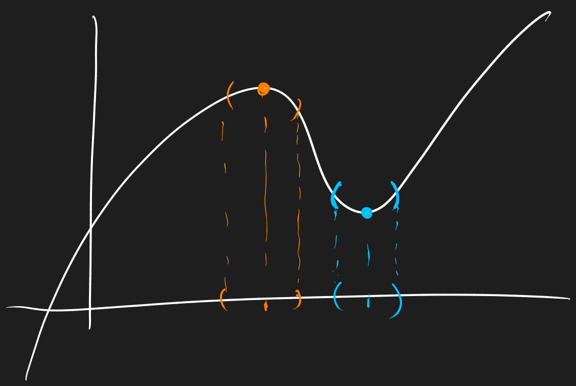
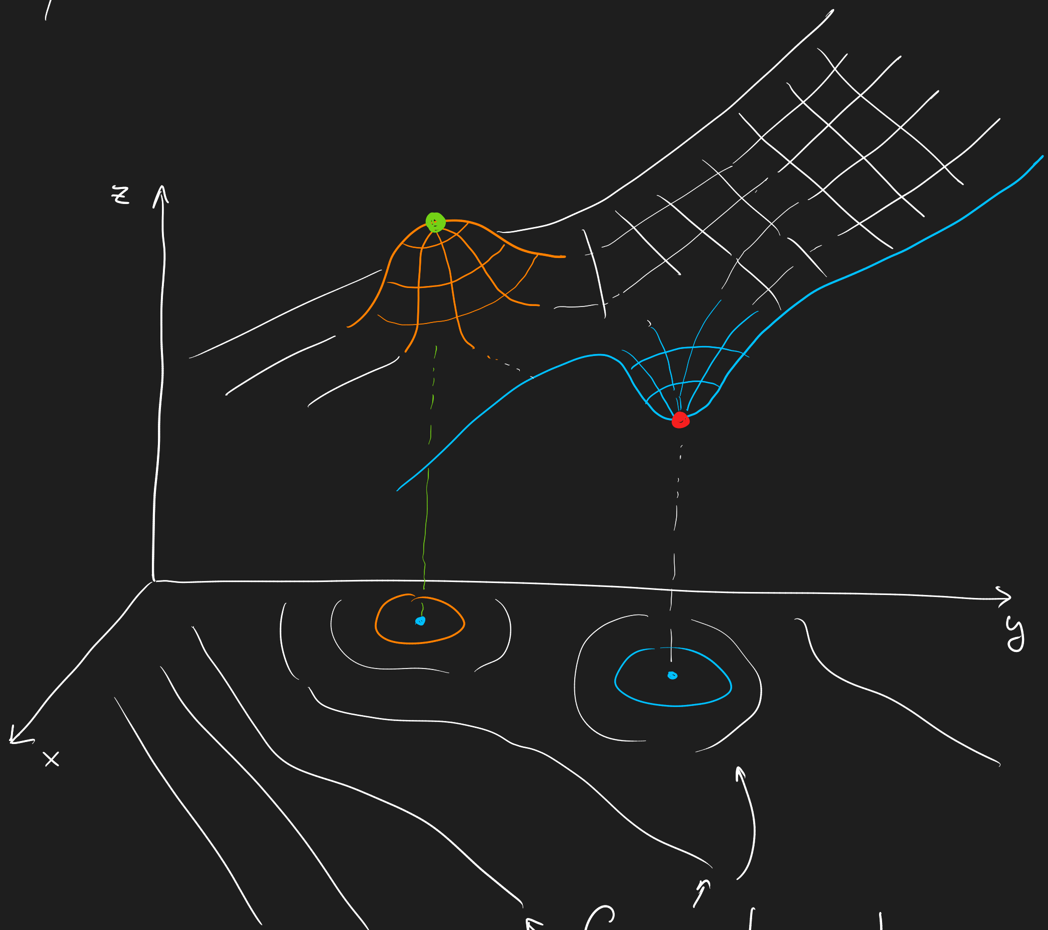
Extremos Locales





Máximo M

$$M = f(a,b) \geq f(x,y) \quad \forall x,y \in \bar{B}((a,b), r)$$

Mínimo m

$$m \leq f(x,y)$$

Máx absoluto:

No solo en la bola, sino en todo el dom. de f

Cómo los encuentro?

Prop:

Si f tiene extremo local en (a,b)

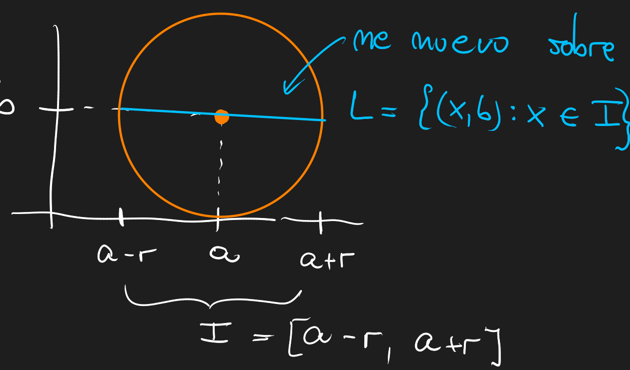
y f tiene deriv. par.

$$\Rightarrow \nabla f(a,b) = (0,0)$$

Demo:

Defino $g(x) = f(x, b)$ con

b fijo



$g(x) \leq g(a) \quad \forall x \in I$

$\Rightarrow g$ tiene máx

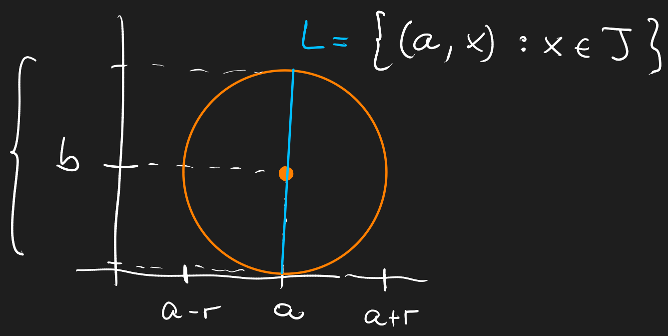
$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$\Rightarrow g'(a) = 0$

$\Rightarrow f_x(a,b) = 0$

Lo mismo para

$f_y(a,b) = 0$



Puntos críticos (x,y)

- $\nabla f(x,y) = (0,0)$

y también !

- Si f_x ó f_y no existe

Teorema : Criterio del Hessiano

- $f \in \mathcal{C}^2$
- (a,b) es PC

y $Hf(a,b) = \begin{pmatrix} f_{xx}(a,b) & f_{xy}(a,b) \\ f_{yx}(a,b) & f_{yy}(a,b) \end{pmatrix}$

$\boxed{1}$ $\left.\begin{matrix} f_{xx} > 0 \\ \det Hf > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow f(a,b)$ es mínimo

$\boxed{2}$ $\left.\begin{matrix} f_{xx} < 0 \\ \det Hf > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow f(a,b)$ es máximo

$\boxed{3}$ $\det Hf < 0 \Rightarrow f(a,b)$ es Punto silla

- Si $\det Hf = 0 \Rightarrow$ No sabemos

Demo:

- Se define el Polin. de Taylor de órden 2
- Sus derivadas primeras son cero pues $f_x = f_y = 0$ en (a,b)
- Lo que queda del polinomio son paraboloides en $\boxed{1}$ y $\boxed{2}$ elípticos, y en $\boxed{3}$ hiperbólico