Práctica N° 2: dinámica

(1) La segunda ley de Newton expresa que la aceleración de un cuerpo depende linealmente de la fuerza neta que actúa sobre él, siendo la masa la constante de proporcionalidad.

(a) Escriba este concepto en forma de ecuación diferencial para la posición (x) en el caso de una fuerza constante en el tiempo.

(b) Re-escríbala ahora como una ecuación diferencial para la velocidad (v). Resuelva ésta ecuación, encontrando una solución $v(t)$. Considere la condición inicial $v(t = 0) = v_0$.

(c) Piense ahora cómo encontrar la expresión para $x(t)$ si $x(t = 0) = x_0$.

a) $F_{res} = m \cdot a$

$$a = \ddot{x}(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \frac{F_{res}}{m}$$

b) $a = \dot{v}(t) = \frac{d v(t)}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{d v(t)}{dt} = \frac{F_{res}}{m}$$

Resuelvo:

$$\int_{v_0}^{v} 1 \cdot dv = \int_{t_0}^{t} \frac{F_{res}}{m} \cdot dt$$

$$v \Big|_{v_0}^{v} = \frac{F_{res}}{m} \cdot t \Big|_{t_0}^{t}$$

$$v(t) - v_0 = \frac{F_{res}}{m} \cdot t - 0$$

$$v(t) = \frac{F_{res}}{m} \cdot t + v_0$$

Sin usar diferenciales de Física:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F_{res}}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = v'(t)$$

$$\Rightarrow \quad v'(t) = \frac{F_{res}}{m}$$

$$\int_{t_0}^{t} v'(t) \cdot dt = \int_{t_0}^{t} \frac{F_{res}}{m} \, dt$$

$t_0 = 0$

$$v(t) - v(t_0) = \frac{F_{res}}{m} \cdot t - 0$$

$$v(t) - v_0 = \frac{F_{res}}{m} \cdot t$$

$$v(t) = \frac{F_{res}}{m} \cdot t + v_0$$

c) $$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{F_{res}}{m}$$

$$x''(t) = \frac{F_{res}}{m}$$

Integro una vez wrt, t :

$$\int_{t_0}^{t} x''(t)\,.dt = \frac{F_{res}}{m} \cdot \int_{t_0}^{t} 1\,.\,dt$$

$$x'(t)\Big|_{t_0}^{t} = \frac{F_{res}}{m}\,.\,t$$

$$x'(t) - X'(t_0) = \frac{F_{res}}{m}\,.\,t$$

Como $X'(t_0) = v(t_0) = v_0$

$$x'(t) = \frac{F_{res}}{m}\,.\,t + v_0$$

Integro de nuevo wrt. t :

$$\int_{t_0}^{t} x'(t)\,dt = \int_{t_0}^{t} \frac{F_{res}}{m}\,.\,t + v_0 \;\; dt$$

$t_0 = 0$

$$x(t) - x(t_0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_{res}}{m} \,.\, t^2 + v_0\,.\,t - 0$$

$$x(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_{res}}{m} \,.\, t^2 + v_0\,.\,t + x_0$$

Recordemos:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \frac{F_{res}}{m} \cdot t^2$$

② Si la masa del Titanic era de 6×10^7kg, ¿qué fuerza habrá sido necesaria para producirle una aceleración de 0.1m/s^2?

$$F_{res} = m \cdot a$$

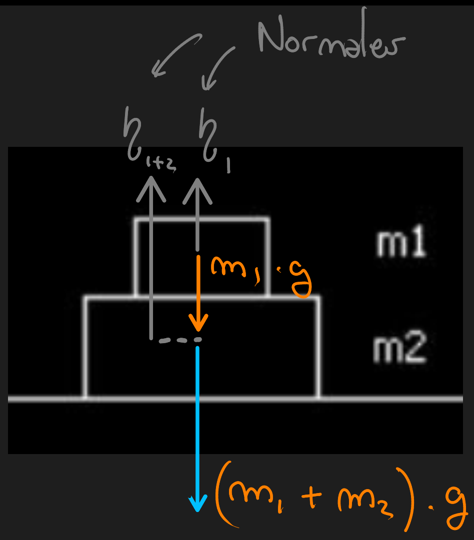
$$= 6 \cdot 10^7 \text{ kg} \cdot 0{,}1 \ \frac{m}{s^2}$$

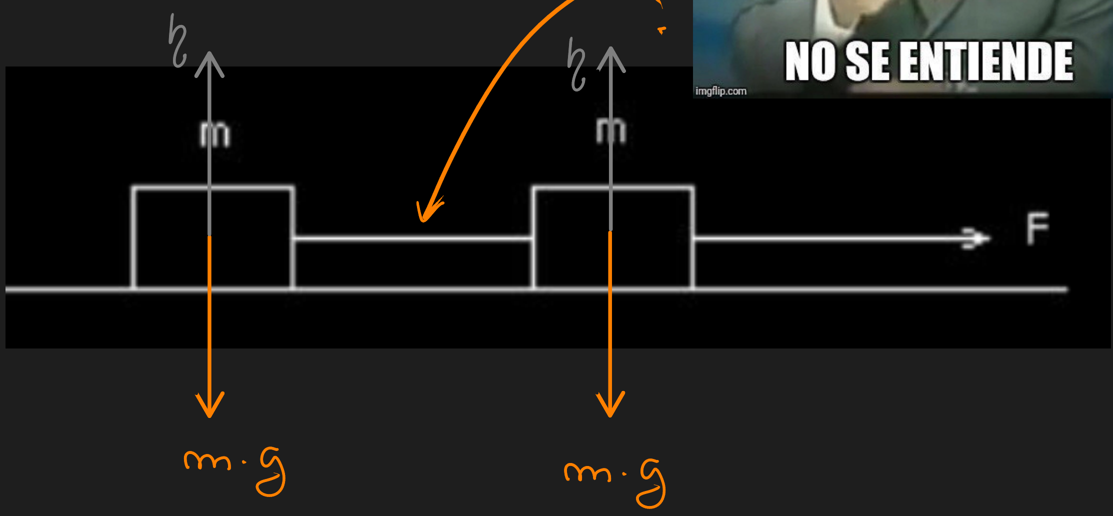
$$= 6 \cdot 10^6 \ \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$$F_{res} = 6 \cdot 10^6 \ N$$

(3) En cada uno de los sistemas que se muestran a continuación, ubique las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos, especificando cuales son pares de interacción.

Hecho en clase práctica 3.





④ Una persona está parada sobre una balanza que se encuentra en un ascensor. Estando éste en reposo la balanza indica un peso de 55kgf.

(a) ¿Qué indica la balanza si el ascensor baja con velocidad constante de $v = 3\text{m/s}$.

(b) ¿Qué indica si el ascensor sube con una aceleración de 0.4m/s^2?

(c) ¿Cuál es la aceleración del ascensor si la balanza indica 0kgf?

a) Indica lo mismo pues la velocidad es constante. No se mide en el momento en el que arranca el ascensor, sino momentos después cuando la velocidad es constante.

$$F = m \cdot a$$

Si $a = 0 \Rightarrow F = 0$

La fuerza "extra" que aporta el ascensor es cero.

b) $F = 55\,\text{kg} \cdot 0{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$F = 22\,\text{N}$

El ascensor aporta $22\,\text{N} = 2{,}2\,\text{kgf}$ $\quad (1\,\text{kgf} = 10\,\text{N})$

$\Rightarrow$ La balanza marca $55\,\text{kgf} + 2{,}2\,\text{kgf} = 57{,}2\,\text{kgf}$
$= 572\,\text{N}$

c) Básicamente el ascensor se soltó y va en caída libre. RIP al que estaba en la balanza.

$$F = m \cdot a$$

Quiero

$$\text{Peso} + F_{\text{Ascensor}} = 0$$

$$\Rightarrow F_{\text{Ascensor}} = -\text{Peso}$$

$$= -55 \text{ kgf}$$

$$\Rightarrow F = m \cdot a$$

$$-55 \text{ kgf} = 55 \text{ kg} \cdot a$$

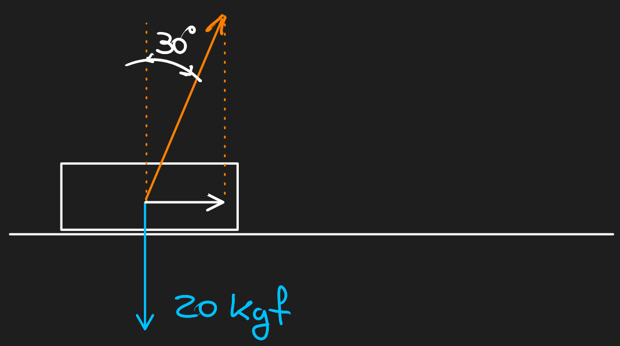
$$N = \text{kg} \cdot \frac{m}{s^2}$$

$$-550 \text{ N} = 55 \text{ kg} \cdot a$$

$$a = \frac{-550 \text{ kg} \cdot \frac{m}{s^2}}{55 \text{ kg}}$$

$$a = -10 \frac{m}{s^2} = -g$$

(5) Se arrastra un carrito cuya masa es de 20kg por una superficie horizontal, mediante una soga de la cual se tira formando un ángulo de 30° con la vertical. Si la aceleración que se logra así es de 0,5m/s^2 ¿Cuál es el módulo de la fuerza ejercida mediante la soga? ¿Qué valor toma la normal del piso sobre el carrito?



$$F_x = m \cdot a \qquad \text{con} \quad a = 0{,}5 \, \frac{m}{s^2}$$

$$F_x = 20\,kg \cdot 0{,}5 \, \frac{m}{s^2}$$

$$F_x = 10 \, N$$

SOH CAH TOA

$$\sin 30° = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F = \frac{F_x}{\sin 30°}$$

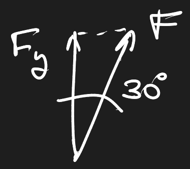
$$\Rightarrow F = \frac{10N}{\sin 30°}$$

$$= \frac{10N}{0{,}5}$$

$$F = 20 \, N$$

b) Si no fuera por la fuerza que se ejerce mediante la soga, la normal tendría el mismo valor que la fuerza peso del carrito (en sentido contrario).

Como la fuerza de la soga no es totalmente horizontal, la componente vertical de la misma tiende a levantar el carrito del piso, reduciendo el valor de la fuerza ejercido por el piso para sostener al objeto (o sea, se reduce la Normal).



$$\cos 30° = \frac{F_y}{F}$$

$$\Rightarrow F_y = 20 \cdot \cos 30 \ N$$

$$F_y \approx 17,32 \ N$$

$$\Rightarrow \bar{N} = F_{Peso} - F_y$$

$$= 200 \ N - 17,32$$

$$\bar{N} = 182,68 \ N$$

⑥ Un pájaro de masa $m = 26\text{g}$ esta posado en el punto medio de una cuerda tensa como muestra el dibujo.

(a) Demuestre que la tensión de la cuerda esta dada por $T = \frac{mg}{2\sin\theta}$.

(b) Determine la tensión si $\theta = 5°$.

(c) ¿Cuánto valdrá la tensión si la cuerda está ubicada en un montacargas que asciende con a=1m/s^2? Discuta los casos en que el montacargas desciende con la misma aceleración o se mueve con velocidad constante.

a) sale con el SOH de SOH CAH TOA

b) Reemplazo 5 y listo.
Notar que la tensión tiende a infinito a medida que el angulo tiende a cero.

c)

$$F = m \cdot a$$

$$= 26\,kg \cdot 1\,\frac{m}{s^2}$$

$$F = 26\,N$$

esto se suma a la F_{peso} del pájaro

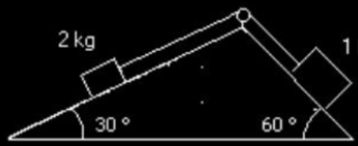
Si desciende, la Fuerza del Peso del pájaro sobre la cuerda disminuye.

Si es constante pasa lo mismo que con el ejercicio del ascensor y la balanza.

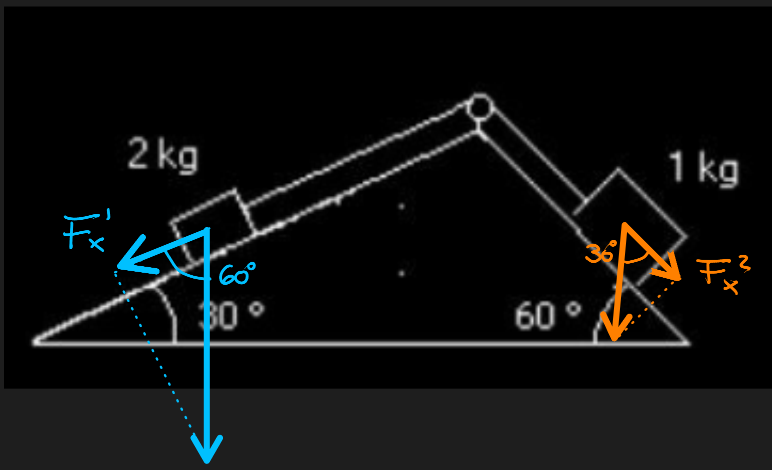
7. Se sabe que cuando un cuerpo desciende libremente por un plano inclinado sin rozamiento, su aceleración es $a = g\sin\theta$, independientemente de la masa del cuerpo. Verifíquelo aclarando cual de los ángulos del plano inclinado es el θ de esta expresión.

Sale con SOH y que la fuerza de gravedad apunta para abajo.

⑧ Analice el sentido de movimiento del sistema de la figura, calculando las aceleraciones de cada cuerpo y la tensión sobre la soga que los vincula. Suponga que la soga es inextensible y de masa despreciable frente a la de los cuerpos. ¿En qué momento utiliza estas aproximaciones?



Primero lo veo midiendo las fuerzas:



CAH

$$\cos 60° = \frac{F_x^1}{2\,kgf}$$

$$F_x^1 = 1\,kgf = 10\,N$$

$$\cos 30° = \frac{F_x^2}{1\,kgf}$$

$$F_x^2 \cong 0{,}866\,kgf = 8{,}66\,N$$

$F_x^1 = 10\,N$

$F_x^2 \approx 8{,}66\,N$

$\Rightarrow \quad F_x^1 > F_x^2 \quad \Rightarrow$ se mueve hacia la izquierda

Haciendo lo que me pide el ej:

$$F = m \cdot a$$

$$\frac{N}{kg} = \frac{m}{s^2}$$

F1-F2 = 10-8.66 = 1.34N

1.34 / (1+2kg) = 0.45