Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática 1 - Análisis II (C)

Examen Final (27-07-2021)

1. Sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores de $\mathbb{R}^3$. Sabiendo que $\vec{u}\cdot\vec{v} = \sqrt{3}$ y $\vec{u}\times\vec{v} = (1,2,2)$, calcule en forma exacta la tangente del ángulo entre $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

$$\boxed{\begin{aligned} u \times v &= \|u\| \cdot \|v\| \cdot \sin\theta \cdot \vec{n} \\ u \cdot v &= \|u\| \cdot \|v\| \cdot \cos\theta \end{aligned}}$$

$$u \cdot v = \sqrt{3} = \|u\| \cdot \|v\| \cdot \cos\theta$$

$$u \times v = \underbrace{(1,2,2)} = \|u\| \cdot \|v\| \cdot \sin\theta \cdot \vec{n}$$

$$\Rightarrow \vec{n} = \frac{1}{\sqrt{9}} \cdot (1,2,2)$$

$$\Rightarrow (1,2,2) = \|u\| \cdot \|v\| \cdot \sin\theta \cdot \frac{1}{3} \cdot (1,2,2)$$

$$\Rightarrow \|u\| \cdot \|v\| \cdot \sin\theta = 3$$

Además tengo

$$\|u\| \cdot \|v\| \cdot \cos\theta = \sqrt{3}$$

$\|u\| \cdot \|v\| \neq 0$

$$\Rightarrow \frac{\sin\theta}{3} = \frac{1}{\|u\| \cdot \|v\|} = \frac{\cos\theta}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\sin\theta}{3} = \frac{\cos\theta}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}_{} = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

CA

$$\frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \sqrt{3}$$

//

2. Determine los puntos de la superficie de ecuación

$$3x^2 - 3y^2 + 6z^2 = 2$$

en los que la recta normal es paralela a la recta que pasa por $(3, -1, 0)$ y $(5, 3, 6)$.

Recta

$$(x, y, z) = (3, -1, 0) + \lambda\,(5-3,\ 3-(-1),\ 6-0)$$

$$(x, y, z) = (3, -1, 0) + \lambda\,\underbrace{(2,\ 4,\ 6)}_{\text{Vector director}} \qquad \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} 3 + 2\lambda = 5 \quad \checkmark \\ -1 + 4\lambda = 3 \quad \checkmark \\ 6\lambda = 6 \Rightarrow \lambda = 1 \end{cases}$$

Superficie

$$S: \quad \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}y^2 + 3z^2 = 1$$

$$\nabla S = (3x,\ -3y,\ 6z)$$