Основы визуализации трёхмерных сцен

Основы визуализации трёхмерных сцен.

Сцена:

- *камера* (камера позволяет перенести на рабочую область экрана изображение, заданное в мировой системе координат);
- *набор моделей* (модели заданы в мировой системе координат).

Основы визуализации трёхмерных сцен. Модели.

Каркасная модель:

- *карта вершин* (матрица вершин) – вещественная матрица, столбцы которой содержат мировые однородные координаты соответствующих вершин;
- *карта рёбер* (матрица рёбер) может быть задана одним из двух способов:
    - целочисленная матрица, строки которой содержат номера вершин, соединённых рёбрами;
    - матрица смежности.

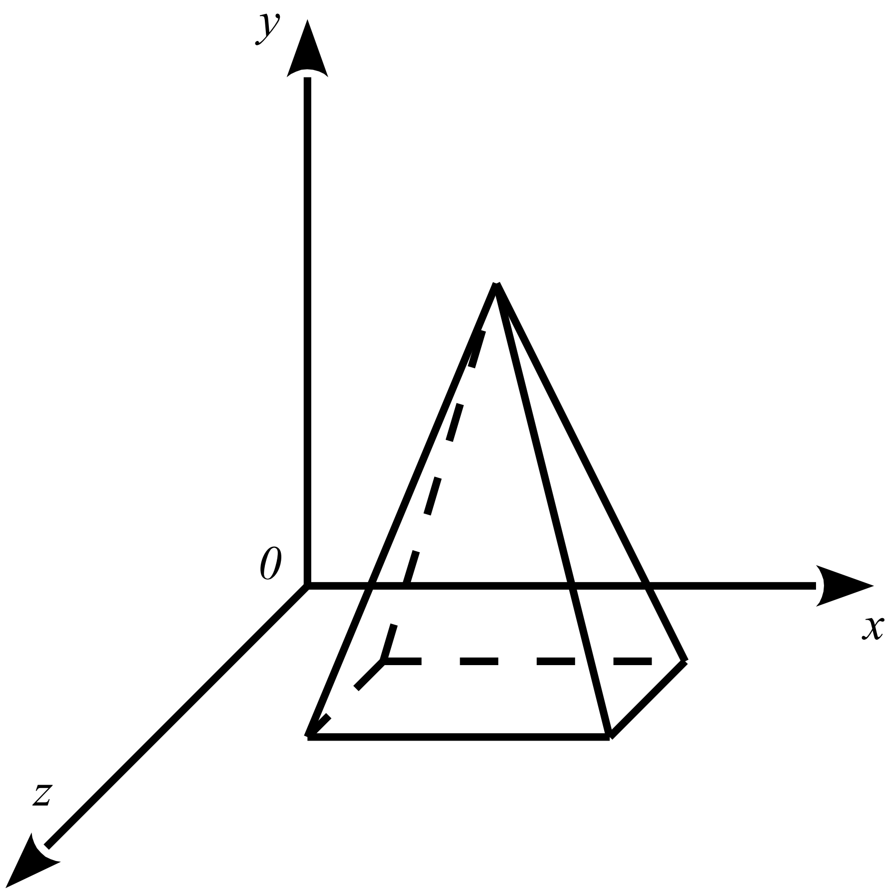
Основы визуализации трёхмерных сцен. Модели.

Полигональная модель:

- *карта вершин* (матрица вершин) – вещественная матрица, столбцы которой содержат мировые однородные координаты соответствующих вершин;
- *карта граней* (матрица граней) – целочисленная матрица, строки которой содержат номера вершин, образующих грань; обычно рассматриваются модели с треугольными гранями.

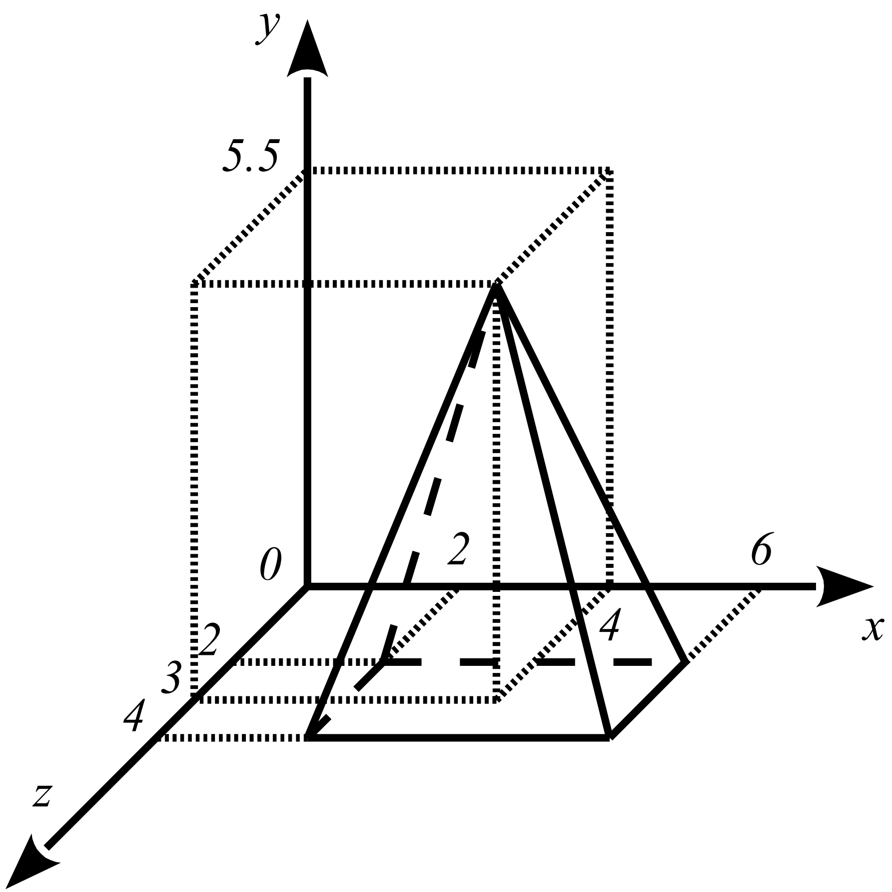
Конвертировать полигональную модель в каркасную довольно несложно. Конвертировать каркасную модель в полигональную можно, вообще говоря, только вручную, да и то далеко не всегда.

Основы визуализации трёхмерных сцен. Модели.



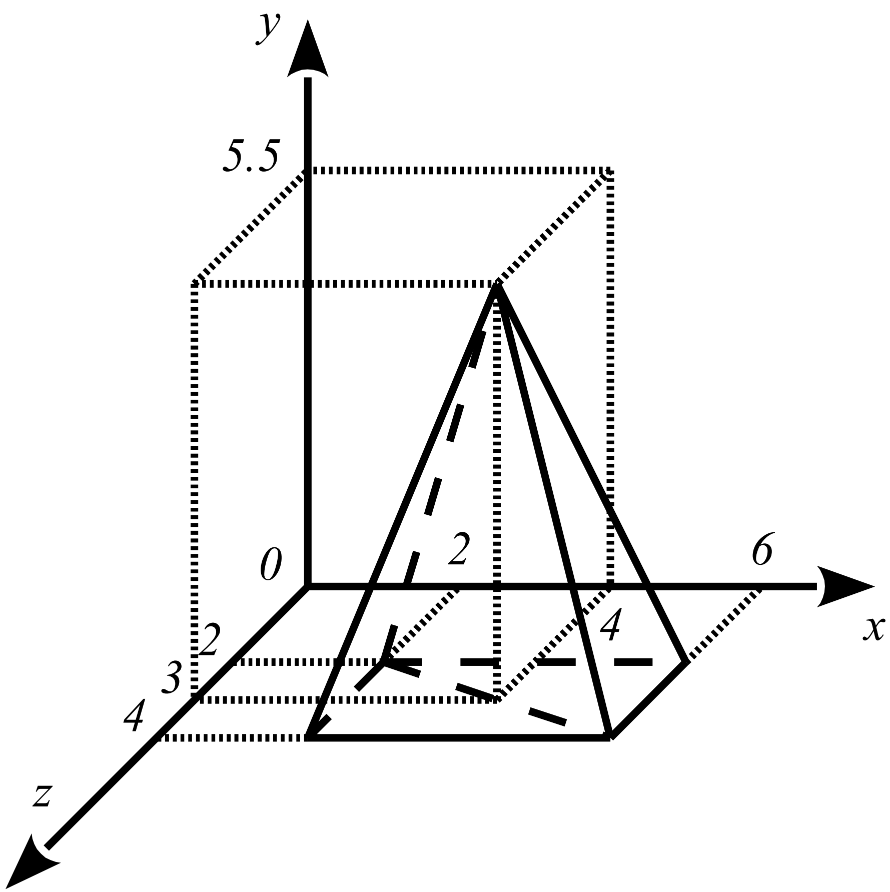
Рассмотрим следующий пример полигональной модели.

Основы визуализации трёхмерных сцен. Модели.



Рассмотрим следующий пример полигональной модели.

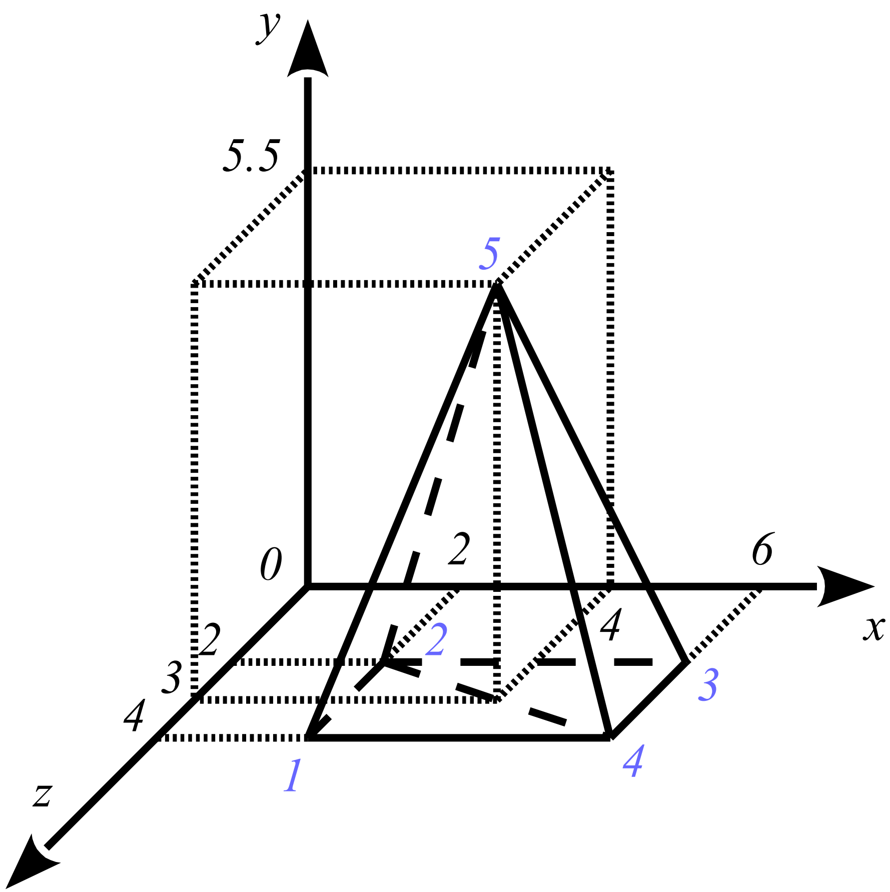
Основы визуализации трёхмерных сцен. Модели.



Рассмотрим следующий пример полигональной модели.

Триангулируем данную модель, добавив фиктивное ребро в основание пирамиды.

Основы визуализации трёхмерных сцен. Модели.

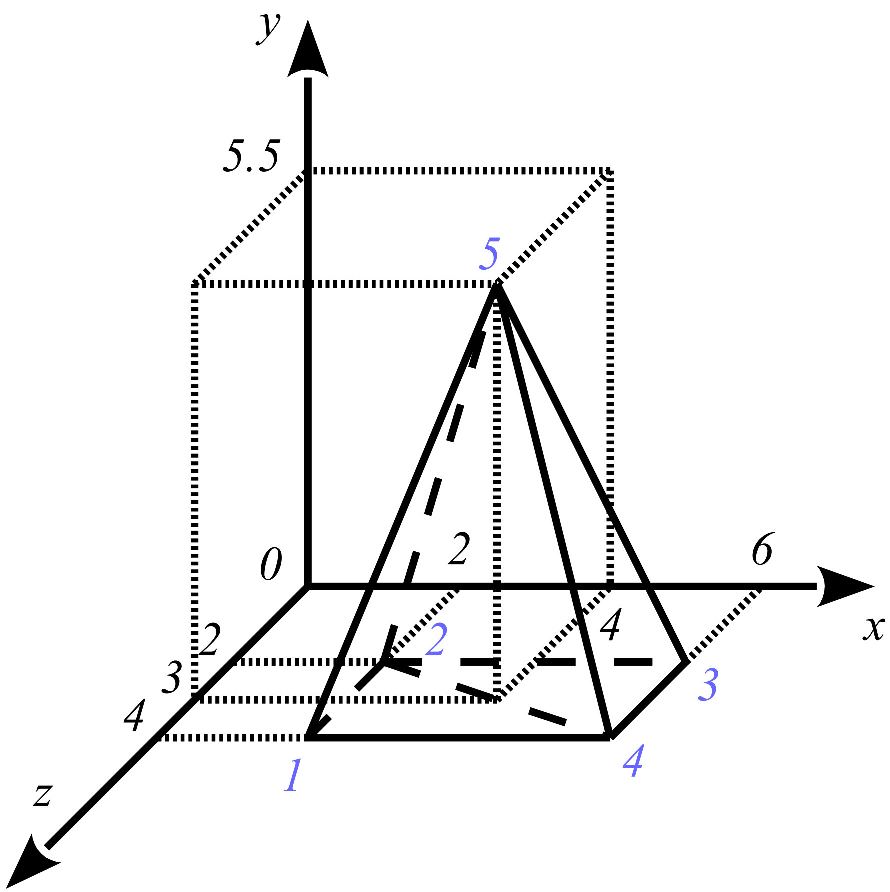


Рассмотрим следующий пример полигональной модели.

Пронумеруем вершины модели и построим матрицу вершин, используя однородные координаты:

$$Vertices = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.5 \\ 4 & 2 & 2 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Основы визуализации трёхмерных сцен. Модели.

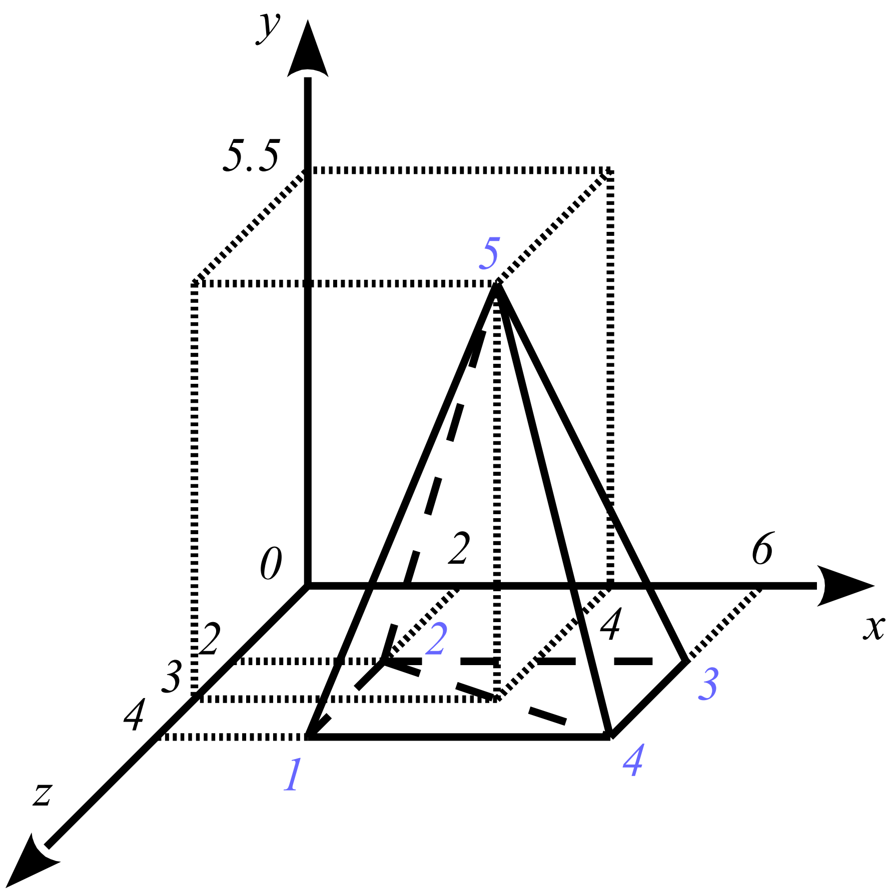


Рассмотрим следующий пример полигональной модели.

Любой столбец матрицы вершин может быть домножен на любое ненулевое число:

$$Vertices = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \\ 4 & 2 & 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Основы визуализации трёхмерных сцен. Модели.

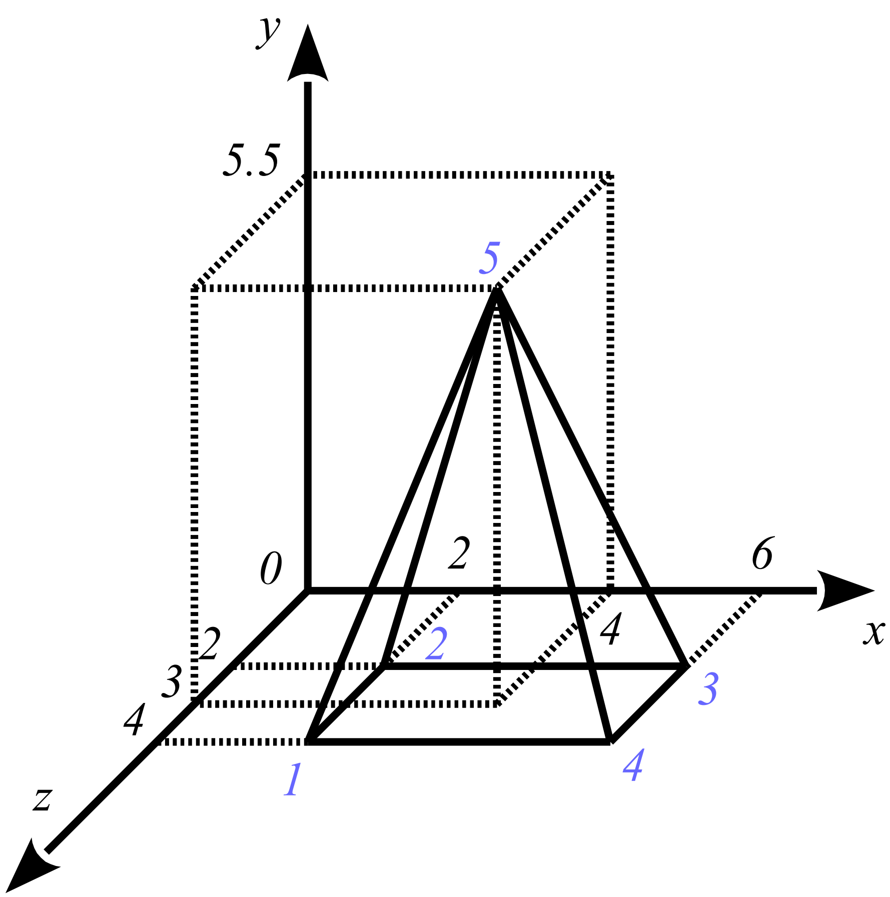


Рассмотрим следующий пример полигональной модели.

Построим матрицу граней:

$$Faces = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Основы визуализации трёхмерных сцен. Модели.

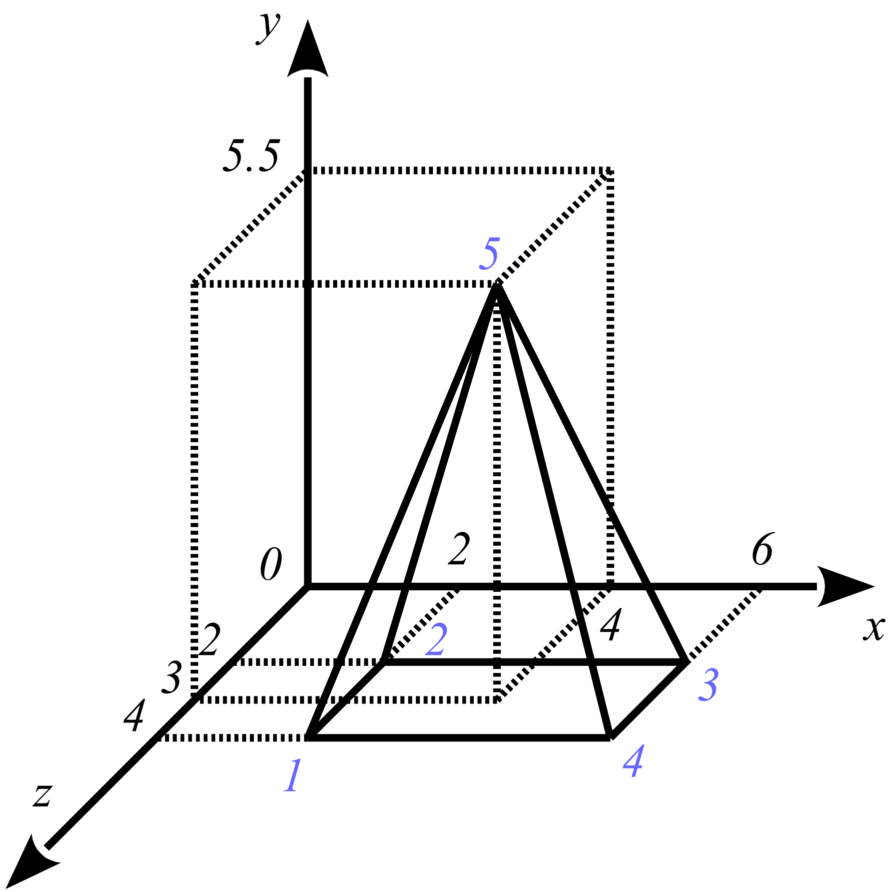


Конвертируем данную полигональную модель в каркасную.

Построим матрицу рёбер:

$$Edges = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 1 \\ 1 & 5 \\ 2 & 5 \\ 3 & 5 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Основы визуализации трёхмерных сцен. Модели.



Рассмотрим следующий пример каркасной модели.

Построим матрицу рёбер вторым способом:

$$Edges = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Применение аффинных преобразований к модели.

Пусть карта вершин модели задана матрицей $Vertices$. Применение аффинного преобразования, заданного матрицей A, осуществляется по формуле

$$Vertices' = A \cdot Vertices.$$

Распишем данную формулу покоординатно:

$$\begin{pmatrix} x'_1 & x'_2 & \cdots\cdots & x'_M \\ y'_1 & y'_2 & \cdots\cdots & y'_M \\ z'_1 & z'_2 & \cdots\cdots & z'_M \\ 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \cdots\cdots & x_M \\ y_1 & y_2 & \cdots\cdots & y_M \\ z_1 & z_2 & \cdots\cdots & z_M \\ 1 & 1 & \cdots\cdots & 1 \end{pmatrix}.$$

Организация последовательного применения аффинных преобразований к модели.

Первый случай. Модель не имеет постоянной точки опоры.

Пусть карта вершин модели задана матрицей $Vertices = Vertices_0$.

Пусть к модели последовательно применяют аффинные преобразования, заданные матрицами $A_1, A_2, \dots, A_s$.

Обозначим $Vertices_j$ карту вершин модели после применения j-го аффинного преобразования ($j = 1, 2, \dots, s$).

Организация последовательного применения аффинных преобразований к модели.

Первый случай. Модель не имеет постоянной точки опоры.

Первый способ.

В памяти хранится текущая карта вершин модели. После применения очередного аффинного преобразования выполняется следующая операция:

$$Vertices_j = A_j \cdot Vertices_{j-1}, \qquad j = 1, 2, \ldots, s.$$

Организация последовательного применения аффинных преобразований к модели.

Первый случай. Модель не имеет постоянной точки опоры.

Второй способ.

В памяти хранится исходная карта вершин модели и матрица накопленного аффинного преобразования $A^{(j)}$:

$$A^{(j)} = \begin{cases} E, & j = 0, \\ A_j \cdot \ldots \cdot A_2 \cdot A_1, & j = 1, 2, \ldots, s. \end{cases}$$

После применения очередного аффинного преобразования выполняются следующие операции:

$$A^{(j)} = A_j \cdot A^{(j-1)},$$

$$Vertices_j = A^{(j)} \cdot Vertices, \qquad j = 1, 2, \ldots, s.$$

Организация последовательного применения аффинных преобразований к модели.

Второй случай. Модель имеет постоянную точку опоры.

Пусть исходная карта вершин модели задана матрицей $Vertices$, а точка опоры изначально лежит в начале координат. Положение модели в текущий момент времени описывается следующими параметрами:

- $P\left(x_p, y_p, z_p\right)$ – координаты точки опоры;
- α, β, γ – углы Эйлера;
- k_x, k_y, k_z – коэффициенты масштабирования вдоль локальных осей, проходящих через точку опоры;
- m_x, m_y, m_z – флаги отражения относительно локальных осей, проходящих через точку опоры.

Способы организации последовательного применения аффинных преобразований к модели.

Второй случай. Модель имеет постоянную точку опоры.

Карта вершин модели в текущий момент времени задаётся матрицей:

$$Vertices' = T_{\overrightarrow{OP}} \cdot R_{y,\gamma} \cdot R_{z,\beta} \cdot R_{x,\alpha} \cdot S_{k_x,k_y,k_z} \cdot M_{m_x,m_y,m_z} \cdot Vertices$$