El objetivo de esta actividad es revisitar algunos conceptos básicos de probabilidades.

1. Primera Parte

1. **Frecuencia Relativa y Probabilidad.** En este ejercicio queremos retomar el estudio de frecuencias relativas de Kerrich, pero dado que no tenemos todas sus secuencias, realizaremos nuestras propias simulaciones. Para ello, consideramos el siguiente escenario:

   - Experimento: lanzamos una moneda equilibrada.
   - Evento: A = sale cara.

   a) Guardar los resultados de simular $m = 10$ lanzamientos y determinar la frecuencia relativa de A.

   b) Repetir utilizando $m = 100$

   c) Para m en $\{10, 50, 100, \ldots, 950, 1000\}$ registrar la frecuencia relativa de A. Graficar m vs. frecuencia relativa. ¿Qué valor límite espera obtener?

   d) Repetir el ítem anterior 10 veces y representar todos los resultados juntos utilizando para cada repetición un color diferente. ¿Qué concluye? ¿Cómo se compara con los reales resultados de Kerrich

2. En una materia optativa la distribución de alumnos según carrera y género está dada por la siguiente tabla:

Género/Carrera	Biología	Física	Computación	Química	Matemática
Femenino	0.15	0.06	0.12	0.05	0.10
Masculino	0.10	0.12	0.15	0.10	0.05

   Se elige un estudiante al azar. Calcular la probabilidad de que el estudiante elegido sea

   a) de género femenino y de Biología.

   b) de género fenenino.

   c) de Biología.

   d) de Biología o de género femenino.

   e) de Biología sabiendo que es de género femenino.

   f) ¿Es más probable que un estudiante sea Biólogo o Físico?

   g) Sabiendo que un estudiante es de género masculino, ¿es más probable que un estudiante sea Biólogo o Físico?

h) Comparar los dos últimos items. Observar cómo la cosa cambia cuando tenemos informacion adicional....

3. **Teorema de la Probabilidad Total y de Bayes.** En una población el 20 % de los adultos mayores practican actividad física con *baja* intensidad, el 55 % con intensidad *media* y el resto con intensidad *alta*.

   - La probabilidad de que un adulto mayor que practica actividad física con intensidad *baja* sea *hipertenso* es 0.70
   - La probabilidad de que un adulto mayor que practica actividad física con intensidad *media* sea *hipertenso* es 0.50
   - La probabilidad de que un adulto mayor que practica actividad física con intensidad *alta* sea *hipertenso* es 0.20

   Si se elige al azar un adulto mayor de dicha población:

   a) calcular la probabilidad de que sea *hipertenso*.

   b) calcular la probabilidad de que practique actividad física con *baja* intensidad sabiendo que es *hipertenso*.

4. **Sensibilidad y Especificidad** Se realiza un análisis de laboratorio para diagnosticar cierta enfermedad. El test utilizado puede dar dos resultados: positivo, indicando que la persona está enferma; o negativo, sugiriendo que no hay enfermedad. En tal caso, se está frente a la posibilidad de cometer dos tipos de error en el diagnóstico:

   (i) Falso positivo: diagnosticar como enferma a una persona sana.

   (ii) Falso negativo: diagnosticar como sana a una persona enferma.

   En este contexto, se definen los siguientes conceptos:
   Especificidad: es la probabilidad de que el análisis resulte negativo en un paciente sano.
   Sensibilidad: es la probabilidad de que el análisis resulte positivo en un paciente enfermo.
   Prevalencia: es la proporción de la población que padece la enfermedad.
   En el siguiente enlace se encuentra información hipotética sobre una enfermedad y sobre la prueba utilizada para su detección. La información brindada queda determinada por su número de libreta o DNI. Utilizando tud datos, calcular la probabilidad de que un paciente esté enfermo sabiendo que el resultado de la prueba es positivo, para luego completar el formulario.

5. **Un poquito de independencia....**

   a) Considerar $n = 5$ repeticiones independientes de un ensayo con dos posibles resultados: éxito (`1`), con probabilidad p y fracaso (`0`)con probabilidad $1 - p$. En este archivo cada uno va a encontrar una secuencia de 1's y 0's resultantes de la realización de los 5 ensayos y un valor de p. Completar en la columna correspondiente con el cálculo de la probabilidad de observar la secuencia dada.

b) **Caso Particular.** Considerar $n = 5$ repeticiones independientes de un ensayo con dos posibles resultados: éxito (`1`), con probabilidad $p = 0{,}8$ y fracaso (`0`)con probabilidad $1 - p = 0{,}2$. Se registra el valor del resultado obtenido en cada repetición; por ejemplo, el elemento $(0, 1, 1, 0, 0)$ indica que en el segundo y tercer ensayo se obtuvo un éxito y en los demás un fracaso.

1) Describir el espacio muestral asociado a este experimento. Calcular el cardinal del espacio muestral.
2) Calcular la probabilidad de cada elemento del espacio muestral y determine si es equiprobable.

2. Segunda Parte

En esta sección queremos estudiar algunos modelos finitos **muy famosos**.

Muchos experimentos, constan de varios subexperimentos repetidos de manera independiente en idénticas condiciones. Por ejemplo, podemos lanzar 15 veces un dado y contar cuantos ases obtuvimos. También podemos lanzar el dado hasta que aparezca el primer 5.

Cada repetición se llama intento, prueba o ensayo.

Discretas y famosas...

6. **La Binomial**

a) **Caso Particular.** Considerar $n = 5$ repeticiones independientes de un ensayo con dos posibles resultados: éxito (`1`), con probabilidad $p = 0{,}8$ y fracaso (`0`)con probabilidad $1 - p = 0{,}2$.

(I) Calcular la probabilidad de cada elemento del espacio muestral y determine si es equiprobable.
Sea X=cantidad de éxitos en las $n = 5$ repeticiones.

(II) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra al menos un éxito? $P(X > 0)$

(III) ¿Cuál es la probabilidad de ocurra exactamente un éxito? $P(X = 1)$

(IV) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran exactamente dos éxitos? $P(X = 2)$

(V) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran a lo sumo dos éxitos? $P(X \leq 2)$.

b) **Caso general.** Considerar n repeticiones independientes de un ensayo con dos posibles resultados: éxito (`1`), con probabilidad p y fracaso `0`) con probabilidad $1 - p$.

Sea X=cantidad de éxitos en las n repeticiones.

(I) ¿Cuál es la probabilidad de que no ocurra ningún exito? $P(X = 0)$

(II) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra exactamente un éxito? $P(X = 1)$

(III) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran todos éxitos? $P(X = n)$.

(IV) Indicar la cantidad mínima y máxima de éxitos que pueden ocurrir.

(v) Considerar $k \in \{0, 1, \ldots, n\}$, ¿cuál es la probabilidad de que ocurran exactamente k éxitos? $P(X = k)$

(vi) ¿Cómo se llama X?

c) **Me suena conocido...** En este archivo compartido describa en a lo sumo 5 líneas algún experimento del ámbito de su expertise que tenga las características mencionadas.

7. **La Geométrica.** Considerar el experimento que consiste en repeticiones independientes de un ensayo con dos posibles resultados, éxito y fracaso, hasta obtener el primer éxito.

a) **Obertura.** Considerar el experimento que consiste en repeticiones independientes de un ensayo con dos posibles resultados: éxito (`1`), con probabilidad $p = 0{,}8$ y fracaso (`0`)con probabilidad $1 - p = 0{,}2$, hasta obtener el primer éxito.

(i) ¿Qué es lo aleatorio en este caso? ¿Qué es lo que no se conoce acá hasta que se realiza el experimento?

(ii) ¿Cómo se podría representar con una tira de 0´s y 1´s el resultado **salió éxito en la 5ta. repetición**?

(iii) ¿Cuál es la probabilidad del resultado **salió éxito en la 5ta. repetición**?

b) **Primer Movimiento.** Considerar el experimento que consiste en repeticiones independientes de un ensayo con dos posibles resultados: éxito (`1`), con probabilidad p y fracaso (`0`)con probabilidad $1 - p$, hasta obtener el primer éxito.

(i) ¿Cuál es la probabilidad del resultado **salió éxito en la 5ta. repetición**?

(ii) ¿Cuál es la probabilidad del resultado **salió éxito en la k-ésima repetición**?

c) **Segundo Movimiento.** Considerar el experimento del ítem anterior y definir la variable
Y=cantidad de repeticiones del ensayo hasta obtener el primer éxito.

(i) ¿Qué valores puede tomar la variable Y? Llamemos R_Y a este conjunto de valores posibles.

(ii) ¿Cuál es la probabilidad del resultado **salió éxito en la k-ésima repetición**? $(P(Y = k), k \in R_Y)$

(iii) ¿Cómo se llama Y?

d) **Finale.** Considerar el experimento del ítem anterior y definir la variable

$$Z\text{=cantidad de fracasos hasta obtener el primer éxito.}$$

(i) ¿Qué valores puede tomar la variable Z? Llamemos R_Z a este conjunto de valores posibles.

(ii) ¿Qué relación hay entre Z e Y? ¿Cuál es la probabilidad del resultado **salieron k fracasos**? $(P(Z = k), k \in R_Z)$

e) **Bis.** ¿Y si contamos el número de fracasos hasta obtener k éxitos? (ups... llegó una pariente de la prima donna: **La Binomial Negativa**, alguno la conoce ....?)