Основы визуализации двухмерных сцен

(c) Корольков О.Г. http://vk.com/korolkov_amm

(c) Кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий Воронежского государственного университета

Основы визуализации двухмерных сцен.

Сцена:

- *камера* (камера позволяет перенести на рабочую область экрана изображение, заданное в мировой системе координат);
- *набор моделей* (модели заданы в мировой системе координат).

Основы визуализации двухмерных сцен. Камера.

Параметры камеры:

- L, R, B, T – границы изображения в мировой системе координат;
- $W \times H$ – разрешение рабочей области экрана.

Функции камеры:

- переход от мировой системы координат к экранной и обратно;
- управление графическим курсором в мировых координатах.

Действия с камерой:

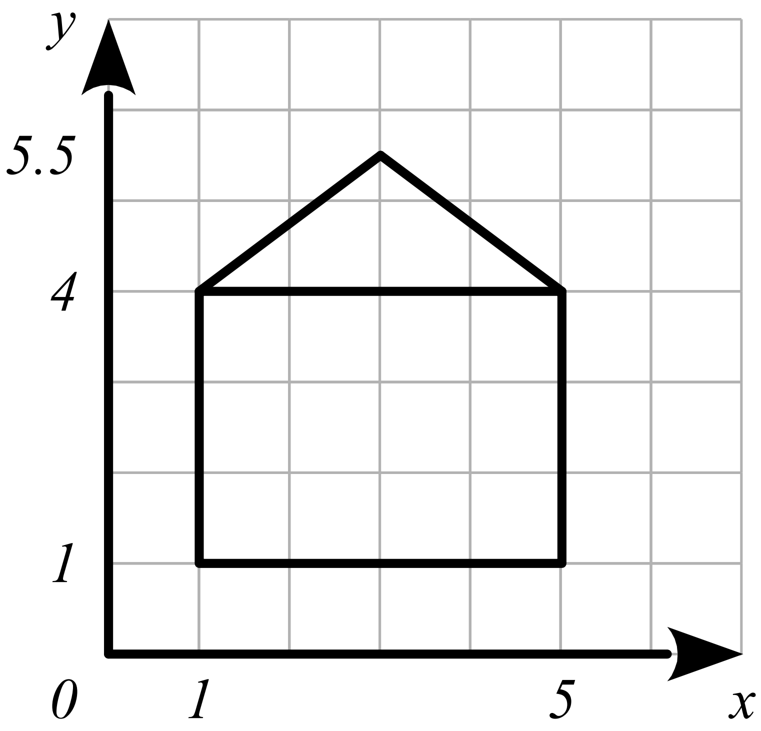
- установка одинаковых масштабов по координатным осям при изменении разрешения рабочей области экрана;
- навигация по изображению (перетаскивание, масштабирование).

Основы визуализации двухмерных сцен. Модели.

Модель:

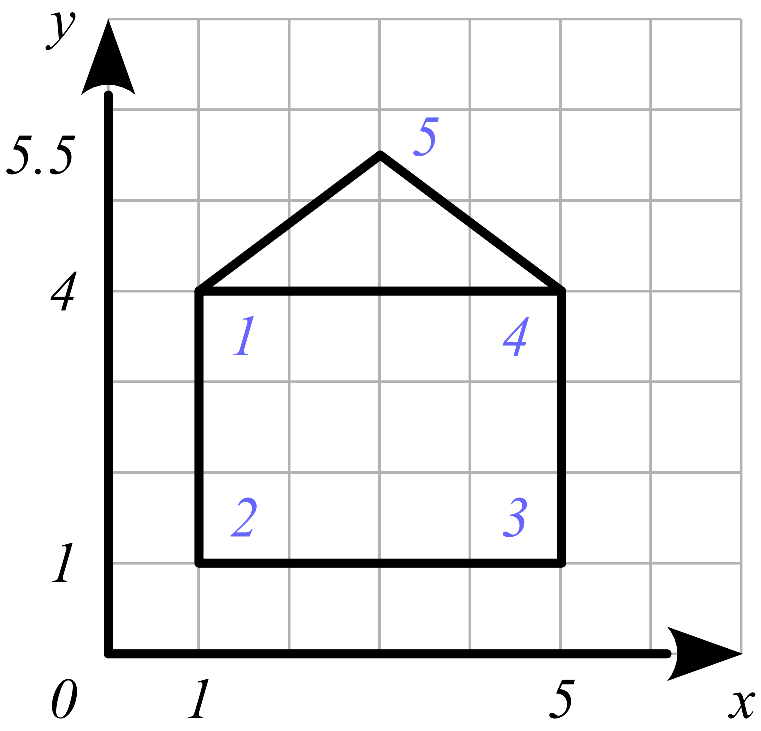
- *карта вершин* (матрица вершин) – вещественная матрица, столбцы которой содержат мировые однородные координаты соответствующих вершин;
- *карта рёбер* (матрица рёбер) может быть задана одним из двух способов:
    - целочисленная матрица, строки которой содержат номера вершин, соединённых рёбрами;
    - матрица смежности.

Основы визуализации двухмерных сцен. Модели.



Рассмотрим следующий пример каркасной модели.

Основы визуализации двухмерных сцен. Модели.

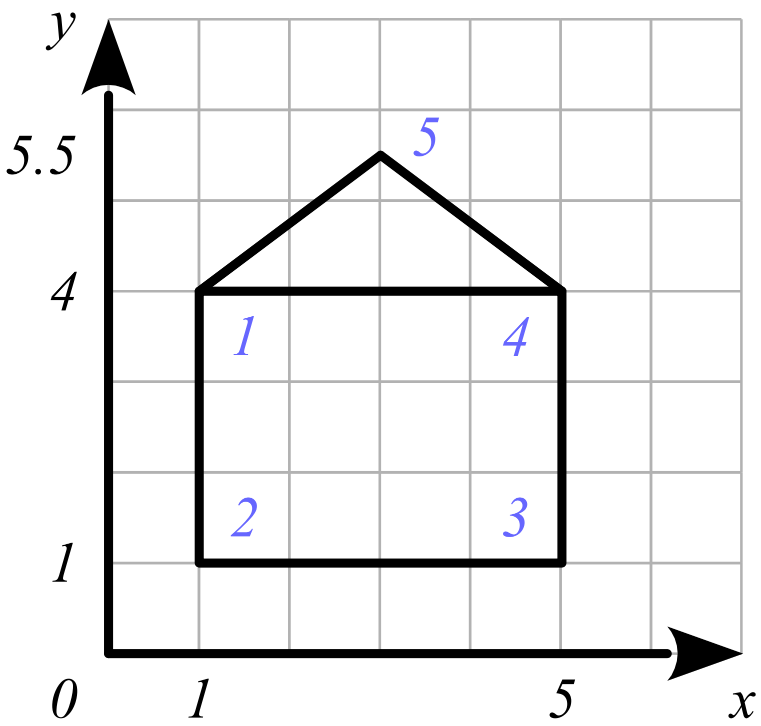


Рассмотрим следующий пример каркасной модели.

Пронумеруем вершины модели и построим матрицу вершин, используя однородные координаты:

$$Vertices = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 4 & 5.5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Основы визуализации двухмерных сцен. Модели.

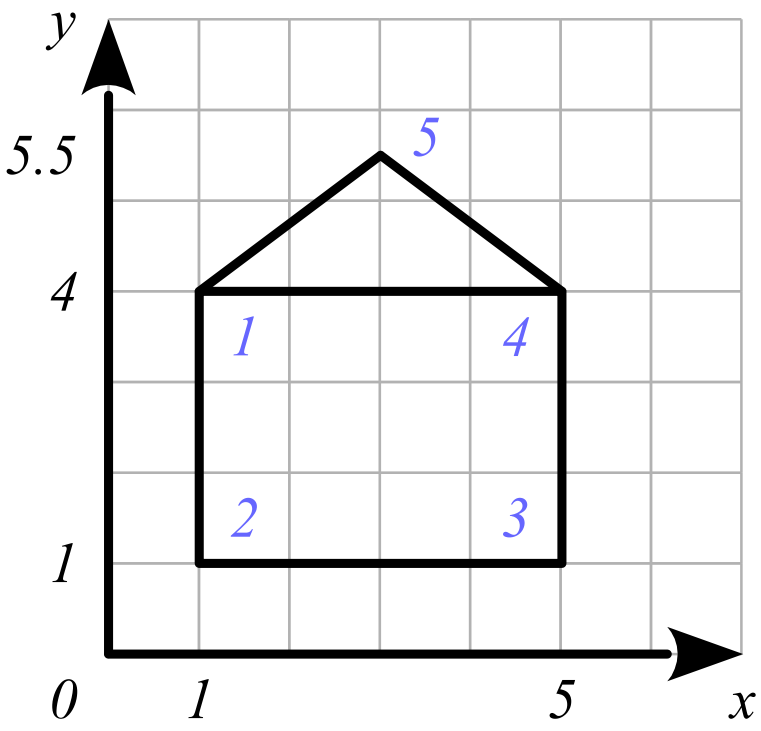


Рассмотрим следующий пример каркасной модели.

Любой столбец матрицы вершин может быть домножен на любое ненулевое число:

$$Vertices = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 1 & 4 & 11 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Основы визуализации двухмерных сцен. Модели.

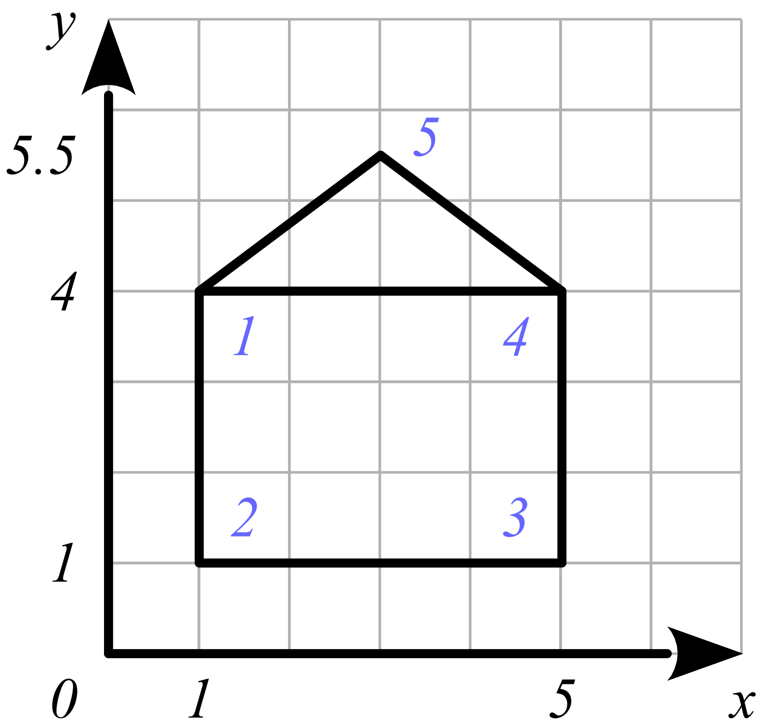


Рассмотрим следующий пример каркасной модели.

Построим матрицу рёбер первым способом:

$$Edges = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 1 \\ 1 & 5 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Основы визуализации двухмерных сцен. Модели.



Рассмотрим следующий пример каркасной модели.

Построим матрицу рёбер вторым способом:

$$Edges = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применение аффинных преобразований к модели.

Пусть карта вершин модели задана матрицей $Vertices$. Применение аффинного преобразования, заданного матрицей A, осуществляется по формуле

$$Vertices' = A \cdot Vertices.$$

Распишем данную формулу покоординатно:

$$\begin{pmatrix} x'_1 & x'_2 & \cdots\cdots & x'_M \\ y'_1 & y'_2 & \cdots\cdots & y'_M \\ 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots\cdots & x_M \\ y_1 & y_2 & \cdots\cdots & y_M \\ 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

Организация последовательного применения аффинных преобразований к модели.

Первый случай. Модель не имеет постоянной точки опоры.

Пусть карта вершин модели задана матрицей $Vertices = Vertices_0$.

Пусть к модели последовательно применяют аффинные преобразования, заданные матрицами $A_1, A_2, \ldots, A_s$.

Обозначим $Vertices_j$ карту вершин модели после применения j-го аффинного преобразования ($j = 1, 2, \ldots, s$).

Организация последовательного применения аффинных преобразований к модели.

Первый случай. Модель не имеет постоянной точки опоры.

Первый способ.

В памяти хранится текущая карта вершин модели. После применения очередного аффинного преобразования выполняется следующая операция:

$$Vertices_j = A_j \cdot Vertices_{j-1}, \qquad j = 1, 2, \ldots, s.$$

Организация последовательного применения аффинных преобразований к модели.

Первый случай. Модель не имеет постоянной точки опоры.

Второй способ.

В памяти хранится исходная карта вершин модели и матрица накопленного аффинного преобразования $A^{(j)}$:

$$A^{(j)} = \begin{cases} E, & j = 0, \\ A_j \cdot \ldots \cdot A_2 \cdot A_1, & j = 1, 2, \ldots, s. \end{cases}$$

После применения очередного аффинного преобразования выполняются следующие операции:

$$A^{(j)} = A_j \cdot A^{(j-1)},$$

$$Vertices_j = A^{(j)} \cdot Vertices, \qquad j = 1, 2, \ldots, s.$$

Организация последовательного применения аффинных преобразований к модели.

Второй случай. Модель имеет постоянную точку опоры.

Пусть исходная карта вершин модели задана матрицей $Vertices$, а точка опоры изначально лежит в начале координат. Положение модели в текущий момент времени описывается следующими параметрами:

- $P(x_p, y_p)$ – координаты точки опоры;
- φ – угол поворота модели относительно исходного положения;
- k_x, k_y – коэффициенты масштабирования вдоль горизонтальной и вертикальной прямых, проходящих через точку опоры;
- m_x, m_y – флаги отражения относительно горизонтальной и вертикальной прямых, проходящих через точку опоры.

Способы организации последовательного применения аффинных преобразований к модели.

Второй случай. Модель имеет постоянную точку опоры.

Карта вершин модели в текущий момент времени задаётся матрицей:

$$Vertices' = T_{\overrightarrow{OP}} \cdot R_{\varphi} \cdot S_{k_x, k_y} \cdot M_{m_x, m_y} \cdot Vertices =$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_p \\ 0 & 1 & y_p \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot Vertices.$$