# Guía 3: Teoría de detección de señales (parte 2)

Toma de decisiones 2020

Guillermo Solovey

## Ejercicio 1

Un participante de un experimento de detección tiene $d' = 1.5$. En el experimento se presentan en igual cantidad "ruido" y "ruido+señal". Calcular el porcentaje de respuestas correctas (Pc) para 100 criterios diferentes, desde $\mu_n - 3\sigma_n$ hasta $\mu_s + 3\sigma_s$, donde ($\mu_n$, $\sigma_n$) y ($\mu_s$,$\sigma_s$) son los parámetros de las distribuciones de ruido y señal respectivamente.

A- Graficar Pc vs. criterio.

```
muS    <- ___
muN    <- ___
sigma  <- ___

criterio <- seq(___, ___, length.out = 100)

Pc <- rep(NA, ___)
for (i in 1:___){
  hits <- ___  # tasa de hits
  cr   <- ___  # tasa de rechazos correctos
  Pc[i] <- ___ # % de respuestas correctas
}

plot(___, type='l')
```

B- ¿En qué lugar del script anterior se usó que el experimentador presentó los dos tipos de estímulos con la misma probabilidad?

C- Crear una función que tome como inputs los parámetros de las distribuciones ($\mu_s$, $\mu_n$, $\sigma$), la proporción de estímulos "ruido" y "señal+ruido" que se van a presentar y un vector de criterios a evaluar. La salida de la función debe ser un vector con el porcentaje de respuestas correctas para cada criterio evaluado.

## Ejercicio 2

En un experimento de detección, un participante realiza 1000 *trials*, 400 con ruido y 600 con señal. Las respuestas se muestran en la siguiente tabla:

| | no | si | total |
|---|---|---|---|
| ruido | 327 | 73 | 400 |
| señal | 104 | 496 | 600 |

A- Calcular $d'$, $c$, $\log(\beta)$ y hacer, a mano, un dibujo aproximado del modelo.

B- Graficar las distribuciones y el criterio usando `plot` de R.

```
muS      <- ___
muN      <- 0
sigma    <- ___
criterio <- ___

x  <- seq(from = ___, to = ___, len = 300)
yN <- dnorm(x, ___, ___)
yS <- dnorm(x, ___, ___)

plot(___, ___, type = "l", lwd = 3, col="red", xlab = "respuesta interna")
lines(___, ___, lwd = 4, col="blue")
abline(v=___, lwd=3)
legend(+3, 0.3, legend = c('ruido','señal'), col = c("red", "blue"), lty = 1,  lwd = 3)
```

C- Calcular el criterio, $\lambda_{opt}$, con el que se obtendría un máximo porcentaje de respuestas correctas usando la función que crearon en el ejercicio 1C. Con el valor de criterio obtenido, calcular $c$ y $\log(\beta)$ ¿A qué distancia está el criterio del participante del criterio ideal? Recordar que $c$ es el criterio medido desde $(\mu_n + \mu_s)/2$ y que $\beta = f_s(\lambda)/f_n(\lambda)$

D- Comparar los valores de $c$ y $\log(\beta)$ obtenidos en C con los que se obtienen con la expresión exacta $\beta_{opt} = P(n)/P(s)$, donde $P(n)$ y $P(s)$ son las probabilidades de presentación de ruido y señal respectivamente. Puede usar también que $log(\beta) = c\ d'$.

## Ejercicio 3

Considerar la tarea de un observador que espera detectar un evento poco frecuente, que sucede sólo en el 1% de los *trials*. El evento, por si mismo, es detectable con relativamente alta sensibilidad, $d' = 2$.

A- Calcular el criterio de decisión que debería tener el obserador si quiere minimizar los errores de acuerdo al modelo de detección de señales de igual varianza. Hacer un gráfico (a mano) de las distribuciones y el criterio correspondiente.

B- Usando el criterio calculado en A, calcular qué fracción de los eventos se pierde de detectar.

C- Para inducir a un menor número de omisiones, se decide recompensar al observador con \$50 con cada hit y \$1 por cada rechazo correcto. ¿Cómo se modificaría el porcentaje de omisiones si el observador ajusta su criterio para maximizar su ganancia? ¿Cómo afecta este cambio a la tasa de falsas alarmas? Ayuda: Recordar que el criterio óptimo corresponde a un valor de $\beta$ tal que:

$$\beta(opt) = \frac{P(n)}{P(s)} \times \frac{V(r.c.) + K(f.a.)}{V(hit) + K(miss)} \tag{1}$$

donde $V$ es el valor correspondiente a los rechazos correctos ($r.c.$) y hits, y $K$ el costo de los errores.

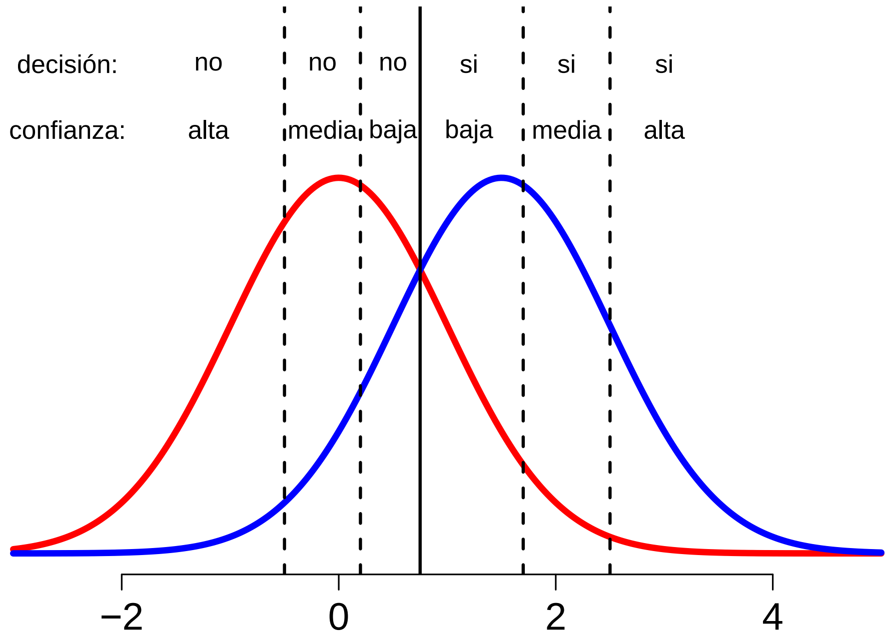
## Ejercicio 4

**Simular una ROC empírica**. Considerar un participante de un experimento de detección con $d' = 1.5$. En cada *trial*, el experimentador presenta 'ruido' o 'ruido+señal' con igual probabilidad. La tarea del participante es responder "si" cuando la señal está presente y "no" cuando está ausente. Considere que el participante adopta un criterio no sesgado y que la distribución de ruido está centrada en cero.

A- Simular (como en el ejercicio 7 de la Guía 2), 10000 *trials* del experimento. Hacer un histograma de la señal interna correspondiente a cada estímulo.

B- Suponga que el participante debe reportar, además de su decisión, la confianza en su decisión en una escala de tres unidades: {baja, media, alta}. Para eso, utiliza 4 criterios nuevos, 2 a cada lado del criterio de decisión ubicados en: $(-0.5, 0.2, 1.7, 2.5)$

El nivel de confianza reportado por el observador se define de acuerdo a la respuesta interna en cada trial del siguiente modo:




C- Crear una matriz de 2x6 que contenga el número de respuestas de cada tipo:

| | no, alta | no, media | no, baja | si, baja | si, media | si, alta | total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ruido | _____ | _____ | _____ | _____ | _____ | _____ | 5000 |
| señal | _____ | _____ | _____ | _____ | _____ | _____ | 5000 |

D- Graficar la curva ROC empírica. Para eso dividir cada entrada de la matriz anterior por el número total de *trials* de cada tipo y acumular los valores, de derecha a izquierda.

## Ejercicio 5

En un experimento de detección cada participante realiza una serie de *trials* en 6 condiciones diferentes. En todas las condiciones, la intensidad y duración del estímulo se mantuvo constante por lo que no se espera que $d'$ varíe entre condiciones. Cada condición se hizo con incentivos diferentes para que cambie el criterio de decisión en cada una de ellas. Los resultados fueron los siguientes:

| | s=ruido, r=si | s=ruido, r=no | s=señal, r=si | s=señal, r=no |
|---|---|---|---|---|
| condición A | 264 | 36 | 294 | 6 |
| condición B | 168 | 132 | 273 | 27 |
| condición C | 102 | 198 | 252 | 48 |
| condición D | 30 | 270 | 198 | 102 |
| condición E | 17 | 283 | 171 | 129 |
| condición F | 2 | 298 | 108 | 192 |

A- Calcular $d'$ para cada condición por separado. ¿Qué le resulta poco satisfactorio de este análisis?

B- Graficar la curva ROC en coordenadas $z$, es decir $z(hits)$ vs. $z(f.a.)$. Superponer una recta de pendiente 1.

C- Calcular la pendiente de $z(hits)$ vs. $z(f.a.)$ con la función `lm` de R. Estimar $\sigma_s$, de la distribución de respuestas internas correspondiente a la "señal", (si la correspondiente a ruido es $\sigma_n = 1$).