

12.1

Completar Cuadrados

EJEMPLO 6 Demuestre que $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z + 6 = 0$ es la ecuación de una esfera, y determine su centro y radio.

Para x :

• Quiero que

$$x^2 + 4x + c^2 - c^2$$

sea el cuadrado de un polinomio de grado 1

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^2 + 4x + c^2 &= (x + c)^2 \\ &= x^2 + \underbrace{2 \cdot c \cdot x}_{\substack{\text{quiero} \\ \downarrow \\ = 4x}} + c^2\end{aligned}$$

$$\Rightarrow c = 2$$

\Rightarrow Obtengo que

$$x^2 + 4x = (x + 2)^2 - 4$$

Para y :

$$(y^2 - 6y + d^2) - d^2$$

$$y^2 - 6y + d^2 = (y - 3)^2 \quad \text{con } d = -3$$

\Rightarrow Obtuvio

$$y^2 - 6y = (y-3)^2 - 9$$

Para z :

$$z^2 + 2z + k^2 - k^2$$

$$(z+1)^2 = z^2 + 2z + 1 \quad \begin{array}{c} \text{quiero} \\ \downarrow \end{array} = z^2 + 2z + k^2$$

$$\Rightarrow z = 1$$

\Rightarrow Obtuvio

$$z^2 + 2z = (z+1)^2 - 1$$

Junto todo:

$$(x+2)^2 - 4 + (y-3)^2 - 9 + (z+1)^2 - 1 + 6 = 0$$

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = -6 + 4 + 9 + 1$$

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 8$$

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Res pueste:

⇒ Es una esfera de radio $2\sqrt{2}$

con centro en $(-2, 3, -1)$ //

