TEOREMAS DE CONSERVACIÓN

- UNA CANT. CONSERVADA PERMITE VINCULAR DOS ESTADOS DE UN SISTEMA EN DISTINTOS TIEMPOS SIN NECESIDAD DE RESOLVER LOS ESTADOS INTERMEDIOS

- EJEMPLOS:
  - ENERGÍA E
  - MOM. LINEAL $\vec{p}$
  - MOM. ANGULAR $\vec{L}$

  $\vec{p}$, $\vec{L}$: VECTORIALES

OTROS:
- CANT. DE MASA
- CANT. DE INDIVIDUOS Y DINÁMICA DE POBLACIONES

CONDICIÓN DE CONSERVACIÓN

- ENERGÍA $\Delta E = W_{NC}$ si $W_{NC} = 0$, $\Delta E = 0$

  $E = cte$

  (y viceversa)

- MOMENTO LINEAL
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

si $\sum \vec{F}_{ext} = 0$, $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = 0$, $\vec{p} = cte$

MAGNITUD VECTORIAL: vale p/ c/ componente si $\sum F_{ext,x} = 0 \Rightarrow p_x = cte$

$\sum F_{ext,y} = 0 \Rightarrow p_y = cte$

etc.

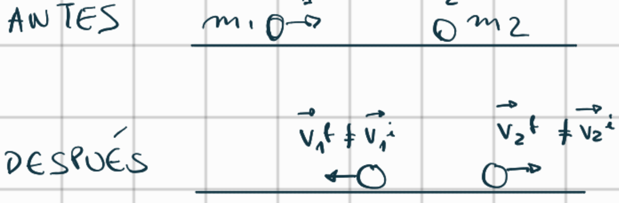
ADEMÁS: $\vec{p}$ puede variar pero su módulo puede ser constante

$$\boxed{\begin{array}{l}
\text{Ej: M.C.U.} \quad \vec{r} = \omega R\,(\text{sen}(\omega t)\,\hat{x} \\
\vec{v} = \omega R\,[\text{sen}(\omega t)\,\hat{x} + \cos(\omega t)\,\hat{y}\,] \\
\text{CALCULAR } \vec{p},\ \dfrac{d\vec{p}}{dt} \text{ y } |\vec{p}| \\
\text{EN FUNCIÓN DEL TIEMPO}
\end{array}}$$

— x —

COLISIONES

EN UNA COLISIÓN, DOS PARTÍCULAS INTERCAMBIAN MOMENTO LINEAL



EN LA MAYORÍA DE LAS SITUACIONES, $\sum \vec{F}_{ext} = 0$ PARA EL SISTEMA DE AMBAS PARTÍCULAS

LUEGO

$$\vec{p}_{TOT} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = cte$$

LUEGO: $\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$

REORDENANDO $\vec{p}_{1f} - \vec{p}_{1i} = \vec{p}_{2i} - \vec{p}_{2f}$

$$\boxed{\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2}$$ ← INTERCAMBIO DE MOMENTO

QUEREMOS HALLAR $\vec{v}_{1f}$ y $\vec{v}_{2f}$

$$\underbrace{m_1\vec{v}_{1i} + m_2\vec{v}_{2i}}_{\text{DATOS}} = m_1\underbrace{\vec{v}_{1f} + m_2\vec{v}_{2f}}_{\text{INCÓG}}$$ } NOTAR QUE SON TRES ECUACIONES ESCALARES $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$

CASO UNIDIMENSIONAL : $\vec{v} = v\hat{x}$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

DOS INCÓG: NECESITAMOS UNA EC. MÁS, PLANTEANDO ENERGÍA

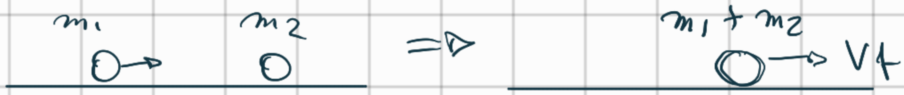
$$E_{TOT\,i} + \Delta E = E_{TOT\,f}$$

CASO ELÁSTICO : $\Delta E = 0$

" INELÁSTICO : $\Delta E < 0$ (y conocemos su valor)

" PLÁSTICO : $\Delta E < 0$ (y además $|\Delta E|$ es máx)

↳ en este caso no conocemos ΔE pero por definición $v_{1f} = v_{2f} = v_f$



$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$
$$= m_1 v_f + m_2 v_f$$
$$= (m_1 + m_2) v_f$$

COMO AHORA TENEMOS UNA SOLA INCÓG, NO NECESITAMOS UNA EC. SOBRE LA ENERGÍA (PODREMOS CALCULAR ΔE TRAS OBTENER V_f

SUPONGAMOS $V_{2i} = 0$ Y RESOLVAMOS

$$m_1 V_{1i} = (m_1 + m_2) V_f$$

$$V_f = \underbrace{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}_{0 < \gamma < 1} V_i$$

γ: COEF. DE PROPORCIÓN DE MASAS $\to \gamma = \frac{m_1}{M}$

$M = m_1 + m_2$

PODEMOS HALLAR ΔE

$$E_i = 1/2\, m_1 V_{1i}^2$$

$$E_f = 1/2\, \underbrace{(m_1 + m_2)}_{M} V_f^2$$

$$\Delta E = E_f - E_i = 1/2\, M(\gamma V_i)^2 - 1/2\, m_1 V_i^2$$

$$= \underbrace{1/2\, m_1 V_i^2}_{E_i} \left[\frac{M}{m_1} \gamma^2 - 1 \right]$$

$$= E_i \left[\gamma^2 / \gamma - 1 \right]$$

$$= E_i [\underbrace{\gamma - 1}_{< 0}] < 0$$

Si $m_1 = m_2 = m \Rightarrow \gamma = 1/2$

$$\Delta E = E_i [1/2 - 1]$$

$$= -\frac{E_i}{2}$$

PERDÍ 1/2 DE LA ENERG. INICIAL

Si $\gamma \to 0$

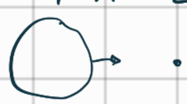
$m_1 \ll m_2$

$\Delta E \to -E_i$

(PIERDO TODA LA ENERGÍA)

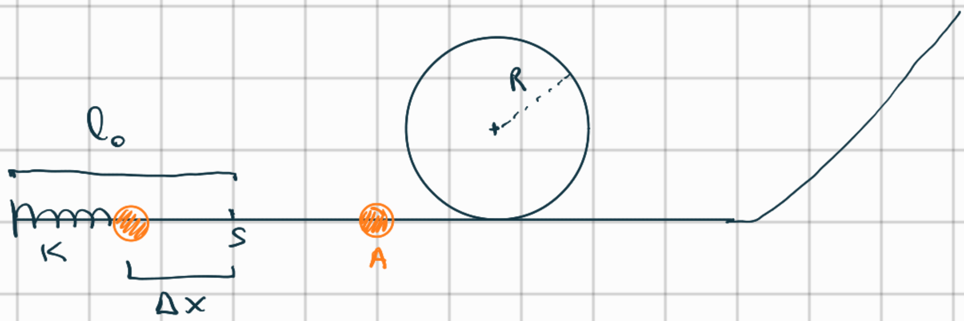
Si $\gamma \to 1$

$m_1 \gg m_2$



$\Delta E \to 0$

EJERCICIO



- NO HAY ROZAMIENTO
- MASAS EN REPOSO INICIALMENTE
- LAS MASAS ESTÁN ENGARZADAS EN UN ALAMBRE (NO SE PUEDEN SOLTAR)
- LAS MASAS CHOCAN PLÁSTICAMENTE Y SON IGUALES

a) ANÁLISIS DE CONSERVACIÓN (RESUMIDO)

TRES ETAPAS PRINCIPALES
- A.C.: ANTES DEL CHOQUE
- C : CHOQUE
- D.C.: DESPUÉS DEL CHOQUE

ENERGÍA

A.C.) $W_{NC} = 0$ $\quad E_1 = cte$

$E_2 = cte$

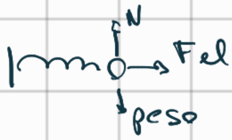
C.) $W_{NC} < 0$ $\quad E_1 + E_2 \neq cte$

D.C.) ÍDEM A.C.

EN RESUMEN, LAS MASAS MODIFICAN SU ENERGÍA EN LA COLISIÓN Y LA E_{TOT} DISMINUYE

MOMENTO

A.C.) $\vec{p}_1$



$$\sum \vec{F}^{\,1}_{ext} \neq 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}_1}{dt} \neq 0$$

$$\vec{p}_1 \neq cte \quad \left(\begin{array}{l} p_{1x} \neq cte \\ p_{1y} = cte = 0 \end{array} \right)$$

$\vec{p}_2$

$$\sum \vec{F}^{\,2}_{ext} = 0 \quad \vec{p}_2 = cte$$

EN RESUMEN, $\vec{p}_1$ SE MODIFICA POR EFECTO DEL RESORTE, LUEGO ES cte

$\vec{p}_2$ ES CTE

c) $\sum \vec{F}_{ext}^{1} + \sum \vec{F}_{ext}^{2} = 0$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{TOT} = cte$$

D.C.)

$\sum \vec{F}_{ext} \neq 0$

$$\vec{p} = cte$$

ÍDEM EN LA RAMPA

EN RESUMEN, EN EL RULO Y EN LA RAMPA $\vec{p} \neq cte$

b) HALLAR Δx PARA QUE LAS MASAS SUPEREN EL RULO

MÉTODO 1

$E_i = 1/2\, K\, \Delta x^2$ ← E pot elástica del resorte

$E_f > 2mg\,2R$ ← E pot grav. en la parte superior del rulo

$$E_i + \underbrace{\Delta E}_{\text{pérdida de energía en la colisión}} > 4mgR$$

$$\Delta E = -1/2\, E_i$$

(YA RESOLVÍ LA COL. PLÁSTICA EN OTRA HOJA NO LA VOY A REPETIR ACÁ)

$$1/2\,(1/2\, K\, \Delta x^2) > 4\, mgR$$

$$\Delta x^2 > 16\, \frac{mgR}{K}$$

$$\Delta x > 4\sqrt{\frac{mgR}{K}} = \Delta x_{LÍMITE}$$

RAZONAMIENTO: SÉ QUE SE CONSERVA LA E. ANTES DE LA COLISIÓN, POR LO TANTO NO NECESITO OBTENER LA VEL. DE SALIDA CUANDO LA MASA DEJA EL RESORTE YA QUE:

$$1/2\, K\, \Delta x^2 = 1/2\, m\, v^2 = E_{\text{ANTES DE LA COL.}}$$

DEL MISMO MODO, NO NECESITO OBTENER LA V. TRAS LA COLISIÓN YA QUE

$$1/2\,(2m)\, V_f^2 = 4mgR = E_{\text{DESPUÉS DE LA COL.}}$$

(COMPARAR CON LA FORMA QUE RESOLVIMOS EN CLASE)

c) HALLAR ALT. MÁXIMA SOBRE LA RAMPA

ASUMO $\Delta x > \Delta x_{\text{LIM}}$

$$E_i = 1/2\, K\, \Delta x^2$$

$$E_f = 2mgh$$

$$E_i + \underbrace{\Delta E}_{-1/2 E_i} = E_f$$

$$E_i - 1/2\, E_i = 1/2\, E_i = 1/4\, K\, \Delta x^2 = 2mgh$$

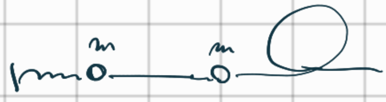
$$h = \frac{K\, \Delta x^2}{8mg}$$

b) $\boxed{\text{MÉTODO 2:}}$ USEMOS T. TRABAJO Y E. CINÉTICA

$$\Delta K = W_{TOT} = W_C + W_{N.C.}$$

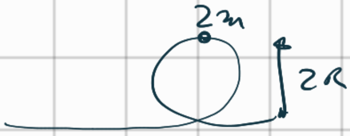
$$\Delta K = K_f - K_i$$

SIT. INI: AMBAS MASAS EN REPOSO EN LA PARTE MÁS BAJA



$$K_i = 0$$

SIT. FINAL: (EN EL CASO LÍMITE) AMBAS MASAS ARRIBA, EN REPOSO



$$K_f = 0$$

$$W_C = W_{RESORTE} + W_{GRAV}$$

$$W_{RESORTE} = 1/2\, K\, \Delta x^2 > 0$$

$$W_{GRAVEDAD} = -2mg2R < 0$$ ¿por qué?

$$W_{N.C.} = \Delta E$$ de la colisión

ya vimos que $\Delta E = -1/2\left(1/2\, K \Delta x^2\right)$

$$W_{TOT} = 1/2\, K\, \Delta x^2 - 4mgR - 1/2\left(1/2\, K \Delta x^2\right)$$

$$\Delta K = 0 = W_{TOT}$$

$$0 = K \Delta x^2 (1/2 - 1/4) - 4mgR$$

$$\frac{K \Delta x^2}{4} = 4mgR$$

$$\Delta x^2 = 16 \frac{mgR}{K}$$

$$\Delta x = 4\sqrt{\frac{mgR}{K}}$$

HICIMOS EL MISMO CÁLCULO QUE ANTES PERO USANDO ΔK