

Van estos ejercicios para quienes tengas ganas de pensar con papel y lápiz, y dispongan de un marco teórico previo que les permita abordar estos temas.

**Ejercicio 1: Suavizando una distreta**

Sea  $W$  discreta tomando los valores  $w_i$  con puntual  $p_i$ . Sea  $T$  independiente de  $W$  con densidad  $K()$ . Definimos  $S_h = W + hT$ .

1. Obtener la función de densidad de  $S_h$ .
2. Considerar ahora el caso en el que  $W$  es una variable aleatoria discreta tomando los valores  $x_1, \dots, x_n$  con probabilidad  $1/n$ . Indicar cómo es la función de densidad de  $S_h$  en este caso.

**Ejercicio 2: Estimación no paramétrica de la densidad** Sean  $(X_i)_{i \geq 1}$  i.i.d., con función de densidad  $f$ . Sea

$$\hat{f}_n(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - X_i}{h}\right)$$

1. Sea  $K$  la densidad de  $U \sim \mathcal{U}(-1, 1)$ 
  - (a) Calcule  $\mathbb{E}(\hat{f}_n(x))$
  - (b) Calcule  $\mathbb{V}(\hat{f}_n(x))$
  - (c) Estudie el comportamiento asintótico de  $\hat{f}_n(x)$ , indicando condiciones para  $n$  y  $h$  y otros supuestos requeridos.
2. Procure reproducir los resultados obtenidos en los items anteriores considerando ahora una densidad  $K$  acotada. Incluya los supuestos necesarios para caracterizar el comportamiento asintótico de  $\hat{f}_n(x)$