微視的フェルミ流体論

Shimura Koki

1 道具立て

1.1 前書き (ノーテーション確認)

ランダウのフェルミ流体理論は準粒子描像を手掛かりに現象論的な結果を導いてきたが、ダイアグラムを導入して任意の次数に関する摂動展開の理論を展開させたのはアブリコソフとカラトニコフであった。

1.2 2 粒子グリーン関数

2 粒子グリーン関数を、4 個のハイゼンベルク演算子の T 積を基底状態についての平均

$$K_{34,12}(\boldsymbol{x}_1 t_1, \boldsymbol{x}_2 t_2; \boldsymbol{x}_1' t_1', \boldsymbol{x}_2' t_2') = \langle T[\hat{\psi}_3 \hat{\psi}_4 \hat{\psi}_1^\dagger \hat{\psi}_2^\dagger] \rangle \tag{1}$$

で定義する。最も低次の近似では、2 粒子グリーン関数は 1 粒子グリーン関数 G^0 の積の和に分解される。

$$K^0_{34,12} = G^{(0)}_{31} G^{(0)}_{42} - G^{(0)}_{32} G^{(0)}_{41} \tag{2}$$

これはダイアグラムで表すと次のようになる。以下、運動量表示による議論を行う。

1.3 バーテックス関数

2 フェルミ流体の基礎的性質

2.1 準粒子

原子間距離が熱的ドブロイ波長程度になると古典論の適用限界を迎え、量子効果が顕著になってくる。実際液体の状態を保ったまま量子効果が現れるのはヘリウムのみであるが、多少の条件を課すことによって一般のフェルミ多体系に議論を拡張することが可能になる。そのような条件を考察することにする。

系が励起するとフェルミ分布関数はヘヴィサイド型関数からずれ、その微分係数がフェルミエネルギー近傍で有限の値を持つようになる。この素励起を準粒子と呼んで、相互作用のない場合におけるのと同様、各準粒子に運動量 $\boldsymbol{p}$ およびスピン σ を割り振れると仮定される。

2.2　くりこみ因子

粒子にゆっくり相互作用を印加して、1 粒子グリーン関数が

$$G^0 = \frac{1}{i\omega_n - \epsilon_{\boldsymbol{k}}} \to G = \frac{1}{i\omega_n - \epsilon_{\boldsymbol{k}} - \Sigma(\boldsymbol{k}, i\epsilon_n)} \tag{3}$$

と変化したとする。

$$G/G^0 = \frac{z - \epsilon_{\boldsymbol{k}}}{z - \epsilon_{\boldsymbol{k}} - \Sigma} = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma}{z - \epsilon_k}} \tag{4}$$

であり、$z \to \epsilon_k$ とすると、エネルギー ϵ_k をもつ粒子の自己エネルギーは 0 であるから

$$Z = \frac{1}{1 - \frac{\partial \Sigma}{\partial z}|_{z=\epsilon_k}} \tag{5}$$

が成立する。Z はここではグリーン関数の変化分を意味しており、くりこみ因子と呼ぶ。

3　LW 理論

4　Ward 恒等式

5　ランダウ理論との整合性

参考文献

[1] リフシッツ・ピタエフスキー、『量子統計物理学』(岩波書店)

[2] P. Nozières and J. M. Luttinger, Phys. Rev. **127**, 1423, 1431(1962)

[3] J. M. Luttinger and J. C. Ward, Phys. Rev. **118**, 1417(1960)

[4]