$D \begin{cases} -3 \leq x \leq 0 \\ 3x \leq y \leq -x^2 \end{cases}$$

$$\int_{\partial D^-} F\, d\vec{s} = - \int_{-3}^{0} \int_{3x}^{-x^4} (x - x^2)\, dy\, dx =$$

$$\ldots = 18,9$$