一、选择题（每题 2 分，5 题，共 10 分）

1、采用分治法解决问题时，算法时间复杂度分析典型的递推方程为

，对于某一问题，若 ，则求解该问题的时间复杂度为（ ）。



A、O(nlogn) B、 C、 D、

2、以下问题，哪些不可以用分治法求解（ ）。

A、整数划分 B、n皇后问题 C、大整数乘法 D、二分搜索

3、适合应用分治算法、贪心算法与动态规划算法求解的问题所具有的共同特点是：

A. 重叠子问题 B. 最优子结构 C. 贪心选择性质 D. 独立子问题

4、（多选）以下哪些问题可以用贪心算法求得最优解（ ）。

A、活动安排 B、多机调度 C、最小生成树 D、单源最短路径

5、（多选）以下哪些问题的解空间树的结构为子集树（ ）。

A、装载问题 B、旅行售货员问题 C、最大团问题 D、01背包问题

**二、填空题（每空 2 分，15 空，共 30 分）**

1、算法的效率一般可以从时间复杂度、 (1) 两个方面衡量。

2、渐近意义下的记号**O**表示 (2) 。

3、如果 (3) ；

若 = 5n2 且= 4n3,则= (4) 。

4、算法是由若干条指令组成的有穷序列，且要满足输入、 (5) 、确定性 、有效性和 (6) 。

5、一般来说，分治法求解过程由以下三个阶段组成： (7) 、求解、合并。

6、动态规划算法的求解步骤有四步，分别为找出最优子结构、建立 (8) 、自底向上计算最优解、构造最优解。

7、遗传算法主要借鉴的是生物界的自然选择和 (9) ，遗传操作有选择、 (10) 和变异。

8、用回溯法求解问题时，可将问题解空间看作一棵树状结构，根据问题不同，解空间树一般可分为子集树和 (11) 两种结构。

9、分支定（限）界法选取结点的两种常见方式为 (12) 和 (13) 。

10、如果所有叶子节点的最小效益值等于节点v的下界LB(v)，则LB(v)为节点v的 (14) 。

11、回溯分支限界法求解极小化问题时，如果节点的下界 (15) 当前最好解，则可以对v进行剪枝。

三、算法设计与分析题（3 题，每题 10 分，共 30 分）

1、设a为数组，a[1…n]中存储了n个升序排好的元素，分析下面的算法并回答问

题。

（1）该算法的输出是什么？（4分）

（2）给出算法ALG的时间复杂度递推方程。（2分）

（3）给出算法ALG的时间复杂度的渐进上界。（2分）

2. 机器人Rob在一个有n\*n个方格的区域F中收集样本。方格(i, j)中样本的价值为v(i, j)。Rob从区域F的(1, 1)出发，向下或向右行走，直到到达(n, n)，在走过的路径上收集样本。

(1) 如果Rob只走1次，请为Rob规划一条路径，使取得的样本总价值最大。用动态规划算法求解该问题，令dp(i, j)表示Rob到达点(i, j)时，收集到的样本的最大价值，请给出dp(i, j)的递推定义。（6分）

(2) 如果Rob走2次，请为Rob规划两条路径，使取得的样本总价值最大（两条路径重复经过的位置样本价值只算1次）。用动态规划算法求解该问题，令dp(i, j, k, t)表示第一次到达点(i, j)，第二次到达(k, t)时，收集到的样本的最大价值，请给出dp(i, j, k, t)的递推定义。（7分）

3、某足球馆有 n 块足球场。假设 1：客户只能采取包整块的方式预约使用足球场；假设 2：每个订单只有 1 个开始时间和 1 个结束时间（开始时间和结束时间都在 1 天内，并非只有整点时间），每个订单使用时长不超过 3 小时；假设 3：每个订单收取的费用一样；假设 4：确认后的订单不会被取消。假设 5：明天的订单都会在今天晚上 10 点前知晓，并于晚上 10 点后根据订单确认算法确认接受哪些订单的预订。令 s 为订单的开始时间集合，f 为订单的结束时间集合，其中 [s[i],f[i]] 为第 i 个订单预订的时间段。请用贪心法求解该问题。

（1）如果 n=1，请为该足球馆设计订单确认算法，最大化球馆的利益，并给出该算法的伪代码。（5 分）

（2）如果 n=1，前面设计的算法给出的解是否为最优解，请给出证明。（4 分）

（3）如果 n>1，请为该足球馆设计订单确认算法，极大化球馆的收益（用文字给出思路即可）。（3 分）

4、设有 m 台飞机，X[i]=1 或者 2 或者 3 表示第 i 个飞机的型号为小型、中型或大型；有 n 个可选停机位（n≥m），Y[i]=1 或者 2 或者 3 表示第 i 个停机位可以停的飞机类型为小型或者中小型或者全部机型，每个停机位最多分配 1 台飞机。将飞机 i 分配给第 j 个停机位的费用为C[i][j]。请用回溯法，计算最佳停机位分配方案，使得总费用最小。问：

（1）给出问题解的表达形式并解释其含义。（3 分）

（2）给出问题的解空间。（3 分）

（3）给出求解问题的伪代码。（4 分）

（4）分析所给算法的时间复杂度。（2 分）

5、某班级有 m 个学生，进行推优评比，现在收集到每个学生对其它学生好评的矩阵 E，其中 E[i][j]=1 表示学生 i 对学生 j 的评价为优秀，E[i][j]=0 表示学生 i 对学生 j 的评价为合格。如果存在一个学生集合，任意两个学生间都互评为优秀，则该集合内的学生存在串通拉票的嫌疑。如果用优先队列式分支限界法找出最大的串通拉票嫌疑集合，回答以下问题。

（1）每个搜索节点需要包含哪些信息，为什么？（8 分）

（2）给出搜索节点 v 的下界函数，越大越好。（4 分）

（3）给出搜索节点 v 的上界函数，越小越好。（3 分）