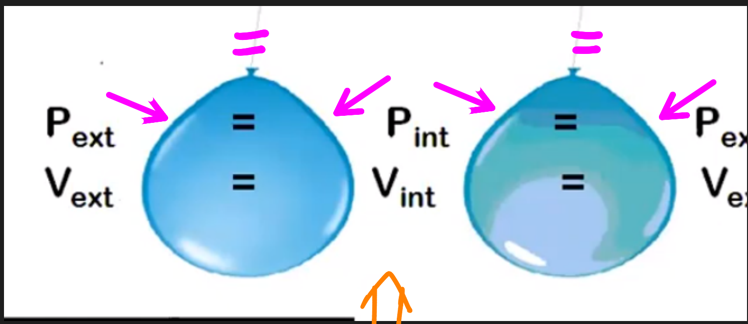
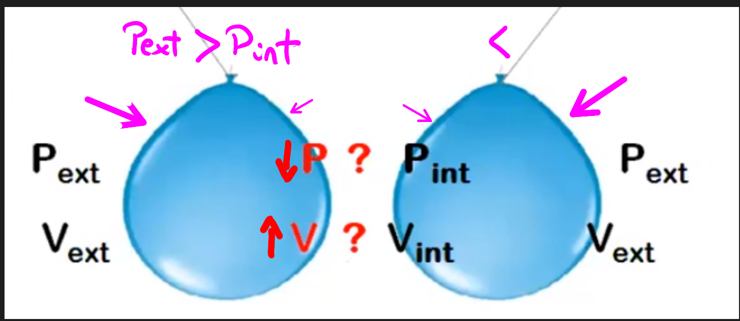
Conservación del Caudal (Q)

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$



soplo



Vext < Vint

$$\boxed{dK = \frac{1}{2}\rho dV(v_2^2 - v_1^2)}$$ Variación de Energía Cinética

$$\boxed{dU = \rho dV g(y_2 - y_1)}$$ Variación de Energía Potencial

Recuerdo:

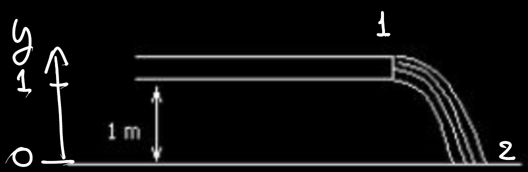
$$U_g = m \cdot g \cdot h$$

$$\boxed{p + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante}}$$ ← Conservación de energía.

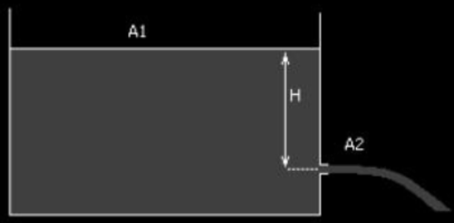
II. Hidrodinámica

(12) Una manguera esta colocada horizontalmente a una altura $h = 1\text{m}$ del piso, y el agua sale por la boca de sección $A_1 = 2\text{cm}^2$ a una velocidad $v_1 = 4\text{m/s}$.

(a) ¿Con qué velocidad llega el flujo de agua al piso?.
(b) ¿Cuál es la sección del flujo de agua al tocar el piso?
(c) ¿Cuál es el caudal al salir de la manguera?
(d) ¿Cuánto tardará en llenarse un balde de 10 litros, si se lo coloca en el piso?



Ejercicio (12)



Ejercicio (13)

a) Planteo:

$$\text{(I)} \quad P_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot \underbrace{y_2}_{=0} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$

$$\text{(II)} \quad v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

$$P_1 = P_2 = P_{Atm}$$

$$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$

$$2 \cdot g \cdot y_1 + v_1^2 = v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot g \cdot y_1}$$

$$= \sqrt{16 \frac{m^2}{s^2} + 20 \frac{m^2}{s^2}}$$

$$\boxed{v_2 = 6 \frac{m}{s}}$$

b) (II) $v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$

$$2\,cm^2 = (\sqrt{2}\cdot cm)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{100}\,m\right)^2 = \frac{2}{10.000}\cdot m^2$$

$$A_2 = \frac{v_1 \cdot A_1}{v_2}$$

$$= \frac{4\,\frac{m}{s}}{6\,\frac{m}{s}} \cdot \frac{2}{10000}\,m^2$$

$$A_2 = \frac{4}{3}\cdot 10^{-4}\,m^2 = 1{,}33 \cdot 10^{-4}\,m^2$$

$$= \left(\sqrt{\frac{4}{3}\cdot 10^{-4}}\,m\right)^2$$

$$= \left(100\cdot\sqrt{\frac{4}{3}\cdot 10^{-4}}\,cm\right)^2$$

$$= 10^4 \cdot \frac{4}{3}\cdot 10^{-4}\,cm^2$$

$$= \frac{4}{3}\,cm^2 = 1{,}33\,cm^2$$

$$\boxed{A_2 = 1{,}33\,cm^2}$$

Obs: se achica!

c) $Q_1 = A_1 \cdot v_1 = 2\,cm^2 \cdot 4\,\frac{m}{s}$

$$\boxed{Q_1 = 8\cdot 10^{-4}\,\frac{m^3}{s}}$$

d) $1\,L = 1.000\ cm^3 = (10\ cm)^3$

$= (0{,}1\ m)^3$

$1\,L = 10^{-3}\ m^3$

$\Rightarrow 10\,L = 10^{-2}\ m^3 = 0{,}01\ m^3$

Como $Q_1 = 8 \cdot 10^{-4}\ \frac{m^3}{s}$

$8 \cdot 10^{-4}\ m^3 \ \underline{\text{tarda}}\ \ 1\ seg$

$0{,}01\ m^3 \ \underline{\qquad\qquad}\ t = 12{,}5\ s$

en general:

$$\boxed{t = \frac{Vol}{Q}}$$

(13) En la figura se muestra un tanque conteniendo un líquido que sale por un orificio ubicado en la pared, a una profundidad H bajo el nivel del líquido. Suponga que la sección del tanque es mucho mayor que la del orificio ($A_1 \gg A_2$).

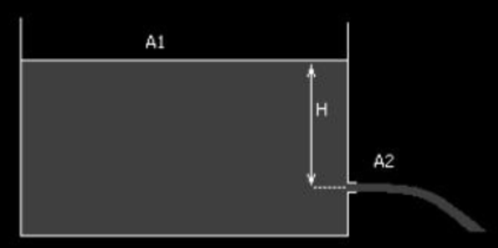
(a) Calcule la velocidad de salida del líquido del orificio y la cantidad de líquido por unidad de tiempo que abandona al tanque.

(b) Ignorando la resistencia con el aire y suponiendo que el orificio está a una altura h respecto al piso, calcule a qué distancia del tanque el líquido tocará al piso.

(c) Si en el orificio se coloca un tubo de longitud pequeña y sección A_2, que apunta hacia arriba, ¿hasta que altura se eleva el chorro del líquido?

(d) ¿Dependen estos resultados del tipo de líquido en el tanque?

Como antes, planteo:



Ejercicio (13)

$$\text{I} \quad P_1 + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = P_2 + \rho \cdot g \cdot \underset{\overset{\shortparallel}{0}}{y_2} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$

$$\text{II} \quad v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot v_2 \qquad \text{como } A_1 >> A_2$$

$$\Rightarrow \frac{A_2}{A_1} \approx 0$$

$$\Rightarrow v_1 \cong 0 \ \frac{m}{s}$$

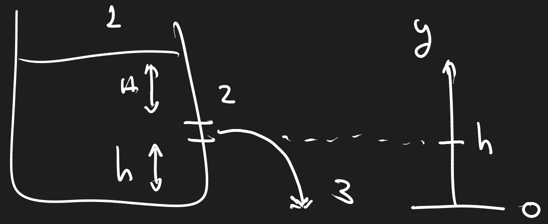
$$\text{I} \Rightarrow \underset{\overset{\shortparallel}{P_2}}{P_1} + \rho \cdot g \cdot y_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \underset{\overset{\cong}{0}}{v_1^2} = P_2 + \rho \cdot g \cdot \underset{\overset{\shortparallel}{0}}{y_2} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2$$

$$2 \cdot g \cdot y_1 = v_2^2$$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2\,g\,.\,H}}$$

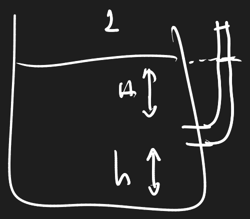
$$\boxed{Q_2 = A_2\,.\,v_2}$$

b)



Tiro oblicuo.

c)



← misma altura.

d) no. nunca usé ℓ

14 Suponga que en el tanque del ejercicio anterior las áreas A_1 y A_2 son comparables. Calcule la velocidad de salida del líquido por el orificio.

Lo mismo pero mantengo las velocidades como variables

(15) El agua sale de una canilla con velocidad v_0, formando un chorro de radio R_0. Calcule el radio del chorro luego de que el flujo haya descendido una altura h.

A medida que la velocidad aumenta, el radio del chorro debe disminuir para que el caudal seal el mismo en 0 que en 1.

Usando caida libre calculo la velocidad v1, y con eso despejo A1

(16) Una manguera de jardín tiene un diámetro interno de 20mm y se conecta con un aspersor (regador) que es una caja con 24 agujeros de 2mm de diámetro cada uno. Sabiendo que el agua (incompresible y no viscosa) en la manguera tiene una velocidad de 1m/s en el régimen estacionario, calcule con qué velocidad sale de los agujeros del regador.

$$\underbrace{A_m}_{\text{manguera}} = \pi \cdot r_m^2 = \overbrace{100}^{10^2} \cdot \pi \cdot mm^2$$

$$\underbrace{A_{ai}}_{\text{agujerito } i} = \pi \cdot r_i^2 = \overbrace{1}^{1^2} \cdot \pi \ mm^2$$

$$\underbrace{A_{sa}}_{\text{suma de agujeritos}} = \sum_{i=1}^{24} A_{ai} = 24 \ \pi \cdot mm^2$$

$$Q_m = Q_{sa}$$

$$A_m \cdot v_m = A_{sa} \cdot v_{sa}$$

$$v_{sa} = \frac{A_m}{A_{sa}} \cdot v_m$$

$$= \frac{100}{24} \cdot 1 \frac{m}{s} = 4,17 \ \frac{m}{s}$$

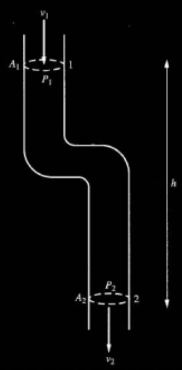
$$\boxed{v_{sa} = 4,17 \ \frac{m}{s}}$$

17 La aorta se ramifica en arterias que se van haciendo cada vez más finas hasta convertirse en arteriolas que finalmente conducen la sangre a los capilares. Sabiendo que el caudal sanguíneo es, para una persona en reposo, de 5 Litros/min y que los radios disminuyen desde 10mm para la aorta a 0.008mm para los capilares, siendo la sección total de los capilares de aproximadamente 2000cm^2, determine:

(a) el número de capilares y el caudal en cada uno de ellos, y

(b) la velocidad de la sangre en la aorta y en cada uno de los capilares.

18 Por un tubo vertical que tiene un recodo fluye agua. Los puntos 1 y 2 están distanciados en $h = 50\text{cm}$. En el punto 1 la velocidad del agua es $v_1 = 2\text{m/s}$, la presión $p_1 = 2 \times 10^5\text{Pa}$ y la sección del tubo $A_1 = 12\text{cm}^2$. Halle:



(a) la presión p_2 suponiendo que la sección del tubo no varía. Compare el resultado con el caso hidrostático.

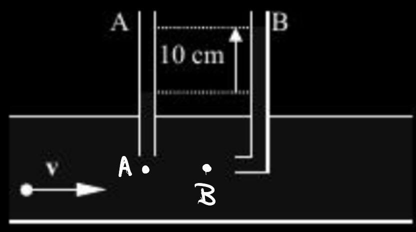
(b) la presión p_2 si la sección en el punto 2 se reduce a la sexta parte.

(c) si es posible, la relación entre las secciones A_1 y A_2 para que se cumpla $p_1 = p_2$.

(19) **Tubo de Pitot.** Un tubo horizontal como el de la figura circula un líquido. La diferencia de altura del líquido entre el tubo A y el acodado B es de 10cm. Los diámetros de los dos tubos son iguales.

(a) Explique conceptualmente la diferencia de alturas del líquido entre ambos tubos.

(b) Halle la velocidad de la corriente en el tubo horizontal.



$$\text{I} \quad P_A + \rho \cdot g \cdot \underbrace{y_A}_{=0} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2 = P_B + \rho \cdot g \cdot \underbrace{y_B}_{=0} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_B^2$$

$$\text{II} \quad v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

$$\text{III} \quad P_B - P_A = \rho \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$

$h_A = 0$

$$P_A + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \underbrace{v_B^2}_{=0}$$

$$P_A + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_A^2 = P_B$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = \frac{1}{2} \rho \cdot v_A^2$$

y por III

$$\frac{1}{2} \rho \cdot v_A^2 = \rho \cdot g \cdot (\overbrace{h_B - h_A}^{0,1\,m})$$

$$v_A^2 = 2 \, \frac{m^2}{s^2}$$

$$v_A = \sqrt{2}\ \frac{m}{s}$$

$$\boxed{v_A = 1{,}41\ \frac{m}{s}}$$

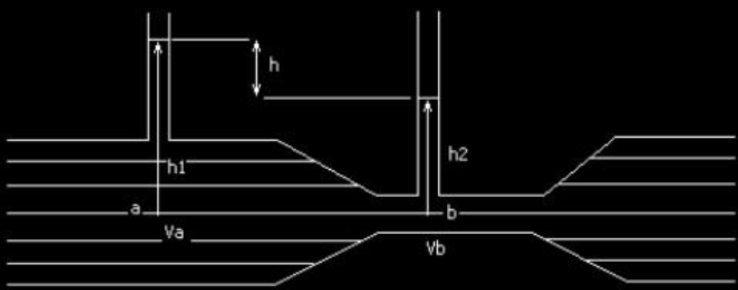
Tubo de Venturi

(20) En el tubo de Venturi de la figura, por el que fluye agua, la diferencia de altura entre las superficies libres del agua en los tubos verticales, es $h = h_1 - h_2 = 10\text{cm}$. Si se denota con a la parte ancha y con b la parte estrecha del tubo, vale la relación $A_a = 2A_b$.

(a) Halle las velocidades V_a y V_b.

(b) ¿Es posible hallar las presiones en a y b con estos datos?

(c) ¿Dependen los resultados de la secciones de los tubos verticales?



a) $Q_a = Q_b$

$$A_a \cdot v_a = A_b \cdot v_b$$

$$v_a = \frac{A_b}{2A_b} \cdot v_b$$

$$v_a = \frac{1}{2} \cdot v_b$$

Además

$$P_b - P_A = \rho \cdot g \cdot (h_b - h_a)$$

$$P_a + \frac{1}{2} \rho \cdot v_a^2 + \overset{h_A = 0}{\overset{\downarrow}{0}} = P_b + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_b^2 + \overset{h_B = 0}{\overset{\downarrow}{0}}$$

$$\frac{1}{2} \rho \cdot v_a^2 - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot 4 v_a^2 = P_b - P_a$$

$$-\frac{3}{2}\cancel{\rho}\cdot v_a^2 = \cancel{\rho}\cdot g\cdot(h_b - h_a)$$

$$-\frac{3}{2}v_a^2 = g\cdot(-h)$$

$$v_a^2 = \frac{2}{3}g\cdot h$$

$$v_a = \sqrt{\frac{2}{3}g\cdot h}$$

$$\boxed{v_a = \sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\frac{m}{s} = 0{,}82\ \frac{m}{s}}$$

$$\boxed{v_b = 1{,}64\ \frac{m}{s}}$$

b) no.

c) no.

21 El tubo de Venturi representado en la figura tiene una sección transversal de 36cm^2 en la parte ancha (A) y de 9cm^2 en la estrecha (B). Cada cinco segundos salen del tubo 27lts de agua. Los brazos del tubo en U contienen mercurio.

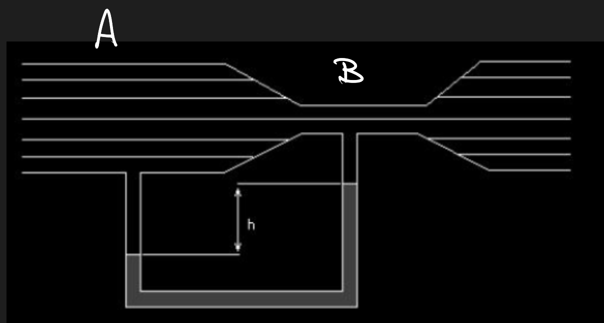
(a) Calcule las velocidades V_A y V_B.

(b) Halle la diferencia de presiones entre las partes A y B.

(c) Calcule la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio del tubo en U.

a) $Q_A = Q_B$

b)



Ejercicio **21**

a) $Q = \frac{27\,L}{5\,s} = 5{,}4\,\frac{L}{s}$, $\quad Q = A_A V_A \rightarrow V_A = \frac{Q}{A_A} = \frac{5{,}4\times10^{-3}\,m^3}{36\times10^{-4}\,m^2\,s} \rightarrow \boxed{V_A = 1{,}5\,\frac{m}{s}}$

$V_A A_A = V_B A_B \rightarrow V_B = \frac{V_A A_A}{A_B} \rightarrow V_B = 4 V_A \rightarrow \boxed{V_B = 6\,\frac{m}{s}}$

b) $\frac{1}{2}\rho(V_B^2 - V_A^2) = P_A - P_B \rightarrow \boxed{P_A - P_B = 16875\,Pa}$

c) $P_A - P_B = \rho_M g h \rightarrow h = \frac{P_A - P_B}{\rho_M g} \rightarrow \boxed{h = 12{,}4\,cm}$ $\qquad \rho_M = 13600\,kg/m^3$

c) - $p_1 = p_3$

$p_1 - p_A = \rho_{H_2O}\, g\, h_1$ (1)

$p_3 - p_B = \rho_{H_2O}\, g (h_1 - h) + \rho_{Hg}\, g\, h$ (2)

(2)-(1) $\quad P_A - P_B = \rho_{H_2O}\, g (h_1 - h) + \rho_{Hg}\, g\, h - \cancel{\rho_{H_2O}\, g\, h_1}$

(*) $p_A - p_B = g h (\rho_{Hg} - \rho_{H_2O})$

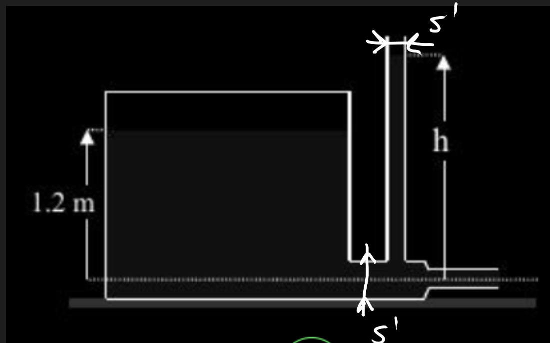
$\rho_{Hg} = 13600\ kg/m^3 \qquad \Rightarrow h = \frac{|\Delta p_{AB}|}{g(\rho_{Hg} - \rho_{H_2O})} = 0.14\,m = 14\,cm$

(22) En un depósito de gran sección como el de la figura anterior, el agua alcanza una altura de 1,2m. El depósito se presuriza a 2atm. El tubo de desagüe tiene secciones transversales de $18cm^2$ y $9cm^2$.

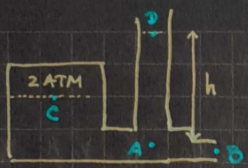
(a) ¿Cuál es el caudal de salida del agua?

(b) ¿Hasta qué altura h llega el agua en el tubo abierto?

(c) ¿Se modifica el caudal de salida en instantes posteriores? ¿Por qué? Si se modifica, ¿qué habría que hacer para mantenerlo constante?



Ejercicio (22)



a) $V_A A_A = V_B A_B \rightarrow V_B = 2 V_A$

$$p_C + \rho g h_C = p_B + \frac{1}{2}\rho V_B^2 \rightarrow \overbrace{p_C - p_B}^{1ATM} + \rho g h_C = \frac{1}{2}\rho V_B^2$$

$$\rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2\,ATM}{\rho} + 2 g h_C} \rightarrow V_B = 15\,\frac{m}{s} \rightarrow \boxed{Q = 0{,}014\,\frac{m^3}{s}}, \begin{cases} V_A = 7{,}5\,\frac{m}{s} \\ V_D = 7{,}5\,\frac{cm}{s} \end{cases}$$

b) $\cancel{p_D + \rho g h_D} = \cancel{p_C + \rho g h_C \rightarrow h_D = \frac{\overbrace{p_C - p_D}^{1ATM} + \rho g h_C}{\rho g} \rightarrow h_D = \frac{1ATM}{\rho g} + h_C \rightarrow h_D =}$

$\cancel{p_B + \frac{1}{2}\rho V_B^2} \rightarrow \cancel{h_D = \left[\underbrace{p_B - p_D}_{0} + \frac{1}{2}\rho V_B^2\right]\frac{1}{\rho g}}$

$$\underbrace{p_D}_{1ATM} + \frac{1}{2}\rho V_D^2 + \rho g h = \underbrace{p_B}_{1ATM} + \frac{1}{2}\rho V_B^2 \rightarrow h = \frac{(V_B^2 - V_D^2)}{2g} \rightarrow \boxed{h = 8{,}43m}$$

c) sí porque S' es pequeño.