La catadora de Té

Una señora afirma que al probar una taza de té con leche **puede distinguir** qué fue lo primero que se echó en la taza: *el té o la leche*.

¿Cómo podríamos hacer un experimento para determinar si la señora sabe distinguir?

Procuramos realizar un experimento que indique evidencia a favor de la señora.

Para ello, procedemos de la siguiente manera: le damos **n = 12** tazas preparadas de diferentes maneras y contamos el número de veces que la mujer **acierta** el orden en el que fue preparado el té.

Sea X la variable aleatoria que cuenta el ***número de aciertos en los n = 12 ensayos***.

> **1.** ¿Qué **distribución** propone para la variable aleatoria X? ¿Cuáles son los **parámetros** de esta distribución?

Dado que contamos **cantidad de aciertos sobre un total** conocido (n) sin considerar el órden, X será correctamente modelada con una **distribución Binomial** de parámetros **n=12** y probabilidad de acierto **p**:

$X = \text{"\# de aciertos en los 12 ensayos"}$

$$X \sim Bin(12, p)$$

Con función de probabilidad puntual:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} * p^k * (1-p)^{n-k}$$

> **2.** ¿Cuál es la probabilidad de que acierte **las 12** tazas si responde al azar?
>
> ¿Le daremos la oportunidad de **equivocarse**?
>
> ¿Cuántas tazas serán suficientes para que **confiemos** en que la señora tiene la habilidad que ella afirma?
>
> Propongamos diferentes *reglas* que podemos utilizar para decidir que la señora es una entendida en el tema.
>
> - ***Criterio 0***: Determinamos que sabe si **acierta las 12** veces.
> - ***Criterio 1***: Determinamos que sabe si **acierta 11 o más** veces.
> - ***Criterio 2***: Determinamos que sabe si **acierta 10 o más** veces.
> - ***Criterio 3***: Determinamos que sabe si **acierta 9 o más** veces.

Defino función Binomial:

In [342]:
```
f_binomial <- function(n=12, p=0.5, aciertos){
    k <- aciertos
    choose(n, k) * p^k * (1.-p)^(n-k)
}
```

Calculo Binomial(12, 0.5) para exactamente 12 aciertos de los 12 intentos (Criterio 0)

In [343]:
```
f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=12)
```

0,000244140625

La probabilidad de que acierte las 12 tazas **si responde al azar** es de **0.0244%**: $P(X=12) = 2.441 * 10^{-4}$

También podemos interpretarlo como:

- Si decidimos que **no puede equivocarse para creerle**
- y **responde las 12** correctamente
- $=>$ La probabilidad de ***equivocarnos*** al ***creerle*** será de 0.0244%

> **3.** Supongamos que la señora responde al azar. Para cada uno de los criterios propuestos, calcule la probabilidad de que consideremos que la señora sabe.

Defino eventos:

- C_0 $=$ "12 aciertos en los 12 ensayos (Criterio 0)"
- C_1 $=$ "al menos 11 aciertos en los 12 ensayos (Criterio 1)"
- C_2 $=$ "al menos 10 aciertos en los 12 ensayos (Criterio 2)"
- C_3 $=$ "al menos 9 aciertos en los 12 ensayos (Criterio 3)"

Calculo probabilidades **para cada evento** a partir de la función de probabilidad puntual de una Binomial (12, 0.5):

$$P(C_i) = P(X \geq 12 - i)$$

$$i \in \{0,1,2,3\}$$

$$= \sum_{k=12-i}^{12} p_X(k)$$

$$= \sum_{k=12-i}^{12} \binom{12}{k} * 0.5^k * 0.5^{12-k}$$

Criterio 0:

$P(C_0) = P(X \geq 12) = P(X = 12)$

$P(C_0) = p_X(12)$

In [344]:
```
PX12 <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=12)

PC0 <- PX12
PC0
```

0,000244140625

$P(C_0) = \binom{12}{12} * 0.5^{12} * 0.5^0$

$P(C_0) = 0.5^{12}$

$P(C_0) = \frac{1}{4096} \approx 0.0002441$

Criterio 1:

$P(C_1) = P(X \geq 11)$

$P(C_1) = P(X = 11) + P(X = 12)$

$P(C_1) = p_X(11) + p_X(12)$

In [345]:
```
PX12 <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=12)
PX11 <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=11)

PC1 <- PX11 + PX12
PC1
```

0,003173828125

$P(C_1) = P(C_0) + \binom{12}{11} * 0.5^{11} * 0.5^1$

$P(C_1) = P(C_0) + \binom{12}{11} * 0.5^{12}$

$P(C_1) = \frac{1}{4096} + 12 * \frac{1}{4096}$

$P(C_1) = 13 * \frac{1}{4096} \approx 0.003174$

Criterio 2:

$P(C_2) = p_X(10) + p_X(11) + p_X(12)$

In [346]:
```
PX12 <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=12)
PX11 <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=11)
PX10 <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=10)

PC2 <- PX10 + PX11 + PX12
PC2
```

0,019287109375

$P(C_2) = P(C_1) + \binom{12}{10} * 0.5^{10} * 0.5^2$

$P(C_2) = P(C_1) + \binom{12}{10} * 0.5^{12}$

$P(C_2) = 13 * \frac{1}{4096} + 66 * \frac{1}{4096}$

$P(C_2) = 79 * \frac{1}{4096} \approx 0.01929$

Criterio 3:

$P(C_2) = p_X(9) + p_X(10) + p_X(11) + p_X(12)$

In [347]:
```
PX12 <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=12)
PX11 <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=11)
PX10 <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=10)
PX9  <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=9)

PC3 <- PX9 + PX10 + PX11 + PX12
PC3
```

0,072998046875

$P(C_3) = P(C_2) + \binom{12}{9} * 0.5^9 * 0.5^3$

$P(C_3) = P(C_2) + \binom{12}{9} * 0.5^{12}$

$P(C_3) = 79 * \frac{1}{4096} + 220 * \frac{1}{4096}$

$P(C_3) = 299 * \frac{1}{4096} \approx 0.072998$

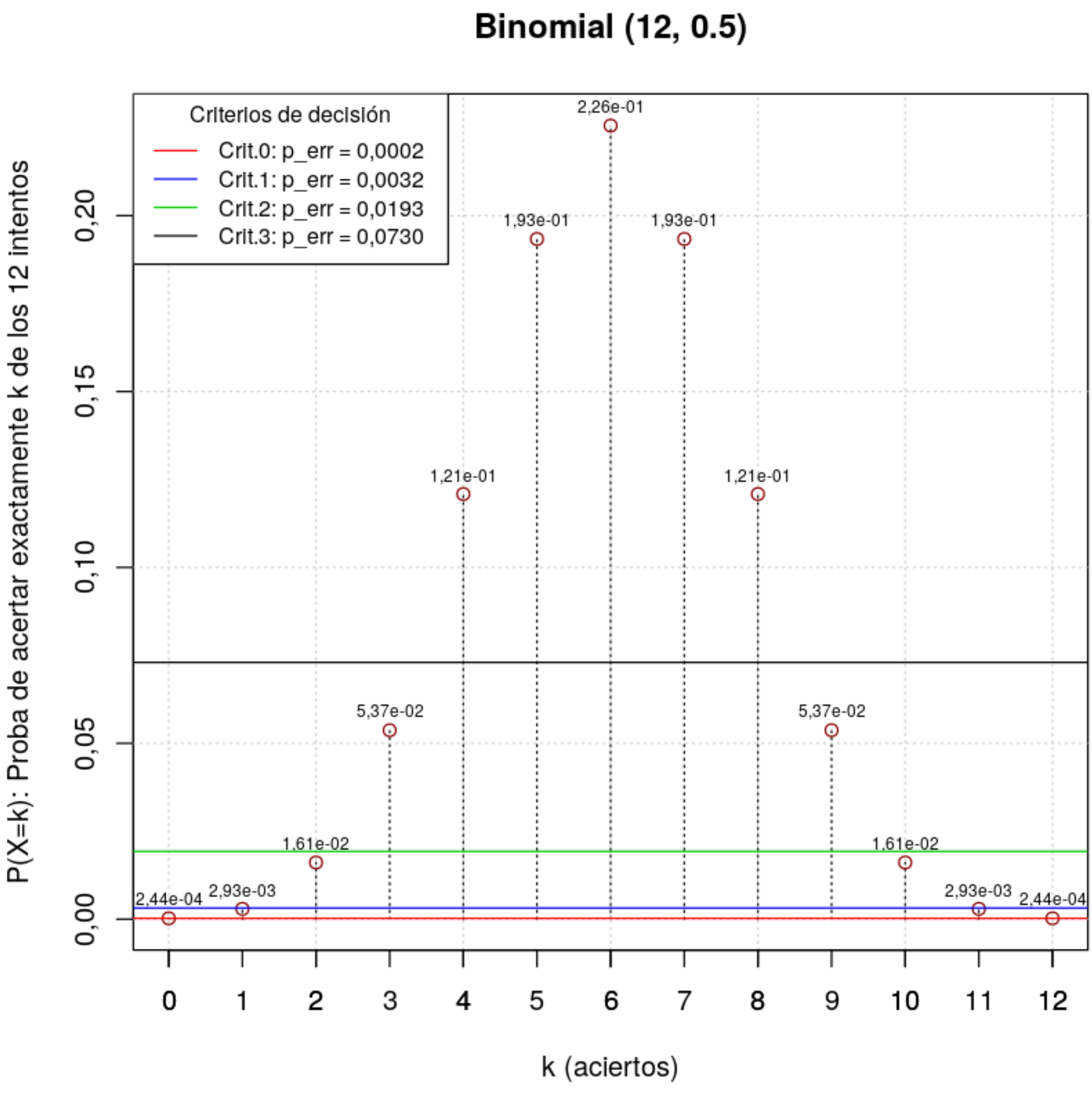
Criterios y Binomial (12, 0.5)

- Calculo todas las probabilidades puntuales de una distribución Binomial (12, 0.5)

In [387]:
```
bin <- array(dim=12)
for(i in c(1:13)){
    aciertos <- i-1  # indices arrancan en 1, aciertos en 0
    bin[i] <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=aciertos)
}
```

In [391]:
```
plot(c(0:12), bin, type="h", lty = 3, main="Binomial (12, 0.5)",
                      xlab="k (aciertos)",
                      ylab="P(X=k): Proba de acertar exactamente k de los 12 inte
ntos")
grid()

axis(side=1, c(0:12))
points(c(0:12), bin, pch=1, cex=1, col="dark red")
text(c(0:12), bin+0.005, labels=formatC(bin, format="e", digits=2),
     cex=0.6, font=1)
#Criterios
criterios = c(PC0, PC1, PC2, PC3)
nombres <- c('Crit.0: p_err =','Crit.1: p_err =','Crit.2: p_err =','Crit.3: p_
err =')
abline(h=criterios, col=c(2,4,3,1))
legend("topleft", title="Criterios de decisión",
                     legend=paste(nombres, formatC(criterios, format="f", digits=
4)),
                     col=c(2,4,3,1), lty=1, cex=0.8)
```



Función de distribución Acumulada

Probabilidad de acertar COMO MÁXIMO k de los 12 intentos

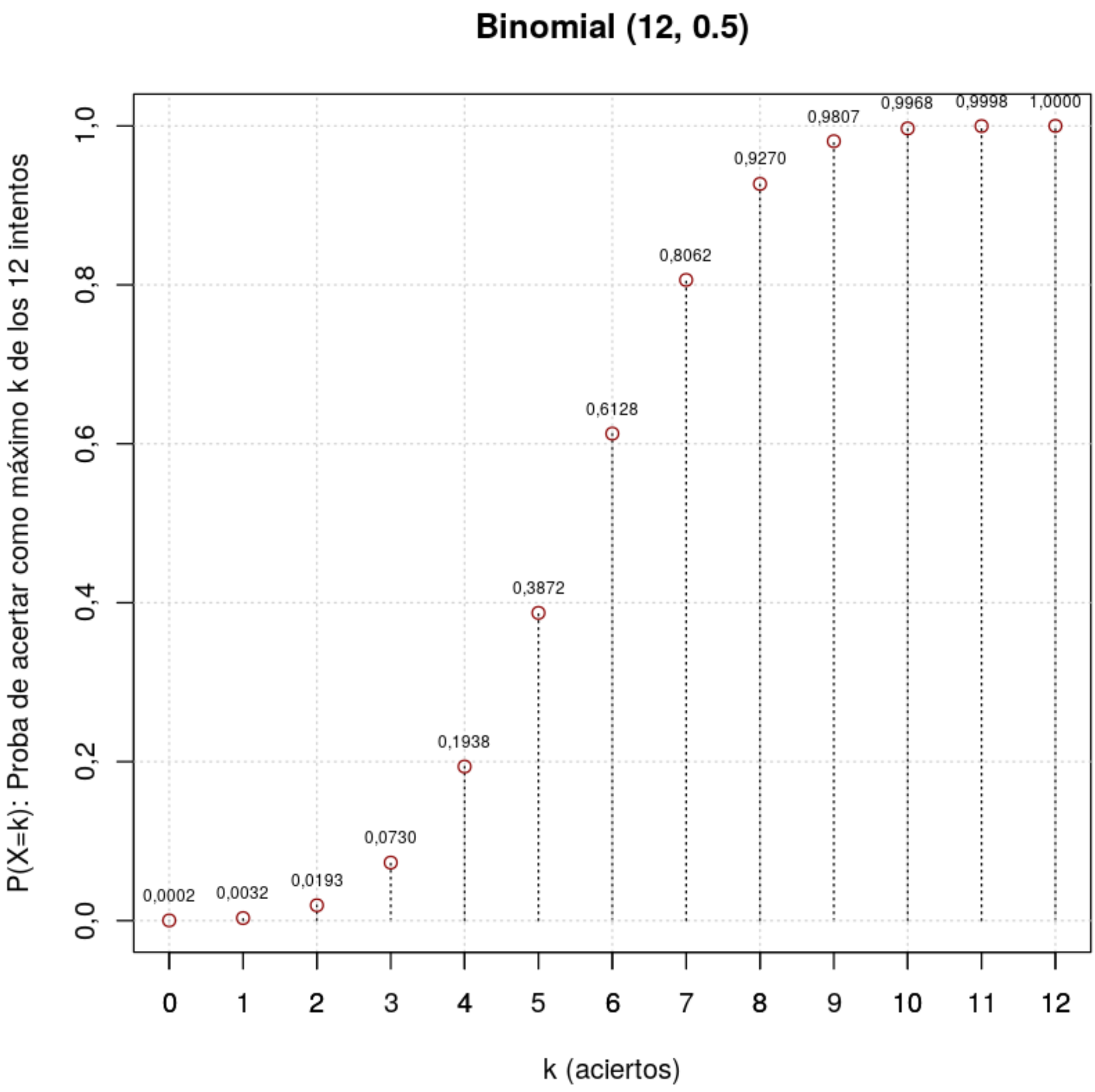
- Suma probabilidades **desde k=0** hasta k=12 aciertos

In [392]:

```
acumulada <- numeric(13) # todos ceros
for(i in c(1:13)){
    aciertos <- i-1  # indices arrancan en 1, aciertos en 0
    if(i==1){
        acumulada[i] <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=aciertos)
    }
    else{
        acumulada[i] <- acumulada[i-1] + f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=acie
rtos)
    }
}
```

In [393]:

```
plot(c(0:12), acumulada, type="h", lty = 3, main="Binomial (12, 0.5)",
                  xlab="k (aciertos)", ylab="P(X=k): Proba de acertar como máx
imo k de los 12 intentos")
grid()
axis(side=1, c(0:12))
points(c(0:12), acumulada , pch=1, cex=1, col="dark red")
text(c(0:12), acumulada+0.03, labels=formatC(acumulada, format="f", digits=4),
     cex=0.6, font=1)
```



Proba de acertar AL MENOS k de los 12 intentos

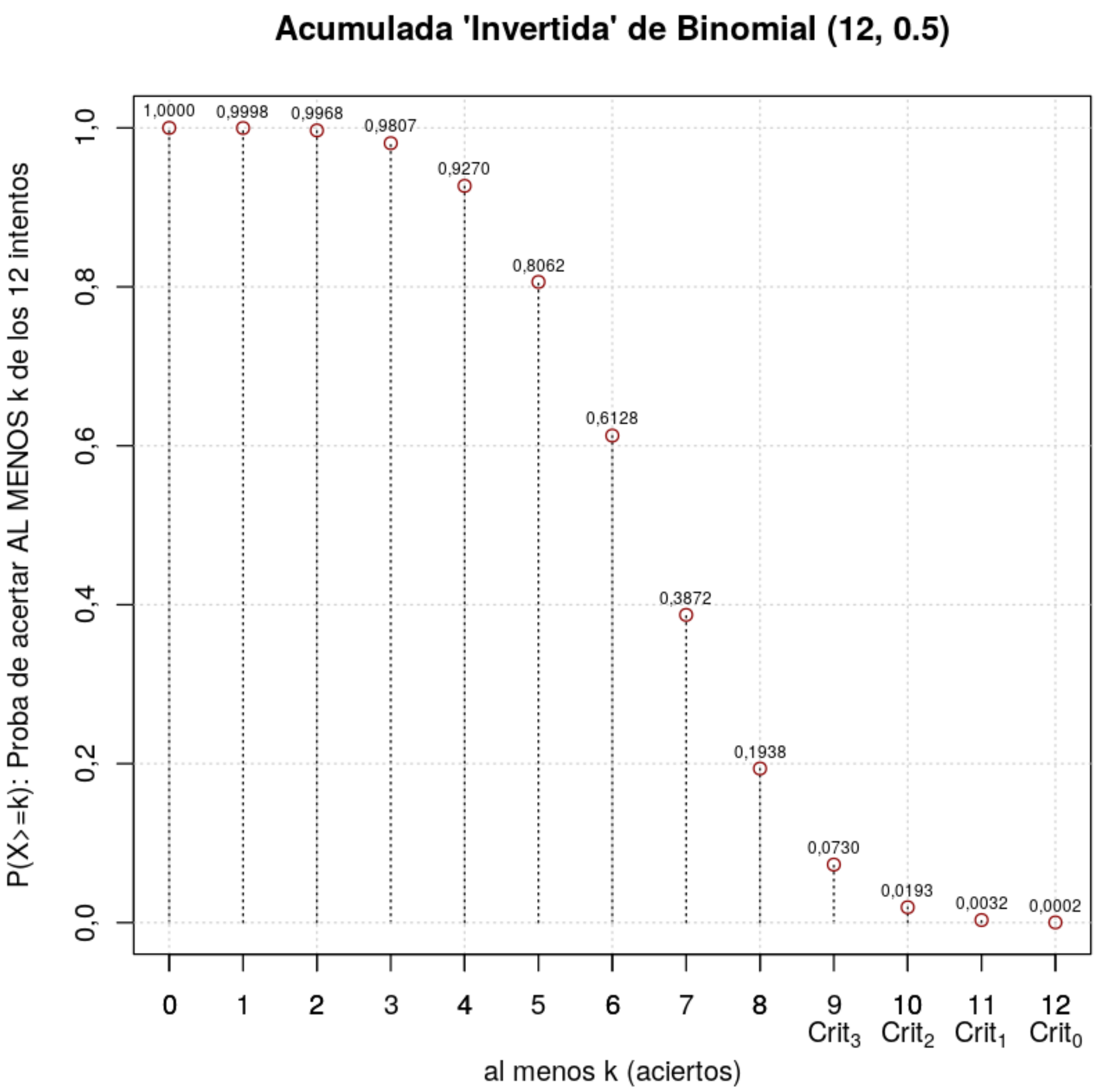
- Sumo probabilidades **desde k=12** hasta k=0 aciertos

In [394]:

```
acum_invertida <- numeric(13) # todos ceros
for(i in c(13:1)){
    aciertos <- i-1  # indices arrancan en 1, aciertos en 0
    if(i==13){
        acum_invertida[i] <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=aciertos)
    }
    else{
        acum_invertida[i] <- acum_invertida[i+1] + f_binomial(n=12, p=0.5, aci
ertos=aciertos)
    }
}
```

In [395]:

```
plot(c(0:12), acum_invertida, type="h", lty = 3, main="Acumulada 'Invertida' d
e Binomial (12, 0.5)",
                  xlab="al menos k (aciertos)", ylab="P(X>=k): Proba de acerta
r AL MENOS k de los 12 intentos")
grid()
axis(side=1, c(0:12))
points(c(0:12), acum_invertida , pch=1, cex=1, col="dark red")
text(c(0:12), acum_invertida+0.02, labels=formatC(acum_invertida, format="f",
digits=4),
     cex=0.6, font=1)
# Criterios:
mtext(expression(Crit[0]), side=1, line=2, at=12)
mtext(expression(Crit[1]), side=1, line=2, at=11)
mtext(expression(Crit[2]), side=1, line=2, at=10)
mtext(expression(Crit[3]), side=1, line=2, at=9)
```



Obs: Uso ***Acumulada 'Invertida'*** pues acumulo probabilidades de derecha a izquierda, orden inverso al de la función de distribución acumulada.

Notar que como la función puntual de la Binomial(n, p=***0.5***) es **simétrica** en su esperanza $E[X] = 6$, acumular de izquierda a derecha es lo mismo que de derecha a izquierda, y por lo tanto, la acumulada 'invertida' es la misma que la función acumulada usual.

Notar que la **simetría** depende de $p = 0.5$, que de ser distinto, el sentido de acumulación definiría funciones diferentes (más de ésto en 6.)

> **4.** Que criterio debemos utilizar si queremos que la **probabildad de equivocarnos** al decidir que **sabe cuando en realidad responde al azar** no sea superior al valor 0.02?

Las probabilidades calculadas para cada criterio modelan nuestra confianza sobre cada evento:

Ej:

- Si acierta 12 de 12, nuestra **confianza es muy alta**, pues la probabilidad de que este evento **ocurra al azar es muy baja**.
- Acertar 9 de 12 es **un evento más probable si se actúa al azar**, por lo que **confiamos menos** en que acierte **a causa de** sus poderes, y más en que sea a causa del azar.

In [396]:
```
X <- data.frame(c('0','1','2','3'), c(PC0,PC1,PC2,PC3), 1-c(PC0,PC1,PC2,PC3))
colnames(X) <- c('Criterio', 'Proba de equivocarnos', 'Confianza')
X
```

Criterio	Proba de equivocarnos	Confianza
0	0,0002441406	0,9997559
1	0,0031738281	0,9968262
2	0,0192871094	0,9807129
3	0,0729980469	0,9270020

Buscamos los criterios que indican una probabilidad **menor o igual a 0.02**:

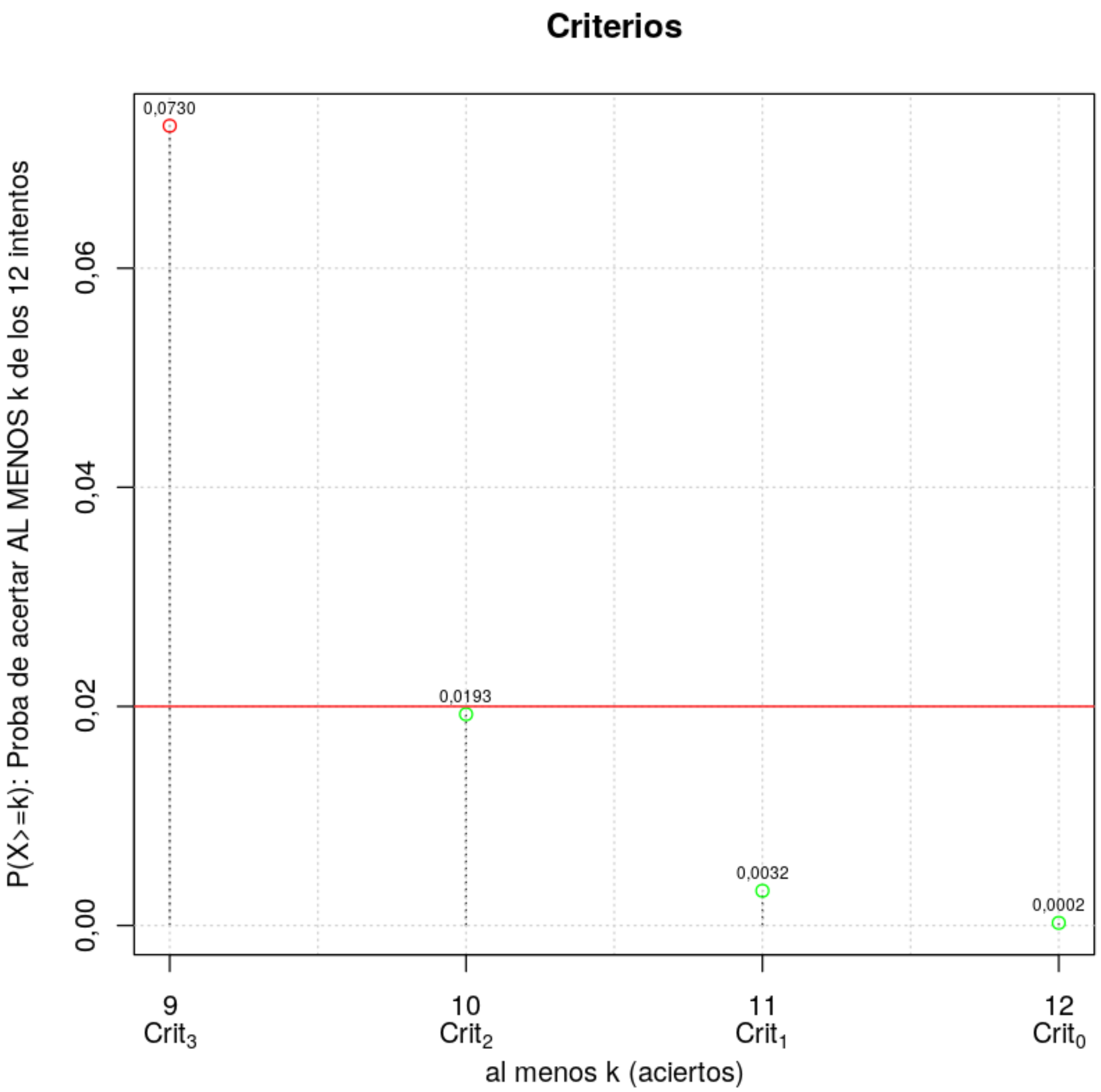
Criterio	Proba de equivocarnos	Confianza
0	***0,0002441406***	0,9997559
1	***0,0031738281***	0,9968262
2	***0,0192871094***	0,9807129
~~3~~	~~0,0729980469~~	~~0,9270020~~

El criterio 3 resulta demasiado *laxo* para nuestra exigencia.

Podemos elegir entre los criterios 0,1 y 2, siendo 0 el más estricto (muy bajas probabilidades de equivocarnos, pero demasiado exigente) y el criterio 2 el más cercano al margen de error máximo requerido (0.02).

In [397]:

```
proba_maxima <- 0.02
criterios <- acum_invertida[10:13] # 9 a 12 aciertos
plot(c(9:12), criterios, type="h", lty = 3, xaxt='n',
              main="Criterios",
              xlab="al menos k (aciertos)", ylab="P(X>=k): Proba de acertar AL
MENOS k de los 12 intentos")
grid()
axis(side=1, c(9:12))
points(c(9:12), criterios , pch=1, cex=1, col=c('red','green','green','green'
))
text(c(9:12), criterios+0.0015, labels=formatC(criterios, format="f", digits=4
),
     cex=0.6, font=1)
abline(h=proba_maxima, col='red')
# Criterios:
mtext(expression(Crit[0]), side=1, line=2, at=12)
mtext(expression(Crit[1]), side=1, line=2, at=11)
mtext(expression(Crit[2]), side=1, line=2, at=10)
mtext(expression(Crit[3]), side=1, line=2, at=9)
```



5. Supongamos que la señora responde bien en 10 ocaciones.

i) ¿Cuál es el criterio más exigente que nos permite decir que la señora sabe?

ii) ¿Cuál es la probabilidad de error de dicho criterio cuando en realidad responde al azar?

iii) ¿Cuál es la probabilidad de observar un valor tan o más grande que el observado, asumiendo que responde al azar?

i) Calculo probabilidad de 10 aciertos suponiendo que responde al azar:

In [398]:
```
aciertos = 10
f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=aciertos)
```

0,01611328125

La **probabilidad de equivocarnos al decidir** que la señora sabe es de 1.61%

Los criterios que **nos permiten decidir que la señora sabe** son aquellos cuyos márgenes de error estén **por encima** de 1.61%:

Criterio	Proba de equivocarnos	Confianza
~~0~~	~~0,0002441406~~	~~0,9997559~~
~~1~~	~~0,0031738281~~	~~0,9968262~~
2	***0,0192871094***	0,9807129
3	***0,0729980469***	0,9270020

(Los criterios 0 y 1 consideran que la señora es una farsa si solo adivina 10 de las 12)

Entre los criterios 2 y 3, elijo el más exigente: el **Criterio 2**.

ii) La **probabilidad de error** del criterio 2 será la misma **independientemente de lo que acierte la señora**.

Criterio	Proba de equivocarnos	Confianza
2	***0,0192871094***	0,9807129

iii) Pide la probabilidad de $P(X \geq 10)$, siendo 10 el valor observado.

Anteriormente definimos:

$$\text{Criterio2} = p_X(10) + p_X(11) + p_X(12) = P(X \geq 10)$$

Por lo que *la probabilidad de observar un valor tan o más grande que el observado, asumiendo que responde al azar* **será la misma que la probabilidad de equivocarnos con el criterio 10**:

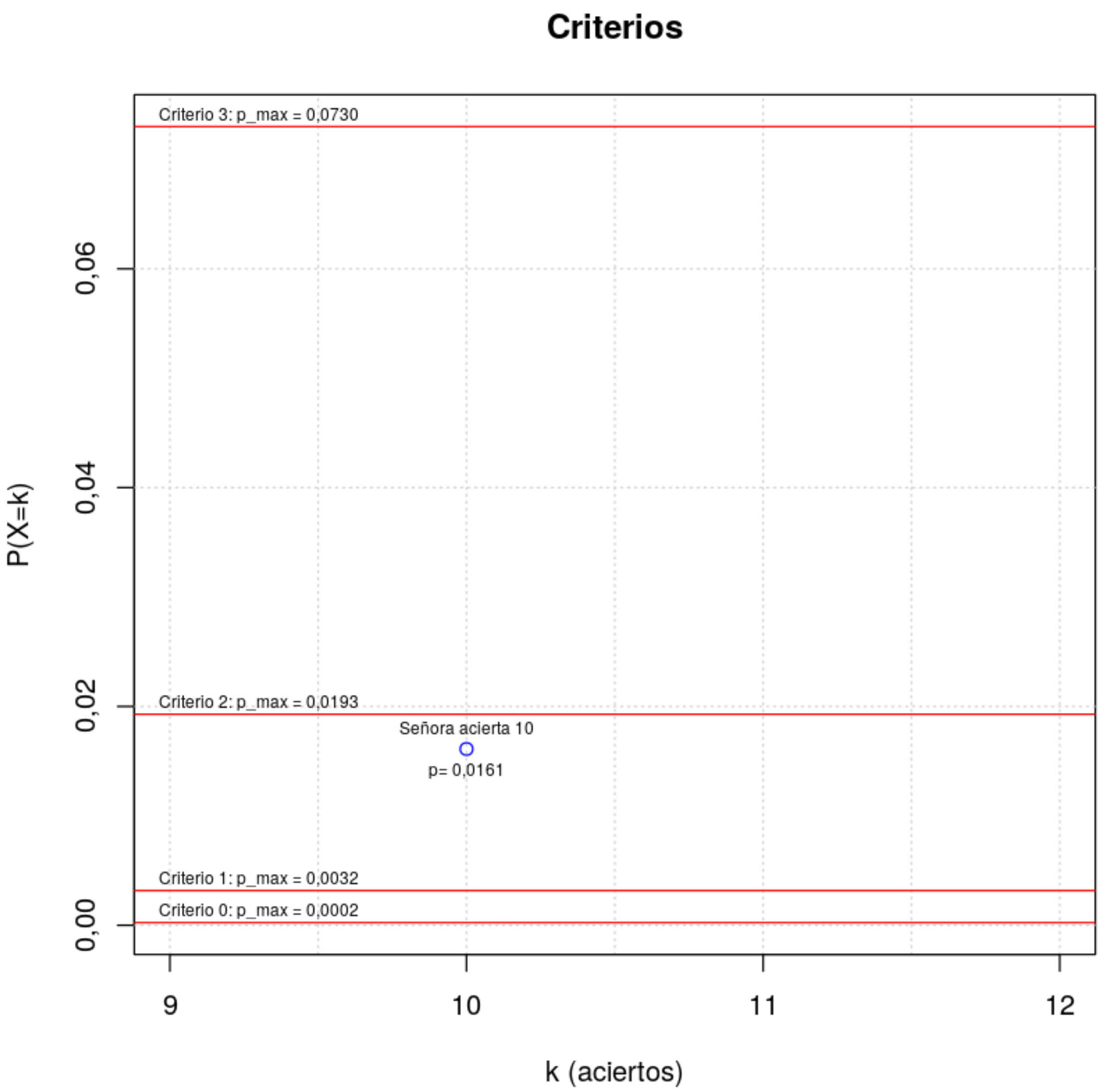
Criterio	Proba de equivocarnos	$p_X(10) + p_X(11) + p_X(12)$	Confianza
2	***0,0192871094***	***0,0192871094***	0,9807129

In [399]:

```
proba_10 <- f_binomial(n=12, p=0.5, aciertos=10)
criterios <- acum_invertida[10:13] # 9 a 12 aciertos
plot(c(9:12), criterios, type="h", lty = 0, xaxt='n',
              main="Criterios",
              xlab="k (aciertos)", ylab="P(X=k)")
grid()
axis(side=1, c(9:12))
points(c(9:12), criterios , pch=1, cex=0, col=c('red','green','green','green'
))

# Criterios:
nombres <- c('Criterio 3: p_max =','Criterio 2: p_max =','Criterio 1: p_max ='
,'Criterio 0: p_max =')
text(rep(9.3,4), criterios+0.001, labels=paste(nombres, formatC(criterios, for
mat="f", digits=4)),
     cex=0.6, font=1)

abline(h=criterios, col='red')
points(c(10), proba_10, col='blue')
text(c(10), proba_10+0.002, labels=c('Señora acierta 10'),
     cex=0.6, font=1)
text(c(10), proba_10-0.002, labels=paste('p=',formatC(proba_10, format="f", di
gits=4)),
     cex=0.6, font=1)
```

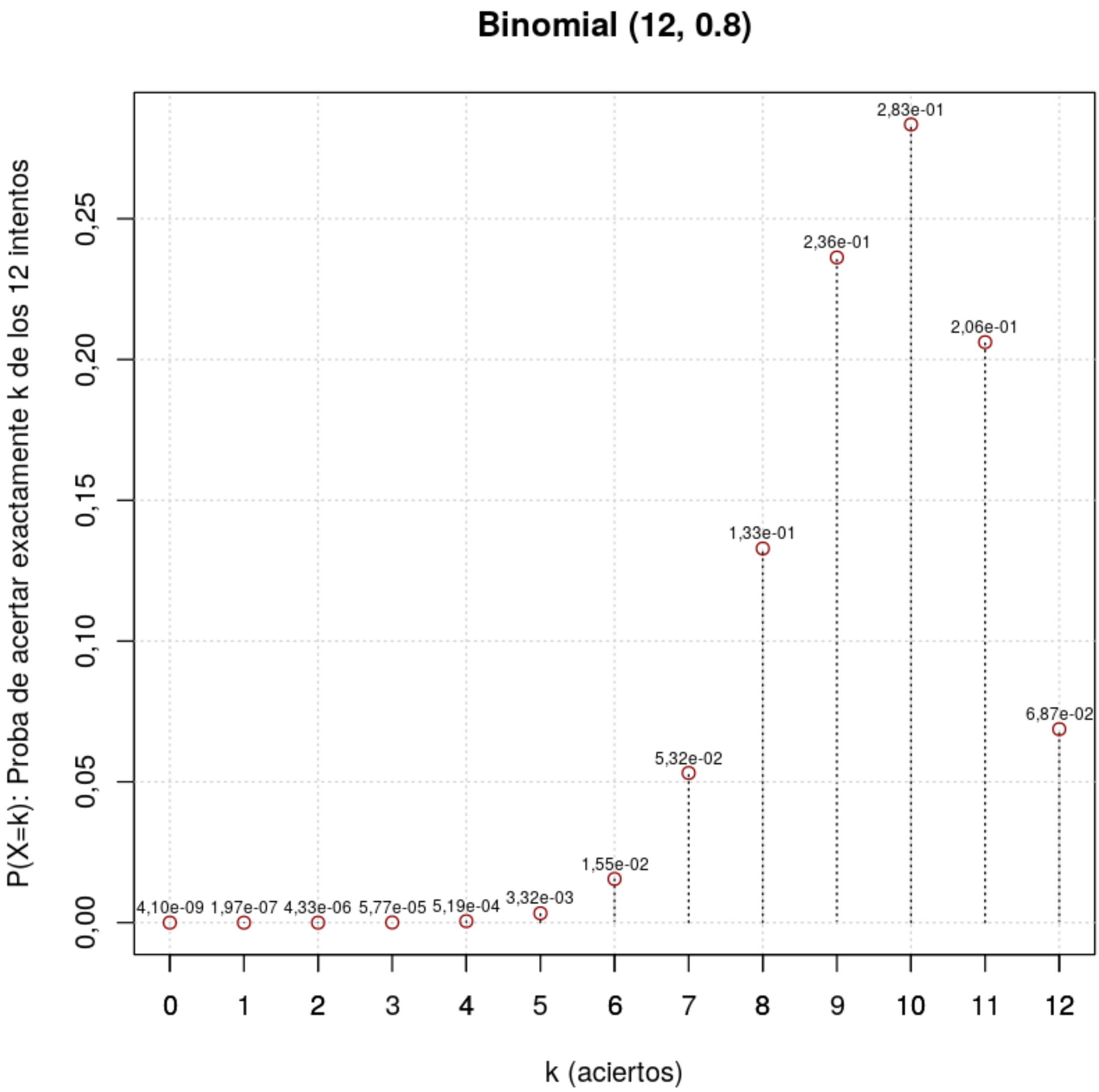


> **6.** Si en realidad la señora tiene un verdadero don y **acierta al orden** en que se pone la leche y el té **con probabilidad igual a 0.8**.
>
> Para cada uno de los criterios propuestos, calcule la probabilidad de que consideremos que la señora sabe.
>
> Y si la **probabilidad de acertar con el orden es 0.9**, ¿**cómo cambia** la probabilidad de decidir que la señora sabe con cada uno de los criterios?

Binomial (12, 0.8)

Notar que **la esperanza** se desplaza hacia el **extremo de mayores aciertos**, dejando de ser una función simétrica.

In [400]:
```r
# Armo vector de todas las posibles probabilidades puntuales
bin <- array(dim=12)
for(i in c(1:13)){
    aciertos <- i-1  # indices arrancan en 1, aciertos en 0
    bin[i] <- f_binomial(n=12, p=0.8, aciertos=aciertos)
}
# Plot del vector de probabilidades
plot(c(0:12), bin, type="h", lty = 3, main="Binomial (12, 0.8)",xlab="k (acier
tos)",
        ylab="P(X=k): Proba de acertar exactamente k de los 12 intentos")
grid()
axis(side=1, c(0:12))
points(c(0:12), bin, pch=1, cex=1, col="dark red")
text(c(0:12), bin+0.005, labels=formatC(bin, format="e", digits=2),
     cex=0.6, font=1)
```



Criterios

Calculo probabilidades con $p = 0.8$

In [401]:
```r
PX12 <- f_binomial(n=12, p=0.8, aciertos=12)
PX11 <- f_binomial(n=12, p=0.8, aciertos=11)
PX10 <- f_binomial(n=12, p=0.8, aciertos=10)
PX9  <- f_binomial(n=12, p=0.8, aciertos=9)
```

In [402]:
```
PC0 <- PX12
PC1 <- PX11 + PX12
PC2 <- PX10 + PX11 + PX12
PC3 <- PX9  + PX10 + PX11 + PX12
criterios <- data.frame(c(0:3), c(PC0,PC1,PC2,PC3), 1-c(PC0,PC1,PC2,PC3))
colnames(criterios) <- c('Criterio', 'Proba de equivocarnos', 'Confianza')
criterios
```

Criterio	Proba de equivocarnos	Confianza
0	0,06871948	0,9312805
1	0,27487791	0,7251221
2	0,55834575	0,4416543
3	0,79456895	0,2054311

Muy distinto a los valores obtenidos suponiendo que la señora actuaba al azar, ahora con muy pocos errores, **la probabilidad de equivocarnos aumenta considerablemente**.

Podemos escribirlo como una implicación:

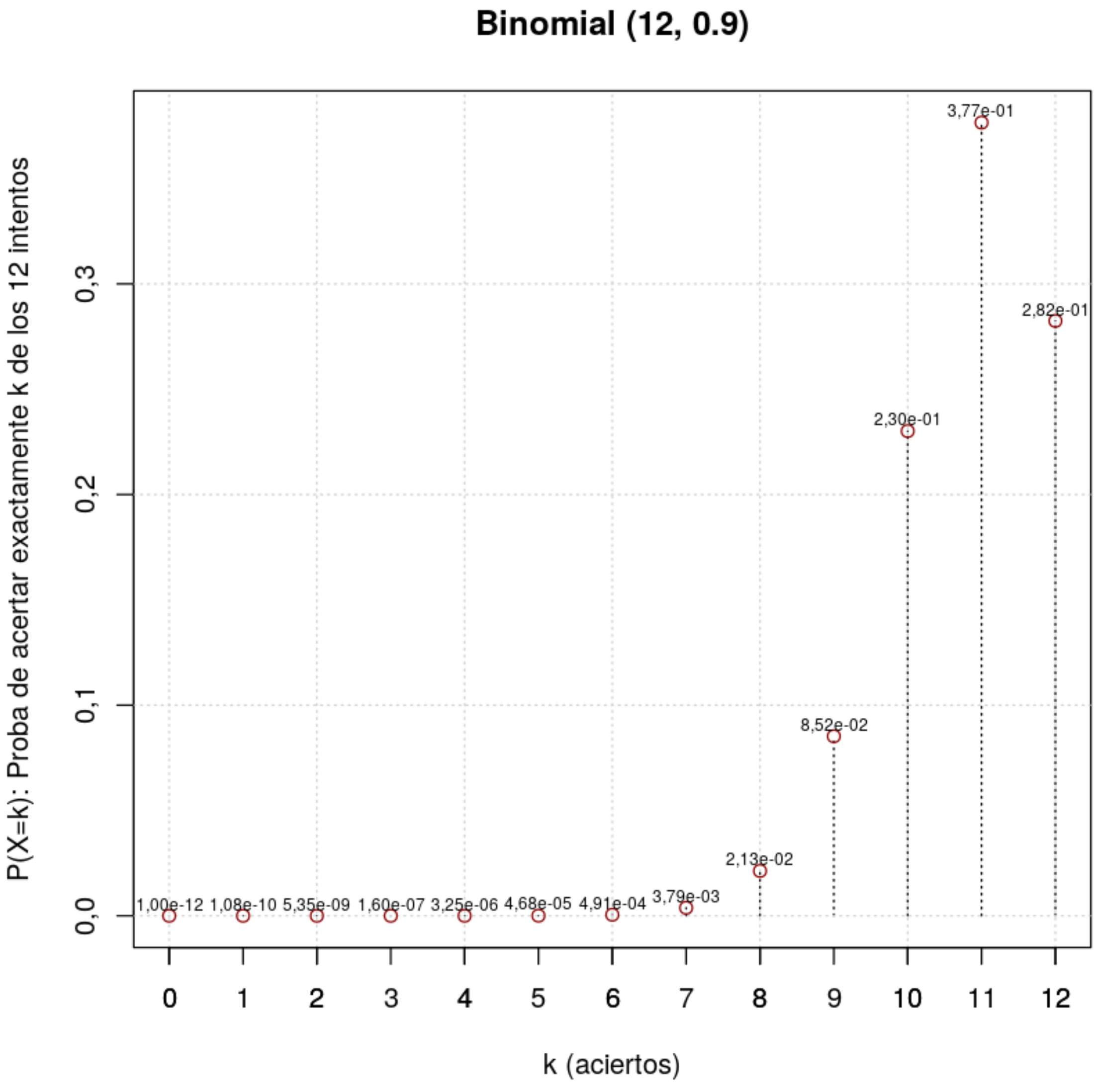
> *si **DEBERÍA** acertar en el 80%, pero **OBSERVAMOS** que acierta menos* $\Rightarrow$ ***DUDAMOS** de que nuestra afirmación A PRIORI (la del 80%) sea correcta*
>
> $$P(X,Y) = P(Y|X).P(X)$$
>
> 

TODO: Chequear la relación con proba Bayesiana.

Binomial (12, 0.9)

Notar como **la esperanza** se desplaza aún más hacia el **extremo de mayores aciertos**.

```
In [403]: # Armo vector de todas las posibles probabilidades puntuales
bin <- array(dim=12)
for(i in c(1:13)){
    aciertos <- i-1  # indices arrancan en 1, aciertos en 0
    bin[i] <- f_binomial(n=12, p=0.9, aciertos=aciertos)
}
# Plot del vector de probabilidades
plot(c(0:12), bin, type="h", lty = 3, main="Binomial (12, 0.9)",
                   xlab="k (aciertos)",
                   ylab="P(X=k): Proba de acertar exactamente k de los 12 inte
ntos")
grid()
axis(side=1, c(0:12))
points(c(0:12), bin, pch=1, cex=1, col="dark red")
text(c(0:12), bin+0.005, labels=formatC(bin, format="e", digits=2),
     cex=0.6, font=1)
```



Criterios

Calculo probabilidades con $p = 0.9$

```
In [404]: PX12 <- f_binomial(n=12, p=0.9, aciertos=12)
PX11 <- f_binomial(n=12, p=0.9, aciertos=11)
PX10 <- f_binomial(n=12, p=0.9, aciertos=10)
PX9  <- f_binomial(n=12, p=0.9, aciertos=9)
```

In [405]:
```
PC0 <- PX12
PC1 <- PX11 + PX12
PC2 <- PX10 + PX11 + PX12
PC3 <- PX9  + PX10 + PX11 + PX12
criterios <- data.frame(c(0:3), c(PC0,PC1,PC2,PC3), 1-c(PC0,PC1,PC2,PC3))
colnames(criterios) <- c('Criterio', 'Proba de equivocarnos', 'Confianza')
criterios
```

Criterio	Proba de equivocarnos	Confianza
0	0,2824295	0,71757046
1	0,6590023	0,34099775
2	0,8891300	0,11086998
3	0,9743625	0,02563747

Similar a $p = 0.8$, nuestra **confianza** en la decisión que tomemos **se reduce** en gran medida con **muy pocos fracasos observados**.

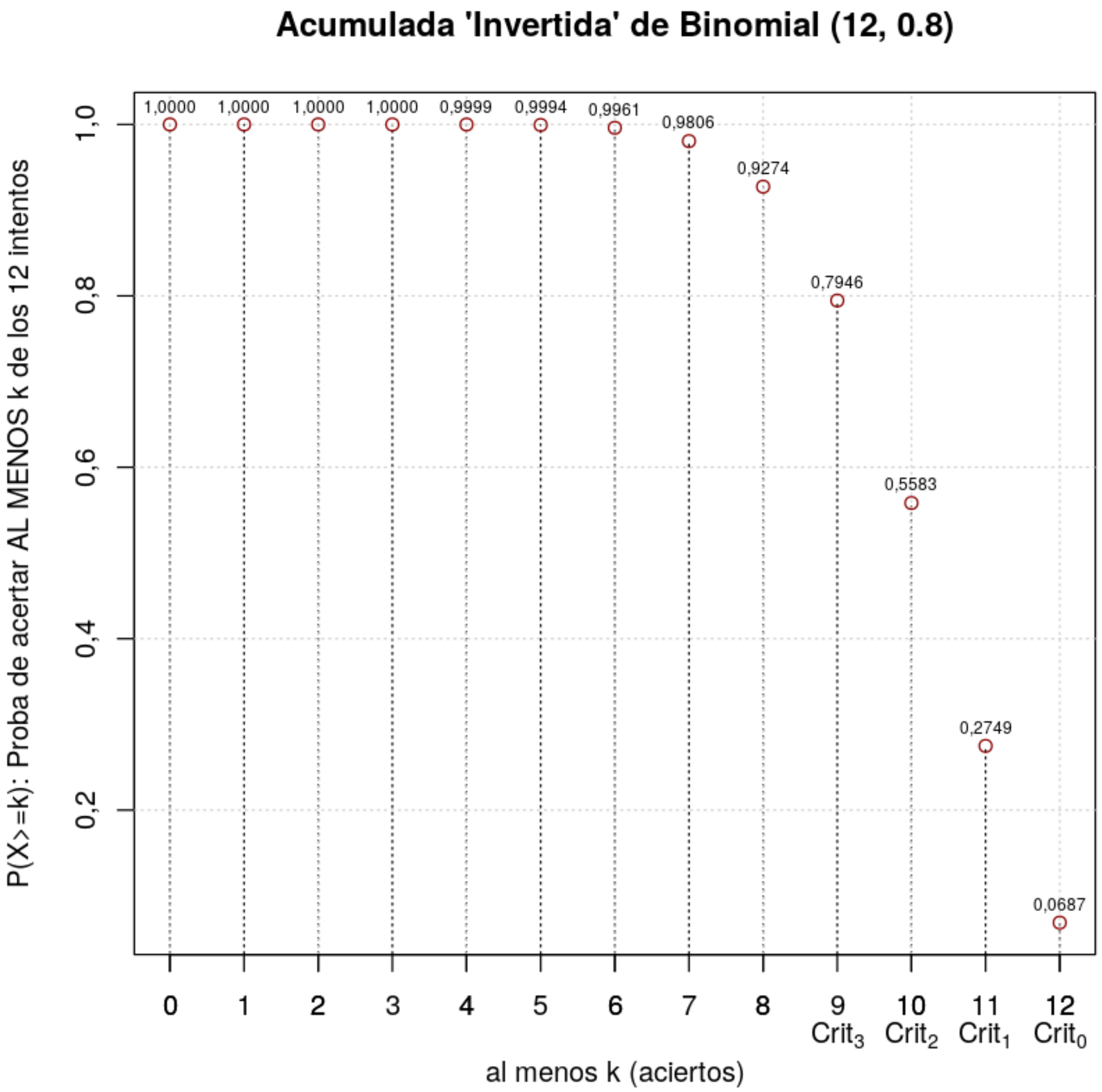
Plots: Criterios y Acumuladas 'Invertidas'

Observar como ***esperamos*** que acierte **al menos 7** con probabilidad 98%, de forma que al establecer una probabilidad $p = 0.8$, ***esperamos*** grandes resultados de parte de la señora.

Binomial(12, 0.8)

In [406]:
```
acum_invertida <- numeric(13) # todos ceros
for(i in c(13:1)){
    aciertos <- i-1  # indices arrancan en 1, aciertos en 0
    if(i==13){
        acum_invertida[i] <- f_binomial(n=12, p=0.8, aciertos=aciertos)
    }
    else{
        acum_invertida[i] <- acum_invertida[i+1] + f_binomial(n=12, p=0.8, aci
ertos=aciertos)
    }
}
```

In [407]:
```
plot(c(0:12), acum_invertida, type="h", lty = 3, main="Acumulada 'Invertida' d
e Binomial (12, 0.8)",
                    xlab="al menos k (aciertos)", ylab="P(X>=k): Proba de acerta
r AL MENOS k de los 12 intentos")
grid()
axis(side=1, c(0:12))
points(c(0:12), acum_invertida , pch=1, cex=1, col="dark red")
text(c(0:12), acum_invertida+0.02, labels=formatC(acum_invertida, format="f",
digits=4),
     cex=0.6, font=1)
# Criterios:
mtext(expression(Crit[0]), side=1, line=2, at=12)
mtext(expression(Crit[1]), side=1, line=2, at=11)
mtext(expression(Crit[2]), side=1, line=2, at=10)
mtext(expression(Crit[3]), side=1, line=2, at=9)
```



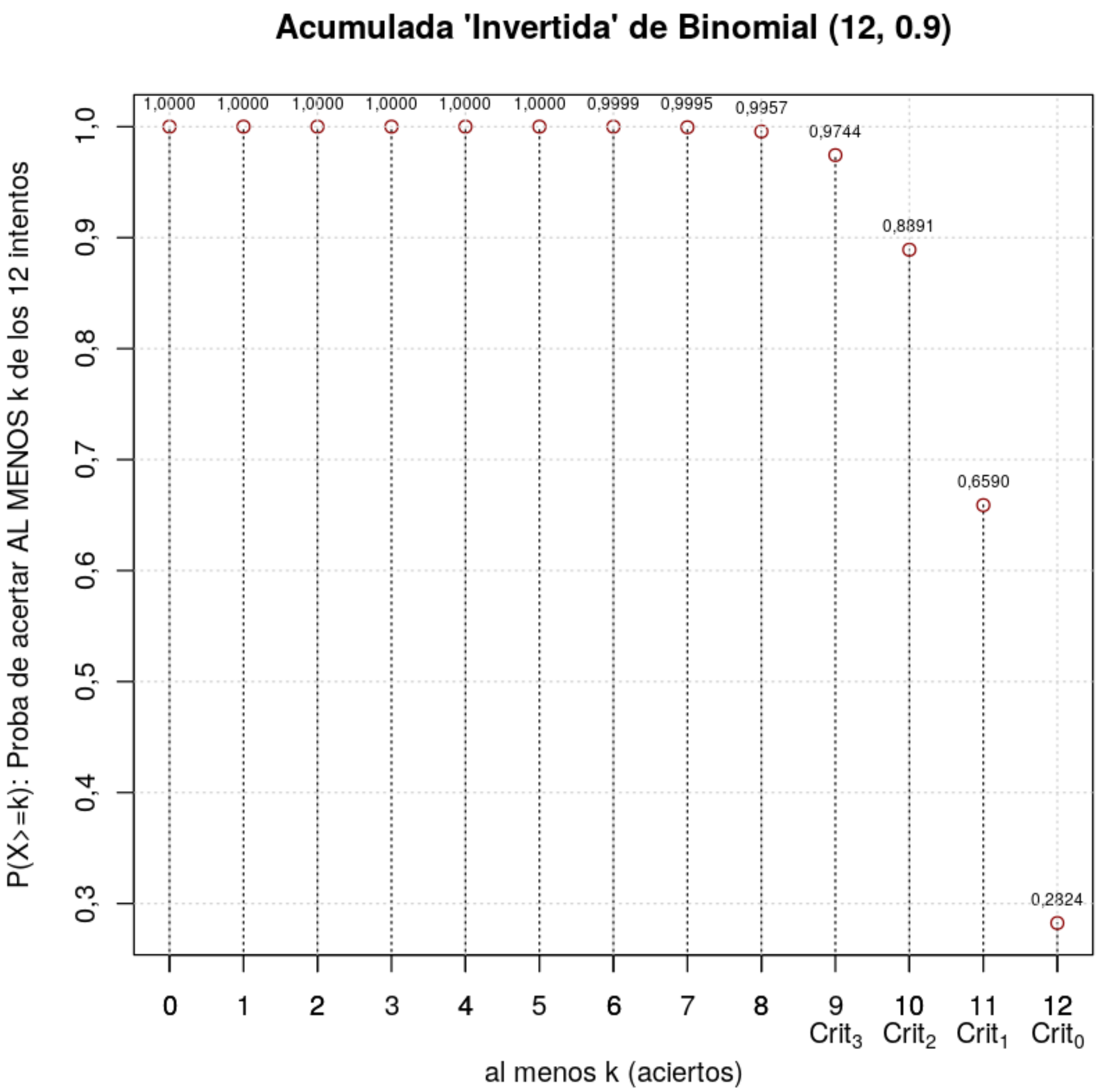
Binomial(12, 0.9)

In [408]:

```
acum_invertida <- numeric(13) # todos ceros
for(i in c(13:1)){
    aciertos <- i-1  # indices arrancan en 1, aciertos en 0
    if(i==13){
        acum_invertida[i] <- f_binomial(n=12, p=0.9, aciertos=aciertos)
    }
    else{
        acum_invertida[i] <- acum_invertida[i+1] + f_binomial(n=12, p=0.9, aci
ertos=aciertos)
    }
}
```

In [409]:

```
plot(c(0:12), acum_invertida, type="h", lty = 3, main="Acumulada 'Invertida' d
e Binomial (12, 0.9)",
                  xlab="al menos k (aciertos)", ylab="P(X>=k): Proba de acerta
r AL MENOS k de los 12 intentos")
axis(side=1, c(0:12))
points(c(0:12), acum_invertida , pch=1, cex=1, col="dark red")
text(c(0:12), acum_invertida+0.02, labels=formatC(acum_invertida, format="f",
digits=4),
     cex=0.6, font=1)
# Criterios:
mtext(expression(Crit[0]), side=1, line=2, at=12)
mtext(expression(Crit[1]), side=1, line=2, at=11)
mtext(expression(Crit[2]), side=1, line=2, at=10)
mtext(expression(Crit[3]), side=1, line=2, at=9)
grid()
```



Lady tasting tea

From Wikipedia, the free encyclopedia

> *In the design of experiments in statistics, the lady tasting tea is a randomized experiment devised by Ronald Fisher and reported in his book The Design of Experiments (1935).*
>
> *The experiment is the original exposition of Fisher's notion of a null hypothesis, which is* ***"never proved or established, but is possibly disproved, in the course of experimentation"****.*

[https://en.wikipedia.org/wiki/Lady_tasting_tea (https://en.wikipedia.org/wiki/Lady_tasting_tea)](https://en.wikipedia.org/wiki/Lady_tasting_tea)

In [ ]:

```

```

In [ ]:

```

```