Ciencias de Datos con R: Fundamentos Estadísticos

Ana M. Bianco, Jemina García y Mariela Sued

Conjuntas - Marginales - Condicionales

Conjunta, Marginal y Condicional

- Probabilidad marginal I:

$$p_X(x) = \sum_y p_{XY}(x, y)$$

- Probabilidad puntual condicional:

$$p_{Y|X=x}(y) = \mathbb{P}(Y = y \mid X = x) = \frac{p_{XY}(x, y)}{p_X(x)}$$

- *Regla Multiplicativa*

$$\begin{aligned} p_{XY}(x, y) &= p_X(x)\, p_{Y|X=x}(y) \\ p_{XY}(x, y) &= p_Y(y)\, p_{X|Y=y}(x) \end{aligned}$$

- Probabilidad Marignal II

$$p_X(x) = \sum_y p_{X|Y=y}(x)\, p_Y(y)$$

Mezclas- Caso discreto

- Sea Y una variable discreta.
- Sea $p_{X|Y=y}(\cdot)$ la puntual de $X \mid Y = y$
- La puntual de X está dada por

$$p_X(x) = \sum_y p_{X|Y=y}(x) p_Y(y).$$

- Notemos que $p_Y(y) \geq 0$ y $\sum_y p_Y(y) = 1$.

Mezclas- Caso discreto

- Sea Y una variable discreta.
- Sea $p_{X|Y=y}(\cdot)$ la puntual de $X \mid Y = y$
- La puntual de X está dada por

$$p_X(x) = \sum_y p_{X|Y=y}(x) p_Y(y).$$

- Notemos que $p_Y(y) \geq 0$ y $\sum_y p_Y(y) = 1$.
- Sean $a_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k a_i = 1$
- Sea $p_i(\cdot)$ es una puntual para todo i, $i \leq i \leq k$
- Tenemos que

$$p(x) = \sum_{i=1}^k a_i p_i(x) \quad \text{es una puntual}$$

- p se dice mezcla.

Mezclas- Caso Continuo - Ejemplo alturas

- Sea Y una variable discreta (Género)
- Sea $f_{X|Y=y}$ la función de densidad de $X \mid Y = y$
  - $f_{X|Y=1} = f_1$ densidad de altura entre los hombres.
  - $f_{X|Y=0} = f_0$ densidad de altura entre las mujeres.
- La densidad de X está dada por

$$f_X(x) = \sum_y f_{X|Y=y}(x)\, p_Y(y).$$

Mezclas- Caso Continuo

- Sean $a_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^{k} a_i = 1$
- Sea $f_i(\cdot)$ es una puntual para todo i, $i \leq i \leq k$
- Tenemos que

$$f(x) = \sum_{i=1}^{k} a_i f_i(x) \quad \text{es una densidad}$$

- f se dice mezcla.

Clasificación - Un poco de Jerga

- Prior: $\mathbb{P}(Y = y)$
- Likelihood: $X \mid Y = y$
  - Caso discreto: $p_{X|Y=y}$
  - Caso continuo: $f_{X|Y=y}$
- Posterior: $\mathbb{P}(Y = y \mid X = x)$.
- De Bayes tenemos que
  - Caso discreto:

$$\mathbb{P}(Y = y \mid X = x) = \frac{p_{X|Y=y}(x)\, \mathbb{P}(Y = y)}{p_X(x)}$$

  - Caso continuo:

$$\mathbb{P}(Y = y \mid X = x) = \frac{f_{X|Y=y}(x)\, \mathbb{P}(Y = y)}{f_X(x)}$$

Posterior $\sim$ Likelihood $*$ Prior

Generalización de la regla Multiplicativa

Regla Multiplicativa al derecho y al revés - $\mathcal{D}$ de distribución.

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{XY} &\sim \mathcal{D}_X * \mathcal{D}_{Y|X} \\ \mathcal{D}_{XY} &\sim \mathcal{D}_Y * \mathcal{D}_{X|Y} \end{aligned}$$